Pixel Team Channel

انقر / امسح الرمز للانتقال
الى قناة الفريق.

Saade files Channel

انقر / امسح الرمز للانتقال
الى قناة الملفات.

Pixel_Team_SAB

Pixel - بِكسل

PIXEL

القائمة

اضغط على الأزرار للانتقال إلى المطلوب

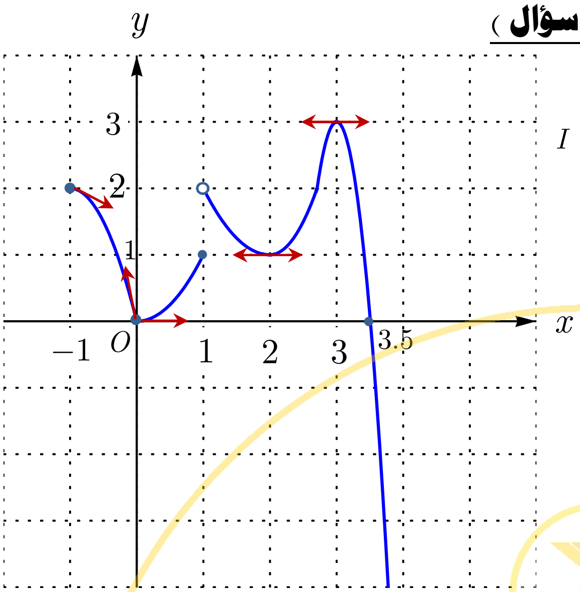
مذاكرة الفصل الثاني 2024
النموذج الأول ويتبعها سلم التصحيح

مذاكرة الفصل الثاني 2024
النموذج الثاني ويتبعها سلم التصحيح

مذاكرة الفصل الثاني 2024
النموذج **الرابع** ويتبعها سلم التصحيح

الاسم :.........
مذاكرة الفصل الثاني في مادة الرياضيات
للصف الثالث الثانوي العلمي (2024)
النموذج : A
الدرجة: 600

أولاً : أجب عن الأسئلة الخمسة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)



السؤال الأول : لاحظ الشكل المرسوم جانباً :

وهو يمثّل الخط البياني لتابعٍ f معرفٍ على المجال $I = [-1,+\infty[$

❶ ما هي حلول المعادلة $f(x) = 0$ ؟

❷ ما هي مجموعة حلول المتراجحة $f(x) \le 0$ ؟

❸ هل $f(0)$ قيمة حدية محلياً ؟ علل إجابتك .

❹ ما عدد القيم الحدية محلياً للتابع f ؟

دل على كل منها مبيّناً نوعها .

❺ أيمكن أن يكون f اشتقاقياً عند $x = 1$؟ علّل إجابتك .

❻ ما حلول المتراجحة $f'(x) \le 0$ ؟

السؤال الثاني: في معلمٍ متجانسٍ $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ لدينا النقطتان : $A(2,-2,-3)$ و $B(4,-3,-1)$

والمستوي Q الذي معادلته $2x - y + 2z = 3$.

❶ S الكرة التي مركزها A ونصف قطرها AB . اكتب معادلة المستوي $\mathcal{P}$ الذي يمس S في النقطة B .

❷ أثبت أنّ المستوي Q يقطع الكرة S . ثمّ احسب نصف قطر الدائرة المقطع .

السؤال الثالث :

ليكن التابعان f و g المعرّفان على $\mathbb{R}$ وفق العلاقتين : $f(x) = e^{-x^2}$ و $g(x) = x^2\,e^{-x^2}$

و بفرض F و G تابعان أصليان للتابعين f و g على الترتيب .

أثبت أنّ التابع G يعطى بالصيغة : $G(x) = \dfrac{1}{2}\left(F(x) - x\,e^{-x^2}\right)$.

السؤال الرابع:

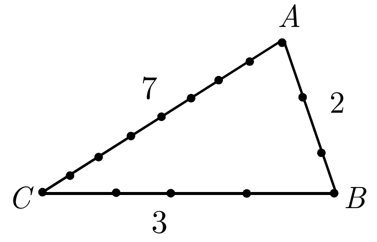
أولاً: أوجد قيمة r التي تجعل أمثال الحد ذي الدليل $2r+3$ وأمثال الحد ذي الدليل $r-3$ في منشور $(1+x)^{18}$ متساويان .

ثانياً: بكم طريقة يمكننا ترتيب الأحرف « $AWAELAWAEL$ » بحيث تظهر سلسلة الأحرف $AWAEL$ بكل ترتيب ؟

السؤال الخامس: لتكن المتتالية $(u_n)_{n\ge1}$ المعرّف وفق العلاقة : $u_n = 1 - \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{3} - \cdots + \dfrac{1}{2n-1} - \dfrac{1}{2n}$

ادرس اطراد المتتالية $(u_n)_{n\ge1}$.

ثانياً : حل التمارين الثلاثة الآتية : (60 درجة للأول و60 للثاني و80 للثالث)



التمرين الأول : ABC مثلث كل رأس يمثّل نقطة

ثمّ نضع نقطتان على الضلع $[AB]$ وثلاث نقط على الضلع $[CB]$

و سبع نقط على الضلع $[AC]$.

ما عدد المثلثات التي يمكن تشكيلها من هذه النقاط ؟

التمرين الثاني :

يتم اختيار لجنة مؤلّفة من (مدير و نائب مدير وأمين سر) من بين مجموعة مكوّنة من 5 أشخاص

بكم طريقة يتم الاختيار علماً بأنّ في المجموعة شخصين اشترطا أن يكونا معاً في اللجنة أو ألّا يكونا في اللجنة بتاتاً ؟

يوجد صفحة ثانية يرجى قلب الصفحة

التمرين الثالث : لتكن المتتالية $(u_n)_{n\ge0}$ المعرّفة وفق العلاقة التدريجية : $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + \frac{1}{3}n + 1 \end{cases}$

❶ أثبت بالتدريج أنّه أياً كان العدد الطبيعي n كان $u_n \le n+3$.

❷ تحقّق أنّ $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{3}(n+3-u_n)$ أياً كان العدد الطبيعي n . ثمّ استنتج جهة اطراد المتتالية $(u_n)_{n\ge0}$.

❸ لنعرّف المتتالية $(v_n)_{n\ge0}$ وفق العلاقة : $v_n = u_n - n$ أثبت أنّ المتتالية $(v_n)_{n\ge0}$ هندسية وعيّن أساسها .

❹ عبّر عن v_n بدلالة n ثمّ تحقّق أنّ عبارة u_n بدلالة n تعطى بالعلاقة : $u_n = 2(\frac{2}{3})^n + n$.

❺ لنعرّف المتتاليتين $(S_n)_{n\ge0}$ و $(S'_n)_{n\ge0}$ وفق العلاقتين: $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$ و $S'_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$

عبّر عن S_n بدلالة n ثمّ استنتج عبارة S'_n بدلالة n .

ثالثاً: حل كلاً من المسألتين الآتيتين : (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: في الفراغ المنسوب إلى معلمٍ متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

لتكن النقاط : $A(2,1,4)$ و $B(4,-1,0)$ و $C(0,3,2)$ و $D(4,3,-2)$.

❶ أعطِ تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (CD) .

❷ a) لتكن $M \in (CD)$ عيّن إحداثيات النقطة M التي تجعل طول القطعة المستقيمة $[BM]$ أصغر ما يمكن .

b) بفرض النقطة H من المستقيم (CD) إحداثياتها $(3,3,-1)$ تحقّق أنّ المستقيمين (BH) و (CD) متعامدان .

c) تحقّق أنّ مساحة المثلث BCD تساوي 12 .

❸ a) أثبت أنّ $\vec{n}(2,1,2)$ ناظم على المستوي (BCD) .

b) اكتب المعادلة الديكارتية للمستوي (BCD) .

c) أعطِ تمثيلاً وسيطياً للمستقيم Δ المار من النقطة A والعمودي على المستوي (BCD) .

d) استنتج إحداثيات النقطة I المسقط القائم للنقطة A على المستوي (BCD) وتحقّق أنّ $AI = 2$.

❹ احسب حجم رباعي الوجوه $ABCD$.

المسألة الثانية : ليكن التابع f المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x) = \frac{x}{e^x - x}$ خطّه البياني C .

❶ لنعرّف التابع g على $\mathbb{R}$ وفق العلاقة: $g(x) = e^x - x - 1$

a) ادرس تغيّرات التابع g واستنتج إشارته .

b) تحقّق أنّ $e^x - x > 0$ أياً تكن $x \in \mathbb{R}$.

❷ a) تحقّق أنّ $f(x)$ يُكتب بالشكل : $f(x) = \frac{1}{\frac{e^x}{x} - 1}$ أياً تكن $x \in \mathbb{R}^*$

ثمّ جِدْ نهاية f عند $-\infty$ و $+\infty$ وفسّر النتيجة هندسياً .

b) ادرس تغيّرات f ونظّم جدولاً بها .

c) اكتب معادلة المماس $\mathcal{T}$ للخط C في نقطة منه فاصلتها $x = 0$.

d) تحقّق أنّ $f(x) - y_{\mathcal{T}} = \frac{-x\,g(x)}{e^x - x}$ ثمّ استنتج وضع C بالنسبة إلى $\mathcal{T}$.

❸ ارسم ما وجدته من مستقيمات مقاربة وارسم $\mathcal{T}$ ثمّ ارسم C .

انتهت الأسئلة..

أولاً: أجب عن الأسئلة الآتية:

السؤال الأول:

3+3 ① للمعادلة $f(x)=0$ حلان هما
$x=3.5$ و $x=0$

3+3 ② حلول المتراجحة $f(x)\leq 0$ هي
$x\in[3.5,+\infty[\,\cup\{0\}$

3 ③ $f(0)=0$ قيمة صغرى محلياً

التعليل:

3 لنختر مجالاً مفتوحاً I يضم 0
وليكن $J=]-1,1[$

3 $I\cap J=[-1,+\infty[\,\cap\,]-1,1[\,=\,]-1,1[$

3 أياً يكن $x\in]-1,1[$ فإن $f(x)\geq f(0)$
ومنه $f(0)$ قيمة صغرى محلياً.

3 ④ عدد القيم الحدية محلياً هو 4 قيم

1 وهي: $f(-1)=2$ قيمة كبرى محلياً

1 $f(0)=0$ قيمة صغرى محلياً

1 $f(2)=1$ قيمة صغرى محلياً

1 $f(3)=3$ قيمة كبرى محلياً.

3 ⑤ f ليس اشتقاقياً عند $x=1$ لأن
f ليس مستمراً عند $x=1$

⑥ حلول المتراجحة $f'(x)\leq 0$ هي:

2x3 $x\in[-1,0[\,\cup\,]1,2]\,\cup\,[3,+\infty[$

40

السؤال الثاني:

4 ① $\vec{n}=\vec{AB}=(2,-1,2)$

$$P:\begin{cases} B(4,-3,-1)\\ \vec{n}(2,-1,2)\end{cases}$$

4 $2(x-4)-1(y+3)+2(z+1)=0$

4 $P:\boxed{2x-y+2z-9=0}$

② $Q: 2x-y+2z-3=0$

4 $dist(A,Q)=\dfrac{|2(2)+2-6-3|}{\sqrt{4+1+4}}$

4 $dist(A,Q)=\dfrac{|-3|}{\sqrt{9}}=1$

4 $R=AB=\|\vec{AB}\|=\sqrt{4+1+4}=3$

4 نلاحظ أن $dist(A,Q)<R$

2 فالمستوي Q يقطع الكرة S

لإيجاد نصف قطر الدائرة المتقطع r:

4 $r^2=R^2-d^2$

2 $r^2=(3)^2-(1)^2$

$r^2=8$

4 نصف قطر الدائرة المتقطع $\boxed{r=2\sqrt{2}}$

40

السؤال الثالث :

$g(x)=x^2 e^{-x^2}$ و $f(x)=e^{-x^2}$

$G(x)=\frac{1}{2}\left(F(x)-x\,e^{-x^2}\right)$

F و G اشتقاقيان على IR

10 $G'(x)=\frac{1}{2}\left(F'(x)-\left(1e^{-x^2}-2x^2e^{-x^2}\right)\right)$

10 $G'(x)=\frac{1}{2}\left(f(x)-e^{-x^2}+2x^2e^{-x^2}\right)$

10 $G'(x)=\frac{1}{2}\left(e^{-x^2}-e^{-x^2}+2x^2e^{-x^2}\right)$

10 $G'(x)=x^2\cdot e^{-x^2}=g(x)$

ومنه الصيغة المعطاة للتابع G صحيحة.

40 السؤال الرابع :

أولاً :

$(1+x)^{18}$

$T_r=\binom{18}{r}(1)^{18-r}x^r$

2 $T_r=\binom{18}{r}x^r$

2 $T_{2r+3}=\binom{18}{2r+3}x^{2r+3}$

2 $T_{r-3}=\binom{18}{r-3}x^{r-3}$

2 $\binom{18}{2r+3}=\binom{18}{r-3}$

شرط الحل:

$18\geq 2r+3\geq 0$ و $18\geq r-3\geq 0$

2 $+15\geq 2r\geq -3$ و $21\geq r\geq 3$

$\frac{15}{2}\geq r\geq -\frac{3}{2}$ و

2 $\boxed{r\in\{3,4,5,6,7\}}$ شرط الحل

$\binom{18}{r-3}=\binom{18}{2r+3}$

2 إما $r-3=2r+3$

2 $r=-6$ مرفوض

2 أو $r-3+2r+3=18$

$3r=18$

2 $\boxed{r=6}$ مقبول

ثانياً :

$\boxed{AWAEL}$ AWAEL

نعتبر سلسلة الأحرف AWAEL حرف واحد

يصبح لدينا 6 أحرف

فيهم حرفان متشابهان هما A و A

يتم ترتيبهم وفقه

5x3 $\binom{6}{2}\times 4!=15\times 24=360$

أو

$\frac{6!}{2!\;1!1!1!1!}=6\times5\times4\times3=360$

ولكن هكذا نكون قد أخذنا

الترتيب: $\boxed{AWAEL}$ AWAEL

و AWAEL $\boxed{AWAEL}$

مرتين عوضاً عن مرة واحدة.

فيكون

5 عدد الطرق المطلوبة $=360-1=359$

40

ملاحظة:

في أولاً: إذا الطالب لم يضع شرط الحل ولكنه وضع مقبول ومرفوض بشكل صحيح ينال عدد الدرجات المخصصة لشرط الحل.

السؤال الخامس :

$$u_n = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \dots + \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n}$$

8 $$u_{n+1} - u_n = \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \dots - \frac{1}{2n} + \frac{1}{2n+1} - \frac{1}{2n+2}\right) - \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \dots + \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n}\right)$$

8 $$u_{n+1} - u_n = \frac{1}{2n+1} - \frac{1}{2n+2}$$

8 $$= \frac{2n+2-(2n+1)}{(2n+1)(2n+2)}$$

8 $$= \frac{1}{(2n+1)(2n+2)} > 0$$

8 فالمتتالية $(u_n)_{n\ge1}$ متزايدة.

40 ثانياً : حل التمارين الثلاثة الآتية :

التمرين الأول :

يتشكل مثلث من اختيار ثلاث نقاط لا تقع على استقامة واحدة.

10x4 $$\binom{15}{3} - \binom{9}{3} - \binom{4}{3} - \binom{5}{3}$$

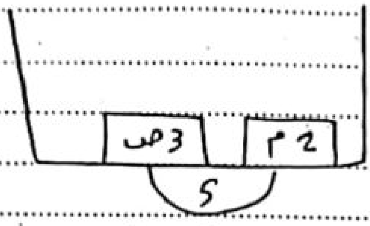
4x4 $$= \frac{15\times14\times13}{3\times2\times1} - \frac{9\times8\times7}{3\times2\times1} - 4 - 10$$

$$= 455 - 84 - 4 - 10$$

4 $$= 455 - 98 = 357$$

60

التمرين الثاني :



{ (ص ، م ، م)$_{\times 3}$ ، (ص ، ص ، ص) }

10x4 $$P_3^3 + P_2^2 \times P_3^1 \times 3$$

١٦ $$3\times2\times1 + 2\times1\times3\times3$$

١٥ $$6 + 18 = 24$$

طريقة (2) : (ص ص م)$_{\times 3}$

$$P_5^3 - P_2^1 \; P_3^2 \times 3$$

$$= 60 - 2\times3\times2\times3$$

$$= 60 - 36 = 24$$

60

التمرين الثالث :

$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + \frac{1}{3}n + 1 \end{cases}$$

① الخاصة المطلوب إثباتها هي :

3 $E(n)$: « $u_n \le n+3$ »

ونريد إثبات صحة كل خاصة أياً كان العدد الطبيعي $n \ge 0$

(I) الخاصة $E(0)$ صحيحة لأن :

3 $u_0 = 2 \le 0+3$

$2 \le 3$

محققة.

3 (II) لنفترض أن الخاصة $E(n)$ صحيحة ولنثبت صحة الخاصة $E(n+1)$

3 $E(n+1)$: « $u_{n+1} \le n+4$ »

لدينا فرضاً $E(n)$ صحيحة ومنه

$u_n \le n+3$

3 نضرب طرفي المتراجحة بـ $\frac{2}{3}$

3 $\frac{2}{3}u_n \le \frac{2}{3}n+2$

نضيف للطرفين المتراجحة $\frac{1}{3}n+1$

3 $\frac{2}{3}u_n+\frac{1}{3}n+1 \le \frac{2}{3}n+\frac{1}{3}n+3$

$u_{n+1} \le n+3 \le n+4$

3 $u_{n+1} \le n+4$

3 فالخاصة $E(n+1)$ صحيحة كلما كانت صحيحة الخاصة $E(n)$

فالخاصة $E(n)$ صحيحة أياً كان العدد الطبيعي $n \ge 0$

② $u_{n+1}-u_n = \frac{2}{3}u_n+\frac{1}{3}n+1-u_n$

3 $= \frac{1}{3}n-\frac{1}{3}u_n+1$

3 $= \frac{1}{3}(n+3-u_n)$

وبما أننا أثبتنا في الطلب السابق أن $u_n \le n+3$

3 ومنه $n+3-u_n \ge 0$

وبالتالي

3 $\frac{1}{3}(n+3-u_n) \ge 0$

3 أي $u_{n+1}-u_n \ge 0$

أياً كان العدد الطبيعي n

فالمتتالية $(u_n)_{n\ge0}$ متزايدة

③ $v_n = u_n-n$

3 $$\frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{u_{n+1}-n-1}{u_n-n}$$

3 $$= \frac{\frac{2}{3}u_n+\frac{1}{3}n+1-n-1}{u_n-n}$$

3 $$\frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{\frac{2}{3}u_n-\frac{2}{3}n}{u_n-n}$$

3 $$= \frac{\frac{2}{3}(\cancel{u_n-n})}{\cancel{u_n-n}} = \frac{2}{3} = q$$

3 فالمتتالية $(v_n)_{n\ge0}$ هندسية أساسها

3 $q = \frac{2}{3}$

④ $v_n = v_0 q^n$

$v_0 = u_0 - 0 = 2$

2

2 $v_n = 2\left(\frac{2}{3}\right)^n$

2 ولدينا $v_n = u_n - n$

ومنه

$u_n = v_n + n$

2 $\boxed{u_n = 2\left(\frac{2}{3}\right)^n + n}$

⑤ $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$

$$S_n = v_0 \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$$

2 $$S_n = 2\frac{1-\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}}{1-\frac{2}{3}}$$

2 $\boxed{S_n = 6\left(1-\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}\right)}$

$S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

2 $S'_n = (v_0+0)+(v_1+1)+\dots+(v_n+n)$

2 $S'_n = (v_0+v_1+\dots+v_n)+(1+2\dots+n)$

2 $S'_n = S_n + \frac{n}{2}(1+n)$

2 $\boxed{S'_n = 6\left(1-\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}\right) + \frac{n}{2}(1+n)}$

80

ثالثاً: حل كلاً من المسألتين الآتيتين:

المسألة الأولى:

① $\vec{CD}(4,0,-4)$ 4

$$(CD):\begin{cases} C(0,3,2) \\ \vec{u}=\vec{CD}=(4,0,-4) \end{cases}$$

$$(CD):\begin{cases} x=4t \\ y=3 \\ z=-4t+2 \end{cases} \quad ; t\in IR$$ 4

② تكون طول القطعة المستقيمة $[BM]$ أصغر ما يمكن عندما تكون M هي المسقط القائم للنقطة B على المستقيم (CD)

لإيجاد إحداثيات النقطة M

ⓐ نكتب معادلة المستوي P المار بالنقطة $B(4,-1,0)$ والعمودي على المستقيم (CD)

$$P:\begin{cases} B(4,-1,0) \\ \vec{n}_P=\vec{CD}(4,0,-4) \end{cases}$$

$4(x-4)+0(y+1)-4(z-0)=0$ 4

$\div 4$

$x-4-z=0$

$P: \boxed{x - z-4=0}$ 4

ⓑ تكون النقطة DM نقطة تقاطع (CD) مع المستوي P.

فنعوض المعادلات الوسيطية للمستقيم (CD) في معادلة المستوي P فنجد:

$4t-(-4t+2)-4=0$ 4

$8t-6=0$

$\boxed{t=\frac{3}{4}}$ 4

نعوض

$$\begin{cases} x=4(\frac{3}{4})=3 \\ y=3 \\ z=-4(\frac{3}{4})+2=-1 \end{cases}$$ 4 4

$M(3,3,-1)$ 4

طريقة 2:

إن إحداثيات M من الشكل

$M(4t,3,-4t+2)$

$B(4,-1,0)$

$BM^2=(4t-4)^2+4^2+(-4t+2)^2$

$BM^2=16t^2-32t+16+16+16t^2-16t+4$

$BM^2=32t^2-48t+36$

نفرض $f(t)=MB^2=32t^2-48t+36$

$f'(t)=64t-48$

$f'(t)=0$ عندما

$t=\frac{48}{64}=\frac{3}{4}$

t	$-\infty$		$\frac{3}{4}$		$+\infty$
$f'(t)$		$-$	0	$+$	
$f(t)$		↘		↗	

نلاحظ أن $f(t)$ أصغر ما يمكن عندما $t=\frac{3}{4}$

أي BM^2 〃 〃 〃 〃 $t=\frac{3}{4}$

ومنه BM أصغر ما يمكن عندما $t=\frac{3}{4}$

نعوض فنجد

$M(3,3,-1)$

4 ⓑ نلاحظ أن $H=M$

4 ومنه $(CD)\perp(BH]$

طريقة (2):

$\vec{BH}(-1,4,-1)$

$\vec{CD}(4,0,-4)$

$\vec{BH}\cdot\vec{CD}=-4+0+4=0$

ومنه $(CD)\perp(BH)$

ⓒ $S(BCD)=\frac{1}{2}\,CD\cdot BH$

4 $CD=\|\vec{CD}\|=\sqrt{16+16}=4\sqrt{2}$

4 $BH=\|\vec{BH}\|=\sqrt{1+16+1}=\sqrt{18}$

$\boxed{BH=3\sqrt{2}}$

المسألة الثانية :

$$f(x)=\frac{x}{e^x-x}$$

① $g(x)=e^x-x-1$

a) g مستمرة وقابلة للاشتقاق على $]-\infty,+\infty[$

3 $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=+\infty$

عند $+\infty$: نلاحظ أن $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ هي حالة عدم تعيين من الشكل $+\infty-\infty$

3 $g(x)=\underset{+\infty}{\left(e^x\right)}\left(1-\underset{0}{\left(\frac{x}{e^x}\right)}\right)-1$

3 $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$

3 $g'(x)=e^x-1$

3 $g'(x)=0$ فإن $e^x-1=0$

3 $e^x=1 \Rightarrow \boxed{x=0}$

3 $g(0)=0$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

3

3

3

ونلاحظ أن

3 $g(x)\geq0$ أياً كان $x\in\mathbb{R}$

b) وجدنا أن $g(x)\geq0$

ومنه $e^x-x-1\geq0$

3 $e^x-x\geq1>0$

وبالتالي $e^x-x>0$

أياً كان $x\in\mathbb{R}$.

3 ② a) $f(x)=\dfrac{x}{x\left(\frac{e^x}{x}-1\right)}$

3 $f(x)=\dfrac{1}{\frac{e^x}{x}-1}$

3 $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{e^x}{x}=0$

3 ومنه $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-1$

3 وبالتالي $\boxed{y=-1}$ مستقيم مقارب أفقي للخط C في جوار $-\infty$

3 $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^x}{x}=+\infty$

3 $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$

3 ومنه $\boxed{y=0}$ مستقيم مقارب أفقي للخط C في جوار $+\infty$

b) f مستمرة وقابلة للاشتقاق على $]-\infty,+\infty[$

3 $f'(x)=\dfrac{1(e^x-x)-(e^x-1)x}{(e^x-1)^2}$

3 $f'(x)=\dfrac{e^x-\cancel{x}-xe^x\cancel{+x}}{(e^x-1)^2}$

3 $f'(x)=\dfrac{e^x(1-x)}{(e^x-1)^2}$

3 $f'(x)=0$ عندما $1-x=0$

وبالتالي $\boxed{x=1}$

3 $f(1)=\dfrac{1}{e-1}$

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	-1	$\nearrow$	$\frac{1}{e-1}$	$\searrow$	0

3

3

3

3 c) $y=f'(0)(x-0)+f(0)$

3 $f'(0)=1$, $f(0)=0$

3 $T:\ \boxed{y=x}$

3 d) $f(x)-y_T=\dfrac{x}{e^x-x}-x=\dfrac{x-x(e^x-x)}{e^x-x}$

$f(x)-y_T=\dfrac{x(1-e^x+x)}{e^x-x}=\dfrac{-x.g(x)}{e^x-x}$

3 وجدنا أن $g(x)\geq0$ حيث $g(x)=0$ عندما $x=0$

ووجدنا أن $e^x-x>0$

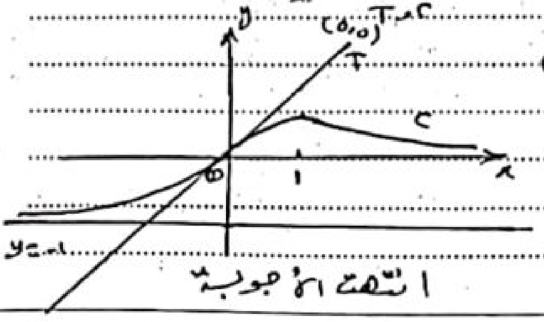
فإشارة $f(x)-y_T$ من إشارة $-x$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f(x)-y_T$		$+$	0	$-$	
الوضع النسبي		C يقع فوق T	$\downarrow$	C يقع تحت T	

3

نقطة مشتركة بين C و T
$(0,0)$

③



2
+
2

100

انتهت الأجوبة

مدارس الأوائل النموذجية الخاصة

مذاكرة الفصل الثاني في مادة الرياضيات

الاسم :.........

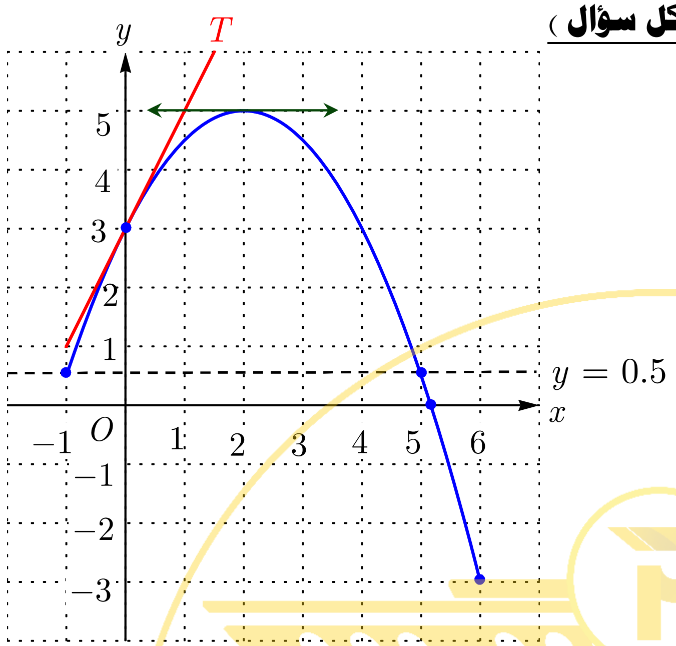
للصف الثالث الثانوي العلمي (2024)

النموذج : B

الدرجة: 600

أولاً : أجب عن الأسئلة الخمسة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول :



ليكن f التابع المعرّف على $[-1,6]$ خطه البياني C_f

ويقبل المماس T في النقطة التي فاصلتها 0

والمرسوم في الشكل المجاور:

❶ دل على القيم الحديّة محلياً مبيّناً نوعها .

❷ ما حلول المتراجحة $f(x) \geq 0.5$ ؟

❸ ما عدد حلول المعادلة $f(x) = 0$ ؟

❹ احسب $f'(0)$ واكتب معادلة المماس T .

❺ ما حلول المتراجحة $f'(x) \geq 0$ ؟

السؤال الثاني:

في معلمٍ متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا المستقيمان d و d' الممثّلان وسيطياً وفق :

$$d : \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2t \\ z = 1 - t \end{cases} : t \in \mathbb{R} \quad \text{و} \quad d' : \begin{cases} x = 1 - \frac{1}{2}t' \\ y = -2 - t' \\ z = 3 + \frac{1}{2}t' \end{cases} : t' \in \mathbb{R}$$

❶ أثبت أنّ المستقيمين d و d' متوازيان وغير منطبقين .

❷ أوجد نقطة A من المستقيم d ونقطة B من المستقيم d' ثمّ تحقّق أنّ الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\vec{u}_d(1,2,-1)$ غير مرتبطين خطياً ثمّ اكتب معادلة المستوي $\mathcal{P}$ المحدّد بالمستقيمين d و d' .

السؤال الثالث :

بكم طريقة يمكننا ترتيب سبع أوراق امتحان حيث ألّا تكون أفضل علامة وأسوأ علامة بجانب بعضهما حيث لا يوجد أي ورقتين تحملان نفس العلامة ؟

السؤال الرابع : أثبت بالتدريج أياً كان العدد الطبيعي $n \geq 2$ صحة الخاصة الآتية : « $5^n \geq 4^n + 3^n$ »

السؤال الخامس: عيّن العدد الطبيعي n الذي يحقّق : $5P_4^n = 6P_5^{n-1}$.

ثانياً : حل التمارين الثلاثة الآتية : (60 درجة للأول و70 للثاني و70 للثالث)

التمرين الأول : صندوق يحوي 5 كرات مرقّمة بالأرقام (1 و 2 و 3 و 4 و 5)

نسحب من الصندوق ثلاث كرات على التتالي مع إعادة الكرة المسحوبة في كل مرة . .

❶ ما عدد النتائج المختلفة للسحب ؟

❷ ما عدد النتائج المختلفة التي تشتمل على ثلاث كرات مجموع أرقامها زوجي ؟

❸ ما عدد النتائج المختلفة التي تشتمل على ثلاث كرات مجموع أرقامها زوجي والكرة المسحوبة ثالثاً تحمل الرقم 3 ؟

يوجد صفحة ثانية يرجى قلب الصفحة

مرين الثاني : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x)=(2+\cos x)e^{1-x}$

❶ (a تحقّق أنّ $f(x)>0$.

(b جِدْ نهاية f عند $-\infty$ و عند $+\infty$.

(c بافتراض أنّ $2+\sin x+\cos x>0$ استنتج جدولاً بتغيرات f .

❷ ليكن h المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق : $h(x)=-1-\dfrac{\sin x}{2+\cos x}$

(a جِدْ التابع الأصلي H للتابع h الذي يحقّق $H(0)=1+\ln 3$.

(b تحقق أنّ $H(x)=\ln(f(x))$ واستنتج جهة اطراد H .

التمرين الثالث: $(u_n)_{n\ge0}$ متتالية معرّفة وفق العلاقة التدريجية : $\begin{cases} u_0=0 \\ u_{n+1}=u_n+3n-7 \end{cases}$

ولنعرّف المتتالية $(v_n)_{n\ge0}$ وفق العلاقة : $v_n=u_{n+1}-u_n$.

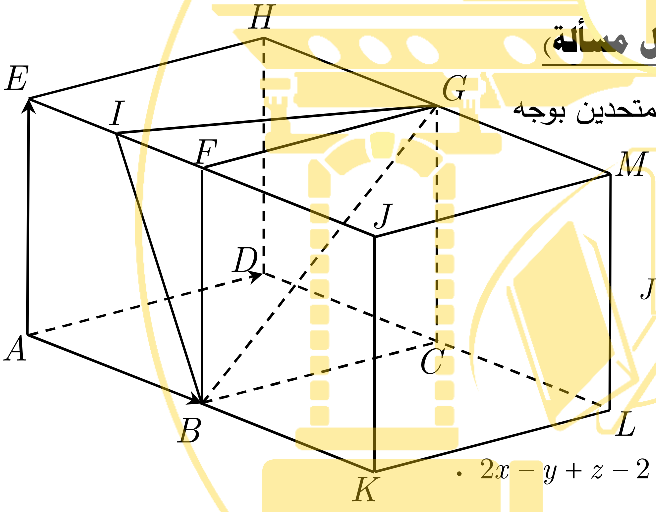
❶ أثبت أنّ المتتالية $(v_n)_{n\ge0}$ حسابية أساسها 3 و $v_0=-7$.

❷ لنعرّف المتتالية $(S_n)_{n\ge0}$ وفق العلاقة : $S_n=v_0+v_1+v_2+\cdots+v_{n-1}$

(a تحقّق أنّ $S_n=u_n-u_0$.

(b بالاستفادة من مجموع حدود متتالية حسابية جِدْ عبارة S_n بدلالة n ثمّ استنتج من الطلب السابق عبارة u_n بدلالة n.

ثالثاً: حل كلاً من المسألتين الآتيتين : (100 درجة لكل مسألة)



المسألة الأولى: $ABCDEFGH$ و $BKLCFJMG$ مكعبين متحدين بوجه

ولتكن I منتصف $[EF]$ كما في الشكل المجاور :

ولنختر معلماً متجانساً $(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE})$

عندئذٍ مثلاً إحداثيات النقاط : $F(1,0,1)$ و $G(1,1,1)$ و $J(2,0,1)$

❶ تحقق أنّ حجم رباعي الوجوه $FIGB$ يساوي $\dfrac{1}{12}$.

❷ تحقّق أنّ الشعاع $\overrightarrow{DJ}$ ناظم على المستوي (BIG)

ثمّ استنتج أنّ المعادلة الديكارتية للمستوي (BIG) هي $2x-y+z-2=0$.

❸ أعطِ تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d المار بالنقطة F والعمودي على المستوي (BIG) .

❹ استنتج أنّ إحداثيات المسقط القائم للنقطة F على المستوي (BIG) هي النقطة L التي إحداثياتها $(\frac{2}{3},\frac{1}{6},\frac{5}{6})$.

❺ احسب FL واستنتج مساحة المثلث IGB .

المسألة الثانية : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق العلاقة : $f(x)=\ln(1+e^{-x})$

❶ أوجد نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه واستنتج معادلة المستقيم المقارب الأفقي لخطّه البياني .

❷ أثبت أنّ التابع $f(x)$ يكتب بالشكل: $f(x)=-x+\ln(e^x+1)$.

ثمّ استنتج معادلة المستقيم المقارب d للخط C في جوار $-\infty$.

❸ ادرس تغيرات f ونظّم جدولاً بها. وارسم d ثم C .

❹ ليكن $a\in\mathbb{R}^*$ بافتراض M_a و N_a نقطتان من الخط C فاصلتاهما a و $-a$ على الترتيب .

(a أثبت أنّ $f(x)-f(-x)=-x$.

(b أثبت أنّ مماس الخط C في النقطة A التي فاصلتها $x=0$ يوازي المستقيم (M_aN_a) .

....انتهت الأسئلة..

أولاً : أجب عن الأسئلة الآتية :

السؤال الأول :

① $f(-1)=\frac{1}{2}$ قيمة صغرى محلياً 4

$f(2)=5$ قيمة كبرى محلياً 4

$f(6)=-3$ قيمة صغرى محلياً 4

② حلول المتراجحة $f(x)\geq 0.5$ هي

$x\in[-1,5]$ 4

③ للمعادلة $f(x)=0$ حل وحيد 4

④ $f'(0)$ تعني ميل المماس للمنحني C في النقطة التي فاصلتها 0 حيث نلاحظ أن هذا المماس يمر بالنقطتين $(0,3)$ و $(1,5)$

$m=\frac{5-3}{1-0}=2$ 4

وبالتالي $f'(0)=2$ 4

$y=f'(0)(x-0)+f(0)$ 4

$y=2(x-0)+3$

$T:\boxed{y=2x+3}$ 4

⑤ حلول المتراجحة $f'(x)\geq 0$ هي

$x\in[-1,2]$ 4

40

السؤال الثاني :

① $\vec{u}_d(1,2,-1)$

$\vec{u}_{d'}(-\frac{1}{2},-1,\frac{1}{2})$ 2

نلاحظ أن $\vec{u}_d=-2\vec{u}_{d'}$ 2

فالشعاعان $\vec{u}_d$ و $\vec{u}_{d'}$ مرتبطان خطياً 2

فالمستقيمان d و d' متوازيان

نفرض أن $t=0$ فيكون $A(3,0,1)\in d$ 2

لنتحقق في d'

$$\begin{cases} 3=1-\frac{1}{2}t' & (1)\\ 0=-2-t' & (2)\\ 1=3+\frac{1}{2}t' & (3)\end{cases}$$ 2

من (1) نجد أن $-\frac{1}{2}t'=2$

$t'=-4$ 2

من (2) نجد $t'=-2$

$-4\neq-2$ 2

ومنه: $A(3,0,1)\notin d'$ 2

فالمستقيمان d و d' متوازيان وغير منطبقين 2

② وجدنا أن $A(3,0,1)\in d$

نفرض $t'=0$ نجد

$$\begin{cases} x=1\\ y=-2\\ z=3\end{cases}$$

وبالتالي $B(1,-2,3)\in d'$ 2

$$\left.\begin{array}{l}\vec{AB}(-2,-2,2)\\ \vec{u}_d(1,2,-1)\end{array}\right\}$$ 2

نلاحظ أن الشعاعين $\vec{AB}$ و $\vec{u}_d$ غير مرتبطين خطياً لأن مركباتهما غير متناسبة $\frac{-2}{1}\neq\frac{-2}{2}$ 2

شعاعا توجيه المستوي P هما $\vec{AB}$ و $\vec{u}_d$

نفرض $\vec{n}(a,b,c)$ ناظم على المستوي P.

ومنه $\vec{n}\cdot\vec{AB}=0$ و $\vec{n}\cdot\vec{u}_d=0$

2+2 $\boxed{-2a-2b+2c=0}$ ① | $\boxed{a+2b-c=0}$ ②

نفرض قيمة اختيارية $c\neq0$ مثل $c=1$ 2

$$\begin{cases} -2a-2b=-2 & (1)\\ a+2b=1 & (2)\end{cases}$$ 2

نجمع (1) و(2) نجد أن:

$-a = -1$

$\boxed{a = 1}$ 2

نعوض في (2):

$1 + 2b = 1 \Rightarrow \boxed{b = 0}$ 2

وبالتالي: $\vec{n}(1, 0, 1)$

$P: \begin{cases} A(3,0,1) \\ \vec{n}(1,0,1) \end{cases}$

$1(x-3) + 0(y-0) + 1(z-1) = 0$ 2

$x - 3 + z - 1 = 0$

$P: \boxed{x + z - 4 = 0}$ 2

40

السؤال الثالث:

$7! - 6! \times 2!$ 10×3

$= 7 \times 6! - 6! \times 2$

$= 6!(7-2) = 6!(5)$ 5

$= 720 \times 5$

$= 3600$ 5

الشرح:

حيث 7! تدل على عدد طرق ترتيب [illegible] الأشخاص السبعة دون شروط.

ثم يجب أن نجد عدد طرق وضع الورقتين اللتين تحملان أسماء عددية أو مغلفات عددية بجانب بعضهما البعض:

فنعتبرهما ورقة واحدة

فيصبح لدينا 6 أوراق يتم ترتيبهم بـ 6! طريقة

وبما أن الورقتين المتجاورتين يتم تبديلهم بـ 2! طريقة

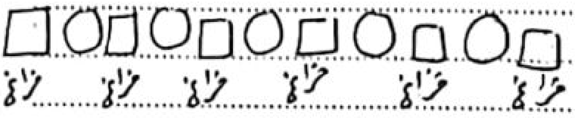
فيكون عدد طرق وضع الورقتين بجانب بعضهما هو 6!×2!

فيكون عدد الطرق المطلوبة: 7! - 6!×2!

40

طريقة (2):

نرتب أولاً الأوراق الخمسة المتبقية وذلك بـ 5! طريقة 2



2

فيصبح لدينا 6 فراغات لنضع بهم الورقتين اللتين تحملان أ... أو ... عددية

فيتم ذلك وفقه P_6^2 2

ومنه:

عدد الطرق $= 5! \times P_6^2$ 2

$= 120 \times 6 \times 5$

$= 120 \times 30 = 3600$

السؤال الرابع:

الخاصة المطلوب إثباتها هي:

4 $E(n): « 5^n \geq 4^n + 3^n »$

والمطلوب إثبات صحة هذه الخاصة أياً كان العدد الطبيعي $n \geq 2$

(I) الخاصة $E(2)$ صحيحة لأن:

4 $5^2 \geq 4^2 + 3^2$

4 $25 \geq 16 + 9$

محققة $25 \geq 25$

4 (II) لنفترض أن الخاصة $E(n)$ صحيحة

4 ولنثبت صحة الخاصة $E(n+1)$

$E(n+1): « 5^{n+1} \geq 4^{n+1} + 3^{n+1} »$

لدينا فرضاً الخاصة $E(n)$ صحيحة ومنه

4 $5^n \geq 4^n + 3^n$

نضرب الطرفين بـ 5:

4+4 $5^{n+1} \geq 5 \times 4^n + 5 \times 3^n \geq 4 \times 4^n + 3 \times 3^n$

4 $5^{n+1} \geq 4^{n+1} + 3^{n+1}$

4 فإن صحة $E(n)$ اقتضت صحة $E(n)$

40 فإن صحة $E(n)$ صحيحة أياً كان العدد الطبيعي $n \geq 2$

السؤال الخامس :

$5\, P_4^{n} = 6\, P_5^{n-1}$

شرط الحل :

$4 \geq n \geq 0$ و $5 \geq n-1 \geq 0$

$4 \geq n \geq 0$ و $6 \geq n \geq 1$

ومنه $n \in \{2,3,4\}$ شرط الحل 5

$5 \cdot \frac{4!}{(4-n)!} = 6 \cdot \frac{5!}{(6-n)!}$ 5

$5 \cdot \frac{4!}{(4-n)!} = 6 \cdot \frac{5 \times 4!}{(6-n)(5-n)(4-n)!}$ 5

$1 = \frac{6}{(6-n)(5-n)}$ 5

$(6-n)(5-n) = 6$

$30 - 11n + n^2 = 6$ 5

$n^2 - 11n + 24 = 0$

$(n-8)(n-3) = 0$ 5

إما $n-8=0 \Rightarrow n=8$ مرفوض 5

أو $n-3=0 \Rightarrow \boxed{n=3}$ مقبول 5

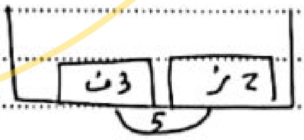
40

ثانياً: حل التمارين الثلاثة الآتية :

التمرين الأول :

① $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ 10

②



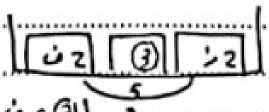
السحب 3 كرات على التتالي مع إعادة

{ 3x(ز، ف، ف) ، (ز، ز، ز) }

$2 \times 2 \times 2 + 3 \times 3 \times 2 \times 3$ 10+10

$8 + 54 = 62$ 5+5+5

③



{ (ز، 3ف، ③) ×2 }

$2 \times 3 \times 1 \times 2 = 12$ 10+5

60

التمرين الثاني :

$f(x) = (2+\cos x)\, e^{1-x}$

① a) $e^{1-x} > 0$ 3

$-1 \leq \cos x \leq 1$

$1 \leq 2+\cos x \leq 3$ 3

ومنه $2+\cos x > 0$

وبالتالي $f(x) > 0$

b) $1 \leq 2+\cos x \leq 3$

نضرب طرفي المتراجحة بـ $0 < e^{1-x}$ 3

$e^{1-x} \leq f(x) \leq 3e^{1-x}$ 3

عند $+\infty$:

$\lim_{x\to+\infty} e^{1-x} = 0$ ، $\lim_{x\to+\infty} 3e^{1-x} = 0$ 3

فاستناداً إلى مبرهنة الإحاطة (1) نجد أنّ

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$ 3

عند $-\infty$: $e^{1-x} \leq f(x)$ 3

لكن $\lim_{x\to-\infty} e^{1-x} = +\infty$ 3

فاستناداً إلى مبرهنة المقارنة في اللانهاية

نجد : $\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$ 3

c) f اشتقاقي على IR

$f'(x) = -\sin x\, e^{1-x} + -e^{1-x}(2+\cos x)$ 3

$f'(x) = e^{1-x}(-\sin x - \cos x - 2)$ 3

لدينا أيضاً $2+\sin x+\cos x > 0$

ومنه $-2-\sin x-\cos x < 0$ 3

وبالتالي :

$f'(x) < 0$ 3

	x	$-\infty$	$+\infty$
3	$f'(x)$	$-$	
3	$f(x)$	$+\infty$ ↘	0

② $h(x) = -1 - \frac{\sin x}{2+\cos x}$

a) $h(x) = -1 + \frac{-\sin x}{2+\cos x}$

3 $H(x) = -x + \ln(2+\cos x) + K$

الشرط: $H(0) = 1 + \ln 3$

3 $0 + \ln 3 + K = 1 + \ln 3$

3 $\boxed{K = 1}$

فالتابع H الذي يحقق الشرط المطلوب

3 $H(x) = -x + \ln(2+\cos x) + 1$

b) $\ln(f(x)) = \ln((2+\cos x)\, e^{1-x})$

$= \ln(2+\cos x) + \ln e^{1-x}$

3 $= \ln(2+\cos x) + 1 - x = H(x)$

$H(x) = \ln(f(x))$

H اشتقاقي في IR

3 $H'(x) = \frac{f'(x)}{f(x)} < 0$

3 لأن: $f(x) > 0$ و $f'(x) < 0$

4 ومنه H متناقص تماماً على IR

70

التمرين الثالث:

$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = u_n + 3n - 7 \end{cases}$$

$v_n = u_{n+1} - u_n$

5 ① $v_n = 3n - 7$

5 $v_{n+1} - v_n = (3(n+1) - 7) - (3n - 7)$

$v_{n+1} - v_n = \cancel{3n} + 3 - \cancel{7} - \cancel{3n} + \cancel{7}$

5 $v_{n+1} - v_n = 3 = r$

5 فالمتتالية $(v_n)_{n \geq 0}$ حسابية أساسها $r = 3$

5 $v_0 = 3(0) - 7 = -7$

② $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1}$

5 a) $S_n = (\cancel{u_1} - u_0) + (\cancel{u_2} - \cancel{u_1}) + (\cancel{u_3} - \cancel{u_2}) + \cancel{\dots} \dots \cancel{\ } + (u_n - \cancel{u_{n-1}})$

5 $S_n = -u_0 + u_n$

5 b) $S_n = \frac{n}{2}(v_0 + v_{n-1})$

5 $S_n = \frac{n}{2}(-7 + 3(n-1) - 7)$

5 $S_n = \frac{n}{2}(-7 + 3n - 3 - 7)$

5 $\boxed{S_n = \frac{n}{2}(3n - 17)}$

ووجدنا أن $S_n = -u_0 + u_n$

5 $u_n = S_n + u_0$

5 $u_n = S_n + u_0$

5 $\boxed{u_n = \frac{n}{2}(3n - 17)}$

70

ثالثاً: حل كلاً من المسألتين الآتيتين:

المسألة الأولى:

① 4 $v(FIGB) = \frac{1}{3} S(FBG) \times h$

4 حيث $h = FI = \frac{1}{2}$

4 $S(FBG) = \frac{1}{2}(1)(1) = \frac{1}{2}$

4 $v(FIGB) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$

② 4 $\left.\begin{matrix} D(0,1,0) \\ J(2,0,1) \end{matrix}\right\}$

4 $\overrightarrow{DJ}(2,-1,1)$

$I(\frac{1}{2},0,1)$ ، $B(1,0,0)$

$G(1,1,1)$

4 $\overrightarrow{IB}(\frac{1}{2},0,-1)$

4 $\overrightarrow{IG}(\frac{1}{2},1,0)$

وهما شعاعا توجيه المستوي (BIG)

4 $\overrightarrow{DJ} \cdot \overrightarrow{IB} = 1 + 0 + (-1) = 0$

4 ومنه $\overrightarrow{DJ}$ يعامد $\overrightarrow{IB}$ ...(1)

4 $\overrightarrow{DJ} \cdot \overrightarrow{IG} = 1 - 1 + 0 = 0$

4 ومنه $\overrightarrow{DJ}$ يعامد $\overrightarrow{IG}$ ...(2)

4 من (1) و (2) نستنتج أن الشعاع $\overrightarrow{DJ}$ ناظم على المستوي (BIG)

$(BIG): \begin{cases} B(1,0,0) \\ \vec{n} = \overrightarrow{DJ}(2,-1,1) \end{cases}$

$2(x-1) - 1(y-0) + 1(z-0) = 0$

$2x - 2 - y + z = 0$

4 $\boxed{2x - y + z - 2 = 0}$

③ $d: \begin{cases} F(1,0,1) \\ \vec{u}_d = \overrightarrow{DJ} = (2,-1,1) \end{cases}$

4 $d: \begin{cases} x = 2t + 1 \\ y = -t \\ z = t + 1 \end{cases} ; t \in \mathbb{R}$

④ L هي المسقط القائم للنقطة F على المستوي (BIG)

ومنه L هي نقطة تقاطع المستقيم d مع المستوي (BIG)

نعوض المعادلات الوسيطية للمستقيم d في معادلة المستوي (BIG)

4 $2(2t+1) - (-t) + t + 1 - 2 = 0$

$4t + 2 + t + t - 1 = 0$

$6t = -1$

4 $\boxed{t = -\frac{1}{6}}$

4 $\begin{cases} x = -\frac{1}{3} + 1 = \frac{2}{3} \\ y = \frac{1}{6} \\ z = -\frac{1}{6} + 1 = \frac{5}{6} \end{cases}$

4 ومنه $L(\frac{2}{3}, \frac{1}{6}, \frac{5}{6})$

⑤ 4 $FL = \sqrt{(1-\frac{2}{3})^2 + (0-\frac{1}{6})^2 + (1-\frac{5}{6})^2}$

4 $FL = \sqrt{\frac{1}{9} + \frac{1}{36} + \frac{1}{36}}$

4 $FL = \sqrt{\frac{1}{6}} = \frac{1}{\sqrt{6}}$

4 $v(FIGB) = v(I-FBG)$

4 $\frac{1}{3} S(IGB) \cdot \frac{1}{\sqrt{6}} = \frac{1}{12}$

4 $S(IGB) = \frac{3\sqrt{6}}{12} = \frac{\sqrt{6}}{4}$

100

المسألة الثانية:

$f(x) = \ln(1+e^{-x})$

① f معرفة ومستمرة واشتقاقية على $]-\infty, +\infty[$

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$

ومنه $\boxed{y=0}$ مستقيم مقارب أفقي للخط C في جوار $+\infty$

② $f(x) = \ln(e^{-x}(e^{x}+1))$

$= \ln(e^{-x}) + \ln(e^{x}+1)$

$f(x) = -x + \ln(e^{x}+1)$

نفرض: $d: y = -x$

$f(x) - y = \ln(e^{x}+1)$

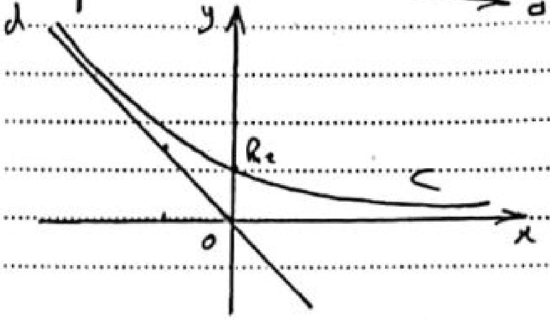
$\lim_{x\to-\infty} (f(x) - y) = 0$

ومنه المستقيم d الذي معادلته $y=-x$ مقارب مائل للخط C في جوار $-\infty$

③ f معرفة ومستمرة واشتقاقية على $]-\infty, +\infty[$

$f'(x) = \dfrac{-e^{-x}}{1+e^{-x}} < 0$

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	
$f(x)$	$+\infty$ ↘	0



④ a) $f(x) + f(-x) =$

$-x + \ln(\cancel{e^{x}+1}) + \ln(\cancel{1+e^{x}})$

$f(x) + f(-x) = -x$

b) $m_{\text{عند } A} = f'(0) = -\frac{1}{2}$

$M_a(a, f(a))$

$N_a(-a, f(-a))$

$m_{(M_aN_a)} = \dfrac{f(a) - f(-a)}{a-(-a)}$

$= \dfrac{-a}{2a} = -\frac{1}{2}$

ومنه:

$m_{\text{عند } A} = m_{(M_aN_a)}$

المماس للخط C في النقطة A يوازي المستقيم (M_aN_a)

١٧٥

انتهت الأجوبة

مدارس الأوائل النموذجية الخاصة

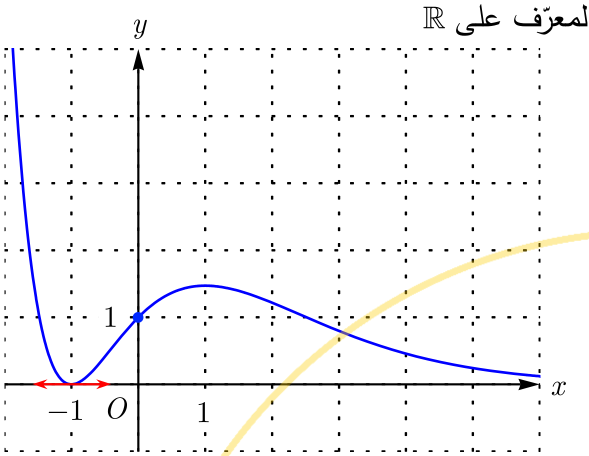
مذاكرة الفصل الثاني في مادة الرياضيات

الاسم :.........

للصف الثالث الثانوي العلمي (2024)   النموذج : D الدرجة: 600

أولاً : أجب عن الأسئلة الخمسة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : ليكن C الخط البياني للتابع f المرسوم جانباً و المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x)=(ax^2+bx+c)e^{-x}$ حيث a و b و c ثوابت حقيقية ,



❶ بالاستفادة من الشكل عيّن الثوابت a و b و c.

❷ أكمل جدول تغيرات التابع f الآتي :

x	$-\infty$		-1		$\cdots$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	
$f(x)$	$\cdots$	↘	$\cdots$	↗	$\cdots$	↘	$\cdots$

❸ ما مجموعة تعريف التابع $g:x\mapsto \ln(f(x))$ ؟

السؤال الثاني: في الفراغ المنسوب إلى معلمٍ متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ليكن المستقيمان d و d' الممثّلان وسيطياً وفق :

$$d:\begin{cases} x=3t \\ y=2t \\ z=1-t \end{cases} : t\in\mathbb{R} \quad \text{و} \quad d':\begin{cases} x=1-\frac{1}{2}t' \\ y=-2-t' \\ z=3+\frac{1}{2}t' \end{cases} : t'\in\mathbb{R}$$

أثبت أنّ المستقيمين d و d' لايقعان في مستوٍ واحد .

السؤال الثالث :

حل المعادلة التفاضلية: $2y'+3y-2=0$ حيث ميل المماس في النقطة التي فاصلتها 0 للخط البياني للحل يساوي -2 .

السؤال الرابع: يوزّع أحد الملوك في العصر القديم على وزرائه ليرات ذهبية على النحو الآتي :

يعطي للوزير الأوّل 5 ليرات ذهبية ويعطي للوزير الثاني ضعف الوزير الأول ناقص ليرتين

ويعطي للوزير الثالث ضعف الوزير الثاني ناقص ثلاث ليرات ....وهكذا

بفرض a_n يمثّل عدد الليرات الذهبية المعطاة للوزير n فذلك يعرّف متتالية $(a_n)_{n\geq1}$ معرّفة وفق العلاقة التدريجية :

$$\begin{cases} a_1=5 \\ a_{n+1}=2a_n-(n+1) \end{cases}$$

أثبت بالتدريج أنّه أياً كان العدد الطبيعي $n\geq1$ كان $a_n=2^n+n+2$

السؤال الخامس: لدينا مجموعة الأرقام $\Omega=\{0,1,2,3\}$

❶ ما عدد المجموعات الجزئية المكوّنة من عنصرين التي يمكننا تشكيلها من عناصر المجموعة Ω ؟

❷ ما عدد المجموعات الجزئية التي يمكننا تشكيلها من عناصر المجموعة Ω ؟

❸ ما عدد الأعداد الفردية الأقل من 400 التي يمكن تشكيلها من عناصر Ω (يسمح بتكرار الرقم في الخانات) ؟

ثانياً : حل التمارين الثلاثة الآتية : (50 درجة للأول و 80 للثاني و 70 للثالث)

التمرين الأول : ليكن f تابعاً معرّفاً على $]0,+\infty[$ وفق العلاقة : $f(x)=x^{\frac{1}{x}}$

❶ احسب $f'(x)$ و $f(1)$ و $f'(1)$ ثمّ استنتج $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^{\frac{1}{x}}-1}{x-1}$.

❷ احسب قيمة تقريبية لِ $f(0.8)$ باستخدام التقريب التآلفي المحلي .

يوجد صفحة ثانية يرجى قلب الصفحة

التمرين الثاني : لتكن المتتالية $(u_n)_{n\ge0}$ المعرّفة وفق العلاقة التدريجية :
$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \dfrac{-u_n - 4}{u_n + 3} \end{cases}$$

❶ أثبت أنّ التابع f المعرّف على المجال $]-3,+\infty[$ وفق العلاقة : $f(x) = \dfrac{-x-4}{x+3}$ متزايد تماماً .

❷ أثبت بالتدريج أياً كان العدد الطبيعي n : $-2 < u_{n+1} \le u_n$ ثمّ استنتج جهة اطراد المتتالية $(u_n)_{n\ge0}$.

❸ لنعرّف المتتالية $(v_n)_{n\ge0}$ وفق العلاقة : $v_n = \dfrac{1}{u_n + 2}$

a) أثبت أنّ المتتالية $(v_n)_{n\ge0}$ حسابية وعيّن أساسها .

b) اكتب عبارة v_n بدلالة n ثمّ استنتج عبارة u_n بدلالة n .

التمرين الثالث : في امتحانٍ ما يجب على الطالب الإجابة عن 10 أسئلة من مجموعتين A و B

حيث يستطيع أن يختار أربعة أسئلة على الأقل من القسم A وكذلك من القسم B .

حيث القسم A يضم 6 أسئلة والقسم B يضم 7 أسئلة . بكم طريقة يمكنه أن يختار الأسئلة ؟

ثالثاً: حل كلاً من المسألتين الآتيتين : (100درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى : في الفراغ المنسوب إلى معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

لتكن النقطة $A(1,1,0)$ والشعاع $\vec{u}(0,2,-1)$ والمستوي $\mathcal{P}$ الذي معادلته : $x + 4y + 2z + 1 = 0$

❶ أعطِ تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d المار بالنقطة A ويقبل $\vec{u}$ شعاعاً موجهاً له .

❷ تحقّق أنّ المستقيم d والمستوي $\mathcal{P}$ متقاطعان في النقطة B التي إحداثياتها $(1,-1,1)$.

❸ لتكن النقطة $C(1,-1,-1)$:

a) تحقّق أنّ النقاط A و B و C لا تقع على استقامةٍ واحدة .

b) تحقّق أنّ $\vec{n}(1,0,0)$ ناظم على المستوي (ABC) .

c) اكتب المعادلة الديكارتية للمستوي (ABC) .

❹ a) تحقّق أنّ المثلث ABC متساوي الساقين رأسه A .

b) لتكن النقطة H منتصف $[BC]$ احسب AH ثمّ استنتج مساحة المثلث ABC .

❺ لتكن النقطة $D(0,-1,1)$

a) تحقّق أنّ $[BD]$ هو ارتفاع في رباعي الوجوه $ABCD$.

b) استنتج حجم رباعي الوجوه $ABCD$.

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x) = \ln(e^{x} + e^{-x})$.

❶ أثبت أنّ f تابعٌ زوجي , واستنتج الصفة التناظرية لخطّه البياني .

❷ أثبت أنّ $f(x)$ يكتب بالشكل : $f(x) = x + \ln(1 + e^{-2x})$.

ثمّ تحقّق أنّ المستقيم Δ الذي معادلته $y = x$ مقاربٌ للخط C في جوار $+\infty$. وادرس وضع C بالنسبة إلى Δ .

❸ ادرس تغيرات التابع f على المجال $[0,+\infty[$. ونظّم جدولاً بها . ثمّ ارسم C على $\mathbb{R}$.

❹ استنتج رسم الخط البياني C_1 للتابع f_1 المعيّن بالعلاقة : $f_1(x) = \ln(e^{x+1} + e^{-x+1})$ من الخط البياني C للتابع f .

....انتهت الأسئلة..

سلم تصحيح - المذاكرة الثانية - شتاء 2024   مادة الرياضيات

أولاً: أجب عن الأسئلة الخمسة الآتية:

السؤال الأول:

$f(x) = (ax^2 + bx + c)\, e^{-x}$

2 ① $f(0) = 1$

2 $c\, e^{0} = 1$

2 $\boxed{c = 1}$ ①

2 $f(-1) = 0$

2 $(a(-1)^2 + b(-1) + c)\, e = 0$

2 $\boxed{a - b + c = 0}$ ②

2 $f'(-1) = 0$

2 $f'(x) = (2ax + b)\, e^{-x} - e^{-x}(ax^2 + bx + c)$

$f'(x) = e^{-x}(2ax + b - ax^2 - bx - c)$

2 $f'(x) = e^{-x}(-ax^2 + (2a - b)x + b - c)$

لدينا $f'(-1) = 0$

2 $e(-a - (2a - b) + b - c) = 0$

$-a - 2a + b + b - c = 0$

2 $\boxed{-3a + 2b - c = 0}$ ③

نعوض 1) في 2) و 3) فنجد

2 $\times 2 \begin{cases} a - b = -1 \\ -3a + 2b = 1 \end{cases}$

$\begin{cases} 2a - 2b = -2 \\ -3a + 2b = 1 \end{cases}$

2 بالجمع: $-a = -1$

$\boxed{a = 1}$

2 نعوض $1 - b = -1$

$\boxed{b = 2}$

فالتابع المطلوب هو

2 $f(x) = (x^2 + 2x + 1)\, e^{-x}$

$\boxed{f(x) = (x+1)^2 e^{-x}}$

②

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
2 $f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
2 $f(x)$	$+\infty$	↘	0	↗	$\frac{4}{e}$	↘	0

2 (بجانب سطر x)

③ $g(x) = \ln(f(x))$

2 ومعرف عندما يكون

$f(x) > 0$

2 وهذا محقق ب $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$,

40 السؤال الثاني:

4 $\vec{u}_d \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \vec{u}_{d'} \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ -1 \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$

نلاحظ أن الشعاعين $\vec{u}_d$, $\vec{u}_{d'}$

4 غير مرتبطين خطياً لأن مركباتهما

غير متناسبة $\frac{3}{-\frac{1}{2}} \neq \frac{2}{-1}$

4 فالمستقيمان إما أن يكونا متقاطعين

أو متخالفين

لمعرفة ذلك نحل الجملة:

4 $\begin{cases} 3t = 1 - \frac{1}{2}t' \\ 2t = -2 - t' \\ 1 - t = 3 + \frac{1}{2}t' \end{cases}$

4 $\begin{cases} 3t + \frac{1}{2}t' = 1 & (1) \\ 2t + t' = -2 & (2) \\ -t - \frac{1}{2}t' = 2 & (3) \end{cases}$

4 لنأخذ المعادلتين (1),(3) بالجمع نجد:

4 $2t = 3$

$\boxed{t = \frac{3}{2}}$

نعوض في (1) فنجد

$\frac{9}{2} + \frac{1}{2}t' = 1$

$\frac{1}{2}t' = 1 - \frac{9}{2}$

4 $\frac{1}{2}t' = -\frac{7}{2}$

$\boxed{t' = -7}$

نتحقق بالتعويض في المعادلة (2)

4 $2(\frac{3}{2}) - 7 \overset{?}{=} -2$

$3 - 7 \overset{?}{=} -2$

$-4 \neq -2$

معادلة غير محققة

4 فالمستقيمان d و d' لا يشتركان بأية نقطة وهما غير متوازيين منهما مستقيمان متخالفان أي لا يقعان في مستوٍ واحد

40

السؤال الثالث:

$2y' + 3y - 2 = 0$

4 $2y' = -3y + 2$

4 $y' = -\frac{3}{2} y + 1$

4 $y = k e^{-\frac{3}{2}x} - \frac{1}{-\frac{3}{2}}$

4 $y = k e^{-\frac{3}{2}x} + \frac{2}{3} : k \in \mathbb{R}$

4 $f(x) = k e^{-\frac{3}{2}x} + \frac{2}{3}$

4 $f'(x) = -\frac{3}{2} k e^{-\frac{3}{2}x}$

4 الشرط : $f'(0) = -2$

4 $-\frac{3}{2} k = -2$

4 $\boxed{k = \frac{4}{3}}$

فالحل الذي يحقق الشرط المعطى هو

4 $\boxed{y = \frac{4}{3} e^{-\frac{3}{2}x} + \frac{2}{3}}$

40

السؤال الرابع:

$$\begin{cases} a_1 = 5 \\ a_{n+1} = 2a_n - (n+1) \end{cases}$$

الخاصة المطلوب إثباتها هي:

4 $E(n) : « a_n = 2^n + n + 2 »$

نريد إثبات صحة هذه الخاصة أياً كان العدد الطبيعي $n \geq 1$

(I) الخاصة $E(1)$ صحيحة لأنّ

4 $E(1) : « a_1 = 2 + 1 + 2 = 5 »$

محققة

4 (II) لنفترض أنّ الخاصة $E(n)$ صحيحة

ولنثبت صحة الخاصة $E(n+1)$

4 $E(n+1) : « a_{n+1} = 2^{n+1} + n + 3 »$

4 لدينا $a_{n+1} = 2a_n - (n+1)$

ولدينا الخاصة $E(n)$ صحيحة أي

4 $a_n = 2^n + n + 2$

لنعوض

4 $a_{n+1} = 2(2^n + n + 2) - (n+1)$

4 $a_{n+1} = 2^{n+1} + 2n + 4 - n - 1$

4 $a_{n+1} = 2^{n+1} + n + 3$

4 فالخاصة $E(n+1)$ صحيحة اعتماداً على صحة $E(n)$

فالخاصة $E(n)$ صحيحة أياً كان العدد الطبيعي $n \geq 1$.

40

السؤال الخامس:

$\Omega = \{0, 1, 2, 3\}$

① $\binom{4}{2} = 6$ 10 5

② $2^4 = 16$ 10 5

③

$4 \times 4 \times 2$ 5

$= 32$ عدد 5

ثانياً: حل التمارين الثلاثة الآتية: 40

التمرين الأول:

$f(x) = x^{\frac{1}{x}}$

① $f(x) = e^{\frac{1}{x}\ln x}$ 5

$f(x) = e^{\frac{\ln x}{x}}$

f اشتقاقي على $]0,+\infty[$ 5

$f'(x) = \frac{\frac{1}{x}\cdot x - 1\ln x}{x^2} e^{\frac{\ln x}{x}}$ 5

$f'(x) = \frac{1-\ln x}{x^2} e^{\frac{\ln x}{x}}$

$f'(x) = \frac{1-\ln x}{x^2} x^{\frac{1}{x}}$ 5

$f(1) = 1$ 5

$f'(1) = 1$ 5

ولما كان f اشتقاقياً عند $x=1$ كان:

$\lim_{x\to 1} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} = f'(1)$ 5

$\lim_{x\to 1} \frac{x^{\frac{1}{x}}-1}{x-1} = 1$ 5

② $f(a+h) \approx f'(a).h + f(a)$

$a = 1, h = -0.2$

5 $f(1+(-0.2)) \approx f'(1)(-0.2) + f(1)$

$f(0.8) \approx 1(-0.2)+1$

5 $f(0.8) \approx 0.8$

التمرين الثاني: 50

$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \frac{-u_n - 4}{u_n + 3} \end{cases}$$

3 ① f اشتقاقي على $]-3,+\infty[$

3 $f'(x) = \frac{-1(x+3)-1(-x-4)}{(x+3)^2}$

3 $f'(x) = \frac{-x-3+x+4}{(x+3)^2}$

3 $f'(x) = \frac{1}{(x+3)^2} > 0$

3 ومنه f متزايد تماماً على $]-3,+\infty[$

② الخاصة المطلوب إثباتها هي:

3 $E(n)$: « $-2 < u_{n+1} \le u_n$ »

ونريد إثبات صحة هذه الخاصة أياً كان العدد الطبيعي $n \ge 0$

(I) إثبات صحة $E(0)$ صحيحة: أي

3 $-2 < u_1 = -\frac{4}{3} \le 0$

محققة

3 (II) لنفترض أن الخاصة $E(n)$ صحيحة

ولنثبت صحة الخاصة $E(n+1)$

3 $E(n+1)$: « $-2 < u_{n+2} \le u_{n+1}$ »

لنفترض أن $E(n)$ صحيحة

أي: $-2 < u_{n+1} \le u_n$ 3

وبما أن: f متزايدة تماماً على $]-3,+\infty[$

نجد:

$f(-2) < f(u_{n+1}) \le f(u_n)$ 3

$-2 < u_{n+2} \le u_{n+1}$ 3

إذاً صحة $E(n+1)$ صحيحة اعتماداً على صحة $E(n)$ 3

فإذاً صحة $E(n)$ صحيحة أياً كان العدد الطبيعي $n \ge 0$.

لقد أثبتنا أن

$u_{n+1} \le u_n$ أياً كان العدد الصحيح n 3

فالمتتالية $(u_n)_{n\ge0}$ متناقصة. 3

③ $v_n = \frac{1}{u_n+2}$

a) $v_{n+1} - v_n = \frac{1}{u_{n+1}+2} - \frac{1}{u_n+2}$ 3

$= \frac{1}{\frac{-u_n-4}{u_n+3}+2} - \frac{1}{u_n+2}$ 3

$= \frac{u_n+3}{-u_n-4+2u_n+6} - \frac{1}{u_n+2}$

$= \frac{u_n+3}{u_n+2} - \frac{1}{u_n+2}$ 3

$= \frac{u_n+3-1}{u_n+2}$

$= \frac{u_n+2}{u_n+2} = 1 = r$ 3

فالمتتالية $(v_n)_{n\ge0}$ حسابية أساسها $r=1$ 3

b) $v_n = v_0 + nr$ 3

$v_0 = \frac{1}{u_0+2} = \frac{1}{2}$ 3

$\boxed{v_n = \frac{1}{2} + n}$ 3

استنتاج u_n بدلالة n

$v_n = \frac{1}{u_n+2}$ 3

$u_n + 2 = \frac{1}{v_n}$ 2

$u_n = -2 + \frac{1}{v_n}$ 2

$u_n = -2 + \frac{1}{\frac{1}{2}+n}$ 2

$\boxed{u_n = -2 + \frac{2}{1+2n}}$ 2

80

التمرين الثالث:

10×3 $\binom{6}{4}\binom{7}{6} + \binom{7}{4}\binom{6}{6} + \binom{6}{5}\binom{7}{5}$

10×3 $= \binom{6}{2}\binom{7}{1} + \binom{7}{3}(1) + \binom{6}{1}\binom{7}{2}$

$= 15 \times 7 + 35 + 6 \times 21$

5 $= 105 + 35 + 126$

5 $= 266$ طريقة

70

ثالثاً : حل كلاً من المسائل الآتية :

① $d:\begin{cases} A(1,1,0) \\ \vec{u}(0,2,-1) \end{cases}$

4 $d:\begin{cases} x=1 \\ y=2t+1 \quad : t\in\mathbb{R} \\ z=-t \end{cases}$

② بالحل المشترك للمستقيم d مع المستوي P نجد

4 $1+4(2t+1)+2(-t)+1=0$

$1+8t+4-2t+1=0$

$6t+6=0$

4 $\boxed{t=-1}$

فالمستقيم d يقطع المستوي P في النقطة المرافقة لـ $t=-1$

$\begin{cases} x=1 \\ y=-2+1=-1 \\ z=-(-1)=1 \end{cases}$

4 نقطة التقاطع $B(1,-1,1)$

③ a) 4 $\vec{AB}(0,-2,1)$

4 $\vec{AC}(0,-2,-1)$

نلاحظ أن الشعاعين $\vec{AB}$ و $\vec{AC}$ غير مرتبطين خطياً لأن مركباتهما غير متناسبة 4 $\frac{-2}{-2}\neq\frac{1}{-1}$

4 فالنقاط A و B و C لا تقع على استقامة واحدة

b) $\vec{n}(1,0,0)$

4 $\vec{n}\cdot\vec{AB}=0+0+0=0$

4 ومنه $\vec{n}$ يعامد $\vec{AB}$ ....(1)

4 $\vec{n}\cdot\vec{AC}=0+0+0=0$

4 ومنه $\vec{n}$ يعامد $\vec{AC}$ ....(2)

4 من (1) و (2) نجد أن $\vec{n}$ ناظم على المستوي (ABC)

c) $(ABC):\begin{cases} A(1,1,0) \\ \vec{n}(1,0,0) \end{cases}$

$1(x-1)=0$

4 $(ABC): \boxed{x=1}$

④ a) 4 $AB=\|\vec{AB}\|=\sqrt{4+1}=\sqrt{5}$

4 $AC=\|\vec{AC}\|=\sqrt{4+1}=\sqrt{5}$

4 ومنه $AB=AC$

فالمثلث ABC متساوي الساقين رأسه A

b) 4 H منتصف [BC]

$H(1,-1,0)$

$AH=\sqrt{(1-1)^2+(1+1)^2+(0-0)^2}$

4 $\boxed{AH=2}$ وهو ارتفاع نازل من الرأس A في مثلث متساوي الساقين

$BC=\sqrt{(1-1)^2+(-1+1)^2+(1+1)^2}$

4 $\boxed{BC=2}$

$S(ABC)=\frac{1}{2}BC\cdot AH$

4 $S(ABC)=\frac{1}{2}(2)(2)=2$

⑤ $D(0,-1,1)$

a) $\vec{BD}(-1,0,0)$

4 $\vec{BD}=-\vec{n}$

أي الشعاعان $\vec{BD}$ و $\vec{n}$ مرتبطان خطياً

4 ومنه [BD] هو ارتفاع في الهرم الثلاثي ABCD

4 $h=BD=\sqrt{1+0+0}=1$

2 $V(ABCD)=\frac{1}{3}S(ABC)\cdot BD$

$=\frac{1}{3}(2)(1)$

2 $=\frac{2}{3}$

100

المسألة الثانية:

$f(x) = \ln(e^x + e^{-x})$

① $f(-x) = \ln(e^{-x} + e^{x}) = f(x)$ 4

ومنه f تابع زوجي 4

أي خطه البياني متناظر بالنسبة 4
إلى yy'

② $f(x) = \ln(e^x(1+e^{-2x}))$ 3

$f(x) = \ln e^x + \ln(1+e^{-2x})$ 3

$f(x) = x + \ln(1+e^{-2x})$ 3

$f(x) - y_\Delta = \ln(1+e^{-2x})$ 3

$\lim_{x\to+\infty}(f(x)-y_\Delta) = 0$ 3

ومنه المستقيم Δ الذي معادلته $\boxed{y=x}$ 3
مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$

لدراسة وضع C بالنسبة إلى $\Delta: y=x$
ندرس إشارة الفرق
$f(x) - y_\Delta = \ln(1+e^{-2x})$
$e^{-2x} > 0$
$1+e^{-2x} > 1$
ومنه $\ln(1+e^{-2x}) > 0$ 3
أي $f(x) - y_\Delta > 0$
وبالتالي C يقع فوق Δ 3

③ دراسة تغيرات f على $[0,+\infty[$
f معرف ومستمر واشتقاقي على
$[0,+\infty[$

$f(0) = \ln 2$ 4

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ 4

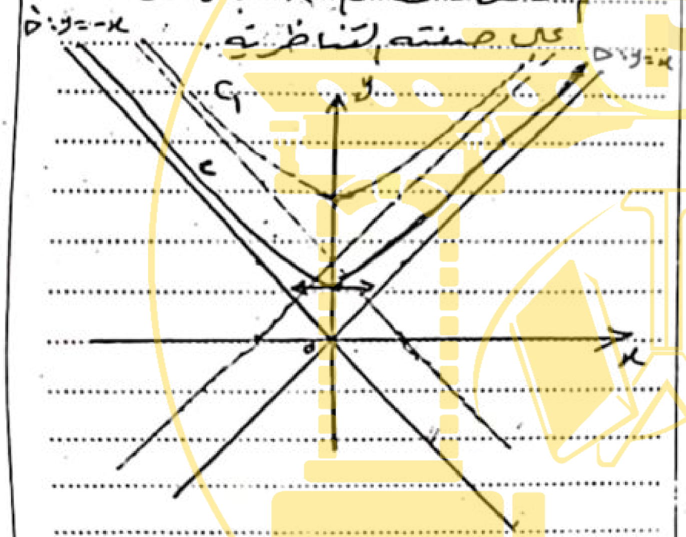
$f'(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$ 4

$f'(x) = 0$ عندما $e^x - e^{-x} = 0$ 4

$e^x = e^{-x}$ 4
$x = -x$
$2x = 0$
$\boxed{x=0}$ 4
$f(0) = \ln 2$ 4

4	x	0 $\quad\quad$ $+\infty$
4	$f'(x)$	0 $\quad$ $+$
4	$f(x)$	$\ln 2$ $\nearrow$ $+\infty$

أولاً: نرسم C على $[0,+\infty[$
ثانياً: بما أن f تابع زوجي
ثم نكمل رسمه على IR بالتناظر
على صفحته التناظرية



4
4

④ $f_1(x) = \ln(e^{x+1} + e^{-x+1})$
$f_1(x) = \ln(e^x \cdot e + e^{-x} \cdot e)$ 4
$= \ln(e(e^x + e^{-x}))$
$= \ln e + \ln(e^x + e^{-x})$ 4
$= 1 + f(x)$
$f_1(x) = f(x) + 1$ 4
ومنه C_1 ينتج عن C بانسحاب شعاعه $\overrightarrow{j}$ 4

100 انتهت الأجوبة