الثالث الثانوي العلمي

المدة : 3 ساعات.

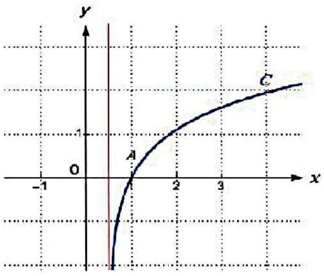
مركز أونلاين التعليمي

امتحان نهائي (1)

رياضيات 2019

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : في الشكل المجاور لدينا الخط البياني للتابع f .. **المطلوب :**



1. أوجد مجموعة التعريف
2. احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to\frac{1}{2}} f(x)$
3. أوجد حلول المعادلة $f(x) = 0$
4. اكتب معادلة المستقيم المقارب الشاقولي

السؤال الثاني : في أحد الامتحانات يطلب من الطالب الإجابة عن خمسة أسئلة من عشرة أسئلة ..**والمطلوب :**

1. بكم طريقة يمكن للطالب أن يختار الأسئلة
2. بكم طريقة يمكنه الاختيار إذاكان السؤال الأول و السؤال الأخير اجباريان

السؤال الثالث : ليكن $f(x) = e^x - 3$ ..المطلوب :

أوجد $f(ln3)$ ثم أوجد $f'(x)$ ثم أوجد $f'(ln3)$ ثم استنتج : $\lim_{x\to ln3} \frac{e^x-3}{x-ln3}$

السؤال الرابع : حل المعادلة الآتية :

$$e^{3x+1} + 4e^{2x+1} - 5e^{x+1} = 0$$

ثانياً : أجب عن التمارين الأربعة الآتية: (60 درجة لكل سؤال)

التمرين الأول : لتكن النقاط $A(2,-1,3)$, $B(5,0,5)$, $C(-3,2,4)$, $D(0,3,6)$

1. أوجد احداثيات منتصف $[BC]$
2. اكتب معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[BC]$
3. اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (AB)

التمرين الثاني : ليكن لدينا المتتاليتان $(u_n)_{n\geq0}$ و $(v_n)_{n\geq0}$ حيث $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n - 2$ و $v_n = u_n + 3$

1. برهن v_n متتالية هندسية وعين أساسها
2. اكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n
3. إذاكانت $s_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$ احسب $\lim_{n\to+\infty} s_n$

أ. فارس جقل – اللاذقية – دورات (ر.ف.ك) – هاتف 0955186517

التمرين الثالث : يحوي مغلف اربع بطاقات مرقمة بالأرقام $0, 1, 1, 1$ نسحب من المغلف بطاقتين على التتالي مع إعادة ، ليكن X متغير عشوائي يدل على مجموع البطاقتين ، عيّن قيم المتغير العشوائي X ثم احسب توقعه الرياضي و تباينه و انحرافه المعياري

التمرين الرابع : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $R\backslash\{-1, 1\}$ وفق : $f(x) = \frac{x^3-x+2}{x^2-1}$ .. المطلوب :

1. اكتب f بالشكل : $f(x) = x + \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+1}$
2. جد تابعاً أصلياً F للتابع f على المجال $]1, +\infty[$
3. أثبت أن المستقيم $d: y = x$ مقارب للخط C

ثالثاً : حل المسألتين الآتيين : (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى : لتكن النقاط $A(3, 0, 3), B(1, 4, -3), C(1, 0, 3), D(1, 0, -3)$

1. احسب $\overrightarrow{BD}.\overrightarrow{DC}$ ثم استنتج نوع المثلث BCD واحسب مساحته
2. أثبت أن الشعاع $\overrightarrow{AC}$ ناظم على المستوي (BCD)
3. أوجد معادلة المستوي (BCD)
4. احسب حجم رباعي الوجوه $(ABCD)$
5. جد إحداثيات النقطة M التي تحقق : $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$

المسألة الثانية : ليكن C الخط البياني للتابع f وفق : $f(x) = \frac{x}{\ln x} - e$ و المطلوب :

1. أوجد مجموعة تعريف التابع f و أوجد معادلة كل مستقيم مقارب للخط C يوازي المحور yy'
2. ادرس تغيرات التابع f و نظم جدولاً بها ثم دل على القيمة الصغرى محلياً و استنتج حلول المتراجحة $x > e \ln x$
3. ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم الخط C

انتهت الأسئلة .. 🙂

مع أطيب الأمنيات لكم بالنجاح 💙

أ. فارس جقل – اللاذقية – دورات (ر.ف.ك) – هاتف 0955186517

سلم تصحيح امتحان نهائي (1)

أولاً: السؤال الأول:

1) $]\frac{1}{2}, +\infty[$

2) $\lim_{x \to +\infty} f(x) = \ldots$ ، $\lim_{x \to \frac{1}{2}} f(x) = -\infty$ — 5+5 — 2,1 أو 2,2

3) $x = 1$ — 10

4) $x = \frac{1}{2}$. — 10

السؤال الثاني:

1) $\binom{10}{5} = \frac{10!}{5!\,(10-5)!} = \frac{10!}{5!\,5!}$ — 10

$= 252$ طريقة — 10

2) $\binom{8}{3} \times \binom{2}{2} = \frac{8!}{3!\,5!} \times 1 = 56$ طريقة — 10 — 10

السؤال الثالث:

$f(x) = e^x - 3$

5+5+5: $f(\ln 3) = e^{\ln 3} - 3 = 3 - 3 = 0$

10: $f'(x) = e^x$

5+5: $f'(\ln 3) = e^{\ln 3} = 3$

3: $f'(a) = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$

2: $\Rightarrow \lim_{x \to \ln 3} \frac{e^x - 3}{x - \ln 3} = 3$

السؤال الرابع:

$e^{3x+1} + 4e^{2x+1} - 5e^{x+1} = 0$

$e\,(e^{3x} + 4e^{2x} - 5e^x) = 0$

نفرض: $e^x = t$

$e\,(t^3 + 4t^2 - 5t) = 0$

5+5: $e\,t\,(t^2 + 4t - 5) = 0 \Rightarrow e\,t\,(t+5)(t-1) = 0$

5+5: إما $t = 0 \Rightarrow e^x = 0$ مستحيلة

5+5: أو $t = -5 \Rightarrow e^x = -5$ مستحيلة

5+5: أو $t = 1 \Rightarrow e^x = 1 \Rightarrow x = 0$

~~[illegible]~~

ثانياً: التمرين الأول:

1) لنتحقق I منتصف $[BC]$:

$I(1, 1, \frac{9}{2}) \to 15$ — 10

2) $I(1, 1, \frac{9}{2})$ ، $\overrightarrow{BC}(-8, 2, -1)$

$a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$

$-8(x-1) + 2(y-1) - 1(z - \frac{9}{2}) = 0 \to 5$

$\Rightarrow -8x + 8 + 2y - 2 - z + \frac{9}{2} = 0$

$\Rightarrow -8x + 2y - z + \frac{21}{2} = 0$ 5

وهي معادلة المستوي المحوري

3) $A(2, -1, 3)$ ، $\overrightarrow{AB}(3, 1, 2)$ — 8

$$\begin{cases} x = 2 + 3t & (5) \\ y = -1 + t & (5) \\ z = 3 + 2t & (5) \end{cases} ; t \in R \to 2$$

التمرين الثاني: 5 — 5

1) $\frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{u_{n+1} + 3}{u_n + 3} = \frac{\frac{1}{3}u_n - 2 + 3}{u_n + 3}$

$5 \leftarrow \frac{\frac{1}{3}u_n + 1}{u_n + 3} = \frac{\frac{1}{3}(u_n + 3)}{u_n + 3} \to 5 \; = \frac{1}{3} = q$ 5

$\Leftarrow v_n$ متتالية هندسية أساسها $q = \frac{1}{3}$

2) $v_n = q^n \cdot v_0$ حيث $v_0 = u_0 + 3 \Leftarrow v_0 = 4$ — 5 5 5

$v_n = 4 \cdot (\frac{1}{3})^n = \frac{4}{3^n}$ 5

$u_n = v_n - 3 \Rightarrow u_n = \frac{4}{3^n} - 3 \to 5$

3) S_n هي مجموع متتالية هندسية حدها الأول v_0 و

أساسها $q = \frac{1}{3}$ وعدد حدودها $n+1$.

$S = a\,\frac{1 - q^n}{1 - q} = 4\,\frac{1 - (\frac{1}{3})^{n+1}}{1 - \frac{1}{3}}$ (3+2)

$2 \leftarrow = 6 - \frac{2}{3^n}$

~~$\lim_{n \to +\infty} \ldots = 0$~~ ، $\lim_{n \to +\infty} (\frac{2}{3})^n = 0 \Leftarrow q = \frac{2}{3}$ لأن — $+1$

$\Rightarrow \lim_{n \to +\infty} S_n = 6 - 0 = 6 \to 1$

$\Rightarrow f(x) = x + \frac{1}{x-1} + \frac{-1}{x+1}$ → 10

2 $\Rightarrow F(x) = \frac{x^2}{2} + \ln(x-1) - \ln(x+1) + k \; ; k \in \mathbb{R}$

3 $f(x) - y_\Delta = x + \frac{2}{x^2-1} - x$ 5

$f(x) - y_\Delta = \frac{2}{x^2-1}$ 5

$\lim_{x \to \mp\infty} [f(x) - y_\Delta] = 0$ 5

$\Leftarrow$ $y=x$ مقارب للخط C عند $+\infty$ و $-\infty$ 5

ثالثا: المسألة الأولى:

1 $\overrightarrow{BD}(0,-4,0)$, $\overrightarrow{DC}(0,0,6)$ 3+3

$\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{DC} = 0+0+0 = 0$ 3+3

$\Leftarrow \overrightarrow{BD} \perp \overrightarrow{DC}$ فالمثلث BCD قائم في D 3+3

$\|\overrightarrow{BD}\| = \sqrt{16} = 4$, $\|\overrightarrow{DC}\| = \sqrt{36} = 6$
2+2 2+2

$S_{BCD} = \frac{4 \times 6}{2} = \frac{24}{2} = 12$ 2+2

2 $\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{AC} = 0+0+0 = 0 \Rightarrow \overrightarrow{BD} \perp \overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{AC} = 0+0+0 = 0 \Rightarrow \overrightarrow{DC} \perp \overrightarrow{AC}$

و $\overrightarrow{BD}$ و $\overrightarrow{DC}$ غير مرتبطا خطيا لعدم تناسب المركبات

$\Leftarrow \overrightarrow{AC} \perp (BCD)$

8×3+1

ومنه $\overrightarrow{AC}$ ناظم للمستوي (BCD)

3 $C(1,0,3)$, $\overrightarrow{AC}(-2,0,0)$

$-2(x-1) + 0(y-0) + 0(z-3) = 0$ 5

$\Rightarrow \boxed{-2x + 2 = 0}$ 5 وهي معادلة المستوي

4 5 $V_{ABCD} = \frac{1}{3} S_{BCD} \cdot h$

$h = d[A, (BCD)] = \frac{|-2(3) + 2|}{\sqrt{4}} = \frac{4}{\sqrt{4}}$ → 5

$= \frac{4\sqrt{4}}{4} = \sqrt{4}$ → 5

$\Rightarrow V = \frac{1}{3} \cdot 12 \cdot \sqrt{4} = 4\sqrt{4} = 8$

3 → 2

20

التمرين الثالث:

10 $X(\Omega) = \{0, 1, 2\}$

5+5 $P(X=0) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$

5+5 $P(X=1) = \left(\frac{1}{4} \times \frac{3}{4}\right) \times 2 = \frac{6}{16}$

5+5 $P(X=2) = \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{16}$

10

x_i	0	1	2
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{16}$	$\frac{6}{16}$	$\frac{9}{16}$
x_i^2	0	1	4

2 $E(X) = 0 + \frac{6}{16} + \frac{18}{16} = \frac{24}{16}$

$E(X^2) = 0 + \frac{6}{16} + \frac{36}{16} = \frac{42}{16}$

3 $V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$

2+1 $= \frac{42}{16} - \frac{576}{256} = \frac{96}{256}$

1 $\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{\frac{96}{256}} = \frac{4\sqrt{6}}{16}$

1 $= \frac{\sqrt{6}}{4}$

التمرين الرابع:

1

$$\begin{array}{r|l} & x \\ x^2-1 & x^3 - x + 2 \\ & \mp x^3 \pm x \\ \hline & 2 \end{array}$$

10 $\Rightarrow f(x) = x + \frac{2}{x^2-1} = x + \frac{2}{(x-1)(x+1)}$

2 $\frac{2}{x^2-1} = \frac{A}{(x-1)} + \frac{B}{(x+1)}$

$\frac{2}{x^2-1} = \frac{Ax + A + Bx - B}{(x-1)(x+1)}$

بالمطابقة:

$(A+B) = 0$ ①

$A - B = 2$ ② $\Rightarrow A = 1$, $B = -1$

[5] نفرض $M(x, y, z)$:

$\vec{AM} = \frac{1}{3}\vec{BC}$

$$\begin{bmatrix} x-3 \\ y \\ z-3 \end{bmatrix} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 0 \\ -4 \\ 6 \end{bmatrix}$$ 5+5

$x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$ 5

$y = \frac{-4}{3}$

$z - 3 = 2 \Rightarrow z = 5$

$\Rightarrow M(3, \frac{-4}{3}, 5)$

المسألة الثانية :

10 [1] $D_f =]0,1[\cup]1, +\infty[$

5 $\lim_{x\to 0^+} f(x) = \cancel{\frac{0}{-\infty}} = 0 - e = -e$

5 $\lim_{x\to 1^-} f(x) = \frac{1}{\ln 1} - e = \cancel{\ }$

5 $= -\infty - e = -\infty$

5 $x = 1$ مقارب // $y'y$ في جوار $-\infty$

$\lim_{x\to 1^+} f(x) = \frac{1}{\ln(1)} - e = \frac{1}{0^+} - e$

5 $= +\infty - e = +\infty$

5 $x = 1$ مقارب // $y'y$ في جوار $+\infty$

5 $\lim_{x\to +\infty} f(x) = +\infty - e = +\infty$

[2]

5 $f'(x) = \frac{\ln x - \frac{1}{x}(x)}{\ln^2 x} = \frac{\ln x - 1}{\ln^2 x}$

5 $f'(x) = 0 \Rightarrow \ln x - 1 = 0 \Rightarrow \ln x = 1$

5 $\Rightarrow x = e$

3×5

x	0		1		e		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	‖ $-e$	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	0	↗	$+\infty$

$f(e) = \frac{e}{\ln e} - e = e - e = 0$ (5)

(5) وهي قيمة صغرى محلية

- استنتاج حلول المتراجحة $x > e\ln x$

(5) $\Rightarrow \frac{x}{\ln x} > e \Rightarrow f(x) > 0$

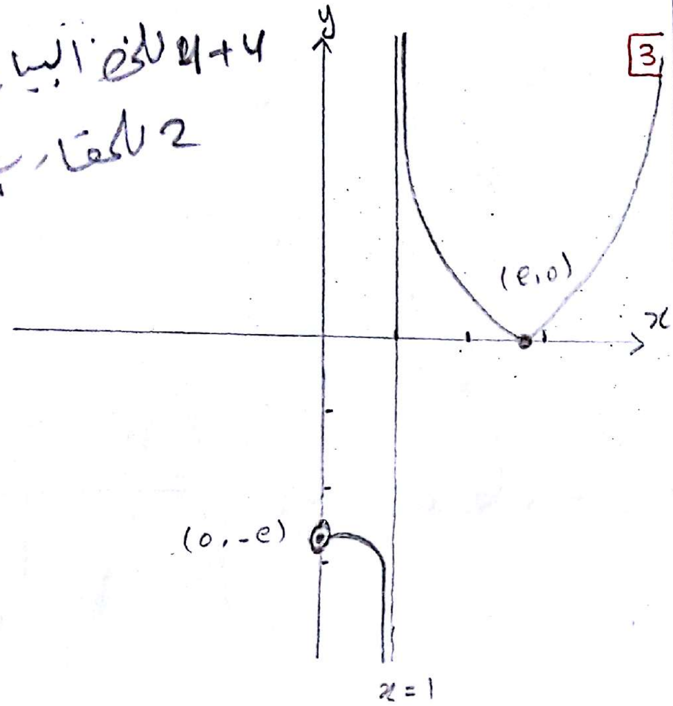
من الجدول: $\Rightarrow S =]1, e[\cup]e, +\infty[$

(5)

4+4 للنقاط البيانية

2 للمقارب

[3]



الثالث الثانوي العلمي

مدة الأختبار: $\lim_{x\to1}\frac{sin(3x-3)}{x-1}$

مـركـز أونـلايـن الـتـعـلـيـمـي

امتحان نهائي (2)

رياضيات 2019

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : تأمل الجدول المرسوم جانباً ثم أجب عما يلي :

x	$-\infty$ 3 5 $+\infty$
$f'(x)$	+ ‖ + 0 −
$f(x)$	$-\infty$ ↗ 0 ↗ 1 ↘ $-\infty$

① أوجد مجموعة تعريف التابع .

②أوجد معادلة المماس عند $x=5$ و $x=3$

③أوجد $\lim_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty}f(x)$

④ أوجد القيم الحدية

السؤال الثاني : يحوي صندوق 5 كرات سوداء و ثلاث كرات بيضاء ، عند سحب كرة سوداء يخسر اللاعب نقطة و عند سحب كرة بيضاء ينال نقطتين ، يسحب اللاعب 3 كرات على التتالي دون إعادة ..ما احتمال أن لا يحصِّل اللاعب أيّة نقطة في هذه اللعبة ؟

السؤال الثالث : حل المعادلة التفاضلية $2y+y'-1=0$ ثم عين حلّها f الذي يحقّق $f(0)=1$

السؤال الرابع : أثبت أن للمعادلة $x^3+x+1=0$ حلاً وحيداً α في R ثم بين أن $\alpha\in]-1,0[$

ثانياً : أجب عن التمارين الأربعة الآتية: (60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول : لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq1}$ و $(v_n)_{n\geq1}$ بحيث : $\begin{cases}u_n=\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\dots+\frac{1}{2n}\\ v_n=u_n+\frac{1}{4n}\end{cases}$

أثبت أن هاتين المتتاليتين متجاورتان .

التمرين الثاني : أوجد نهاية التابع f المعيَّن بالعلاقة $f(x)=\frac{3x+4}{x+1}$ عند $+\infty$ ، ثم أعطِ عدداً حقيقياً α يحقق الشرط إذاكان $x>\alpha$ كان $f(x)\in]2.9,3.1[$

التمرين الثالث : في المستوي المنسوب إلى معلم متجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$ لتكن النقطتان A,B الممثلتان بالعددين العقديين $z_A=(\sqrt{3}+1)+(\sqrt{3}-1)i$ و $z_B=\overline{z_A}$ بين أن $\frac{z_A}{z_B}=e^{\frac{\pi}{6}i}$ واستنتج زاوية العدد العقدي z_A ثم استنتج $\cos\frac{\pi}{12}$, $sin\frac{\pi}{12}$

التمرين الرابع : في معلم متجانس $(o;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقطة $A(2,-1,0)$ و المستوي P الذي معادلته : $2x+y-2z-9=0$ و

المطلوب :

1. اكتب معادلة الكرة التي مركزها A وتمس المستوي P
2. المستقيمان L,L' معرفان وسيطيا وفق : $L':\begin{cases}x=4-5s\\y=3-2s\\z=-1+2s\end{cases}\ ;s\in R$ ، $L:\begin{cases}x=-1\\y=1-t\\z=1-2t\end{cases}\ ;t\in R$

a. أثبت أن L و L' متقاطعان ثم أوجد إحداثيات نقطة التقاطع

b. أوجد معادلة المستوي المحدّد بالمستقيمين L,L'

أ. فارس جقل – اللاذقية – دورات (ر.ف.ك) – هاتف 0955186517

ثالثاً : حل المسألتين الآتيين : (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق : $f(x) = \frac{(x+1)^2}{e^x}$

1. ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها ، واستنتج المقارب الموازي لمحور الفواصل وادرس وضع C بالنسبة إليه
2. ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم C
3. بين أنّ للمعادلة $f(x) = 2$ حل وحيد α في المجال $[-2, -1]$ و استنتج أن α تحقّق المعادلة $\alpha = -1 - \sqrt{2}\, e^{\frac{\alpha}{2}}$
4. استنتج مجموعة تعريف التابع $x \to g(x) = \ln(f(x))$ ثم حلّ المعادلة $g(x) = -x$

المسألة الثانية : نتأمل في معلم متجانس النقاط : $A\left(-\frac{1}{2}, 3, 1\right)$, $B(-1,0,2), C(2,1,1), D(-3,3,-1)$

-1 a) أثبت أن النقاط B, C, D تمثّل مستوٍ أوجد معادلته .
b) استنتج طبيعة المثلث BCD واحسب مساحته .
-2 a) أثبت أن النقطة A تقع خارج المستوي (BCD)
b) احسب بعد النقطة A عن المستوي (BCD)
-3 احسب حجم رباعي الوجوه $(ABCD)$
-4 a) أثبت أن النقاط B, C, D تقع على كرة مركزها A
b) احسب نصف قطر الكرة السابقة واكتب معادلتها

انتهت الأسئلة .. 🙂

مع أطيب الأمنيات لكم بالنجاح 💙

أ. فارس جقل – اللاذقية – دورات (ر.ف.ك) – هاتف 0955186517

سلم تصحيح امتحان نهائي (2)

أولاً:

السؤال الأول:

1) $D =]-\infty , +\infty[$ 10

2) معادلة المماس عند $x=5$ هي $y=1$ 5

معادلة المماس عند $x=3$ هي $x=3$ 5

3) $\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$, $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ 5+5

4) $f(5)=1$ 15

السؤال الثاني:

$P = 3\cdot\left(\frac{5}{8}\cdot\frac{4}{7}\cdot\frac{3}{6}\right) = \frac{180}{336} = \frac{15}{28}$ 20+10+10

السؤال الثالث:

$y' = 1-2y$ 5

الحل هو $y = ke^{ax} - \frac{b}{a}$

$y = ke^{-2x} + \frac{1}{2}$ 10

لحساب k:

$1 = ke^{-2(0)} + \frac{1}{2}$ 10

$\frac{1}{2} = k \Rightarrow y = \frac{1}{2}e^{-2x} + \frac{1}{2}$ 5+10

السؤال الرابع:

$f(x) = x^3 + x + 1$

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$, $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ 5+5

التابع مستمر واشتقاقي على $]-\infty,+\infty[$

$f'(x) = 3x^2 + 1 > 0$ 5+5

فالتابع متزايد تماماً.

x	$-\infty$		$+\infty$
$f'(x)$		+	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$

$0 \in f(\mathbb{R}) = \mathbb{R} \Rightarrow$ للمعادلة حل وحيد

التابع مستمر ومتزايد تماماً على $\mathbb{R}$ فهو مستمر ومتزايد تماماً على $]-1,0[$

$f(0) = 1$, $f(-1) = -1$

$f(0)\cdot f(-1) = -1 < 0 \Rightarrow$ للمعادلة حل وحيد

2+2+2+1

ثانياً:

التمرين الأول:

$u_{n+1} = \frac{1}{n+2} + \frac{1}{n+3} + \cdots + \frac{1}{2n} + \frac{1}{2n+1} + \frac{1}{2n+2}$

$u_{n+1} - u_n = \frac{1}{(2n+2)(2n+1)} > 0$ 5+5+5

فالمتتالية u_n متزايدة تماماً

$v_{n+1} = u_{n+1} + \frac{1}{4(n+1)}$ 5

$v_{n+1} - v_n = \frac{-2(n+1)}{4n(n+1)(2n+1)(2n+2)} < 0$ 5+5+5

فالمتتالية v_n متناقصة تماماً

$\lim_{n\to\infty}(v_n - u_n) = \lim_{n\to+\infty} \frac{1}{4n} = 0$ 5+5

فالمتتاليتان متجاورتان.

التمرين الثاني:

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = 3$ 10

$|f(x) - 3| < 0,1$ 10

$\left|\frac{3x+4}{x+1} - 3\right| < \frac{1}{10}$ 10

$\left|\frac{3x+4-3x-3}{x+1}\right| < \frac{1}{10}$ 5

$\left|\frac{1}{x+1}\right| < \frac{1}{10}$ 10

$|x+1| > 10$ 5

$x+1 > 10 \Rightarrow x > 9$ 5+10

التمرين الثالث:

$|z_A| = \sqrt{(\sqrt{3}+1)^2 + (\sqrt{3}-1)^2} = 2\sqrt{2}$ 5

$(z_A)^2 = ((\sqrt{3}+1) + (\sqrt{3}-1)i)^2$ 5

$= (\sqrt{3}+1)^2 + 2(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)i + ((\sqrt{3}-1)i)^2$

$= 4 + 2\sqrt{3} + 4i - 4 + 2\sqrt{3}$

$(z_A)^2 = 4\sqrt{3} + 4i$ 5

$\frac{Z_A}{Z_B}=\frac{Z_A}{\overline{Z_A}}=\frac{(Z_A)^2}{Z_A\cdot\overline{Z_A}}=\frac{4\sqrt{3}+4i}{8}$

20 $=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i \Rightarrow \frac{Z_A}{Z_B}=e^{\frac{\pi}{6}i}$

وجدنا أن $\frac{(Z_A)^2}{|Z_A|^2}=e^{\frac{\pi}{6}i}$

5 $\Rightarrow (Z_A)^2=|Z_A|^2 e^{\frac{\pi}{6}i}$

5+5 $\Rightarrow Z_A=\sqrt{|Z_A|^2 e^{\frac{\pi}{6}i}} \Rightarrow Z_A=|Z_A|\, e^{\frac{\pi}{12}i}$

5 $\Rightarrow \theta=\frac{\pi}{12}$

5 $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)=\frac{a}{r}=\frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$

5 $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)=\frac{b}{r}=\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$

التمرين الرابع:

1̲ 5 $R=dist(A,P)=\frac{|2(2)+1(-1)-2(0)-9|}{\sqrt{2^2+(1)^2+(2)^2}}$

5 $=\frac{|4-1-9|}{\sqrt{9}}=\frac{6}{3}=2$

5 $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-0)^2=4$

2̲ $-1=4-5s$ ①

5 $1-t=3-2s$ ②

$1-2t=-1+2s$ ③

من ① نجد: $\boxed{s=1}$

5 $1-t=3-2 \Rightarrow \boxed{t=0}$

نعوض بـ ③:

$1-2(0)=-1+2(1)$

$1=1$ محققة

$\Leftarrow$ المستقيمان L, L' متقاطعان.

5 $I(-1,1,1)$ نقطة التقاطع

5+5 $\vec{u}_{L'}(-5,-2,2)$, $\vec{u}_L(0,-1,-2)$

نفرض $\vec{n}(a,b,c)$

5+5 $\vec{n}\perp\vec{u}_L \Rightarrow \vec{n}\cdot\vec{u}_L=0$

$(a,b,c)\cdot(0,-1,-2)=0$

$-b-2c=0$ ①

$\vec{n}\perp\vec{u}_{L'} \Rightarrow \vec{n}\cdot\vec{u}_{L'}=0$

$(a,b,c)(-5,-2,2)=0$

$-5a-2b+2c=0$ ②

نفرض $c=1$ ونعوض:

$-b-2=0 \Rightarrow b=-2$

$-5a-2b+2=0 \Rightarrow a=\frac{6}{5}$

5 $\Rightarrow \vec{n}\left(\frac{6}{5},-2,1\right)$

$\frac{6}{5}(x+1)-2(y-1)+(z-1)=0$

5 $\boxed{\frac{6}{5}x-2y+z+\frac{11}{5}=0}$ معادلة المستوي

ثالثاً: المسألة الأولى: $f(x)=\frac{(x+1)^2}{e^x}$

1̲ التابع مستمر واشتقاقي على $]-\infty,+\infty[$

$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{(x+1)^2}{e^x}$

15 $=\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^2}{e^x}+\frac{2x}{e^x}+\frac{1}{e^x}\right)=0$

ومنه $y=0$ مقارب أفقي في جوار $+\infty$.

5 الوضع النسبي: C فوق Δ لأن

5 $f(x)-0=(x+1)^2 e^{-x}>0$

$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\infty$

5 $f'(x)=\frac{1-x^2}{e^x}$

20 $f'(x)=0 \Rightarrow 1-x^2=0 \Rightarrow x=\pm1$

10 $f(-1)=0$, $f(+1)=\frac{4}{e}$

15

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$\frac{4}{e}$	$\searrow$	0

$$\text{dist}(A,(BCD)) = \frac{|0(-\frac{1}{2})+1(3)+1(1)-2|}{\sqrt{0+1+1}} \quad b)$$

5 $$= \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

(10) $$V = \frac{1}{3} S_{BCD} \cdot h \quad \boxed{3}$$

$$h = \text{dist}(A,(BCD)) = \sqrt{2}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{242}}{2} \times \sqrt{2} = \frac{11}{3}$$

$\boxed{4}$ a)

5 $AB = \sqrt{\frac{41}{4}}$, $AC = \sqrt{\frac{41}{4}}$, $AD = \sqrt{\frac{41}{4}}$

$\Rightarrow AB = AC = AD$

$\Leftarrow$ النقاط B, C, D تقع على كرة مركزها

$A(-\frac{1}{2}, 3, 1)$.

3 $R = \sqrt{\frac{41}{4}}$

b)

معادلة الكرة هي:

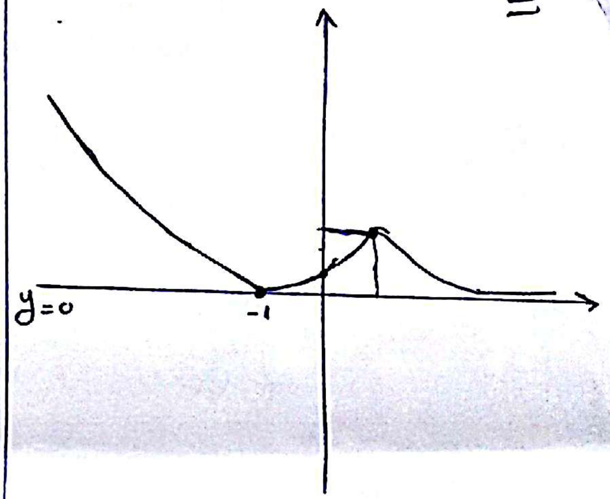
5 $$(x+\frac{1}{2})^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = \frac{41}{4}$$

انتهى السلم ....

أ. فارس جمل ،

أ. نجوى العلي.

2



5

3 التابع مستمر ومتناقص تماماً $]-\infty,-1[$ فهو مستمر ومتناقص تماماً على المجال $[-2,-1]$

$2 \in f([-2,-1]) = [0, e^2]$

$f(\alpha)=2 \Rightarrow (\alpha+1)^2 e^{-\alpha} = 2$

$(\alpha+1)^2 = 2e^{\alpha} \Rightarrow |\alpha+1| = \sqrt{2}e^{\frac{\alpha}{2}}$

$-\alpha-1 = \sqrt{2}e^{\frac{\alpha}{2}} \Rightarrow \alpha = -1-\sqrt{2}e^{\frac{\alpha}{2}}$

2+2+1+1+1

4 التابع $g(x)=\ln(f(x))$ معرف عندما $f(x)>0$ وحسب الجدول للتابع f تتحقق هذه المتراجحة في حال $x \neq -1$ أي مجموعة تعريف g هي $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$

1

ويكتب بالشكل:

$g(x) = \ln[(x+1)^2 e^{-x}]$

$= \ln(x+1)^2 + \ln e^{-x}$

$= \ln(x+1)^2 - x$

$g(x) = -x \Rightarrow \ln(x+1)^2 - x = -x$

$\Rightarrow \ln(x+1)^2 = 0$

$\Rightarrow (x+1)^2 = 1$

10 إما: $x_1 = 0$ أو: $x_2 = -2$

المسألة الثانية:

5+5 1 a) $\overrightarrow{BC}(3,1,-1)$, $\overrightarrow{BD}(-2,3,-3)$

$\frac{3}{-2} \neq \frac{1}{3} \neq \frac{-1}{-3}$

5 المركبات غير متناسبة فالشعاعان $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BD}$ غير مرتبطان خطياً $\Rightarrow$ النقاط B, C, D تمثل مستو

نفرض $\vec{n}(a,b,c)$

$\vec{n} \perp \overrightarrow{BC} \Rightarrow \vec{n}\cdot\overrightarrow{BC} = 0$

$(a,b,c)(3,1,-1) = 0$

5 $\Rightarrow 3a+b-c=0$ —— (1)

$\vec{n} \perp \overrightarrow{BD} \Rightarrow \vec{n}\cdot\overrightarrow{BD} = 0$

$(a,b,c)(-2,3,-3) = 0$

5 $-2a+3b-3c=0$ —— (2)

نفرض $c=1$ ونعوض في (1), (2):

$3a+b-1=0$ —— (3)

$-2a+3b-3=0$ —— (4)

5 $a=0$, $b=1 \Rightarrow \vec{n}(0,1,1)$

5 معادلة المستوي: $\boxed{y+z-2=0}$

4×5 $\|\overrightarrow{BC}\| = \sqrt{11}$, $\|\overrightarrow{CD}\| = \sqrt{33}$, $\|\overrightarrow{BD}\| = \sqrt{22}$

$\Leftarrow$ حسب عكس فيثاغورث

$(\sqrt{22})^2 + (\sqrt{11})^2 = (\sqrt{33})^2$

1+1 $\Rightarrow 33=33 \Rightarrow$ المثلث قائم في B

$S = \frac{\sqrt{11}\times\sqrt{22}}{2} = \frac{\sqrt{242}}{2}$

2 a) نعوض A في معادلة المستوي:

5 $3+1-2=0 \Rightarrow 2 \neq 0$

النقطة تقع خارج المستوي.

الثالث الثانوي العلمي

مدة الاختبار: $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{sin(3x-3)}{x-1}$

مركز أونلاين التعليمي

امتحان نهائي (3)

رياضيات 2019

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : أكمل الجدول المجاور الذي يمثل القانون الاحتمالي لزوج من المتحولات العشوائية علماً أن X , Y مستقلان احتمالياً.

Y \ X	0	1	2	قانون X
0				0.4
1				
2		0.2		
قانون Y	0.3		0.2	

السؤال الثاني : ادرس تقارب المتتالية (u_n) حيث : $u_n=\dfrac{2^n-3^n}{3^n-1}$

السؤال الثالث : ليكن f تابع معرف على $]0,+\infty[$ وفق : $f(x)=(x^3+4-4cosx)x^{-2}$

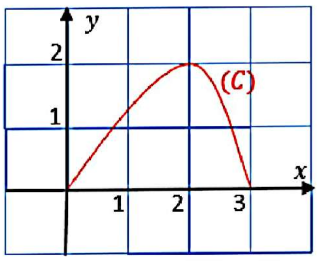
1. أوجد $\lim\limits_{x\to0^+}f(x)$
2. أثبت أن المستقيم $\Delta: y=x$ مقارب للخط C

السؤال الرابع : في الفضاء المنسوب إلى معلم متجانس $(o;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقاط :

$A(1,5,1)$, $B(10,4,3)$, $C(4,3,5)$, $D(0,4,5)$

1. أثبت أن A , B , C تعين مستو
2. بيّن هل النقاط A , B , C , D تقع في مستو واحد

ثانياً : أجب عن التمارين الأربعة الآتية: (60 درجة لكل سؤال)



التمرين الأول : في الشكل المجاور (C) هو الخط البياني للتابع f المعرف على المجال $[0,3]$ بالصيغة : $f(x)=x\sqrt{3-x}$ ..عندما يدور C دورة كاملة حول محور الفواصل يولّد مجسماً دورانياً S

1) ما طبيعة مقطع هذا المجسم بمستوٍ عمودي على محور الفواصل ويمر بالنقطة $I(x,0)$ في حالة $x\in]0,3[$ ؟
2) عيّن $A(x)$ ، مساحة هذا المقطع بدلالة x ، ثم استنتج V حجم المجسم S

---

1) **التمرين الثاني :** حل في C المعادلة : $(\bar{z}-4+i)(z^2-4z+5)=0$
2) اكتب بالشكل الجبري العدد العقدي $(4+i)^2$ ثم استنتج في C حلول المعادلة $z^2+(2-3i)z-5(1+i)=0$
3) اكتب $(i)^{2019}$ بالشكل الجبري

أ. فارس جقل – اللاذقية – دورات (ر.ف.ك) – هاتف 0955186517

التمرين الثالث : في قاعة الاستقبال في المطار ، نسبة 40% من المسافرين نساء ، و واحدة من كل أربعة نساء تضع نظارات ، و واحد من كل ثلاثة رجال يضع نظارات أيضاً ، تم اختيار شخص بشكل عشوائي و المطلوب :

1) ارسم مخطط شجري و زوّد الفروع بالاحتمالات
2) ما احتمال أن يكون الشخص المختار يضع نظارة
3) إذا علمت أن الشخص الذي وقع عليه الاختيار يضع نظارة ، احسب احتمال أن يكون رجل

التمرين الرابع : $(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية حسابية أساسها $r = 3$ و فيها $u_0 = 2$ و المطلوب :

احسب u_3 ثم احسب المجموع : $S = u_3 + u_4 + u_5 + u_6 + u_7$

ثالثاً: حل المسألتين الآتيين : (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى :

① في معلم متجانس $(o;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا $A(3,-1,2)$ والمستويان : $\begin{cases} Q : x + y + 2z - 5 = 0 \\ P : x - 2y + z - 4 = 0 \end{cases}$

أثبت تقاطع المستويين P , Q و تحقق من تعامدهما ثم أعط تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d الذي يمثل فصلهما المشترك

② أوجد معادلة المستوي W الذي يعامد المستويين P , Q و يمر من A

③ أوجد إحداثيات A' نقطة تقاطع المستقيم d مع المستوي W

④ أثبت أن مركبات ناظم المستوي W تؤلف حدود متتالية حسابية

⑤ أوجد معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AA']$

⑥ بيّن أن طبيعة مجموعة النقاط : $S: x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2z + 1 = 0$ هي كرة عيّن مركزها و نصف قطرها

المسألة الثانية : ليكن f التابع المعرف على R وفق : $f(x) = \frac{1}{2}(e^{\frac{x}{2}} + e^{\frac{-x}{2}})$ وخطه البياني C و المطلوب :

① أثبت أن التابع f زوجي و استنتج الصفة التناظرية للخط C .

② ادرس تغيرات f و نظم جدولاً بها .

③ ارسم C واحسب مساحة السطح المحصور بين C و محور الفواصل و المستقيمين $x = 1 , x = -1$

④ اكتب معادلة المماس T للخط البياني C في نقطة منه فاصلتها 0 ثم ارسمه .

انتهت الأسئلة .. 😊

مع أطيب الأمنيات لكم بالنجاح 💙

أ. فارس جقل – اللاذقية – دورات (ر.ف.ك) – هاتف 0955186517

سلم امتحان نهائي (3) 2109

أولاً:

السؤال الأول:

3×11+7

$X \backslash Y$	0	1	2	قانون X
0	0,12	0,2	0,8	0,4
1	0,06	0,1	0,04	0,2
2	0,12	0,2	0,08	0,4
قانون Y	0,3	0,5	0,2	

السؤال الثاني:

5×6+10

$$\lim_{n\to\infty} U_n = \lim_{n\to\infty} \frac{2^n - 3^n}{3^n - 1}$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{3^n\left(\left(\frac{2}{3}\right)^n - 1\right)}{3^n\left(1 - \left(\frac{1}{3}\right)^n\right)} = \lim_{n\to\infty} \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^n - 1}{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^n}$$

بما أن $\left(\frac{2}{3}\right)^n$ متتالية هندسية أساسها $q<1$ ⇐ $\lim_{n\to\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^n = 0$

و $\left(\frac{1}{3}\right)^n$ متتالية هندسية $q<1$

$$\Rightarrow \lim_{n\to\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^n = 0$$

$$\Rightarrow \lim_{n\to\infty} \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^n - 1}{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^n} = -1$$

⇐ المتتالية (U_n) متقاربة من الـ $\boxed{-1}$.

السؤال الثالث:

5×5

$\boxed{1}$ $$\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+} \frac{x^3 + 4 - 4\cos x}{x^2}$$

$$\lim_{x\to 0^+} x + \frac{4 - 4\cos x}{x^2}$$

$$= \lim_{x\to 0^+} x + \frac{4(1-\cos x)}{x^2}$$

$$= \lim_{x\to 0^+} x + \frac{4\left(2\sin^2\frac{x}{2}\right)}{x^2}$$

$$= \lim_{x\to 0^+} x + \frac{8\sin\frac{x}{2}\cdot\sin\frac{x}{2}}{2\cdot\frac{x}{2}\cdot 2\frac{x}{2}} = +2$$

$$\lim_{x\to\infty}(f(x) - x) = \lim_{x\to\infty} \frac{4 - 4\cos x}{x^2}$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{4(1-\cos x)}{x^2}$$

3×5

حسب الإحاطة:

$$-1 \leq \cos x \leq +1$$

$$+1 \geq -\cos x \geq -1$$

$$2 \geq 1 - \cos x \geq 0$$

$$4 \geq 4(1-\cos x) \geq 0$$

نقسم على x^2 الموجب:

$$\frac{8}{x^2} \geq \frac{4(1-\cos x)}{x^2} \geq 0$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{8}{x^2} = \lim_{x\to\infty} 0 = 0$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to\infty} \frac{4(1-\cos x)}{x^2} = 0$$

⇐ المستقيم $\Delta: y = x$ مقارب مائل.

السؤال الرابع:

5+5+5

$\vec{AB}(9,-1,2)$, $\vec{AC}(3,-2,4)$ $\boxed{1}$

$\frac{9}{3} \neq \frac{-1}{-2}$ $\vec{AD}(-1,-1,4)$

نلاحظ الشعاعان غير مرتبطان خطياً ⇐ النقاط A,B,C تعين مستو.

5+10

$\vec{AB} = \alpha\vec{AC} + \beta\vec{AD}$ $\boxed{2}$

$$\begin{pmatrix} 9 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} = \alpha\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix} + \beta\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

10

$9 = 3\alpha - \beta$ — ①

$-1 = -2\alpha - \beta$ — ②

$2 = 4\alpha + 4\beta$ — ③

من ① و ② نجد: $\alpha = 2, \beta = -3$

$2 = 8 - 12 \Rightarrow 2 \neq -4$ غير محققة

⇐ النقاط لا تقع في مستو واحد.

تمرين الأول:

1) دائرة نصف قطرها $x\sqrt{3-x}$ 5+5

2) $A(x) = \pi\left(x\sqrt{3-x}\right)^2$ 5

$= \pi x^2(3-x) = \pi(3x^2 - x^3)$ 5+5

$V = \int_0^3 A(x)\,dx$ 5

$= \pi\int_0^3 (3x^2 - x^3)\,dx$ 5

$= \pi\left[\frac{3x^3}{3} - \frac{x^4}{4}\right]_0^3$ 5+5

$= \pi\left[\left(27 - \frac{81}{4}\right) - 0\right] = \frac{27}{4}\pi$ 5+5+5

التمرين الثاني:

1) $(\bar{z} - 4 + i)(z^2 - 4z + 5) = 0$

إما: $\bar{z} - 4 + i = 0 \Rightarrow \bar{z} = 4 - i$ 5

$\Rightarrow \boxed{z_1 = 4 + i}$ 5

أو: $z^2 - 4z + 5 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = 16 - 4(1)(5) = -4$ 5

$= 4i^2 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 2i$

$\Rightarrow z_2 = \frac{4+2i}{2} = \boxed{2+i}$ 5

$\Rightarrow z_3 = \frac{4-2i}{2} = \boxed{2-i}$ 5

2) $(4+i)^2 = 16 + 8i - 1 = 15 + 8i$ 5

$z^2 + (2-3i)z - 5(1+i) = 0$

$\Delta = (2-3i)^2 - 4(1)(-5-5i)$

$= 4 - 12i - 9 + 20 + 20i = 15 + 8i$ 5

$\Rightarrow \sqrt{\Delta} = (4+i)$ ⇐ من الطلب السابق

$z_1 = \frac{-2+3i-4-i}{2} = -3 + i$ 10

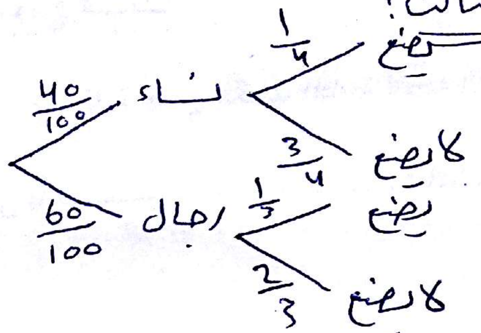
$z_2 = 1 + 2i$ 10

$i^{2019} = i^{(2016+3)} = i^{(4n+3)}$ [3]

$= -i$ 5

التمرين الثالث:

1) 30



2) $P(A) = \frac{40}{100}\times\frac{1}{4} + \frac{60}{100}\times\frac{1}{3}$ 5+5

$= \frac{1}{10} + \frac{2}{10} = \frac{3}{10}$

3) $P(B|A) = \frac{P(A\cap B)}{P(A)}$ 10

$= \frac{\frac{60}{100}\times\frac{1}{3}}{\frac{40}{100}\times\frac{1}{4} + \frac{60}{100}\times\frac{1}{3}} = \frac{2}{10}\times\frac{10}{3}$ 5+5

$= \boxed{\frac{2}{3}}$

التمرين الرابع:

$U_n = U_p + r(n-p)$ 10

$U_3 = U_0 + 3(3-0) = 2 + 9 = 11$ 10

$U_7 = U_0 + 3(7-0) = 2 + 21 = 23$ 5

$n = 5$ عدد الحدود 5

$S = n\cdot\frac{a+l}{2}$ 10

$= 5\cdot\frac{11+23}{2} = 5\times\frac{34}{2} = 85$ 10

المسألة الأولى:

1) $\vec{n}_P(1,-2,1)$ ، $\vec{n}_Q(1,1,2)$

$\frac{1}{1} \neq \frac{-2}{1} \neq \frac{1}{2}$ 5×5

المركبات غير متناسبة ⇐ الناظمين غير مرتبطين خطياً ⇐

⇐ المستويان متقاطعان.

$\vec{n}_P \perp \vec{n}_Q \Rightarrow \vec{n}_P \cdot \vec{n}_Q = 0$

$(1,-2,1)(1,1,2)=0$

5+5 $1-2+2=0 \Rightarrow 1 \neq 0$

$\Rightarrow$ الناظمان غير متعامدان $\Rightarrow$ المستويان غير متعامدان .

التمثيل الوسيطي :

$x+y+2z-5=0$ —(1)

$x-2y+z-4=0$ —(2)

بالطرح :

$3y+z-1=0$

$\Rightarrow 3y=1-z \Rightarrow \boxed{y=\frac{1}{3}-\frac{z}{3}}$

نعوض y في (1) :

$x+\frac{1}{3}-\frac{z}{3}+2z-5=0$

$\Rightarrow \boxed{x=-\frac{5}{3}z-\frac{14}{3}}$

نفرض $\boxed{z=t}$

15 $d: \begin{cases} x=+\frac{14}{3}-\frac{5}{3}t \\ y=\frac{1}{3}-\frac{t}{3} \quad ; t\in R \\ z=t \end{cases}$

2) المستقيم d يعامد المستوي W $\Leftrightarrow$ شعاع توجيه المستقيم d يصلح ناظماً للمستوي المطلوب W .

$\vec{n}_W\left(-\frac{5}{3},-\frac{1}{3},1\right)$

معادلة المستوي :

$W: -\frac{5}{3}(x-3)-\frac{1}{3}(y+1)+z-2=0$

$-\frac{5}{3}x+5-\frac{1}{3}y-\frac{1}{3}+z-2=0$

10 $\boxed{5x+y-3z-8=0}$

3) نعوض المستقيم في المستوي :

$5\left(\frac{14}{3}-\frac{5}{3}t\right)+\frac{1}{3}-\frac{1}{3}t-3t-8=0$

$\frac{70}{3}-\frac{25}{3}t+\frac{1}{3}-\frac{1}{3}t-3t-8=0$

$-35t+47=0 \Rightarrow t=\frac{47}{35}$

$x=\frac{17}{7}, y=-\frac{4}{35}, \frac{47}{35})$

10 $\Rightarrow A'\left(\frac{17}{7},-\frac{4}{35},\frac{47}{35}\right)$

4) $\vec{n}(5,1,-3)$

$1-5=-4$

$-3-1=-4$

5 $\Rightarrow$ تؤلف حدود متتالية حسابية -4 .

5) $\vec{AA'}\left(-\frac{4}{7},\frac{31}{35},\frac{-23}{35}\right)$

$X_I=\frac{\frac{17}{7}+\frac{21}{7}}{2}=\frac{38}{14}$

$Y_I=\frac{-\frac{4}{35}-1}{2}=-\frac{39}{70}$

$Z_I=\frac{\frac{47}{35}+2}{2}=\frac{117}{70}$

$\Rightarrow I\left(\frac{38}{14},-\frac{39}{70},\frac{117}{70}\right)$

معادلة المستوي المحوري :

$-\frac{4}{7}\left(x-\frac{38}{14}\right)+\frac{31}{35}\left(y+\frac{39}{70}\right)-\frac{23}{35}\left(z-\frac{117}{70}\right)=0$

10 $-\frac{4}{7}x+\frac{31}{35}y-\frac{23}{35}z+\frac{220}{70}=0$

6) $x^2+y^2+z^2-2x+2z+1=0$

$x^2-2x+y^2+z^2+2z+1=0$

$x^2-2x+1-1+y^2+z^2+2z+1-1+1=0$

$(x-1)^2+y^2+(z+1)^2-1=0$

5 $(x-1)^2+(y-0)^2+(z+1)^2=1$

5+5 وهي معادلة كرة مركزها $(1,0,-1)$

ونصف قطرها $\boxed{1}$.

الثانية:

1) نلاحظ أن $x\in]-\infty,+\infty[$

5 محقق $\Rightarrow -x\in]-\infty,+\infty[$

5 $f(-x)=\frac{1}{2}(e^{-\frac{x}{2}}+e^{\frac{x}{2}})=f(x)$

5 $\Leftarrow$ التابع f زوجي وخطه البياني متناظر بالنسبة لمحور التراتيب yy' ،

2) 5 $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

5 $\lim_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$

5 $f'(x)=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}e^{\frac{x}{2}}-\frac{1}{2}e^{-\frac{x}{2}}\right)$

$=\frac{1}{4}\left(e^{\frac{x}{2}}-e^{-\frac{x}{2}}\right)=0$

5 $e^{\frac{x}{2}}-e^{-\frac{x}{2}}=0\Rightarrow e^{\frac{x}{2}}=e^{-\frac{x}{2}}$

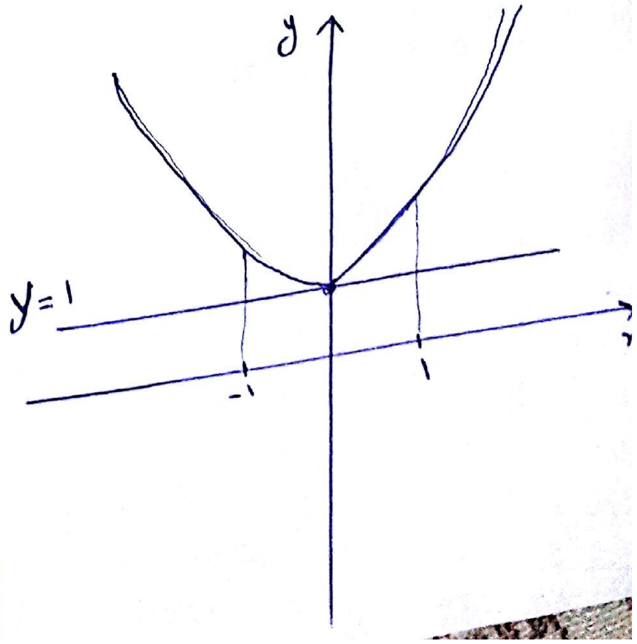
5+5 $\frac{x}{2}=-\frac{x}{2}\Rightarrow 2x=0\Rightarrow x=0$

15

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

3) $f(0)=1$

5+5



بما أن التابع زوجي فمساحة السطح تساوي ضعفي مساحة السطح المحصور بين C والمستقيمان $x=1$ ، $x=0$.

$A=2\int_0^1 f(x)\,dx$

$=2\int_0^1 \frac{1}{2}\left(e^{\frac{x}{2}}+e^{-\frac{x}{2}}\right)dx$

7×5 $=\int_0^1\left(e^{\frac{x}{2}}+e^{-\frac{x}{2}}\right)dx$

$=\left[2e^{\frac{x}{2}}-2e^{-\frac{x}{2}}\right]_0^1$

$=(2e^{\frac{1}{2}}-2e^{-\frac{1}{2}}-2e^{0}+2e^{0}]$

$=2\sqrt{e}-\frac{2}{\sqrt{e}}=\frac{2e-2}{\sqrt{e}}$

4) $f(0)=1$ ، $f'(0)=m=0$

5 $\Rightarrow T: y=1$

مماس أفقي .

أ. فارس جقل / أ. نجوى العلي

الثالث الثانوي العلمي
مدة الاختبار: 3 ساعات.

مـركـز أونـلايـن الـتـعـلـيـمـي

امتحان نهائي (4)

رياضيات2019

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : أحسب كلاً مما يأتي :

1) $\lim_{x\to+\infty}\sqrt{\left(\frac{x+3}{x-1}\right)^{x}}$ 2) $\int_0^{ln2} e^x(1-e^x)^4\,dx$

السؤال الثاني : عيّن العددين العقديين z , w المحقّقان لجملة المعادلتين :

$$\begin{cases} 2z - w + 3 = 0 \\ 2\bar{z} + \bar{w} = -3 + 2\sqrt{3}i \end{cases}$$

السؤال الثالث : نتأمل في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقطة $A(2,1,0)$
والمستوي P الذي معادلته $2x + y - 2z + 9 = 0$ والمطلوب :

1) اكتب معادلة الكرة التي مركزها A و تمس المستوي P .
2) اكتب معادلات وسيطية للمستقيم d المار من النقطة A و يعامد المستوي P .

السؤال الرابع : ماهي أمثال الحد x^2y في منشور $\left(\frac{x}{y}+\frac{y^2}{x}\right)^8$

ثانياً : أجب عن التمارين الأربعة الآتية: (60 درجة لكل سؤال)

التمرين الأول : (u_n) متتالية هندسية متزايدة تماماً ، حدودها موجبة تماماً ، حدّها الأول u_0 و أساسها q

حيث : $\begin{cases} \ln(u_1) + \ln(u_2) = 11 \\ u_1 + u_2 = e^4(1+e^3) \end{cases}$

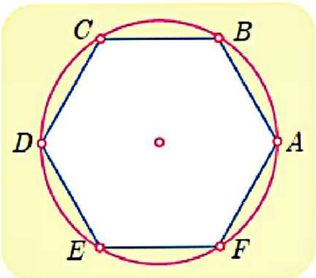
① احسب u_1 و u_2 ثم استنتج قيمة الأساس q

② بفرض $u_1 = e^4$ و $q = e^3$

a) عبّر عن u_n بدلالة n

b) بفرض $S_n = ln(u_0) + ln(u_1) + ln(u_2) + \cdots + ln(u_n)$ احسب S_n بدلالة n

التمرين الثاني : في الشكل المرسوم جانباً مسدس منتظم تمر من رؤوسه دائرة .. المطلوب :



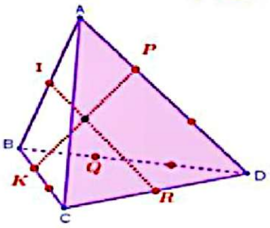
1. احسب عدد أقطار المسدس .
2. أحسب عدد نقاط تقاطع أقطار المسدس .
3. احسب عدد المثلثات التي يمكن أن تصل بين رؤوس المسدس .
4. احسب عدد المثلثات القائمة التي يمكن أن تصل بين رؤوس المسدس .
5. احسب عدد المثلثات المنفرجة التي يمكن تصل بين رؤوس المسدس .

أ. فارس جقل – اللاذقية – دورات (ر.ف.ك) – هاتف 0955186517

التمرين الثالث : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على المجال $R\backslash\{-1\}$ وفق : $f(x)=\frac{2x}{x+1}$

أوجد $f'(x)$ ثمّ استنتج مشتق التابع $f(\ln x)$ و مشتق التابع $g(x)=\frac{2\sin x}{\sin x+1}$

التمرين الرابع : $ABCD$ رباعي وجوه النقاط P,Q,R,K,I تحقق :



I منتصف $[AB]$ ، $\overrightarrow{CK}=\frac{2}{3}\overrightarrow{CB}$ ، R منتصف $[CD]$ ، $\overrightarrow{AP}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$ ، $\overrightarrow{BQ}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BD}$

G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(C;1),(A;2),(D,1),(B,2)$ المطلوب :

1) أثبت أن المستقيمان (IR) و (PK) متقاطعان .
2) عيّن موضع النقطة J مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين المثقلتين $(C;1),(A;2)$.
3) عيّن مجموعة النقاط M التي تحقق : $\|2\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{CM}\|=\|2\overrightarrow{BM}+\overrightarrow{DM}\|$.

ثالثاً : حل المسألتين الآتيين : (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى : يضم مصنع ثلاث آلات A و B و C لتصنيع أجهزة الهاتف . تنتج هذه الآلات على التوالي 60% و 30% و 10 % من الإنتاج الكلي للمعمل ، نفترض أن نسبة أجهزة الهاتف المعيبة التي تنتجها هذه الآلات هي على التوالي 2% , 3% , 0.5%

اختير جهاز بطريقة عشوائية و المطلوب :

① أعط تمثيلاً شجرياً للتجربة .

② إذا كان الجهاز معيب فما احتمال أن يكون هذا الجهاز من إنتاج الآلة A

③ نسحب عشوائياً من الأجهزة التي صنعتها الآلة B جهازين على التتالي مع الإعادة وليكن X المتحول العشوائي الذي يمثّل عدد الأجهزة المعيبة المسحوبة ..عيّن مجموعة قيم المتحول العشوائي X ونظّم جدول القانون الاحتمالي .

المسألة الثانية : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على $]0,+\infty[$ وفق : $f(x)=-x+\frac{3+2\ln x}{x}$

① ادرس النهايات عند أطراف مجموعة التعريف .

② احسب $\lim_{x\to+\infty}[f(x)+x]$ ثم فسّر النتيجة هندسياً.

③ ادرس الوضع النسبي ل C مع مستقيمه المقارب المائل Δ .

④ أوجد معادلة المماس T الموازي ل Δ

⑤ أوجد مساحة السطح المحصور بالخط C والمستقيم Δ و المستقيمين $x=1$, $x=e$

⑥ ليكن التابع $g(x)$ المعرف على المجال $]0,+\infty[$ وفق : $g(x)=1+x^2+2\ln x$

بيّن أن $f'(x)=\frac{-g(x)}{x^2}$

انتهت الأسئلة .. 🙂

مع أطيب الأمنيات لكم بالنجاح 💙

أ. فارس جقل – اللاذقية – دورات (ر.ف.ك) – هاتف 0955186517

سلم امتحان تجريبي (4)

أولاً: السؤال الأول:

1) نفرض: $\left(\frac{x+3}{x-1}\right)^{\frac{x}{2}} = \left(1+\frac{4}{x-1}\right)^{\frac{x}{2}} \Rightarrow$

$(1+t)^{\frac{2}{t}+\frac{1}{2}} \Leftarrow t=\frac{4}{x-1}$

$\Rightarrow \lim_{t\to 0}\left[(1+t)^{\frac{1}{t}}\right]^2 \cdot \sqrt{1+t}$

$= e^2(1) = e^2$

2) $\int_0^{\ln 2} e^x(1-e^x)^4\,dx$

5 $= -\left[\frac{(1-e^x)^5}{5}\right]_0^{\ln 2}$

5+5 $= -\left(\frac{[1-e^{\ln 2}]^5}{5} - \frac{(1-e^0)^5}{5}\right)$

5 $= -\left(-\frac{1}{5}\right) - 0 = +\frac{1}{5}$

السؤال الثاني:

نأخذ مرافق المعادلة ① ونجمع مع ②:

10 $2\bar{z} - \bar{w} + 3 = 0$

$2\bar{z} + \bar{w} = -3 + 2\sqrt{3}i$

$4\bar{z} + 3 = -3 + 2\sqrt{3}i$ — ③

$\bar{z} = \frac{-6}{4} + \frac{2\sqrt{3}}{4}i$

15 $\Rightarrow \boxed{z = -\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i}$

نعوض في ①:

$2\left(\frac{-3}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right) - w + 3 = 0$

$-3 - \sqrt{3}i - w + 3 = 0$

15 $\Rightarrow \boxed{w = -\sqrt{3}i}$

السؤال الثالث:

5+5 ① $dist(A,P) = \frac{|4+1+0+9|}{\sqrt{4+1+4}}$

5 $= \frac{14}{3} = R$

5 $(x-2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = \frac{196}{9}$

2) بما أن $d \perp P \Rightarrow$ شعاع توجيه d مرتبط خطياً مع الناظم

$\vec{u} = \vec{n}_p = (2,1,-2)$

20 $d: \begin{cases} x = 2t+2 \\ y = t+1 \quad ; t \in R \\ z = -2t \end{cases}$

السؤال الرابع:

10 $T_r = \binom{8}{r}\left(\frac{y^2}{x}\right)^{8-r} \cdot \left(\frac{x}{y}\right)^r$

1 $= \binom{8}{r}\frac{y^{16-2r}}{x^{8-r}} \cdot \frac{x^r}{y^r}$

$= \binom{8}{r} y^{16-2r} \cdot y^{-r} \cdot x^{r-8} \cdot x^r$

10 $= \binom{8}{r} y^{16-3r} \cdot x^{2r-8}$ نحصل على x^2y عندما

5 $16-3r = 1 \Rightarrow r = 5$

$2r-8 = 2 \Rightarrow r = 5$

طريقة 2: $T_r = \binom{8}{r}\left(\frac{x}{y}\right)^{8-r}\left(\frac{y^2}{x}\right)^r$

15 $T_5 = \binom{8}{5}x^2y \Rightarrow 56 \rightarrow$ الأمثال

ثانياً: التمرين الأول:

① من ① لدينا

5 $\ln(u_1 \cdot u_2) = 11$

5 $\Rightarrow u_1u_2 = e^{11} \Rightarrow u_1 = \frac{e^{11}}{u_2}$

بالحل المشترك

$u_1^2 - (e^4+e^7)u_1 + e^{11} = 0$

$(u_1-e^4)(u_1-e^7)=0$

5+5 إما: $u_1=e^4 \Rightarrow u_2=e^7$ مقبول

أو: $u_1=e^7 \Rightarrow u_2=e^4$ مرفوض

لأن التابع متزايد تماماً

5 $u_2=q\cdot u_1 \Rightarrow q=e^3$

10 $u_n=u_1 q^{n-1}$ a(2

5 $\Rightarrow u_n=e^4(e^3)^{n-1}=e^{3n+1}$

5 $1+4+7+\dots+(3n+1)$ b)

مجموع حدود متتالية حسابية أساسها

5 $S_n=n\,\frac{a+l}{2}$ $\quad r=3$

$=\frac{(n+1)}{2}\cdot(1+3n+1)$

$=\frac{(n+1)(3n+2)}{2}=\frac{3n^2+3n+2n+2}{2}$

5 $\Rightarrow S=\frac{3n^2+5n+2}{2}$

التمرين الثاني:

① $\binom{6}{2}-6=15-6=9$

② $\binom{6}{4}+6=15+6=21$

③ $\binom{6}{3}=20$

④ $4\times3=12$

⑤ $6\times1=6$

12 × 5 = 60

التمرين الثالث:

20 $f'(x)=\frac{2}{(x+1)^2}$

20 $f'(\ln x)=\frac{2}{x(\ln x+1)^2} \Rightarrow (\ln x)'\, f'(\ln x)$

20 $g'(x)=\frac{2\cos x}{(\sin x+1)^2}$

التمرين الرابع:

1) $\vec{AP}=\frac{1}{3}\vec{AD}$

إذاً (P,3) مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين المثقلتين (A,2) (D,1)

$\vec{CK}=\frac{2}{3}\vec{CB}$

إذاً (K,3) مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين المثقلتين (C,1) (B,2)

بما أن G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة (A,2),(B,2), (C,1),(D,1) وحسب الخاصة التجميعية تكون G مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين المثقلتين (P,3) (K,3) إذاً G تقع على المستقيم (PK).

5 × 7

R منتصف [CD] إذاً R مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين المثقلتين (C,1),(D,1)

I منتصف [AB] إذاً I مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين المثقلتين (A,2)(B,2)

بما أن G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة (A,2)(B,2) ، (C,1) ، (D,1) وحسب الخاصة التجميعية تكون G مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين (I,3),(R,3) إذاً G تقع على المستقيم (IR)

$\Leftarrow$ المستقيمان (PK) ، (IR) متقاطعان في G

2) حسب تعريف مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلتين:

10 $\vec{AJ}=\frac{1}{3}\vec{AC}$

إذاً النقطة J تقع على القطعة المستقيمة [AC] بحيث $\vec{AJ}=\frac{1}{3}\vec{AC}$

(3 $2\vec{AM}+\vec{CM}=3\vec{JM}$

لأن J مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط $(A,2)\ (C,1)$

$2\vec{BM}+\vec{DM}=3\vec{QM}$

لأن Q مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط: $(B,2),(D,1)$

5 $\Rightarrow \|3\vec{JM}\| = \|3\vec{QM}\|$

$\Rightarrow 3\|\vec{JM}\| = 3\|\vec{QM}\|$

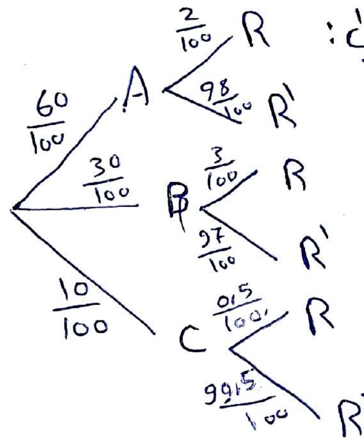
5 $JM = QM$

5 إذاً M تمثل المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[JQ]$.

ثالثاً:

المسألة الأولى:

5×9



R: معيب

R': غير معيب

5 $P(A|D) = \frac{P(A\cap D)}{P(D)}$

10 $= \frac{\frac{60}{100}\times\frac{2}{100}}{\frac{60}{100}\times\frac{2}{100}+\frac{30}{100}\times\frac{3}{100}+\frac{10}{100}\times\frac{0,5}{100}}$

5 $= \frac{\frac{12}{1000}}{\frac{21,5}{1000}} = \frac{120}{215}$

(3 $n=2$

5 $X(\Omega)=\{0,1,2\}$

$P=\frac{3}{100}$, $q=\frac{97}{100}$

5 $P(X=0) = \binom{2}{0}\left(\frac{3}{100}\right)^0\cdot\left(\frac{97}{100}\right)^2 = \frac{9409}{10000}$

5 $P(X=1) = \binom{2}{1}\left(\frac{3}{100}\right)\left(\frac{97}{100}\right) = \frac{582}{10000}$

5 $P(X=2) = \binom{2}{2}\left(\frac{3}{100}\right)^2 = \frac{9}{10000}$

15

x	0	1	2
$P(X=x_i)$	$\frac{9409}{10000}$	$\frac{582}{10000}$	$\frac{9}{10000}$

المسألة الثانية:

20 ① $\lim_{x\to 0^+} f(x) = -\infty$, $\lim_{x\to +\infty} f(x) = -\infty$

② $\lim_{x\to +\infty}[f(x)+x]$

10 + 10 $\lim_{x\to\infty} \frac{3+2\ln x}{x} = 0$

نلاحظ أن $y=-x$ مقارب مائل.

3) ندرس إشارة الفرق

$3+2\ln x = 0 \Rightarrow x = \sqrt{\frac{1}{e^3}}$

10

x	0		$\sqrt{\frac{1}{e^3}}$		$+\infty$
$f(x)-y_\Delta$	||	$-$	0	$+$	
الوضع	||	Δ تحت C		Δ فوق C	

4) بما أن المماس يوازي Δ $\Rightarrow m_T = m_\Delta = -1$

5 $\Rightarrow f'(x) = -1$

$\frac{-1-x^2-2\ln x}{x^2} = -1 \Rightarrow \ln x^2 = -1$

$\Rightarrow x = \sqrt{\frac{1}{e}}$

$f\left(\sqrt{\frac{1}{e}}\right) = \frac{-1+2e}{e\sqrt{\frac{1}{e}}} \Rightarrow \left(\sqrt{\frac{1}{e}}, \frac{2e-1}{e\sqrt{\frac{1}{e}}}\right)$ نقطة التماس

10 $\Rightarrow T: y = -x + \frac{2}{\sqrt{\frac{1}{e}}}$

(5

(5

5 $A = \int_1^e (f(x) - y_\Delta) dx$

+5 $= \int_1^e \left(\frac{3}{x} + \frac{2\ln x}{x}\right) dx$

+5 $= \left[(3\ln x + \ln^2 x\right]_1^e$

+5 $= \boxed{4}$

$f'(x) = \frac{-(1+x^2+2\ln x)}{x^2} = L_1$ (6

15 $L_2 = \frac{-(1+x^2+2\ln x)}{x^2}$

$\Rightarrow L_1 = L_2$

انتهى السلم

أ. فارس حجل

أ. نجوى العلي

(4)

اسم الطالب/ة:.............................

مدة الأختبار: 3 ساعات.

مركز أونلاين التعليمي

امتحان نهائي (5)

بكالوريا رياضيات

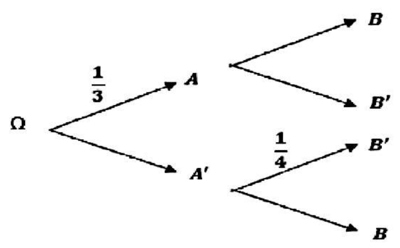
Online center

مركز أونلاين التعليمي

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : حمّل فروع المخطط الشجري المجاور بالاحتمالات المناسبة

إذا علمت أن A , B مستقلين احتمالياً .



السؤال الثاني : لتكن النقاط $A(1,0,-1), B(2,2,3)$, $C(3,1,-2), D(-4,2,1)$ بيّن مع التعليل صحة أو خطأ المقولات الآتية :

① المثلث ABC قائم

② النقاط A , B , C ليست على استقامة واحدة .

③ المستقيم (AD) عمودي على المستوي (ABC)

السؤال الثالث : اثبت أن $\frac{x^2+1}{x^2+1} \leq \frac{x^2+cose^x}{x^2+1} \leq \frac{x^2-1}{x^2+1}$ ثم استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x^2+cose^x}{x^2+1}$

السؤال الرابع : ليكن التابع $x \to f(x) = x - lnx$ المعرف على $I =]0,+\infty[$ و المطلوب :

① جد $f(1)$ و احسب $f'(x)$ على هذا المجال ثم $f'(1)$

② ما نهاية $\lim\limits_{x\to1} \frac{x-lnx-1}{x-1}$

ثانياً : أجب عن التمارين الأربعة الآتية: (60 درجة لكل سؤال)

التمرين الأول :

1) حل في R جملة المعادلتين : $\begin{cases} x - 3y = 2\ln 2 \\ x + y = 4\ln 2 \end{cases}$

2) إذا كان $I = \int_0^{\ln 16} \frac{e^x+3}{e^x+4}\, dx$, $J = \int_0^{\ln 16} \frac{1}{e^x+4}\, dx$ .. احسب $I - 3J$, $J + I$ واستنتج قيمة كل من J , I

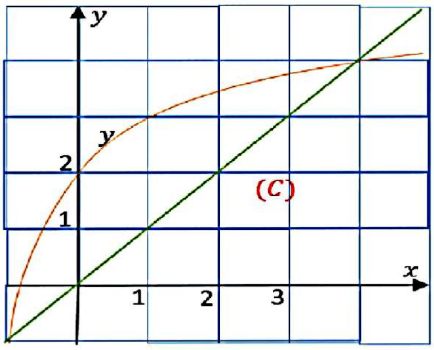
التمرين الثاني : في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ نتأمل النقاط M , C , B A التي تمثلها على الترتيب الأعداد العقدية $a = -i$, $b = 1 - i$, $d = 2i$, $m = -1 + i$ و المطلوب :

1) مثّل الأعداد $a = -i$, $b = 1 - i$, $d = 2i$, $m = -1 + i$ في المستوي .

2) احسب العدد العقدي c الممثل للنقطة C صورة النقطة D وفق دوران مركزه O و زاويته $\frac{\pi}{2}$

3) أثبت أن النقاط B , O , M تقع على استقامة واحدة .

4) احسب $arg\frac{d-c}{m}$ و استنتج أن (OM) و (DC) متعامدان



التمرين الثالث : نعرّف المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ كما يأتي $u_0 = \frac{1}{2}$ و $u_{n+1} = \frac{5u_n+4}{u_n+2}$

1) باستعمال الرسم ، مثل على محور الفواصل و دون حساب الحدود u_0, u_1, u_2, u_3 .

2) ضع تخميناً حول اطراد المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ و تقاربها .

3) نعرف المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ بالعلاقة $v_n = \frac{u_n-4}{u_n+1}$

A. بيّن أن $(v_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية ، و عيّن أساسها و حدها الأول .

B. اكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n ، و عين نهاية المتتالية (u_n)

التمرين الرابع : صندوق يحوي 11 كرة متماثلة فيها 7 كرات خضراء و واحدة بيضاء و 3 كرات حمراء .. نسحب عشوائياً من الصندوق كرتين على التتالي مع إعادة و نتأمل المتحول العشوائي X الذي يدل على عدد الكرات البيضاء المسحوبة .. والمطلوب :

عيّن مجموعة قيم المتحول العشوائي X ثم نظم جدول قانونه الاحتمالي و احسب توقعه الرياضي .

ثالثاً : حل المسألتين الآتيين : (100 درجة لكل مسألة)

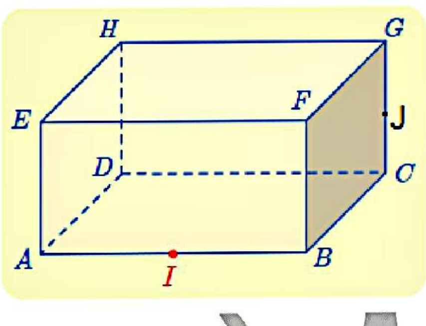
المسألة الأولى : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $R\setminus\{-2,2\}$ وفق : $f(x) = 1 + \frac{1}{x^2-4}$ و المطلوب :

1. ادرس تغيرات التابع f و نظم جدولاً بها ، و دل على القيمة الكبرى محلياً ، و أوجد معادلة كل مستقيم مقارب للخط C يوازي المحور xx' أو يوازي المحور yy'

2. ارسم كل مقارب وجدته للخط C ثم ارسم C

3. احسب مساحة السطح المحصور بين الخط C و المحور xx' و المستقيمين $x = 1 , x = -1$

المسألة الثانية : $ABCDEFGH$ متوازي مستطيلات فيه $BC = 2 , CG = 2 , AB = 4$



و النقطة I هي منتصف AB و النقطة J منتصف CG

و لدينا المعلم المتجانس : $(A , \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} , \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} , \frac{1}{2}\overrightarrow{AE})$ المطلوب :

1. اكتب معادلة المستوي (IFH)

2. هل المستقيمان $(IJ), (DJ)$ متعامدان .. احسب $\cos I\hat{J}D$

3. برهن أن الأشعة $\overrightarrow{DB}, \overrightarrow{AH} , \overrightarrow{AF}$ مرتبطة خطياً .

4. جد إحداثيات M التي تحقق $\overrightarrow{EM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{EC}$

5. احسب بعد G عن المستوي (IFH) ثم أوجد مسقطه القائم على المستوي (IFH) .

انتهت الأسئلة ..

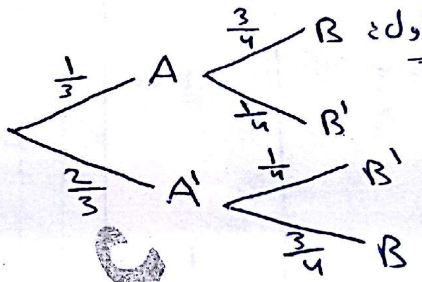
مع أطيب الأمنيات لكم بالنجاح

أ. فارس جقل – اللاذقية – دورات (ر.ف.ك) – هاتف 0955186517

مسلم امتحان نهائي (5)

أولاً:

السؤال الأول:



10 + 10 + 10 + 10

السؤال الثاني:

1) صحيحة، $\vec{AB}(1,2,4)$، $\vec{AC}(2,1,-1)$

$\vec{AB}\cdot\vec{AC} = 2+2-4=0 \Rightarrow \vec{AB}\perp\vec{AC}$ — 10

⇐ المثلث ABC قائم

2) صحيحة،

$\frac{1}{2} \neq \frac{2}{1}$

⇐ $\vec{AB}$، $\vec{AC}$ غير مرتبطين خطياً ⇐ النقاط A, B, C ليست على استقامة واحدة. — 10

3) غلط، $\vec{AD}(-5,2,2)$

$\vec{AD}\cdot\vec{AB} = (-5,2,2)(1,2,4)$ — 10 + للتعليل 10

$= -5+4+8 \neq 0$

$\vec{AD}\cdot\vec{AC} = (-5,2,2)(2,1,-1)$

$= -5+4-2 \neq 0$

⇐ $\vec{AD}$ لا يعامد المستوي ABC.

السؤال الثالث:

$-1 \le \cos e^x \le +1$ — 10

$x^2-1 \le \cos e^x + x^2 \le x^2+1$ — 10

$\frac{x^2-1}{x^2+1} \le \frac{x^2+\cos e^x}{x^2+1} \le \frac{x^2+1}{x^2+1}$ — 10

$\lim_{x\to+\infty} \frac{x^2-1}{x^2+1} = \lim_{x\to+\infty} \frac{x^2+1}{x^2+1} = 1$ — 10

$\Rightarrow \lim_{x\to+\infty} \frac{x^2+\cos e^x}{x^2+1} = 1$

السؤال الرابع:

(10) $f(1) = 1 - \ln(1) = 1$

(10) $f'(x) = 1 - \frac{1}{x}$

(10) $\Rightarrow f'(1) = 0$

$f'(1) = \lim_{x\to1} \frac{x - \ln x - 1}{x-1}$

(10) $0 = \lim_{x\to1} \frac{x-\ln x-1}{x-1}$

ثانياً:

التمرين الأول:

$x - 3y = 2\ln 2$ ①

$x + y = 4\ln 2$ ②

نضرب ① بـ (-1) ونجمع ②:

$-x + 3y = -2\ln 2$ — 5+5

$\Rightarrow \boxed{y = \frac{\ln 2}{2}} \Rightarrow \boxed{x = \frac{7\ln 2}{2}}$ — 5

$J + I = \int_0^{\ln 16} \frac{1}{e^x+4}\,dx + \int_0^{\ln 16} \frac{e^x+3}{e^x+4}\,dx$ — 5+5

$= \int_0^{\ln 16} \frac{e^x+4}{e^x+4}\,dx = \int_0^{\ln 16} 1 = [x]_0^{\ln 16}$ — 5

$= \ln 16$ — 5

$I - 3J = \int_0^{\ln 16} \frac{e^x+3}{e^x+4}\,dx - \int_0^{\ln 16} \frac{3}{e^x+4}\,dx$

$= \int_0^{\ln 16} \frac{e^x}{e^x+4}\,dx = [\ln(e^x+4)]_0^{\ln 16}$ — 20

$= \ln(e^{\ln 16}+4) - \ln(e^0+4)$

$= \ln 4$

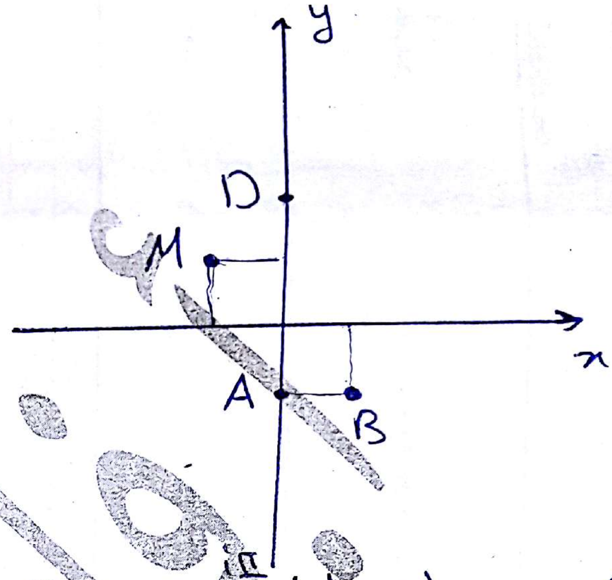
لدينا — 5

$I + J = 2\ln 4$

$I - 3J = \ln 4$

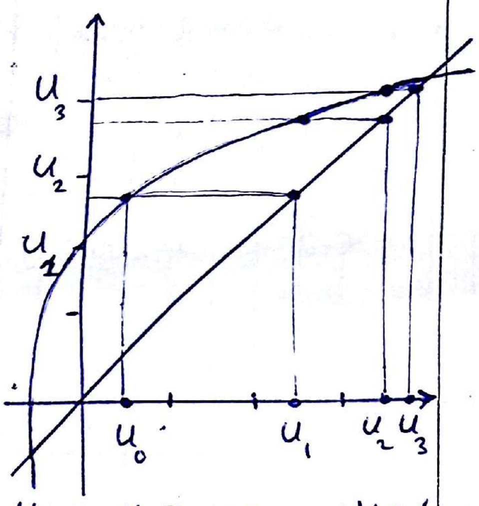
بالحل المشترك $J = \frac{\ln 4}{4}$ ، $I = \frac{7\ln 4}{4}$

التمرين الثاني: $A(0,-1)$, $B(1,-1)$
$D(0,2)$, $M(-1,1)$ ①



② $c-0=e^{i\frac{\pi}{2}}(d-0)$
$\Rightarrow c=i(2i)=-2$
③ $\overrightarrow{OB}(1,-1)$, $\overrightarrow{OM}(-1,1)$
$\frac{1}{-1}=\frac{-1}{1}$
⇐ الشعاعان $\overrightarrow{OM}$ و $\overrightarrow{OB}$ مرتبطان خطياً
⇐ النقاط B, O, M على استقامة واحدة.
④ بفرض $Z=\frac{d-c}{m}$
$\Rightarrow Z=\frac{(2i+2)(-1-i)}{(-1+i)(-1-i)}$
$Z=\frac{-4i}{2}=-2i$
$\left(\frac{d-c}{m}\right)=2e^{-\frac{\pi}{2}i}$
$\arg\left(\frac{d-c}{m}\right)=-\frac{\pi}{2}+2\pi k$
⇐ المستقيمان (DC) ، (OM) متعامدان
أو $\frac{3\pi}{2}+2\pi k$

التمرين الثالث:



2) متزايدة ومتقاربة للعدد 4.
3) $v_n=\frac{u_n-4}{u_n+1}$
$\Rightarrow v_{n+1}=\frac{u_{n+1}-4}{u_{n+1}+1}$
$=\frac{\frac{5u_n+4}{u_n+2}-4}{\frac{5u_n+4}{u_n+2}+1}=\frac{u_n-4}{6u_n+6}$
$=\frac{u_n-4}{6(u_n+1)}=\frac{1}{6}v_n$
أي المتتالية v_n هندسية أساسها $\frac{1}{6}$
وحدها الأول:
$v_0=-\frac{7}{3}$
$v_n=-\frac{7}{3}\left(\frac{1}{6}\right)^n$
$v_n=\frac{u_n-4}{u_n+1}=1-\frac{5}{u_n+1}$
$v_n-1=-\frac{5}{u_n+1}$
$u_n=\frac{5}{1-v_n}-1$
$u_n=\frac{5}{1-\left(-\frac{7}{3}\left(\frac{1}{6}\right)^n\right)}-1$

5 5+5 5 5 5 5 5 5 5
5 × 4 25 8 2 للتوضيح 3 1 1 60

Scanned by CamScanner

$$U_n = \frac{5}{1+\frac{7}{3}\left(\frac{1}{6}\right)^n} - 1$$

$$\lim_{n\to\infty} U_n = \lim_{n\to\infty}\left(\frac{5}{1+\frac{7}{3}\left(\frac{1}{6}\right)^n} - 1\right)$$

5 $= \frac{5}{1+0} - 1 = 4$

حيث $\lim_{n\to\infty} q^n = \lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{6}\right)^n = 0$ لأنها هندسية أساسها $\frac{1}{6}$

التمرين الرابع:

10 $X(\Omega) = \{0,1,2\}$

5+5 $P(X=0) = \frac{10}{11} \times \frac{10}{11} = \frac{100}{121}$

5+5 $P(X=1) = \frac{10}{11} \times \frac{1}{11} \times 2 = \frac{20}{121}$

5+5 $P(X=2) = \frac{1}{11} \times \frac{1}{11} = \frac{1}{121}$

5+5

$X=x_i$	0	1	2
$P(X=x_i)$	$\frac{100}{121}$	$\frac{20}{121}$	$\frac{1}{121}$

10 $E(X) = \left(0\cdot\frac{100}{121}\right) + \left(1\cdot\frac{20}{121}\right) + \left(2\cdot\frac{1}{121}\right) = \frac{20+2}{121} = \frac{2}{11}$

ثالثاً: المسألة الأولى:

3 التابع مستمر واشتقاقي على المجال $R\setminus\{-2,2\}$

2 $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 1$

3 $y=1$ مقارب أفقي للخط C بجوار $-\infty$

2 $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 1$

3 $y=1$ مقارب أفقي للخط C بجوار $+\infty$

2 $\lim_{x\to-2^+} f(x) = -\infty$

$x=-2$ مقارب شاقولي بجوار $-\infty$ والخط على يمينه

3 $\lim_{x\to-2^-} f(x) = +\infty$

2 $x=-2$ مقارب شاقولي بجوار $-\infty$ والخط على يساره.

3 $\lim_{x\to2^-} f(x) = -\infty$

2 $x=2$ مقارب شاقولي بجوار $-\infty$ والخط على يساره.

$\lim_{x\to2^+} f(x) = +\infty$

2+3 $x=2$ مقارب شاقولي بجوار $+\infty$ والخط على يمينه.

10 $f'(x) = \frac{-2x}{(x^2-4)^2} \Rightarrow f'(x) = 0$

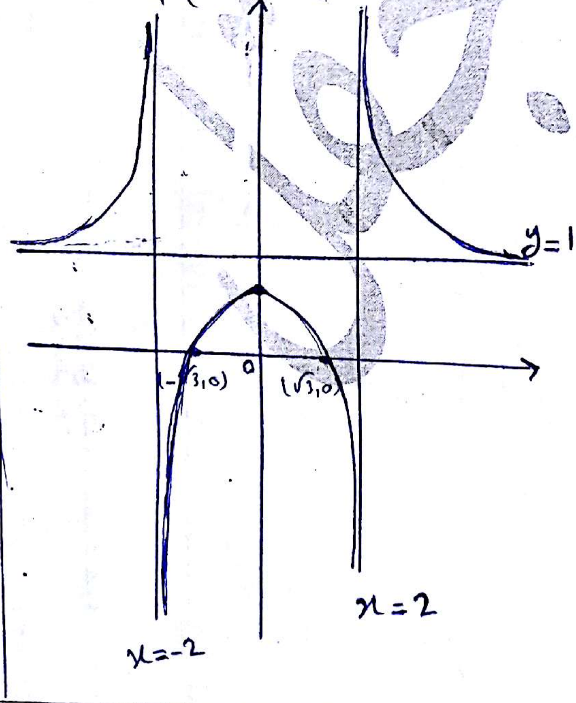
5 $-2x = 0 \Rightarrow x = 0$

15

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	‖	$+$	0	$-$	‖	$-$	
$f(x)$	1	$\nearrow$	$+\infty$ ‖ $-\infty$	$\nearrow$	$\frac{3}{4}$	$\searrow$	$-\infty$ ‖ $+\infty$	$\searrow$	1

10 $f(0) = \frac{3}{4}$ (قيمة محلية كبرى)

3+2



$\Rightarrow -x-2y+z+2=0$

وهي معادلة المستوي IFH

2

5+5

$\vec{IJ}(2,2,1), \vec{DJ}(4,0,1)$

$\vec{IJ}\cdot\vec{DJ}=8+0+1=9\neq 0$

⇐ المستقيمان $(IJ),(DJ)$

غير متعامدان.

$\|\vec{DJ}\|=\sqrt{16+1}=\sqrt{17}$

$\|\vec{JI}\|=\sqrt{4+4+1}=3$

5 $\Rightarrow \|\vec{DJ}\|\cdot\|\vec{JI}\|\cdot\cos I\hat{J}D=\vec{IJ}\cdot\vec{JD}$ 6

$\vec{JI}(-2,-2,-1)$, $\vec{JD}(-4,0,-1)$

$\vec{JI}\cdot\vec{JD}=8+0+1=9$

$\Rightarrow 3\times\sqrt{17}\times\cos(I\hat{J}D)=9$

5 $\Rightarrow \cos I\hat{J}D=\frac{3}{\sqrt{17}}$

(3 $\vec{AH}(0,2,2)$, $\vec{AF}(4,0,2)$

$\vec{DB}(4,-2,0)$

2 $\vec{DB}=\alpha\vec{AF}+\beta\vec{AH}$

6 $\begin{pmatrix}4\\-2\\0\end{pmatrix}=\alpha\begin{pmatrix}4\\0\\2\end{pmatrix}+\beta\begin{pmatrix}0\\2\\2\end{pmatrix}$

$4=4\alpha \Rightarrow \boxed{\alpha=1}$

$-2=2\beta \Rightarrow \boxed{\beta=-1}$

$0=2\alpha+2\beta$

⇐ $0=0$ ⇐ $0=2-2$ ⇐ محققة

2 $\vec{DB}=\vec{AF}-\vec{AH}$

⇐ الأشعة مرتبطة خطياً.

(4 نفرض $M(x,y,z)$, $\vec{EC}(4,2,-2)$

$\vec{EM}=\frac{1}{3}\vec{EC} \Rightarrow (x,y,z-2)=\frac{1}{3}(4,2,-2)$

7

$\Rightarrow M\left(\frac{4}{3},\frac{2}{3},\frac{4}{3}\right)$

(3

$\frac{1}{x^2-4}=\frac{A}{(x-2)}+\frac{B}{(x+2)}$

$1=A(x-2)+B(x+2)$

$B=\frac{1}{4}$, $A=-\frac{1}{4}$

6 $f(x)=1+\frac{1}{4(x-2)}-\frac{1}{4(x+2)}$

5 $A=\int_{-1}^{1}f(x)\,dx$

6 $=\int_{-1}^{1}\left(1+\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{x-2}-\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{x+2}\right)dx$

$=\left[x+\frac{1}{4}\ln|x-2|-\frac{1}{4}\ln|x+2|\right]_{-1}^{1}$

$=\left[(1+\frac{1}{4}\ln(1)-\frac{1}{4}\ln(3))+1-\frac{1}{4}\ln(3)-\frac{1}{4}\ln(1)\right]$

4 $=2-\frac{2}{4}\ln 3=2-\frac{1}{2}\ln 3>0$

المسألة الثانية:

$A(0,0,0)$, $B(4,0,0)$

$C(4,2,0)$, $D(0,2,0)$

$E(0,0,2)$, $F(4,0,2)$

$G(4,2,2)$, $H(0,2,2)$

$I(2,0,0)$, $J(4,2,1)$

5+5 $\vec{IF}(2,0,2)$, $\vec{FH}(-4,2,0)$ (1

نفرض $\vec{n}(a,b,c)$

$\vec{n}\perp\vec{IF}\Rightarrow(a,b,c)(2,0,2)$

5+5 $2a+2c=0$ —— (1)

$\vec{n}\perp\vec{FH}\Rightarrow(a,b,c)(-4,2,0)$

$-4a+2b=0$ —— (2)

نفرض $c=1$

وبالحل المشترك

5 $\Rightarrow \vec{n}(-1,-2,1)$

5+5+5

15) $dist(G, P) = \frac{|4+4-2-2|}{\sqrt{1+4+1}} = \frac{4}{\sqrt{6}}$

بفرض $G'(x, y, z)$ مسقط G القائم على P

فإن $GG' \perp P \Leftarrow GG'$ مرتبط خطياً مع الناظم $\Leftarrow \vec{n} = \overrightarrow{GG'}$

$$(GG'): \begin{cases} x = t + 4 \\ y = 2t + 2 \\ z = -t + 2 \end{cases} ; t \in R$$

نعوض المعادلات الوسيطية في معادلة P :

$\Rightarrow t + 4 + 4t + 4 + t - 2 - 2 = 0$

$6t = -4 \Rightarrow t = \frac{-2}{3}$

$\Rightarrow G'\left(\frac{10}{3}, \frac{2}{3}, \frac{8}{3}\right)$

3

انتهى السلم ...

أ. فارس حقل .

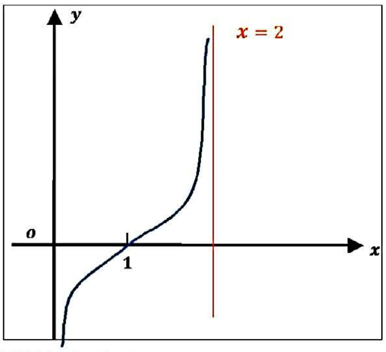
أ. نجوى العلي .

مركز أونلاين التعليمي
امتحان نهائي (1)
بكالوريا رياضيات (تكميلي 2019)

اسم الطالب/ة:..............................
مدة الاختبار: 3 ساعات.

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول :



الشكل المرسوم جانباً هو الخط البياني C لتابع f..والمطلوب :

① أوجد $\lim_{x\to 0} f(x)$ و $\lim_{x\to 2} f(x)$

② اكتب معادلات المقاربات الشاقولية و الأفقية .

③ أوجد حلول المتراجحة $f(x) \geq 0$

④ أوجد $f(1)$

السؤال الثاني : لدينا النقاط الآتية : $C(3,3,1)$ $B(2,1,2)$ $A(1,2,3)$

① أثبت أن النقاط A, B, C تعيّن مستو .

② عيّن متجه ناظم على المستوي (ABC) .

③ اكتب معادلة للمستوي (ABC) .

السؤال الثالث : ليكن : $|f(x) - 1| < \frac{\sin x}{x^2+3}$ و المطلوب :

① أوجد $\lim_{x\to+\infty} \frac{\sin x}{x^2+3}$

② استنتج نهاية $f(x)$

السؤال الرابع : احسب قيمة r إذا علمت أن : $\frac{1}{\binom{6}{r}} + \frac{1}{\binom{5}{r}} = \frac{1}{\binom{4}{r}}$

ثانياً : أجب عن التمارين الأربعة الآتية: (60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول : ليكن التابع المعرف على $R\backslash\{-1\}$ وفق : $f(x) = \frac{2x}{x+1}$

1. أوجد $\lim_{x\to+\infty} f(x)$
2. أعط عدداً حقيقياً A يحقق : إذاكان $x > A$ فإن $f(x) \in]1.9, 2.1[$
3. احسب $\int_2^4 f(x)\ dx$

التمرين الثاني : لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق : $u_{n+1} = {u_n}^2 - 2u_n + 2$ و $u_0 = \frac{3}{2}$

1. أثبت أن $1 \leq u_n \leq 2$
2. أثبت أن (u_n) متناقصة و استنتج أنها متقاربة و احسب نهايتها

التمرين الثالث : لتكن الأعداد العقدية : $a=\sqrt{3}+i\ ,b=\sqrt{3}-i\ ,c=3\sqrt{3}+i$

1. احسب $\frac{c-a}{b-a}$ و استنتج طبيعة المثلث ABC
2. عين العدد العقدي s الممثّل للنقطة S صورة النقطة B وفق دوران مركزه (A) و زاويته $\frac{\pi}{3}$ و ماطبيعة المثلث ABS
3. عيّن العدد العقدي n الممثّل للنقطة N منتصف $[AC]$

التمرين الرابع : لدينا التابع المعرف على R وفق : $f(x)=ln(e^x+1)$ و المطلوب :

1. احسب $f'(0),f'(x),f(0)$
2. استنتج $\lim_{x\to 0}\frac{ln(e^x+1)-ln2}{x}$

ثالثاً : حل المسألتين الآتيين : (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى : يحوي مغلف 5 بطاقات متماثلة و مرقمة $(1,1,2,2,3)$ نسحب من المغلف ثلاث بطاقات على التتالي مع إعادة

و المطلوب :

1) احسب احتمال أن يكون مجموع البطاقات المسحوبة زوجي .
2) احسب احتمال أن يكون مجموع البطاقات المسحوبة فردي .
3) ليكن X متحول عشوائي يدل على عدد مرات ظهور عدد فردي ، عيّن قيم المتحول العشوائي X ثم احسب توقعه الرياضي وتباينه و انحرافه المعياري .

المسألة الثانية : ليكن التابع المعرف على R وفق : $f(x)=\frac{x^2}{e^x}$ و المطلوب :

1) ادرس تغيرات التابع موضحاً القيم الحدية و المقاربات .
2) ارسم C الخط البياني للتابع ثم استنتج الخط البياني للتابع $f_1(x)=x^2e^x$
3) ليكن التابع $F(x)=(-x^2-2x-2)e^{-x}$ أثبت أن F هو تابع أصلي للتابع f
4) استنتج مساحة السطح المحصور بين C و محور الفواصل و المستقيمين $x=1\ ,x=0$

انتهت الأسئلة .. 🙂

مع أطيب الأمنيات لكم بالنجاح 💙

سلم امتحان رياضيات (1) تكميلي

السؤال الأول:

1) $\lim\limits_{x\to 2} f(x)=+\infty \;,\; \lim\limits_{x\to 0} f(x)=-\infty$ 5+5

2) $x=0 \;,\; x=2$ 5+5

3) $[1,2[$ 10

4) $f(1)=0$ 10

السؤال الثاني:

① $\vec{BC}(1,2,-1) \;,\; \vec{AB}(1,-1,-1)$ 5+5

الشعاعان غير مرتبطان خطياً $\frac{1}{1} \neq \frac{2}{-1}$ 5+5

لعدم تناسب مركباتهما ⇐ النقاط A,B,C تعين مستو.

2) لنفرض $\vec{n}(a,b,c)$

$\vec{AB} \perp \vec{n} \Rightarrow \vec{AB}\cdot\vec{n}=0$

$(1,-1,-1)(a,b,c)=0$

$a-b-c=0$ —— ① 5

$\vec{BC} \perp \vec{n} \Rightarrow \vec{BC}\cdot\vec{n}=0$

$(1,2,-1)(a,b,c)=0$

$a+2b-c=0$ —— ② 5

لنفرض $c=1$ وبالحل المشترك نجد أن:

$b=0 \;,\; a=1$

$\Rightarrow \vec{n}(1,0,1)$ 5

3) $\boxed{x+z-4=0}$ 5

وهي معادلة المستوي (ABC).

السؤال الثالث:

1) حسب الإحاطة: $-1 \leq \sin x \leq 1$ 5

$\frac{-1}{x^2+3} \leq \frac{\sin x}{x^2+3} \leq \frac{1}{x^2+3}$ 5

$\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{-1}{x^2+3} = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{1}{x^2+3} = 0$ 5+5

$\Rightarrow \lim\limits_{x\to\infty} \frac{\sin x}{x^2+3} = 0$ 5

2) بما أن $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{\sin x}{x^2+3}=0 \Leftarrow \lim\limits_{x\to\infty} f(x)=1$ 10+5

السؤال الرابع:

الشرط $0 \leq r \leq 4$ 5

$\frac{1}{\frac{4!}{r!(4-r)!}} = \frac{1}{\frac{5!}{r!(5-r)!}} + \frac{1}{\frac{6!}{r!(6-r)!}}$ 5+5+5

$\frac{r!(4-r)!}{(4-r)\;4!} = \frac{r!(5-r)!}{5!} + \frac{r!(6-r)!}{6!}$ 5+5

$1 = \frac{(5-r)}{5} + \frac{(6-r)(5-r)}{30}$ 10

$30 = 6(5-r) + (6-r)(5-r)$ 10

$r^2-17r+30=0$ 5

$(r-15)(r-2)=0$ 5+5

$r=15 \;,\; r=2$ مقبول 5+5

ثانياً: التمرين الأول:

1) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2$ 5

2) $f(x)=2-\frac{2}{x+1}$

طريقة 1 5

$1{,}9 < 2-\frac{2}{x+1} < 2{,}1$ 5

$-0{,}1 < -\frac{2}{x+1} < 0{,}1$ 5

$0{,}1 > \frac{2}{x+1} > -0{,}1$ 5

$\frac{5}{100} > \frac{1}{x+1}$ 5

$20 < x+1$

$x>19 \Rightarrow \boxed{A=19}$ 5

طريقة 2

$|f(x)-\varepsilon|<r$

$\left|2-\frac{2}{x+1}-2\right|<0{,}1$ 5

$\left|-\frac{2}{x+1}\right| < \frac{1}{10}$ 5

$\frac{2}{x+1} < \frac{1}{10}$

$\frac{1}{x+1} < \frac{1}{20}$

5 $x+1 > 20 \Rightarrow x > 19$

5 $\boxed{A=19}$

3) $\int_2^4 f(x)dx$

5 $\int_2^4 2-\frac{2}{x+1}\,dx$

5+5 $\left[2x-2\ln|x+1|\right]_2^4$

5+5 $=(8-2\ln 5)-(4-2\ln 3)$

5 $=4-2\ln 5-2\ln 3$

التمرين الثاني :

نفرض $E(n): 1 \leq U_n \leq 2$

* نبرهن صحة العلاقة من أجل $E(0)$:

5 محققة $1 \leq U_0 = \frac{3}{2} \leq 2$

* نفرض صحة العلاقة من أجل n:

5 $E(n): 1 \leq U_n \leq 2$

* نبرهن صحة العلاقة من أجل $E(n+1)$:

نفرض $f(x)=x^2-2x+2$

5 $f'(x)=2x-2 \Rightarrow f'(x)=0$

$x=1$, $f(1)=1$

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\searrow$	1	$\nearrow$	

5 التابع متزايد على المجال $[1,+\infty[$

لدينا بالفرض $1 \leq U_n \leq 2$

5 $f(1) \leq f(U_n) \leq f(2)$

5 $1 \leq U_{n+1} \leq 2$

العلاقة صحيحة.

2) برهان متناقصة $E(n): U_{n+1} \leq U_n$

* نبرهن صحة العلاقة من أجل :

5 $E(0): U_1 = \frac{5}{4} \leq U_0 = \frac{3}{2}$

* نفرض صحة العلاقة من أجل $E(n)$:

5 $E(n): U_{n+1} \leq U_n$

* نبرهن صحة العلاقة من أجل $E(n+1)$:

لدينا بالفرض $U_{n+1} \leq U_n$

5 $f(U_{n+1}) \leq f(U_n)$

5 العلاقة صحيحة $U_{n+2} \leq U_{n+1}$

5 كون المتتالية متناقصة ومحدودة من الأدنى فهي متقاربة.

5 $f(x)=x \Rightarrow x^2-2x+2=x$

$x^2-3x+2=0$

$(x-2)(x-1)=0$

2.5 ×2 إما $x=2$ أو $x=1$

$\Rightarrow \lim_{n\to\infty} U_n = 1$

التمرين الثالث:

5×3 1) $\frac{c-a}{b-a} = \frac{3\sqrt{3}+i-\sqrt{3}-i}{\sqrt{3}-i-\sqrt{3}-i} = \frac{2\sqrt{3}}{-2i}$

5 $=\sqrt{3}i \Rightarrow \arg\left(\frac{c-a}{b-a}\right)=\frac{\pi}{2}$

5 فالمثلث قائم

5 2) $s-a = e^{\frac{\pi}{3}i}(b-a)$

$s-\sqrt{3}-i = e^{\frac{\pi}{3}i}(\sqrt{3}-i-\sqrt{3}-i)$

$s-\sqrt{3}-i = e^{\frac{\pi}{3}i}(-2i)$

$s=\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)(-2i)+\sqrt{3}+i$

$s=\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)(-2i)+\sqrt{3}+i$

5 $s=2\sqrt{3}$

5 لأن S صورة B وفق دوران مركزه (A) زاويته $\frac{\pi}{3}$ فالمثلث ABS متساوي الأضلاع

5+5 $n = \frac{a+c}{2} = \frac{\sqrt{3}+i+3\sqrt{3}+i}{2}$ (3

10 $= 2\sqrt{3}+i$

التمرين الرابع:

(1

15 $f(0) = \ln 2$

15 $f'(x) = \frac{e^x}{e^x+1}$

15 $f'(0) = \frac{1}{2}$

(2

15 $\lim_{x\to 0} \frac{\ln(e^x+1)-\ln 2}{x} = \frac{1}{2}$

ثالثاً: المسألة الأولى:

1) نفرض الحدث A أن يكون مجموع البطاقات زوجي

$P(A) = \left(\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}\right)+3\left(\frac{3}{5}\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{5}\right)$

5×3 $= \frac{8}{125}+\frac{54}{125} = \frac{62}{125}$

2) نفرض الحدث B أن يكون مجموع البطاقات فردي

$P(B) = \left(\frac{3}{5}\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{3}{5}\right)+3\left(\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{5}\right)$

5×3 $= \frac{27}{125}+\frac{36}{125} = \frac{63}{125}$

(3

5 $X(\Omega) = \{0,1,2,3\}$

5+5 $P(X=0) = \frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5} = \frac{8}{125}$

5+5 $P(X=1) = 3\left(\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{5}\right) = \frac{36}{125}$

5+5 $P(X=2) = 3\left(\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{3}{5}\right) = \frac{54}{125}$

5+5 $P(X=3) = \frac{3}{5}\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{3}{5} = \frac{27}{125}$

5

x_i	0	1	2	3
$p(x_i)$	$\frac{8}{125}$	$\frac{36}{125}$	$\frac{54}{125}$	$\frac{27}{125}$
x_i^2	0	1	4	9

10 $E(X) = \frac{9}{5}$

5 $V(X) = \frac{18}{25}$

5 $\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \frac{3\sqrt{2}}{5}$

المسألة الثانية:

التابع مستمر واشتقاقي $]-\infty, +\infty[$

5 $\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$

5 $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$

5 $y=0$ مقارب أفقي يوازي xx' .

5 $f'(x) = \frac{2xe^x - x^2e^x}{e^{2x}} = \frac{2x}{e^x} - \frac{x^2}{e^x}$

5+5+5 $f'(x)=0 \Rightarrow 2x-x^2=0$

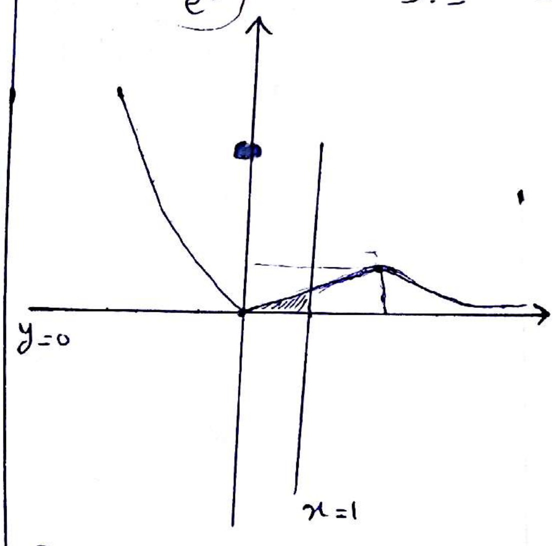
$(2-x)x=0 \Rightarrow x=0,\ x=2$

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$\frac{4}{e^2}$	$\searrow$	0

5+5 $f(0)=0$ قيمة حدية صغرى .

5+5 $f(2) = \frac{4}{e^2}$ قيمة حدية كبرى .

5



2] $f_1(x) = x^2e^x$

5 $f_1(-x) = (-x)^2e^{-x} = x^2e^{-x} = f(x)$

C_1 نظير C بالنسبة لمحور التراتيب .

3) ليكون F تابعاً أصلياً للتابع f يجب:

$F'(x) = f(x)$

F اشتقاقي على R لأنه جداء $-x^2-2x-2$ و e^{-x} اشتقاقيان على R

5 $F'(x) = (-2x-2)(e^{-x}) + (-e^{-x})(-x^2-2x-2)$

$= -2xe^{-x} - 2e^{-x} + x^2e^{-x} + 2xe^{-x} + 2e^{-x}$

5 $= x^2e^{-x} = f(x)$

4) $S = \int_0^1 f(x)\,dx$

2 $= \int_0^1 x^2 e^{-x}\,dx$

1 $= [F(x)]_0^1 = [(-x^2-2x-2)e^{-x}]_0^1$

1 $= (-1-2-2)e^{-1} - (0-0-2)e^{0}$

1 $S = \frac{-5}{e} + 2$

اشتقاقي على R لأنهما مجداء

(5) ∈R على اشتقاقي

أشرف السلم ....

أ. فارس جقل

أ. نجوى العلي

مركز أونلاين التعليمي

اسم الطالب/ة:.............................

مدة الاختبار: 3 ساعات

امتحان نهائي (2)

بـكالـوريا ريـاضيـات

(تـكميلـي 2019)

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : تأمل الجدول المرسوم جانباً ثم أجب عما يلي :

x	0		$\sqrt{3}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

1. أوجد مجموعة التعريف
2. أوجد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$
3. ما هي القيمة الحدية ، حدد نوعها
4. ما حلول المتراجحة $f(x) > 1$
5. أوجد المقارب الشاقولي

السؤال الثاني : لتكن النقطتان $A(2,1,2)$ و $B(-2,0,2,)$ و النقطة M في الفراغ التي تحقق : $\overrightarrow{MA}\,.\,\overrightarrow{MB} = 0$: ε

عيّن طبيعة مجموعة النقاط $\mathcal{E}$

السؤال الثالث : لتكن المجموعة $S = \{1,2,7,8,9\}$ و المطلوب :

1. بكم طريقة يمكن تشكيل مجموعة جزئية مؤلفة من ثلاث أعداد
2. بكم طريقة يمكن تشكيل مجموعة جزئية مؤلفة من عددين بحيث مجموعهما زوجي

السؤال الرابع : لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالشكل $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 2u_n - 3 \end{cases}$ نعرف المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ حيث $v_n = \frac{1}{u_n - 3}$

1. أثبت أن المتتالية (v_n) هندسية ثم عيّن أساسها و حدها الأول
2. أكتب v_n بدلالة n ثم u_n بدلالة n ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

ثانياً : أجب عن التمارين الأربعة الآتية : (60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول : ليكن التابعان : $f(x) = \frac{e^x}{e^x+1}$ و $g(x) = \frac{x}{x+1}$

1) احسب $g'(x)$ ثم استنتج $f'(x)$
2) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} f(f(x))$

التمرين الثاني : لدى عائلة ثلاثة أطفال ، احتمال ولادة الذكر يساوي احتمال ولادة الأنثى وليكن :

A : حدث الأطفال الثلاثة من نفس الجنس B: حدث الطفل الثالث ذكر ..المطلوب :

1) احسب $P(B|A)$
2) ليكن X متحول عشوائي يدل على عدد الذكور ، عيّن قيم المتحول العشوائي X و نظم جدول قانون احتمالي ، ثم احسب توقعه الرياضي

التمرين الثالث : f هو التابع المعرف على المجال R وفق : $f(x) = -2x + xe^{-x}$ وليكن $\Delta: y = -2x$ والمطلوب :

1) أثبت أن Δ مقارب مائل في جوار $+\infty$
2) احسب $\int_1^{ln2} (f(x) - y_\Delta)\ dx$

أ. فارس جقل .. دورات (ر ف ك) .. اللاذقية 0955186517

التمرين الرابع : لتكن الأعداد العقدية : $b = 1 - i$, $c = 2i$, $a = 2 + i$

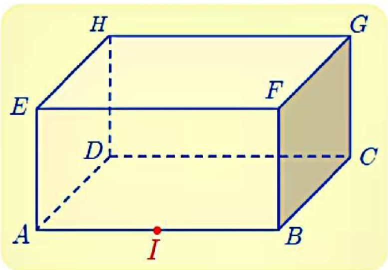
1) مثّل a , b , c في مستو عقدي
2) احسب $\frac{c-a}{b-a}$ ثم استنتج طبيعة المثلث (ABC)
3) احسب العدد العقدي e الممثّل للنقطة E بحيث يكون $ABCE$ مربع

ثالثاً : حل المسألتين الآتيتين : (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]0,+\infty[$ وفق : $f(x) = \frac{x+lnx}{x}$ و المطلوب :

① ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولا بها
② أثبت أن للمعادلة $f(x) = 0$ جذر وحيد x بحيث $\frac{1}{2} < x < 1$
③ ارسم الخط البياني C
④ احسب مساحة السطح المحصور بين C والمحور ox و $x = 1$, $x = e$
⑤ استنتج رسم الخط البياني للتابع : $f_1(x) = -1 + \frac{1}{x} ln\frac{1}{x}$

المسألة الثانية : $ABCDEFGH$ متوازي مستطيلات فيه : $BC = CG = 1$, $AB = 2$ ولتكن I منتصف $[AB]$



① أعط معلماً متجانسا مبدؤه A ثم أوجد احداثيات رؤوس متوازي المستطيلات
② أوجد معادلة المستوي (IFH)
③ أوجد بعد G عن المستقيم (IH)
④ أوجد بعد G عن المستوي (IFH)
⑤ أوجد معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AD]$

انتهت الأسئلة ..

مع أطيب الامنيات لكم بالنجاح

أ. فارس جقل .. دورات (ر ف ك) .. اللاذقية 0955186517

سلم تصحيح امتحان رياضي (2) تكميلي ..

السؤال الأول:

10 (1 $D =]0,+\infty[$

5+5 (2 $\lim_{x\to 0^+} f(x) = +\infty$, $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

5+5 (3 $f(\sqrt{3})=1$ قيمة حدية صغرى .

5 (4 $x \in]0,\sqrt{3}[\cup]\sqrt{3},+\infty[$

5 (5 $x=0$

السؤال الثاني:

5 نفرض $M(x,y,z)$

5 $\vec{MA}(2-x,1-y,2-z)$

5 $\vec{MB}(-2-x,-y,2-z)$

$\vec{MA}\cdot\vec{MB}=0$

5 $(2-x,1-y,2-z)\cdot(-2-x,-y,2-z)=0$

$-4-2x+2x+x^2-y+y^2+4-4z+z^2=0$

5 $x^2+y^2-y+z^2-4z=0$

بالإتمام إلى مربع كامل:

5 $x^2+y^2-y+\frac{1}{4}-\frac{1}{4}+z^2-4z+4-4=0$

$x^2+(y-\frac{1}{2})^2+(z-2)^2-\frac{1}{4}-4=0$

5 $x^2+(y-\frac{1}{2})^2+(z-2)^2=\frac{17}{4}$

5 وع كرة مركزها $(0,\frac{1}{2},2)$ ونصف قطرها $R=\frac{\sqrt{17}}{2}$

السؤال الثالث:

10+10 (1 $\binom{5}{3}=10$ طرق

5+5+5+5 (2 طرق $\binom{2}{2}+\binom{3}{2}=1+3=4$

السؤال الرابع:

5+5 (1 $\frac{v_{n+1}}{v_n}=\frac{\frac{1}{u_{n+1}-3}}{\frac{1}{u_n-3}}=\frac{\frac{1}{2u_n-6}}{\frac{1}{u_n-3}}$

5 $=\frac{u_n-3}{2u_n-6}=\frac{1}{2}$

5+5 و v_n متتالية هندسية أساسها $q=\frac{1}{2}$ وحدها الأول $v_0=-1$

(2 $v_n=v_0\cdot q^{n-0}=-1\cdot(\frac{1}{2})^n$

5 $v_n=-\frac{1}{2^n}$

$v_n=\frac{1}{u_n-3}\Rightarrow u_n-3=\frac{1}{v_n}$

5 $\Rightarrow u_n=\frac{1}{v_n}+3$

5 $\Rightarrow u_n=-2^n+3$

5 $\lim_{n\to+\infty}u_n=-\infty$

حيث 2^n متتالية هندسية $q=2>1$

$\lim_{n\to\infty}2^n=+\infty$

ثانياً:

التمرين الأول:

10 (1 $g(x)=\frac{1}{(x+1)^2}$

$f(x)=g(e^x)$

10 $f'(x)=(e^x)'\cdot g'(e^x)$

10 $=\frac{e^x}{(e^x+1)^2}$

10 (2 $\lim_{x\to+\infty}f(x)=1$

5+5+10 $f(\lim_{x\to+\infty}f(x))=f(1)=\frac{e}{e+1}$

التمرين الثاني:

5 (1 $P(B|A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}$

5+5 $=\frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}}$

5 $=\frac{1}{8}\times\frac{8}{2}=\frac{1}{2}$

5 (2 $X(\Omega)=\{0,1,2,3\}$

5 $P(X=0)=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$

5 $P(X=1)=(\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2})3=\frac{3}{8}$

(2

5+5 $\frac{c-a}{b-a} = \frac{2i-2-i}{1-i-2-i}$

$= \frac{i-2}{-2i-1} = \frac{(i-2)(-1+2i)}{(-2i-1)(+2i-1)}$

5 $= \frac{2-4i-i+2i^2}{1-4i^2} = \frac{-5i}{5} = -i$

$\arg(-i) = -\frac{\pi}{2}$

5 ⇐ المثلث ABC قائم.

(3

5 $\frac{a+c}{2} = \frac{e+b}{2}$

5 $\frac{2+i+2i}{2} = \frac{e+1-i}{2}$

10 $\Rightarrow e = 4i+1$

10

ثالثاً:

المسألة الأولى:

التابع مستمر واشتقاقي على $]0,+\infty[$

5 $\lim_{x\to 0^+} f(x) = -\infty$

5 $x=0$ مقارب شاقولي

5 $\lim_{x\to +\infty} f(x) = 1$

5 $y=1$ مقارب أفقي يوازي $x'x$

5 $f'(x) = \frac{(1+\frac{1}{x})x-(x+\ln x)}{x^2}$

5 $= \frac{x+1-x-\ln x}{x^2} = \frac{1-\ln x}{x^2}$

$f'(x)=0 \Rightarrow 1-\ln x=0$

5 $x=e$

5×3

x	0		e		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	‖ $-\infty$	↗	$\frac{e+1}{e}$	↘	1

5 $f(e) = \frac{e+1}{e}$ قيمة حدية كبرى

5 $P(X=2) = 3\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{8}$

5 $P(X=3) = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

10

x_i	0	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

5 $E(X) = \frac{0+3+6+3}{8} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$

التمرين الثالث:

(1 $\lim_{x\to+\infty}(f(x)-y_\Delta)$

5+5 $= \lim_{x\to+\infty} xe^{-x} = 0$

5 $\Delta : y=-2x$ مقارب مائل في جوار $+\infty$.

(2 $\int_1^{\ln 2}(f(x)-y_\Delta)\,dx = \int_1^{\ln 2} xe^{-x}\,dx$

بالتجزئة: نفرض

5 $u=x \Rightarrow u'=1$

5 $v'=e^{-x} \Rightarrow v=-e^{-x}$

10 $\int_1^{\ln 2} xe^{-x}\,dx = -xe^{-x} - \int_1^{\ln 2} -e^{-x}\,dx$

10 $= \left[-xe^{-x}-e^{-x}\right]_1^{\ln 2}$

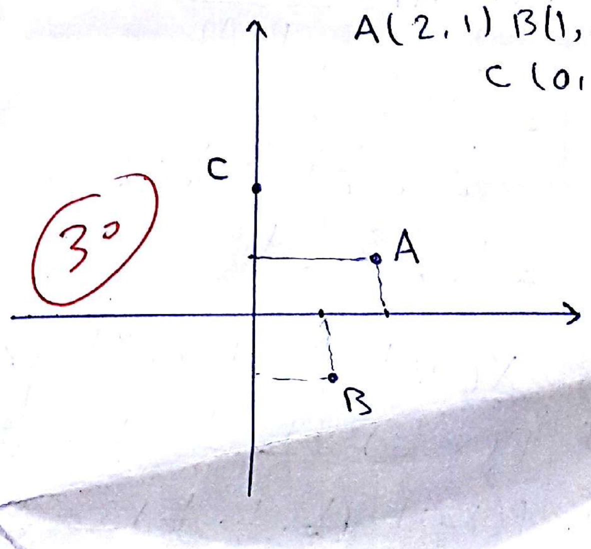
5 $= (-\ln 2\, e^{-\ln 2} - e^{-\ln 2}) - (-e^{-1}-e^{-1})$

5 $= -\frac{\ln 2}{2} - \frac{1}{2} + \frac{2}{e}$

التمرين الرابع:

(1 $A(2,1)$ $B(1,-1)$ $C(0,2)$

10+10+10



30

المسألة الثانية: نفرض $(A, \frac{1}{2}\vec{AB}, \vec{AD}, \vec{AE})$

$A(0,0,0)\quad B(2,0,0)\quad C(2,1,0)$

$D(0,1,0)\quad E(0,0,1)\quad F(2,0,1)$

$G(2,1,1)\quad H(0,1,1)\quad I(1,0,0)$

2) نفرض $\vec{n}(a,b,c)$

$\vec{IF}(1,0,1)\quad \vec{IH}(-1,1,1)$

$\vec{n}\perp\vec{IF} \Rightarrow \vec{n}\cdot\vec{IF}=0$

$(a,b,c)(1,0,1)=$

$a+c=0 \Rightarrow a=-c$

$\vec{n}\perp\vec{IH} \Rightarrow \vec{n}\cdot\vec{IH}=0$

$(a,b,c)(-1,1,1)=0$

$-a+b+c=0$ — نفرض $c=1$

$\Rightarrow a=-1,\ b=-2$

$\Leftarrow \vec{n}(-1,-2,1)$

$-x-2y+z+1=0$

معادلة المستوي (IFH)

3) نوجد معادلة المستوي المار من G و العمودي على $\vec{IH}$

$\vec{n}=\vec{IH}(-1,1,1)$

$-x+y+z=0$

نوجد المعادلات الوسيطة لـ $\vec{IH}$

$$\left.\begin{aligned} x&=-t\\ y&=1+t\\ z&=1+t\end{aligned}\right\};t\in\mathbb{R}$$

$-(-t)+1+t+1+t=0$

$\Rightarrow 3t=-2 \Rightarrow t=-\frac{2}{3}$

$x_{G'}=\frac{2}{3},\ y_{G'}=\frac{1}{3},\ z_{G'}=\frac{1}{3}$

$\Rightarrow G'\left(\frac{2}{3},\frac{1}{3},\frac{1}{3}\right)$

$dist(G,IH)=GG'$

$=\sqrt{\left(\frac{2}{3}-2\right)^2+\left(\frac{1}{3}-1\right)^2+\left(\frac{1}{3}-1\right)^2}$

$=\sqrt{\frac{24}{9}}=\frac{2\sqrt{6}}{3}$

(2
$f\left(\frac{1}{2}\right)=\dfrac{\frac{1}{2}+\ln\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}}=\dfrac{\frac{1}{2}-\ln 2}{\frac{1}{2}}<0$

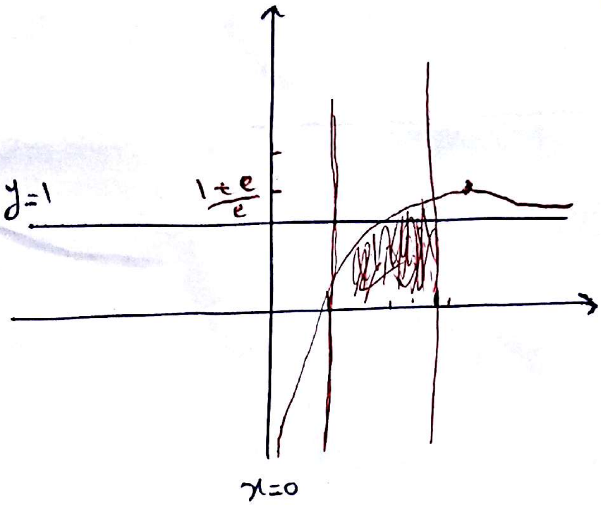
$f(1)=1>0$

التابع مستمر ومتناقص تماماً على المجال $]\frac{1}{2},1[$

$f\left(\frac{1}{2}\right)\cdot f(1)<0$

$\Leftarrow$ للمعادلة $f(x)=0$ حل وحيد.

(3



$S=\int_1^e f(x)\,dx$

$S=\int_1^e \left(1+\frac{1}{x}\ln x\right)dx$

$=\left[x+\frac{\ln^2 x}{2}\right]_1^e$

$=e-\frac{1}{2}$

$f_1(x)=-f(x)$

$\Leftarrow C_1$ ينتج عن C بالتناظر بالنسبة لمحور الفواصل

3

4) $dist(G, IFH) = \frac{|-2-2(1)+1+1\cdot 1|}{\sqrt{(-1)^2+(-2)^2+(1)^2}}$

5 $= \frac{|-2|}{\sqrt{6}} = \frac{2}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$

5) نفرض J منتصف القطعة المستقيمة [AD]

5+5 $J(0, \frac{1}{2}, 0)$ $\vec{n} = \vec{AD} = (0, 1, 0)$

+5 $y - \frac{1}{2} = 0$

معادلة للمستوي المحوري.

انتهى السلم .... ♥

أ. فارس جقل

أ. لجوى العلي

4

اسم الطالب/ة:..............................

مـركـز أونـلايـن الـتـعـلـيـمـي

مدة الأختبار: 3 ساعات.

امتحان نهائي (1)

بكالوريا رياضيات(2018)

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : أكمل الجدول المجاور الذي يمثل القانون الاحتمالي لزوج من المتحولات العشوائية (X, Y)، علماً أن المتحولين العشوائيين X, Y مستقلان احتمالياً.

Y \ X	0	1	2	قانون X
0				0.4
1			0.04	
2				0.4
قانون Y	0.3			

السؤال الثاني : ليكن التابع f المعرّف على النحو التالي :

$$f(x) = \frac{x^2-5x+1}{x+1} \quad \text{حيث:} \quad D =]-\infty, -1[U]-1, +\infty[$$

① جد الأعداد a, b, c التي تحقق $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$

② أحسب $\int_0^2 f(x)\ dx$

السؤال الثالث : نتأمّل في معلم متجانس $(\overline{0}, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ النقاط الآتية.

$$A(0, 2, -2), B(-1, 2, -1), C(-2, 1, 1), D(0, 3, -3)$$

① أثبت أن النقاط A, B, C, D تقع في مستوي واحد .

② أثبت أن النقاط B, C, D تقع على استقامة واحدة

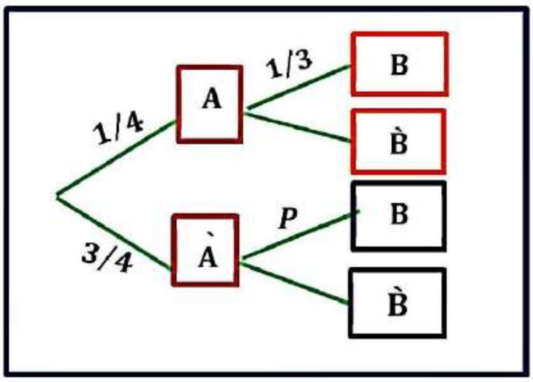
السؤال الرابع : أوجد نهاية التابع f المعين بالعلاقة $f(x) = \frac{3x+4}{x+1}$ عند $+\infty$ ثم أعط عدداً حقيقياً α يحقق الشرط :

أذا كان $x > \alpha$ كان $f(x) \in]2.9, 3.1[$

ثانياً : أجب عن التمارين الأربعة الآتية: (60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول : ليكن A و B حدثين مرتبطين بتجربة عشوائية معروضة بالمخطط الشجري المجاور ..

كيف نختار قيمة P حتى يكون الحدثان A و B مستقلين احتمالي



التمرين الثاني : لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ المعرفة بالعلاقة $u_n = \frac{4n+1}{2}$ والمطلوب :

① برهن أن المتتالية حسابية ، عين اساسها وحدها الاول

② أحسب المجموع $u_1 + u_2 + \cdots + u_{50}$

③ أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ متباعدة

التمرين الثالث : لتكن الأعداد العقدية التالية : $a = 2 + i$, $b = -1 + 4i$, $c = 1 + 2i$ ولتكن النقاط الممثلة لها في معلم متجانس A , B , C

أثبت أن النقاط A , B , C على استقامة واحدة.

التمرين الرابع : ليكن التابع f *المعرف على* R *وفق :* $f(x) = xe^{-x}$

① أحسب $\int_0^{\ln 3} f(x)\ dx$

② أثبت أن التابع $y = f(x)$ هو حل للمعادلة التفاضلية $\acute{y} + y = e^{-x}$

ثالثاً : حل المسألتين الآتيين : (100 درجة لكل مسالة)

المسألة الأولى : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على المجال $[0 , 2]$ بالعلاقة $f(x) = x\sqrt{4 - x^2}$

و المطلوب : 1) ادرس تغيّرات f ونظّم جدولاً بها ، محدّداً قيمته الحدّية .

2) ادرس قابلية اشتقاق التابع f عند 2 و 0 أكتب معادلة المماسين d_1 و d_2 في نقطتيهما .

3) ارسم المستقيمين d_1 , d_2 ثم ارسم C.

4) أوجد مساحة السطح المحصور بين C ومحور الفواصل .

5) أوجد حجم المجسم الناتج عن دوران السطح السابق حول $x\acute{x}$ دورة كاملة .

المسألة الثانية : يحتوي صندوق على أربع كرات تحمل الأرقام 1 , 2 , 3 , m حيث $m \in N$ نسحب من الصندوق كرة واحدة ، احتمال سحب كل كرة حسب رقمها يساوي P_1 , P_2 , P_3 , P_m نفترض أن P_1 , P_2 , P_3 , P_m بهذا الترتيب هي أربعة حدود متتالية من متتالية حسابية أساسها $\frac{1}{12}$

① أحسب كلاً P_1 , P_2 , P_3 , P_m

② ليكن X المتغير العشوائي الدال على رقم الكرة المسحوبة ، احسب m علماً أن التوقع الرياضي للمتغير العشوائي X يساوي $\frac{53}{12}$

انتهت الأسئلة .. 🙂

إعداد المدرسين فارس جقل &براءة علي

مع أطيب الأمنيات لكم بالنجاح 💙

السؤال الأول: نموذج: 19

X \ Y	0	1	2	قانون X
0	0,12	0,2	0,08	0,4
1	0,06	0,1	0,04	0,2
2	0,12	0,2	0,08	0,4
قانون Y	0,3	0,5	0,2	

40 درجة $11 \times 3 = 33$

السؤال الثاني: (1)

$f(x) = \frac{x^2 - 5x + 1}{x+1}$

(1)

5 $\Rightarrow f(x) = x - 6 + \frac{7}{x+1}$

3×5 $a = 1$ ، $b = -6$ ، $c = +7$

(2) $\int_0^2 f(x)\,dx$

5 $= \int_0^2 x - 6 + \frac{7}{x+1}\,dx$

2,5×3 $= \left[\frac{x^2}{2} - 6x + 7\ln(x+1)\right]_0^2$

2,5 $= (2 - 12 + 7\ln(3)) - (0 - 0 + 0)$

5 $= -10 + 7\ln(3)$

السؤال الثالث:

(1) $\vec{AB}(-1, 0, 1)$ ، $\vec{AC}(-2, -1, 3)$

$\vec{AD}(0, 1, -1)$

نفرض: $\vec{n}(a, b, c)$

2,5 $\vec{n} \perp \vec{AB} = -a + c = 0 \quad \dots (1)$

2,5 $\vec{n} \perp \vec{AC} = -2a - b + 3c = 0 - (2)$

2,5 من (1) نجد: $\boxed{a = c}$

نعوض في (2) فنجد:

2,5 $\boxed{b = c}$

2,5 نفرض: $c = 1 \Leftarrow$

2,5 $\vec{n}(1, 1, 1)$

5 2,5 $\Rightarrow \vec{n} \cdot \vec{AD} = 0 + 1 - 1 = 0$

5 $\vec{n} \perp \vec{AD} \Leftarrow$ النقاط ، ربعة
A, B, C, D تقع في مستوٍ واحد

(2)

2,5 $\vec{BD}(1, 1, -2)$

2,5 $\vec{CD}(2, 2, -4)$

$\Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{-2}{-4} \Rightarrow$ المركبات

2,5×3 متناسبة فالشعاعان مرتبطان خطياً
النقاط $B, C, D \Leftarrow$ تقع على استقامة
واحدة.

السؤال الرابع

10 $\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} \frac{3x+4}{x+1} = 3$

$f(x) \in]2.9, 3.1[$ الذي مركزه 3 ونصف قطره (0.1)

أ. فارس جقل - اللاذقية - دورات رف ك هاتف: ٠٩٥٥١٨٦٥١٧

5 $|f(x)-3| < 0.1$

5 $\Rightarrow f(x)-3 = \frac{3x+4}{x+1} - 3 = \frac{1}{x+1}$

5+5 $\Rightarrow \left|\frac{1}{x+1}\right| < \frac{1}{10} \Rightarrow |x+1| > 10$

ولأن الدالة الأصلية تحسب عند $+\infty$

نفرض $x > -1 \Leftarrow x+1 > 10$

2×2.5 $x+1 > 10 \Leftarrow x > -1$

2×2.5 $\Rightarrow x > 9 \Rightarrow \alpha = 9$

أو أي عدد أكبر من 9

ثانياً: التمرين الأول

5 بما أن الحدثان A و B مستقلين احتمالياً فإن:

5 $P(B|A) = P(B)$

5 $P(B|A) = P(A \cap B) + P(A' \cap B)$

10×3 $\frac{1}{3} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} + P \times \frac{3}{4}$

5+10 $\frac{1}{3} = \frac{1}{12} + \frac{3}{4}P \Rightarrow P = \frac{1}{3}$

حل مستقل يوجد حل آخر بالأسفل

التمرين الثاني

$U_n = \frac{4n+1}{2}$

① 5 $U_{n+1} = \frac{4n+5}{2}$

5 $U_{n+1} - U_n = \frac{4n+5}{2} - \frac{4n+1}{2}$

$U_{n+1} - U_n = \frac{4}{2} = 2$

5+5 $\Leftarrow$ المتتالية حسابية أساسها $r = 2$

2.5 حدها الأول: $U_0 = \frac{1}{2}$

② 5 $S = n\frac{(a+l)}{2}$

2.5 $U_{50} = \frac{201}{2}$; $n = 50$

2.5+2.5 $U_1 = \frac{5}{2}$

5 $\Rightarrow S = 50 \times \frac{\left(\frac{5}{2} + \frac{201}{2}\right)}{2}$

$\Rightarrow S = \cancel{50} \times \frac{103}{\cancel{2}} = 25 \times 103$

5 $= 2575$

③ 5+5 $\lim_{n \to +\infty} U_n = \lim_{n \to +\infty} \frac{4n+1}{2} = +\infty$

5 ليست متقاربة

التمرين الثالث

3×2.5 $A(2,1)$ ، $B(-1,4)$ ، $C(1,2)$

1.5×2 $\vec{AB}(-3,3)$ ، $\vec{AC}(-1,1)$

5+5 $\Rightarrow \frac{-3}{-1} = \frac{3}{1}$ المركبات متناسبة

2.5 $\Leftarrow$ الشعاعان $\vec{AB}$ و $\vec{AC}$ مرتبطان خطياً

$\Leftarrow$ النقاط الثلاث A, B, C تقع

10 على استقامة واحدة

حل آخر للتمرين الأول: شرط الاستقلال 5

$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ 10

$P(A) \cdot P(B|A) = P(A) \cdot P(B)$ 3×10

$\frac{1}{3} = \frac{1}{12} + \frac{3}{4}P \Rightarrow P = \frac{1}{3}$ 5 10

أ. فارس جقل – اللاذقية – دورات رف ك هاتف: ٠٩٥٥١٨٦٥١٧

التمرين الرابع:

(1)

$f(x) = x e^{-x}$

5 $I = \int_0^{\ln(3)} x \cdot e^{-x}\, dx$

$u = x \Rightarrow u' = 1$

2.5×4 $v' = e^{-x} \Rightarrow v = -e^{-x}$

5+5 $\Rightarrow I = \left[-x e^{-x}\right]_0^{\ln 3} - \int_0^{\ln(3)} -e^{-x}\, dx$

5 $I = \left[-x e^{-x} - e^{-x}\right]_0^{\ln(3)}$

3×2.5 $= \left(-\ln(3) e^{-\ln(3)} - e^{-\ln(3)}\right) - (0 - 1)$

$= -\frac{\ln(3)}{3} - \frac{1}{3} + 1$

5 $= \frac{1}{3}(2 - \ln 3)$

(2)

5+5 $y' + y = (x e^{-x})' + (x e^{-x})$

2.5 $= e^{-x} - x e^{-x} + x e^{-x}$

5 $\Rightarrow y' + y = e^{-x}$

المسألة (١٢٠) علامة

$f(x) = x\sqrt{4 - x^2}$

(1)

2.5 التابع مستمر على $[0,2]$ واشتقاقي على $]0,2[$

$\cancel{\lim x\sqrt{4-x^2} = 0\times 2 = 0}$

$\cancel{x \to 0}$ $f(0) = 0$

2.5 $\cancel{\lim x\sqrt{4-x^2} = 2\times 0 = 0}$

$\cancel{x \to 2}$ $f(2) = 0$

$f'(x) = \sqrt{4-x^2} + \frac{-2x}{2\sqrt{4-x^2}} \cdot x$

5 $f'(x) = \sqrt{4-x^2} - \frac{x^2}{\sqrt{4-x^2}}$

2.5 $f'(x) = 0 \Rightarrow \frac{4 - x^2 - x^2}{\sqrt{4-x^2}} = 0$

$\Rightarrow 4 - 2x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = 2$

2.5 $\Rightarrow \underbrace{x = -\sqrt{2}}_{}$, $x = \sqrt{2}$

$\notin D$ مرفوض

3×2.5

x	0	$\sqrt{2}$	2
$f'(x)$		0	
$f(x)$	0 ↗	2	↘ 0

2.5 $f(\sqrt{2}) = 2$ قيمة كبرى محلية وشاملة

(2) قابلية الاشتقاق عند 0

2.5 $\lim_{x \to 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} =$

2×2.5 $\lim_{x \to 0} \frac{x\sqrt{4-x^2} - 0}{x} = \lim_{x \to 0} \sqrt{4-x^2} = 2$

أ. فارس جقل - اللاذقية - دورات ر ف ك هاتف: ٠٩٥٥١٨٦٥١٧

التابع قابل للاشتقاق عند 0

* قابلية الاشتقاق عند 2

2,5 $\lim_{x\to 2} \frac{f(x)-f(2)}{x-2} =$ عدد

$\Rightarrow \lim_{x\to 2} \frac{x\sqrt{4-x^2}-0}{x-2} = \frac{0}{2-2} = \frac{0}{0}$

2,5 عدم تعيين

$\lim_{x\to 2} \frac{x\sqrt{4-x^2}}{x-2} = \lim_{x\to 2} \frac{x\sqrt{(2-x)(2+x)}}{-(2-x)}$

$\Rightarrow \lim_{x\to 2} \frac{x\cancel{\sqrt{2-x}}\cdot\sqrt{2+x}}{-(2-x)} = \lim_{x\to 2} \frac{x\sqrt{2+x}}{-\sqrt{2-x}}$

2,5 $\Rightarrow \frac{4}{0^+} = +\infty$

2,5 التابع غير قابل للاشتقاق عند 2 .

معادلة المماس عند $x=0$

2,5 $\Rightarrow y=0 \Rightarrow$ نقطة التماس $(0,0)$

2,5 $m = f'(0) = 2$

2,5 $\Rightarrow y-y_0 = m(x-x_0)$

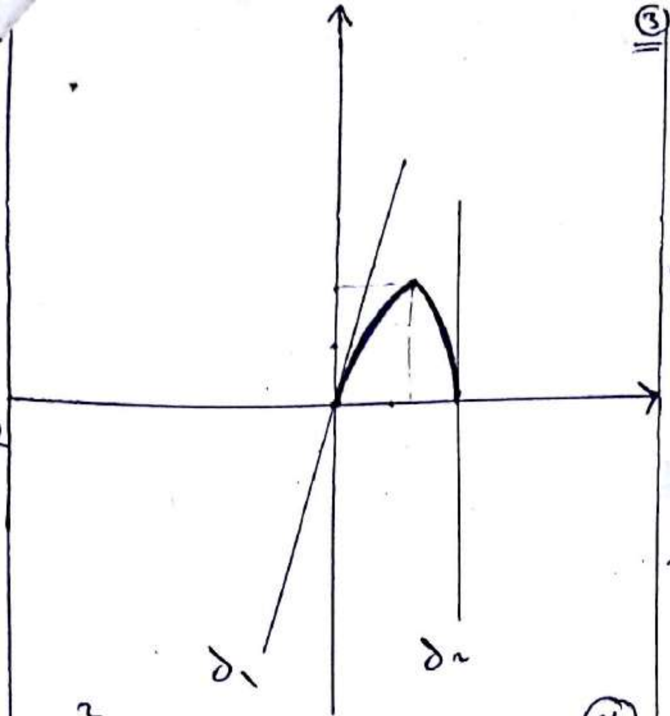
2,5 وهي معادلة المماس $d_1 : y = 2x$

2,5 معادلة المماس عند $d_2 : \; x=2$

2,5 {بما أن التابع غير قابل للاشتقاق عند هذه النقطة فإنه يقبل مماس $x=2$ شاقولي}

③

2: للمحاور
+
3: المخطط
+
2,5×2 للمماس



④

$s = \int_0^2 f(x)\,dx$

5 $= \int_0^2 x\sqrt{4-x^2}\,dx$

$= \int_0^2 x(4-x^2)^{\frac{1}{2}}\,dx$

2,5 $= -\frac{1}{2}\int_0^2 -2x(4-x^2)^{\frac{1}{2}}\,dx$

2,5 $= -\frac{1}{2}\left[\frac{\sqrt{(4-x^2)^3}}{\frac{3}{2}}\right]_0^2$

5 $= -\frac{1}{3}\left[(0)-8\right] = \frac{8}{3}$

⑤

2,5 $V = \pi\int_0^2 [f(x)]^2\,dx$

2,5 $= \pi\int_0^2 \left[x\sqrt{4-x^2}\right]^2\,dx$

أ. فارس جقل – اللاذقية – دورات ر ف ك هاتف : ٠٩٥٥١٨٦٥١٧.

$$= \pi \int_0^2 (4x^2 - x^4)\, dx$$

2.5 $= \pi \left[\frac{4}{3} x^3 - \frac{x^5}{5} \right]_0^2$

5 $= \pi \left[\left(\frac{32}{3} - \frac{32}{5} \right) - 0 \right] = \frac{64}{15}\pi$

المسألة الثالثة:

① بما أن حدود متتالية حسابية

لدينا: الحد الأول P_1 ، $r = \frac{1}{12}$

2.5 $P_2 = P_1 + \frac{1}{12}$

2.5 $P_3 = P_2 + \frac{1}{12} = P_1 + \frac{2}{12}$

2.5 $P_m = P_3 + \frac{1}{12} = P_1 + \frac{3}{12}$

حسب خواص تابع الاحتمال:

وبما أن:

10 $\boxed{P_1 + P_2 + P_3 + P_m = 1} \rightarrow P(\Omega)$

10 $\Rightarrow P_1 + P_1 + \frac{1}{12} + P_1 + \frac{2}{12} + P_1 + \frac{3}{12} = 1$

2.5+2.5 $\Rightarrow 4P_1 + \frac{6}{12} = 1 \Rightarrow 4P_1 = 1 - \frac{6}{12}$

5 $\Rightarrow \boxed{P_1 = \frac{1}{8}}$

5 $P_2 = \frac{1}{8} + \frac{1}{12} = \frac{3+2}{24} = \frac{5}{24}$

5 $P_3 = \frac{1}{8} + \frac{2}{12} = \frac{3+4}{24} = \frac{7}{24}$

5 $P_m = \frac{1}{8} + \frac{3}{12} = \frac{3+6}{24} = \frac{9}{24}$

② الجدول الاحتمالي:

0.5	x_i	1	2	3	m
4×2.5	$P(X=x_i)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{5}{24}$	$\frac{7}{24}$	$\frac{9}{24}$

$E(X) = \frac{53}{12}$

5×2.5 $\Rightarrow 1 \times \frac{1}{8} + 2 \times \frac{5}{24} + 3 \times \frac{7}{24} + m \times \frac{9}{24} = \frac{53}{12}$

$\Rightarrow \frac{1}{8} + \frac{10}{24} + \frac{21}{24} + \frac{9m}{24} = \frac{53}{12}$

$\frac{34}{24} + \frac{9m}{24} = \frac{53}{12}$

$\Rightarrow \frac{9}{24} m = \frac{53}{12} - \frac{34}{24}$

5 $\frac{9}{24} m = \frac{72}{24}$

10 $\Rightarrow m = \frac{72}{24} \times \frac{24}{9} = 8$

انتهى السلم ....

إعداد المدرسان:

براءة علي و فارس جقل

اسم الطالب/ة:.............................

مركز أونلاين التعليمي

مدة الأختبار: 3 ساعات.

امتحان نهائي (2)

بكالوريا رياضيات

مركز أونلاين التعليمي

أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: تأمل الجدول المرسوم جانباً ثم أجب عما يلي:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	‖ $+$	0	$-$
$f(x)$	$0 \searrow -\infty$	‖ $-\infty \nearrow$	$\frac{1}{4}$	$\searrow 0$

① أوجد مجموعة تعريف التابع.

② أوجد المستقر الفعلي للتابع.

③ ما عدد القيم الحدية وما هي؟

④ أوجد معادلة المماس عند النقطة التي فاصلتها $x = 2$

⑤ أوجد المقاربات الأفقية والشاقولية..

السؤال الثاني: حل المعادلة التفاضلية $\acute{y} + 2y = 0$ حيث ميل المماس في النقطة التي فاصلتها 2- من منحني الحل يساوي 1

السؤال الثالث: عيّن الوسيط λ لكي يتعامد المستويان p_1 و p_2 حيث

$$\begin{cases} p_1 : 2\lambda x + y - z - 2 = 0 \\ p_2 : x - \lambda y - z + 2 = 0 \end{cases}$$

ثم احسب بعد النقطة A (1 ,1 ,1) عن فصلها المشترك.

السؤال الرابع: عيّن n في ما يلي: $p_{n+1}^3 = 2p_{n+2}^2$

ثانياً: أجب عن التمارين الأربعة الآتية: (60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول: لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالعلاقة $u_0 = \frac{1}{2}$, $u_{n+1} = \frac{u_n}{2-u_n}$

① أثبت أن $0 < u_n < 1$ أياكانت $n \in N$.

② نعرف المتتالية $(t_n)_{n\geq 0}$ بالعلاقة: $t_n = \frac{1}{u_n} - 1$.

A- أثبت أن المتتالية $(t_n)_{n\geq 0}$ هندسية، وعيّن أساسها.

B- أكتب t_n بدلالة n ثم اكتب u_n بدلالة n وأحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

التمرين الثاني: ليكن العدد المركب: $z = -8 + 8\sqrt{3}\, i$

① أكتب z بالشكل الأسي

② أوجد الجذرين التربيعين للعدد z

التمرين الثالث: نجد في الجدول المجاور القانون الاحتمالي لزوج (X , Y) من المتحولات العشوائية أكمله وبين فيما إذاكان المتحولان Y و X مستقلين احتمالياً.

أ. فارس جقل – اللاذقية – دورات (ر.ف.ك) – هاتف 0955186517

X \ Y	0	1	2	X قانون
0	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	
1	$\frac{17}{60}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{24}$	
قانون Y				

التمرين الرابع : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathcal{R}$ وفق $f(x) = -x + \sqrt{x^2+8}$

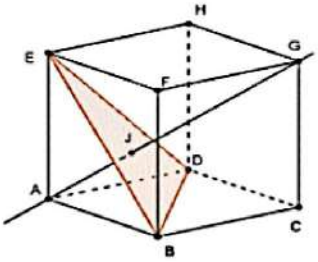
① أوجد نهاية التابع f عند $-\infty$ وكذلك عند $+\infty$ واستنتج كل مقارب للخط C يوازي المحور $x\acute{x}$

② تحقق من أن المستقيم Δ الذي معادلته $y = -2x$ مستقيم مقارب للخط C عند $-\infty$

ثالثاً : حل المسألتين الآتيين : (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى : في الشكل المجاور $A\,B\,C\,D\,E\,F\,G\,H$ مكعب طول حرفه 3 نتأمل المعلم المتجانس

$$\overrightarrow{AE} = 3\vec{k}\,,\overrightarrow{AD} = 3\vec{j}\,,\overrightarrow{AB} = 3\vec{i} \quad ; \quad (A\,,\vec{i}\,,\vec{j}\,,\vec{k})$$



①عيّن إحداثيات النقاط D, B, E, G

② أعط تمثيلاً وسيطياً للمستقيم $(A\,G)$

③ أثبت أن المستقيم (AG) ناظم للمستوي (EDB)

④ المستقيم (AG) يتقاطع مع المستوي (EDB) في J عيّن احداثياتها .

⑤ اثبت أن J هي نقطة تلاقي ارتفاعات المثلث EDB ومركز ثقله .

⑥ احسب حجم رباعي الوجوه $AEDB$

المسألة الثانية :- ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على $\mathcal{R}\backslash\{-1\}$ بالصيغة $f(x) = e^{-x} + \frac{1-x}{1+x}$.

① ادرس تغيرات f ونظم جدولاً بها .

② أوجد ما للخط C من مقاربات موازية للمحاور الإحداثية .

③ارسم ما وجدته من مقاربات للخط C ، ثم ارسم C.

④ أحسب مساحة السطح المحصور بين C والمحورين الإحداثيين والمستقيم $x = -\frac{1}{2}$

انتهت الأسئلة .. 🙂

مع أطيب الأمنيات لكم بالنجاح 💙

المدرّسان : فارس جقل .. براءة علي

السؤال الأول :

1) $D =]-\infty, 0[\cup]0, +\infty[$ 5

2) $E =]-\infty, \frac{1}{4}]$ 5

3) قيمة حدية واحدة وهي : 5+5

$f(2) = \frac{1}{4}$

4) $y = \frac{1}{4} \Leftarrow x = 2$ 5+5

$m = 0$

⇐ معادلة المماس هي :

$y = \frac{1}{4}$

5) المقارب الأفقي : $y = 0$ 5

المقارب الشاقولي : $x = 0$ 5

السؤال الثاني :

$y' + 2y = 0$

5+5 $\Rightarrow y' = -2y \Rightarrow y = Ke^{-2x}$

5+5 $\Rightarrow f(-2) = 1$ & $y' = -2Ke^{-2x}$

5+5 $\Rightarrow 1 = -2Ke^{-2(-2)} \Rightarrow K = \frac{e^{-4}}{-2}$

10 $\Rightarrow y = \frac{e^{-4}}{-2} e^{-2x}$

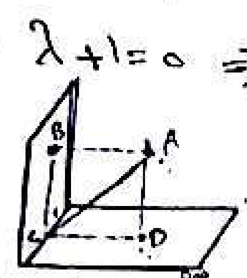
السؤال الثالث :

$\vec{n}_1(2\lambda, 1, -1)$

$\vec{n}_2(1, -\lambda, -1)$

2.5+2.5 $n_1 \cdot n_2 = 0 \Rightarrow 2\lambda - \lambda + 1 = 0$

5 $\Rightarrow \lambda + 1 = 0 \Rightarrow \lambda = -1$



النموذج : 2

$P_1 : 2x + y - z - 2 = 0$

$P_2 : x + y - z + 2 = 0$

5 $d(A, P_1) = \frac{|-2+1-1-2|}{\sqrt{4+1+1}} = \frac{4}{\sqrt{6}}$

5 $d(A, P_2) = \frac{|1+1-1+2|}{\sqrt{1+1+1}} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$

2.5+2.5 لتكن B مرتسم A على P_1 و D مرتسم A على P_2 و C مرتسم مشترك لـ B, D على الفصل المشترك بما أن

2.5 المستويات متعامدان فإن بعد A عن الفصل المشترك هو قطر المستطيل ABCD

2.5+5 $AC = \sqrt{(AD)^2 + (DC)^2} = \sqrt{\frac{16}{6} + 3} = \sqrt{\frac{17}{3}}$

السؤال الرابع :

$P^3_{n+1} = 2P^2_{n+2}$

5+5 $(n+1)(n)(n-1) = 2[(n+2)(n+1)]$

$n^3 + n^2 - n^2 - n = 2[n^2 + 3n + 2]$

2.5+2.5 $n^3 - n = 2n^2 + 6n + 4$

2.5 $n^3 - 2n^2 - 7n - 4 = 0$

نقسم على $(n-4) \Leftarrow$:

2.5 $(n-4)(n^2 + 2n + 1) = 0$

2.5+2.5 $(n-4)(n+1)(n+1) = 0$

2.5+2.5 إما : $n - 4 = 0 \Rightarrow n = 4$ مقبول

2.5 أو : $n + 1 = 0 \Rightarrow n = -1$ مرفوض

شرط الحل :

2.5 $n \geq 2 \Leftarrow n + 1 \geq 3$

2.5 $n \geq 0 \Leftarrow n + 2 \geq 2$

2.5 $n \geq 2 \Leftarrow$

أ.فارس جقل ..دورات (ر ف ك) اللاذقية ٠٩٥٥١٨٦٥١٧

ثانياً ١٦ التمرين الأول:

$u_0=\frac{1}{2}\ ,\ u_{n+1}=\frac{u_n}{2-u_n}$

[1] نبرهن صحة العلاقة من أجل $n=0$:

5 $0<u_0<1$

$0<\frac{1}{2}<1$ محققة

نفرض صحة العلاقة من أجل n:

5 $0<u_n<1$ ... ★

نبرهن صحة العلاقة من أجل $n+1$:

2.5 $0<u_{n+1}<1$

أي سنبرهن: 2.5 $0<-1+\frac{2}{2-u_n}<1$

ننطلق من ★: 2.5 $0<u_n<1$

نضرب بـ (-1): 2 $0>-u_n>-1$

نضيف (+2): 2 $2>2-u_n>1$

نقلب الحدود: 2 $\frac{1}{2}<\frac{1}{2-u_n}<1$

نضرب بـ (+2): 2 $1<\frac{2}{2-u_n}<2$

نضيف (-1): 2 $0<-1+\frac{2}{2-u_n}<1$

محققة

[2] (a) $t_n=\frac{1}{u_n}-1 \Rightarrow t_{n+1}=\frac{1}{u_{n+1}}-1$

2.5 $t_{n+1}=\frac{1}{\frac{u_n}{2-u_n}}-1 \Rightarrow t_{n+1}=\frac{2-u_n}{u_n}-1$

2.5+2.5 $\frac{t_{n+1}}{t_n}=\frac{\frac{2-u_n}{u_n}-1}{\frac{1}{u_n}-1}=\frac{\frac{2-2u_n}{u_n}}{\frac{1-u_n}{u_n}}$

2.5 $\Rightarrow \frac{2-2u_n}{u_n}\times\frac{u_n}{1-u_n}=\frac{2-2u_n}{1-u_n}$

2.5+2.5 $\Rightarrow \frac{2(1-u_n)}{(1-u_n)}=2$

5 المتتالية هندسية أساسها

$q=2$

(b) 2.5 $t_n=q^n\cdot t_0 \Leftarrow t_0=1$

2.5 $t_n=2^n\cdot 1 \Rightarrow \boxed{t_n=2^n}$

$t_n=\frac{1}{u_n}-1 \Rightarrow u_n=\frac{1}{t_n+1}=\frac{1}{2^n+1}$

2.5 $\Rightarrow \boxed{u_n=\frac{1}{2^n+1}}$

5 $\lim_{n\to+\infty} u_n=\frac{1}{2^{\infty}+1}=0$

التمرين الثاني: $z=-8+8\sqrt{3}\,i$

(1) 2.5 $r=\sqrt{64+192}=\sqrt{256}=16$

5 $\cos\theta=\frac{x}{r}=\frac{-8}{16}=-\frac{1}{2}$

5 $\sin\theta=\frac{y}{r}=\frac{8\sqrt{3}}{16}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

2.5 $\theta=\frac{2\pi}{3}$

2.5+5 $z=re^{i\theta} \Rightarrow z=16e^{\frac{2}{3}\pi i}$

(2) نفرض $w=x+yi$ جذر التربيعي لـ z 2.5

2.5+2.5 $x^2+y^2=\sqrt{a^2+b^2} \Rightarrow x^2+y^2=16$ ...(1)

2.5+2.5 $x^2-y^2=a \Rightarrow x^2-y^2=-8$ ...(2)

2.5+2.5 $2xy = 6 \Rightarrow xy = 4\sqrt{3}$ ③

نجمع ① و ② نجد: $2x^2 = 8$

2.5+2.5 $\Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow \boxed{x = 2}$ أو $\boxed{x = -2}$

نعوض في ③ فنجد: 2.5 $2y = 4\sqrt{3} \Rightarrow y = 2\sqrt{3}$

2.5 $-2y = 4\sqrt{3} \Rightarrow y = -2\sqrt{3}$

5 $\Rightarrow z_1 = 2 + 2\sqrt{3}\,i$

5 $z_2 = -2 - 2\sqrt{3}\,i$

التمرين الثالث:

$x \backslash y$	0	1	2	قانون x
0	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{10}$
[illegible]	$\frac{17}{60}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{7}{10}$
قانون y	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	

5×5, 5 للجدول

10 $P_{0,0} = P_0 \times P'_0$

10 $\frac{1}{20} \neq \frac{3}{10} \times \frac{1}{3}$

10 المتحولان Y و X غير مستقلان احتمالياً

التمرين الرابع: ①

10 $\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty + \sqrt{+\infty + 8} = +\infty$

5 $\lim_{x \to +\infty} f(x) = -\infty + \infty$ عدم تعيين

نضرب بالمرافق:

2.5 $f(x) = \frac{(-x + \sqrt{x^2+8})(-x - \sqrt{x^2+8})}{(-x - \sqrt{x^2+8})}$

2.5 $= \frac{x^2 - x^2 + 8}{-x - \sqrt{x^2+8}} = \frac{-8}{-x - \sqrt{x^2+8}}$

5 $\Rightarrow \lim_{x \to +\infty} \frac{-8}{-x - \sqrt{x^2+8}} = \frac{-8}{-\infty} = 0$

5 $y = 0$ مقارب $// \ xx'$

② 5 $\lim_{x \to -\infty} (f(x) - y_\Delta) = 0$

$f(x) - y_\Delta = -x + \sqrt{x^2+8} + 2x$

5 $f(x) - y_\Delta = x + \sqrt{x^2+8}$

5 $\Rightarrow \lim_{x \to -\infty} (x + \sqrt{x^2+8}) = -\infty + \infty$ عدم تعيين

5 $\lim_{x \to -\infty} \left[\frac{(x + \sqrt{x^2+8})(x - \sqrt{x^2+8})}{x - \sqrt{x^2+8}} \right] = \lim_{x \to -\infty} \frac{x^2 - x^2 - 8}{x - \sqrt{x^2+8}}$

5 $= \lim_{x \to -\infty} \frac{-8}{x - \sqrt{x^2+8}} = \frac{-8}{-\infty} = 0$

5 $\Leftarrow y_\Delta$ مقارب مائل للخط

تابع حل المسألة الأولى .

[1] $B(3,0,0)$ ، $E(0,0,3)$ — 2.5×4

$G(3,3,3)$ ، $D(0,3,0)$

[2] 2.5 — $\overrightarrow{AG}(3,3,3)$ & $A(0,0,0)$

معادلة المستقيم: 4×2.5

$$\Rightarrow (AG): \begin{cases} x = 3t \\ y = 3t \\ z = 3t \end{cases} ; t \in \mathbb{R}$$

[3] 2.5 — $\overrightarrow{BD}(-3,3,0)$ ، $\overrightarrow{EB}(3,0,-3)$

5 — $\Rightarrow \overrightarrow{AG}\cdot\overrightarrow{EB} = 9 - 0 - 9 = 0$

2.5 — $\Leftarrow \overrightarrow{EB} \perp \overrightarrow{AG}$

5 — $\overrightarrow{AG}\cdot\overrightarrow{BD} = -9 + 9 + 0 = 0$

2.5 — $\Leftarrow \overrightarrow{BD} \perp \overrightarrow{AG}$

2.5 — $\Leftarrow (EBD) \perp \overrightarrow{AG}$

[4] $(EBD): ax + by + cz + d = 0$

2.5 — ناظمه: $(3,3,3) = \vec{n} = \overrightarrow{AG}$

2.5 — $\Rightarrow (EBD): 3x + 3y + 3z + d = 0$

لإيجاد d : $B \in (EBD)$

2.5 — $\Rightarrow 3(3) + 0 + 0 + d = 0 \Rightarrow \boxed{d = -9}$

2.5 — $\Rightarrow (EBD): 3x + 3y + 3z - 9 = 0$

نعوض المعادلات الوسيطية في معادلة المستوي

2.5×2 — $9t + 9t + 9t - 9 = 0 \Rightarrow \boxed{t = \frac{1}{3}}$

نعوض t في المعادلات الوسيطية فنجد

$x = 1$ ، $y = 1$ ، $z = 1$

2.5 — $\Leftarrow J(1,1,1)$ نقطة التقاطع

[5] 2.5×2 — $\overrightarrow{BJ}\cdot\overrightarrow{ED} = (2,-1,-1)(0,3,-3)$

$= 0 - 3 + 3 = 0$

2.5 — $\Leftarrow \overrightarrow{ED} \perp \overrightarrow{BJ}$

2.5×2 — $\overrightarrow{EJ}\cdot\overrightarrow{BD} = (-1,-1,2)(-3,3,0)$

$= +3 - 3 + 0 = 0$

2.5 — $\Leftarrow \overrightarrow{BD} \perp \overrightarrow{EJ}$

2.5 — $J \Leftarrow$ نقطة تلاقي الارتفاعين (BJ) و (EJ)

فهي نقطة تلاقي الارتفاعات الثلاثة

في المثلث EDB .

نفرض K مركز ثقل المثلث EDB :

2.5 — $K = \left(\frac{x_E + x_D + x_B}{3}, \frac{y_E + y_D + y_B}{3}, \frac{z_E + z_D + z_B}{3}\right)$

2.5 — $= \left(\frac{0+0+3}{3}, \frac{0+3+0}{3}, \frac{3+0+0}{3}\right)$

2.5 — $= (1,1,1) = J$

إذن J هي مركز ثقل المثلث EDB

ونقطة تلاقي ارتفاعه

[6] 2.5 — إن المثلث EDB مثلث متساوي

الأضلاع لأن EB , DB , ED هي

أقطار لمربعات متطابقة فهي متساوية

أي EB = DB = ED

إفارس جقل ..دورات (ر ف ك) اللاذقية ٠٩٥٥١٨٦٥١٧

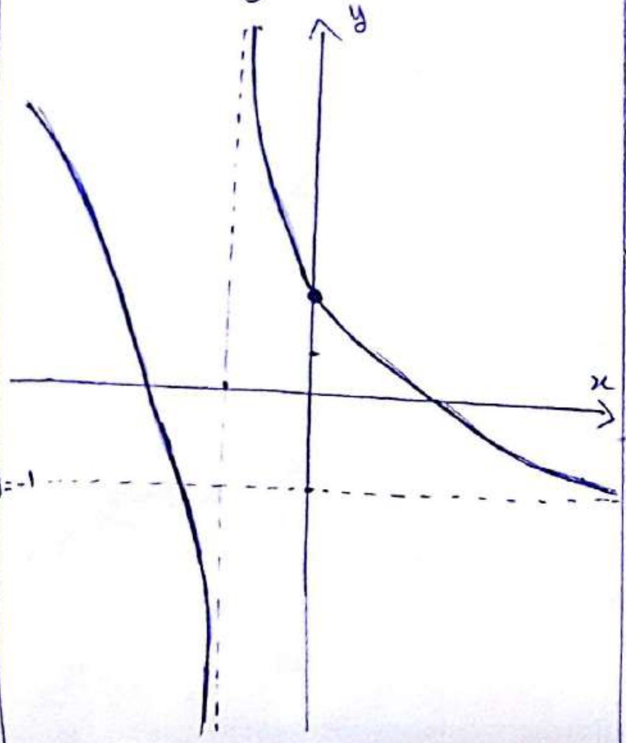
(معادلة المستوي: $a(x-x_0) + b(y-y_0) + c(z-z_0) = 0$)

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	||	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow -\infty$	|| $+\infty$	$\searrow -1$	

5 5 5

3] الرسم:

2.5 $x = 0 \Rightarrow y = 2$



2×2 للشكل

2×2 للشكل

2 للمقارب

2.5 $S = \int_{-\frac{1}{2}}^{0} f(x)\, dx$

5 $= \int_{-\frac{1}{2}}^{0} \left(e^{-x} + \frac{1-x}{1+x}\right) dx$

$= \int_{-\frac{1}{2}}^{0} \left(e^{-x} - \frac{x-1}{x+1}\right) dx$

5 $= \int_{-\frac{1}{2}}^{0} \left(e^{-x} - \left(1 - \frac{2}{x+1}\right)\right) dx$

$x+1 \overline{\big)\, x-1}$; $\frac{\mp x \pm 1}{-2}$; 1

$= \int_{-\frac{1}{2}}^{0} \left(e^{-x} - 1 + 2\frac{1}{x+1}\right) dx$

10 $= \left[-e^{-x} - x + 2\ln(x+1)\right]_{-\frac{1}{2}}^{0}$

2.5+2.5 $= [-1 - 0 + 0] - \left(-e^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2} + 2\ln\frac{1}{2}\right)$

5 $= e^{\frac{1}{2}} - \frac{3}{2} + 2\ln 2$

2.5 $\Rightarrow V_{AFDB} = \frac{1}{3} S_{EDB}\, h$

2.5 $S_{EDB} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$; $\begin{cases} a = ED \\ = \sqrt{9+0+9} \\ = \sqrt{18} \end{cases}$ 2.5

$= \frac{\sqrt{3}}{4} (\sqrt{18})^2$

2.5 $S_{EDB} = \frac{9\sqrt{3}}{2}$

2.5 $h = AJ = \sqrt{(1-0)^2 + (1-0)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{3}$

2.5 $V = \frac{1}{3} \times \frac{9\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{3} = \frac{9}{2}$

ثالثاً: المسألة الثانية

$f(x) = e^{-x} + \frac{1-x}{1+x}$

التابع مستمر واشتقاقي على:

5 $]-\infty, -1[\cup]-1, +\infty[$

5 $\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$

5 $\lim_{x \xrightarrow{<} -1} f(x) = -\infty$

2.5 $x = -1$ مقارب // $y'y$

5 $\lim_{x \xrightarrow{>} -1} f(x) = +\infty$

2.5 $x = -1$ مقارب // $y'y$

5 $\lim_{x \to +\infty} f(x) = -1$

2.5 $y = -1$ مقارب // $x'x$

5 $f'(x) = -e^{-x} + \frac{-1(1+x) - 1(1-x)}{(1+x)^2}$

2.5 $= -e^{-x} - \frac{2}{(1+x)^2} < 0$

أ. فارس جقل – اللاذقية – دورات رف ك هاتف: ٠٩٥٥١٨٦٥١٧

الطريقة الثانية للفصل المشترك:

نفرض $A'(a,b,c)$ نقطة من الفصل المشترك:

$A' \in P_1 : -2a + b - c - 2 = 0$ (2,5) ①

$A' \in P_2 : a + b - c + 2 = 0$ (2,5) ②

بالحل المشترك:

بالطرح ② من ①

$3a + 4 = 0 \Rightarrow a = -\frac{4}{3}$ (2,5) (2,5)

نعوض في ①

(2,5) $-2(-\frac{4}{3}) + b - c - 2 = 0$

$+\frac{8}{3} + b - c - 2 = 0$

$b = c - \frac{2}{3}$ (2,5)

(2,5) $\Rightarrow A'(-\frac{4}{3}, c - \frac{2}{3}, c)$

$AA' = \sqrt{(-\frac{4}{3} - 1)^2 + (c - \frac{2}{3} - 1)^2 + (c-1)^2}$ (2,5)

$= \sqrt{(-\frac{7}{3})^2 + (c - \frac{5}{3})^2 + (c-1)^2}$

(2,5) $= \sqrt{\frac{49}{9} + c^2 - \frac{10}{3}c + \frac{25}{9} + c^2 - 2c + 1}$

(2,5) $= \sqrt{2c^2 - \frac{16}{3}c + \frac{83}{9}}$

$= \sqrt{2(c^2 - \frac{8}{3}c) + \frac{83}{9}}$

$= \sqrt{2(c^2 - \frac{8}{3}c + \frac{16}{9} - \frac{16}{9}) + \frac{83}{9}}$

$= \sqrt{2(c - \frac{4}{3})^2 - \frac{32}{9} + \frac{83}{9}}$

$= \sqrt{2(c - \frac{4}{3})^2 + \frac{51}{9}}$

$= \sqrt{\frac{51}{9}} = \sqrt{\frac{17}{3}}$ (5)

" انتهى السلم "

2017 / 7 / 23

إعداد المدرسات:

فارس جقل & براءة علي

اسم الطالب /ة : ـ.ـ.ـ.ـ.ـ.ـ.ـ.ـ.ـ

المدة : 3 ساعات

الدرجة النهائية : 600

نموذج نهائي (3) للثالث الثانوي العلمي

دورة (2018/2017)

مركز أونلاين التعليمي Online center

أولاً : أجب عن الأسئلة الآتية : (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : احسب كلاً مما يأتي :

❶ $\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x+3}{x-1}\right)^{\frac{x}{2}}$ ❷ $\int_0^{\pi}(x-2)\cos x\,dx$

السؤال الثاني : حل في R المعادلة : $4^x-2^{x+2}+3=0$

السؤال الثالث : حلل في $\mathbb{C}$ ما يلي إلى عوامل خطية من الدرجة الأولى: $\mathbf{z^3+4z^2+29\,z}$

السؤال الرابع : عين طبيعة مجموعة النقاط $M(x,y,z)$ التي تحقق :

$$x^2+y^2+z^2-2x+6y-2=0$$

ثانياً : حل التمارين الأربعة الآتية : (60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول : عيّن في منشور : $\left(x^2-\frac{2}{x}\right)^{12}$ الحد الذي يحوي x^{12} والحد المستقل عن x .

التمرين الثاني : أثبت بالتدريج صحة الخاصة الآتية أياً كان العدد الطبيعي n : $3^{2n+1}+2^{n+2}$

مضاعف للعدد 7 .

التمرين الثالث : : يشتري أحد المحلات 70% من قطع الغيار التي يحتاجها من المصنع A و يشتري الباقي منها من المصنع B ..نفترض أن نسبة الإنتاج المعيب في المصنع A هي 5% وفي المصنع B هي 8% نختار عشوائياً قطعة غيار من المحل والمطلوب...

❶ أوجد احتمال أن تكون القطعة معيبة .

❷ إذا كانت القطعة معيبة ، فما احتمال أن تكون من انتاج المصنع B .

التمرين الرابع : ليكن $\mathbb{C}$ الخط البياني للدالة f : $f(x)=\frac{x^2-2x+2}{x-1}$

والمطلوب : ❶ أثبت أن $f(x)$ تكتب بالشكل : $f(x)=x-1+\frac{1}{x-1}$

❷ أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته : $y=x-1$ مقارب مائل للخط $\mathbb{C}$ ثم أوجد المقارب الموازي للمحور $\acute{y}y$

❸ ادرس الوضع النسبي للخط $\mathbb{C}$ بالنسبة إلى كل مقارب وجدته .

أ.فارس جقل .. اللاذقية .. هاتف 0955186517

ثالثاً : حل المسألتين الآتيتين : (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى :

❶ ليكن التابع g المعرف على R بالعلاقة: $g(x) = ae^{2x} + be^{x} + 1$ حيث a, b عددان حقيقيان ..عين a, b علما أن : $g(0) = 0$ قيمة صغرى محليا للتابع g .

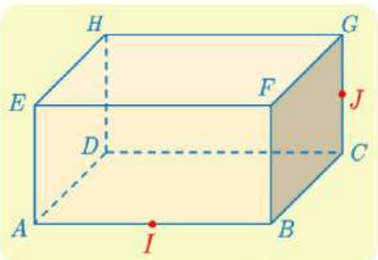
❷ بفرض $\mathbb{C}$ الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق العلاقة : $f(x) = e^{2x} - 2e^{x} + 1$ ادرس تغيراته ونظم جدولاً بها, وعين قيمته المحلية الصغرى, وأوجد المقارب للخط $\mathbb{C}$ والموازي لـ $x\,x`$

❸ ارسم المقارب ثم ارسم $\mathbb{C}$.

❹ احسب مساحة السطح المحصور بين $\mathbb{C}$ ومحور التراتيب والمستقيم $y = 1$.

المسألة الثانية :

$ABCDEFGH$ متوازي مستطيلات فيه $AB=4$ و $CG=BC=2$ والنقطة I هي منتصف AB والنقطة J منتصف CG نتأمل المعلم المتجانس $(A, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ حيث : $\overrightarrow{AB} = 4\vec{i}\ \ , \overrightarrow{AD} = 2\vec{j}\ , \overrightarrow{AE} = 2\vec{K}$



❶ اكتب معادلة للمستوي (FBCG).

❷ احسب: $\|\overrightarrow{IJ}\|, \ \|\overrightarrow{DJ}\|$.

❸ أثبت أنّ المستقيمان (DI) و (IJ) متعامدان ، واحسب $\cos \widehat{IJD}$.

❹ أثبت ان الاشعة $\overrightarrow{AF}, \overrightarrow{AH}, \overrightarrow{DB}$ مرتبطة خطياً .

❺ جِد احداثيات النقطة M التي تحقق $\overrightarrow{EM} = \frac{1}{3}\ \overrightarrow{EC}$

❻ بفرض K مركز ثقل المثلث FAH أثبت أن النقاط C, E, K على استقامة واحدة .

انتهت الأسئلة

((مع تمنياتي لكم بالتوفيق))

أولاً : السؤال الأول

[1]

$$\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{x+3}{x-1} \right)^{\frac{x}{2}}$$

$$\left(\frac{x+3}{x-1} \right)^{\frac{x}{2}} = \left(\frac{x-1+4}{x-1} \right)^{\frac{x}{2}} = \left(1 + \frac{4}{x-1} \right)^{\frac{x}{2}}$$

$$\left(1 + \frac{4}{x-1} \right)^{\frac{x}{2}} = \left(1 + \frac{4}{x-1} \right)^{\frac{x-1}{2} + \frac{1}{2}}$$

$$= \left(1 + \frac{4}{x-1} \right)^{2\left(\frac{x-1}{2\times 2}\right) + \frac{1}{2}}$$

$$= \left[\left(1 + \frac{4}{x-1} \right)^{\frac{x-1}{4}} \right]^2 \cdot \left(1 + \frac{4}{x-1} \right)^{\frac{1}{2}}$$

بفرض : $t = \frac{4}{x-1}$

10 $\Rightarrow \lim_{x \to +\infty} \left(\frac{x+3}{x-1} \right)^{\frac{x}{2}} = \lim_{t \to 0} \left[(1+t)^{\frac{1}{t}} \right]^2 \sqrt{1+t}$

5+5 $= e^2 \cdot (\sqrt{1}) = e^2$

[2]

$$\int_0^{\pi} (x-2) \cos x \, dx$$

2 $*\quad u = x-2 \Rightarrow u' = 1$

2 $\quad v' = \cos x \Rightarrow v = \sin x$

2+2 $\Rightarrow I = \left[(x-2) \sin x \right]_0^{\pi} - \int_0^{\pi} \sin x \cdot 1 \, dx$

2 $I = \left[(x-2) \sin x + \cos x \right]_0^{\pi}$

سلم تصحيح :

اختبار نوعي (3)

/ بكالوريا /

6 $I = \left((\pi-2) \sin(\pi) + \cos \pi \right) - \left((0-2) \sin(0) + \cos 0 \right)$

2+2 $= (-1) - (+1) = -2$

السؤال الثاني :

$$4^x - 2^{x+2} + 3 = 0$$

5+5 $(2^x)^2 - 2^x \cdot 2^2 + 3 = 0$

بفرض : $t = 2^x$

5 $\Rightarrow t^2 - 4t + 3 = 0$

5+5 $\Rightarrow (t-3)(t-1) = 0$

1.5 إما : $t - 3 = 0 \Rightarrow t = 3$

1.5 أو : $t - 1 = 0 \Rightarrow t = 1$

$\Leftarrow$ عندما : $t = 3$:

3+3 $\Rightarrow 2^x = 3 \Rightarrow \boxed{x = \frac{\ln 3}{\ln 2}}$

$\Leftarrow$ عندما : $t = 1$:

3+3 $\Rightarrow 2^x = 1 \Rightarrow \boxed{x = 0}$

40

السؤال الثالث :

z^3+4z^2+29z

5+5 $z(z^2+4z+29)$

2 $\Rightarrow z^2+4z+29=0$

2 $\Delta=16-4(1)(29)$

2+2 $\Delta=-100 \Rightarrow \boxed{\sqrt{\Delta}=10i}$

2 $\Rightarrow z_1=\frac{-4+10i}{2}=-2+5i$

2 $z_2=\frac{-4-10i}{2}=-2-5i$

10 $\Rightarrow a(z-z_1)(z-z_2)$

2 $=z(z+2-5i)(z+2+5i)$

3+3+3 | 40

السؤال الرابع :

$x^2+y^2+z^2-2x+6y-2=0$

$x^2-2x+y^2+6y+z^2=2$

5+5 $(x^2-2x+1-1)+(y^2+6y+9-9)+z^2=2$

10+10 $(x-1)^2+(y+3)^2+z^2=2+1+9$

5 $\Rightarrow (x-1)^2+(y+3)^2+z^2=12$

5 ⇐ مجموعة النقاط كرة

مركزها : $A(1,-3,0)$

ونصف قطرها : $R=\sqrt{12}$

ثانياً : التمرين الأول

$\left(x^2-\frac{2}{x}\right)^{12}$

10 $T_r=\binom{n}{r}a^{n-r}\cdot b^r$

3×3 $=\binom{12}{r}(x^2)^{12-r}\cdot\left(\frac{-2}{x}\right)^r$

3×3 $=\binom{12}{r}x^{24-2r}\cdot(-2)^r(x^{-r})$

3 $\Rightarrow T_r=\binom{12}{r}x^{24-3r}\cdot(-2)^r$

الحد الذي يحوي x^{12} :

3 $\Rightarrow 24-3r=12$

$\Rightarrow +3r=24-12$

3 $\Rightarrow r=\frac{12}{3} \Rightarrow \boxed{r=4}$

3 $\Rightarrow T_4=\binom{12}{4}x^{12}(-2)^4$

$=\frac{\cancel{12}^{3}\times11\times\cancel{10}^{5}\times9}{\cancel{4}\times\cancel{3}\times\cancel{2}\times1}\times(16)\cdot x^{12}$

3 $\Rightarrow T_4=7920\,x^{12}$

الحد المستقل عن x :

3+3 $24-3r=0 \Rightarrow \boxed{r=8}$

3 $T_8=\binom{12}{8}(-2)^8x^0$

3 $= \dfrac{12!}{4! \times 8!} (256)\, x^0$

$= \dfrac{12 \times 11 \times 10 \times 9}{4 \times 3 \times 2 \times 1} (256).\, x^0$

5 $T_8 = 126720$

40

التمرين الثاني: ع

$E(n): 3^{2n+1} + 2^{n+2}$ (مضاعف للـ 7)

* نبرهن صحة العلاقة من أجل $n=0$

5+5+5 $\Rightarrow 3^{0+1} + 2^{0+2} = 3 + 4 = 7$ محققة

* نفرض صحة العلاقة من أجل (n):

5 $\Rightarrow \boxed{E(n): 3^{2n+1} + 2^{n+2}}$ مضاعف للـ (7)

* نبرهن صحة العلاقة من أجل n+1:

أي لنبرهن: 5 $E(n+1): 3^{2n+3} + 2^{n+3}$ مضاعف للـ (7)

5+5 $\Rightarrow 3^{2n+3} + 2^{n+3} = (3^{2n+1} . 3^2) + (2^{n+2} . 2)$

5 $= 9 . 3^{2n+1} + 2 . 2^{n+2}$

5 $= (7+2)\, 3^{2n+1} + 2 . 2^{n+2}$

5 $= 7 . 3^{2n+1} + 2 . 3^{2n+1} + 2 . 2^{n+2}$

5 $= \underbrace{7 . 3^{2n+1}}_{\text{مضاعف للـ(7) لأنه مضروب بالعدد (7)}} + 2\underbrace{(3^{2n+1} . 2^{n+2})}_{\text{مضاعف للـ(7) فرضاً}}$

5 $\Leftarrow 3^{2n+3} + 2^{n+3}$ مضاعف 7 ؟

ومجموع مضاعفين للعدد 7 هو مضاعف للعدد 7 إذاً

$E(n+1): 3^{2n+3} + 2^{n+3}$

صحيحة

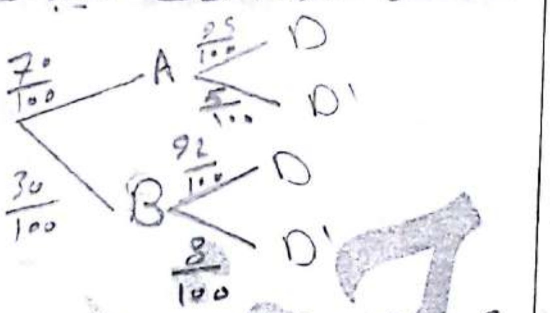
التمرين الثالث: ع

بفرض: D حدث القطعة سليمة

D' حدث القطعة معيبة

5 لكل فرع

30



5+5 [1] $P(D') = \frac{70}{100} \times \frac{5}{100} + \frac{30}{100} \times \frac{8}{100}$

$\Rightarrow P(D') = \frac{350}{10000} + \frac{240}{10000}$

5 $\Rightarrow P(D') = \frac{590}{10000}$

5 [2] $P(B|D') = \dfrac{P(B \cap D')}{P(D')}$

5 $P(B|D') = \dfrac{\frac{30}{100} \cdot \frac{8}{100}}{\frac{590}{10000}} = \dfrac{240/10000}{590/10000}$

5 $\Rightarrow P(B|D') = \frac{240}{590}$

التمرين الرابع :

$$f(x)=\frac{x^2-2x+2}{x-1}$$

[1] عن طريق القسمة كذب : أو بالتوحيد

$$\begin{array}{r|l} x^2-2x+2 & x-1 \\ \hline -(x^2-x) & x-1 \\ -x+2 & \\ -(-x+1) & \\ \hline 1 & \end{array}$$

5 $\Rightarrow f(x)=x-1+\frac{1}{x-1}$

[2]

5+5 $\Rightarrow f(x)-y_\Delta = x-1+\frac{1}{x-1}-(x-1)$

5 $\Rightarrow f(x)-y_\Delta = \frac{1}{x-1}$

3+2 $\Rightarrow \lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{1}{x-1}=\frac{1}{\infty}=0$

5 $\Leftarrow$ $y=x-1$ مقارب مائل للخط C

* $D_f=R\setminus\{1\}$

3 $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=-\infty$

2 $x=1$ مقارب شاقولي $// yy'$

1 و C يقع على يسار المتقارب

3 $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=+\infty$

2 $x=1$ مقارب شاقولي $// yy'$

1 و C يقع على يمين المتقارب

Online Center

الوضع النسبي لـ C و Δ :

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f(x)-y_\Delta$	$-$	∥	$+$
الوضع النسبي	C_f يقع تحت Δ	∥	C_f يقع فوق Δ

9 + 9

60

ثالثاً : المسألة الأولى

[1] $g(x)=ae^{2x}+be^{x}+1$

ولدينا $(0,0)$ نقطة صغرى محلياً $\Leftarrow$

2 $g(0)=0$

* نعوض النقطة في التابع :

2 $\Rightarrow 0=ae^{0}+be^{0}+1$

2 $\Rightarrow \boxed{a+b+1=0}$ (1)

1 نشتق التابع على R :

2 $g'(x)=2ae^{2x}+be^{x}$

2 $g'(0)=0$

2 $\Rightarrow 0=2ae^{0}+be^{0}$

2 $\Rightarrow 2a+b=0 \Rightarrow \boxed{b=-2a}$ (2)

نعوض (2) في (1) نجد :

2 $\Rightarrow a-2a+1=0 \Rightarrow \boxed{a=1}$

2 $\Rightarrow \boxed{b=-2}$

2) $f(x)=e^{2x}-2e^{x}+1$

$D=]-\infty,+\infty[$

التابع مستمر واشتقاقي على R:

2 $\Rightarrow \lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty-\infty$ عدم تعيين

5 $\Rightarrow \lim_{x\to+\infty} e^{x}\left(e^{x}-2+\frac{1}{e^{x}}\right)$

2+2 $=+\infty-2+0=+\infty$

2+2+2 $\lim_{x\to-\infty} e^{2x}-2e^{x}+1=0-0+1=1$

2 $\Leftarrow$ $y=1$ مقارب أفقي // $x'x$

2+2 $f'(x)=2e^{2x}-2e^{x}$

2 $\Rightarrow 2e^{x}(e^{x}-1)=0$

2 إما: $2e^{x}=0$ مستحيل لأن $2e^{x}>0$

2 أو: $e^{x}-1=0 \Rightarrow e^{x}=1$

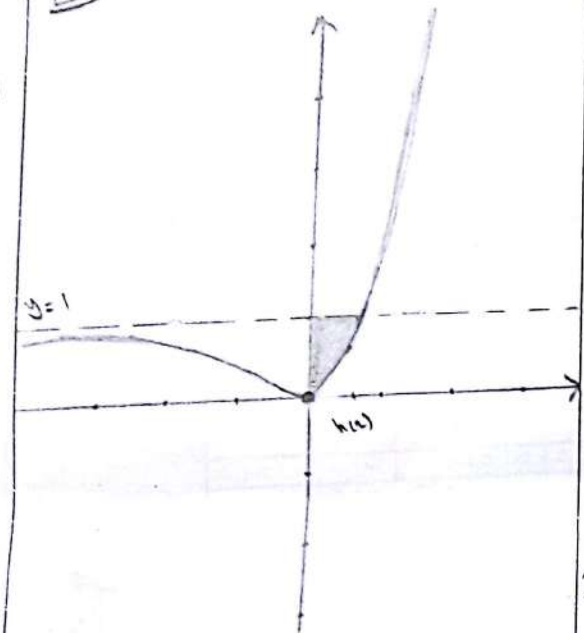
2 $\Rightarrow \boxed{x=0}$

3×5

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

2 $f(0)=0$ قيمة حدية صغرى

3)



الطلاب 4+6 = 10 خطأ

4)

5 $S=\int_0^{\ln(2)}(y_\Delta-f(x))\,dx$

5 $=\int_0^{\ln(2)}(1-e^{2x}+2e^{x}-1)\,dx$

2 $=\int_0^{\ln 2}(-e^{2x}+2e^{x})\,dx$

5+5 $=\left[-\frac{e^{2x}}{2}+2e^{x}\right]_0^{\ln(2)}$

3+3+2 $=(-2+4)-(-\frac{1}{2}+2)=\frac{1}{2}$

5

30

60

المسألة الثالثة: ٤ س س س

$\boxed{1}$

2 $P \equiv a(x-x_0)+b(y-y_0)+c(z-z_0)=0$

$B(4,0,0)$; $\overrightarrow{BF}(0,0,2)$

$F(4,0,2)$ $\overrightarrow{BC}(0,2,0)$

$G(4,2,2)$

$C(4,2,0)$

نفرض: $\vec{n}(a,b,c)$

$\Rightarrow \vec{n} \perp \overrightarrow{BF} \Rightarrow \vec{n}\cdot\overrightarrow{BF}=0$

$\Rightarrow 0+0+2c=0 \Rightarrow \boxed{c=0}$

$\vec{n}\cdot\overrightarrow{BC}=0$

$\Rightarrow 2b=0 \Rightarrow \boxed{b=0}$

نفرض $a=1 \Leftarrow \vec{n}(1,0,0)$

10 طريقة ثانية: بما أن $\overrightarrow{AB}$ يعامد $\overrightarrow{BF}, \overrightarrow{BC}$ فهو يعامد المستوي $(BFCG)$

$\Rightarrow \vec{n}=\overrightarrow{AB}=(4,0,0)$

2 $\Rightarrow P \equiv 1(x-4)+0(y-0)+0(z-0)=0$

1 $P \equiv x-4=0$: معادلة المستوي

$\boxed{2}$ $D(0,2,0)$; $H(0,2,2)$

$J(4,2,1)$; $A(0,0,0)$

$I(2,0,0)$; $E(0,0,2)$

5 $\overrightarrow{DJ}(4,0,1)$

5 $\overrightarrow{IJ}(2,2,1)$

3+2 $\|\overrightarrow{DJ}\|=\sqrt{(4)^2+0^2+(1)^2}=\sqrt{17}$

3+2 $\|\overrightarrow{IJ}\|=\sqrt{(2)^2+(2)^2+(1)^2}=\sqrt{9}=3$

$\boxed{3}$ DI, IJ لكي يتعامد المستقيمان

يجب أن يتحقق الشرط:

5 $\overrightarrow{DI}\cdot\overrightarrow{IJ}=0$ حيث $\overrightarrow{DI}=(2,-2,0)$

5 $\Rightarrow (2\cdot 2)+(-2\cdot 2)+(0\cdot 1)$

3+2 $=4-4+0=0$

2 $\Leftarrow \overrightarrow{DI}\perp\overrightarrow{IJ} \Leftarrow$

المستقيمان DI و IJ متعامدان

$\cos\widehat{IJD}=\dfrac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$

1+3 $\cos\widehat{IJD}=\dfrac{\|\overrightarrow{IJ}\|}{\|\overrightarrow{DJ}\|}=\dfrac{3}{\sqrt{17}}$

5 $\boxed{4}$ $\overrightarrow{DB}=\alpha\overrightarrow{AH}+\beta\overrightarrow{AF}$

شرط الارتباط الخطي

×5 $\Rightarrow (4,-2,0)=\alpha(0,2,2)+\beta(4,0,2)$

2 $\Rightarrow 4\beta=4 \Rightarrow \boxed{\beta=1}$

2 $-2=2\alpha \Rightarrow \boxed{\alpha=-1}$

1 $\Rightarrow \overrightarrow{DB}=-\overrightarrow{AH}+\overrightarrow{AF}$

الأشعة الثلاثة مرتبطة خطياً

$\boxed{5}$ $\overrightarrow{EM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{EC}$

بفرض : $M(x, y, z)$

1+1 $\Rightarrow (x, y, z-2) = \frac{1}{3}(4, 2, -2)$

1 $\Rightarrow x = \frac{4}{3}$ ..①

1 $\Rightarrow y = \frac{2}{3}$ ..②

1 $\Rightarrow z - 2 = -\frac{2}{3} \Rightarrow z = \frac{4}{3}$ ..③

$\Leftarrow M\left(\frac{4}{3}, \frac{2}{3}, \frac{4}{3}\right)$

المدرسان :
أ: براءة علي و أ: فارس جبقل

$\boxed{6}$

2 $X_K = \frac{0+4+0}{3} = \frac{4}{3}$

2 $Y_K = \frac{0+0+2}{3} = \frac{2}{3}$

2 $Z_K = \frac{0+2+2}{3} = \frac{4}{3}$

$\Rightarrow K\left(\frac{4}{3}, \frac{2}{3}, \frac{4}{3}\right)$

2 $\overrightarrow{CE}(-4, -2, 2)$

2 $\overrightarrow{CK}\left(-\frac{8}{3}, -\frac{4}{3}, \frac{4}{3}\right)$

1 $\frac{3}{2} = \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$

2 الشعاعان $\overrightarrow{CE}$ و $\overrightarrow{CK}$ مرتبطان

2 خطياً $\Leftarrow$ النقاط C, E, K على استقامة

واحدة .

اسم الطالب/ة:..............................

مدة الأختبار: 3 ساعات.

مـركـز أونـلايـن الـتـعـلـيـمـي

امتحان نهائي (4)

بكالوريا رياضيات

Online center

مركز أونلاين التعليمي

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : نجد فيما يأتي جدولاً بتغيرات التابع f و الذي خطه البياني C والمطلوب :

1) عيّن مجموعة تعريف التابع f

2) اكتب معادلة كل مقارب شاقولي أو أفقي للخط C

3) هل يوجد مماس أفقي للخط C في إحدى نقاطه ؟

4) هل f إشتقاقي عند 3 ؟

5) عيّن القيم الحديّة للتابع f ؟

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$+$	1 ‖ -2	$-$	
$f(x)$	1	↘	$-\infty$ ‖ $-\infty$	↗	0	↘	-3

السؤال الثاني : عيّن العددين العقديين $z\,,w$ المحققان لجملة المعادلتين :

$$\begin{cases} 2z - w = -3 \\ 2\bar{z} + \bar{w} = -3 + 2\sqrt{3}i \end{cases}$$

السؤال الثالث : نتأمل في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقاط :

$A(2,1,3)$ و $B(1,0,-1)$ و $C(4,0,0)$ و $D(0,4,0)$ و $E(1,-1,1)$

① أثبت أن النقاط C و D و E ليست واقعة على استقامة واحدة

② أثبت أن المستقيم (AB) عمودي على المستوي (CDE)

السؤال الرابع : أوجد الحل المشترك لجملة المعادلتين :

$$\begin{cases} e^x - \frac{1}{e}e^y = 1 \\ 2e^x + e^y = 4 + e \end{cases}$$

ثانياً : أجب عن التمارين الأربعة الآتية: (60 درجة لكل سؤال)

التمرين الأول : لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالعلاقة $u_n = 3n + 1$

① أثبت أنها حسابية وعين أساسها ثم احسب المجموع $u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_{14}$

② برهن أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متزايدة تماماً.

التمرين الثاني : نتأمل حجر نرد متوازن فيه أربع وجوه ملونه بالأسود ووجهان ملونان بالأحمر نلقي الحجر خمس مرات متتالية وليكن X متغير عشوائي يقرن بنتيجة التجربة عدد الوجوه السوداء والمطلوب :

① أكتب مجموعة قيم المتغير X .

② أحسب قانون X الاحتمالي ونظم جدولاً به.

أ. فارس جقل – اللاذقية – دورات (ر.ف.ك) – هاتف 0955186517

التمرين الثالث : أحسب العدد $I = \int_0^{\pi} e^x \cos x \ dx$.

التمرين الرابع : لتكن النقطتان $A(3, 1, -2)$, $B(0, 2, 1)$ وليكن المستويρ

الذي معادلته : $\rho: 2x - y + z - 2 = 0$ أثبت أن المستقيم (AB) يقطع المستوي ρ في نقطة M يطلب تعيينها

ثالثاً : حل المسألتين الآتيين : (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى : يضم مصنع ورشتين A وB لتصنيع الأقلام . عندما ورد طلب عدد من الأقلام قدره 1000 قلم ، صنّعت الورشة A منها 600 قلماً و صنعت البقية الورشة B . هناك نسبة 5% من أقلام الورشة A غير صالحة للاستعمال في حين تكون نسبة 2% من أقلام الورشة B غير صالحة للاستعمال . نسحب عشوائياً قلماً من الطلب . نرمز بالرمز A إلى الحدث "القلم مصنوع في الورشة A " و بالرمز B إلى الحدث "القلم مصنوع في الورشة B " وبالرمز D إلى الحدث " القلم غير صالح للاستعمال" .

① أعط تمثيلاً شجرياً للتجربة .

② إذا كان القلم غير صالح للاستعمال فما احتمال أن يكون مصنوعاً في الورشة A

③ نسحب عشوائياً من الورشة B قلمين معاً وليكن X المتحول العشوائي الذي يمثل عدد الأقلام المسحوبة الصالحة للاستعمال عين مجموعة قيم المتحول العشوائي X ونظّم جدول القانون الاحتمالي .

المسألة الثانية : ليكن Cالخط البياني للتابع f المعرفة على R وفق : $f(x) = (x - 1)\ e^x$

① ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها و أوجد ما للخط C من مقاربات وأدرس الوضع النسبي لها .

② ارسم كل مقارب وجدته للخط C ثم ارسم C .

③ أحسب مساحة السطح المحصور بين C و المحورين الاحداثّيين xx' و yy'

④ أكتب معادلة المماس للخط C في نقطة تقاطعه مع محور التّراتيب .

انتهت الأسئلة .. ☺

مع أطيب الأمنيات لكم بالنجاح 💙

أ. فارس جقل – اللاذقية – دورات (ر.ف.ك) – هاتف 0955186517

سلم تصحيح الاختبار (4)

أ. فارس حقل

أ. بتول حموش

أولاً: السؤال الأول:

1) $D =]-\infty,-2[\cup]-2,+\infty[$ — 10

2) $y=1$ و $y=-3$ (أفقي) — 3×5

$x=-2$ (شاقولي)

3) لا يوجد. — 5

4) كلا غير اشتقاقي — 5

5) $f(3)=0$ قيمة حدية كبرى — 5

40

السؤال الثاني:

$2z - w = -3$ ... ①

$2\bar{z} + \bar{w} = -3 + 2\sqrt{3}\,i$ ... ②

نأخذ مرافق ① فنجد:

5 — $2\bar{z} - \bar{w} = -3$ ... ③

نجمع ③ و ② فنجد:

5 — $4\bar{z} = -6 + 2\sqrt{3}\,i$

5 — $\Rightarrow \bar{z} = \frac{-6}{4} + \frac{2}{4}\sqrt{3}\,i$

10 — $\Rightarrow z = \frac{-3}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\,i$

نعوض في ① لنحسب w:

5 — $\Rightarrow -3 - \sqrt{3}\,i - w = -3$

10 — $\Rightarrow w = -\sqrt{3}\,i$

السؤال الثالث:

1) 5+5 — $\vec{ED}(-1,5,-1)$ و $\vec{EC}(3,1,-1)$

5 — $\frac{5}{1} \neq \frac{-1}{3}$ إذن المركبات غير متناسبة

2 — فالشعاعين $\vec{ED}$ ، $\vec{EC}$ غير مرتبطين خطياً

2 — ⇐ النقاط C ، D ، E ليست على استقامة واحدة

2) 3 — $\vec{AB}(-1,-1,-4)$

3 — $\vec{AB}\cdot\vec{ED} = (-1,-1,-4)(-1,5,-1)$

2+2 — $= 1 - 5 + 4 = 0$

2 — $\Leftarrow \vec{AB} \perp \vec{ED}$

3 — $\vec{AB}\cdot\vec{EC} = (-1,-1,-4)(3,1,-1)$

2+2 — $= -3 - 1 + 4 = 0$

2 — $\Leftarrow \vec{AB} \perp \vec{EC}$

40

وبالتالي المستقيم AB عمودي على المستوي (CDE)

السؤال الرابع:

$e^x - \frac{1}{e} e^y = 1$ .. ①

$2e^x + e^y = 4 + e$ .. ②

نضرب المعادلة ① بـ (e):

5 — $\Rightarrow e^x \cdot e - e^y = e$ .. ③

نجمع ③ و ② نجد:

5 — $2e^x + e^x \cdot e = 4 + 2e$

5 — $e^x(2+e) = 2(2+e)$

5+5 — $e^x = 2 \Rightarrow x = \ln(2)$

نعوض في ② لحساب y:

5 — $\Rightarrow 2e^{\ln 2} + e^y = 4 + e$

2,5 — $4 + e^y = 4 + e \Rightarrow e^y = e$

2,5 — $\Rightarrow y = \ln(e)$

5 — $\Rightarrow y = 1$

ثانياً: التمرين الأول :

[1] $U_n = 3n+1$

5 $U_{n+1} = 3(n+1)+1 = 3n+4$

5+5 $U_{n+1} - U_n = 3n+4-3n-1 = 3$

5 ⇐ المتتالية حسابية أساسها $r=3$

[2] 2,5 $u_0 = 3(0)+1 \Rightarrow u_0 = 1$

2,5 $U_{14} = 3(14)+1 \Rightarrow U_{14} = 43$

عدد الحدود : $n = 15$

5+5 $S = \frac{n(a+l)}{2} = \frac{15(1+43)}{2}$

5 $= 15 \times 22 = 330$

يجب أن يكون : $U_{n+1} > U_n$

أي : $U_{n+1} - U_n > 0$

5 $3n+4-3n-1 > 0$

5 $3 > 0$

5 ⇐ المتتالية متزايدة تماماً

60

التمرين الثاني :

$X(\Omega) = \{0,1,2,3,4,5\}$

$p = \frac{4}{6} \quad , \quad q = \frac{2}{6}$ 2×2,5

$P(X=k) = \binom{n}{k} p^k \cdot q^{n-k}$ 2,5

$P(X=0) = \binom{5}{0}\left(\frac{4}{6}\right)^0 \cdot \left(\frac{2}{6}\right)^5$ 5

$= 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{243} = \frac{1}{243}$ 2,5

5 $P(X=1) = \binom{5}{1}\left(\frac{4}{6}\right)^1 \cdot \left(\frac{2}{6}\right)^4$

2,5 $= 5 \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{81} = \frac{10}{243}$

5 $P(X=2) = \binom{5}{2}\left(\frac{4}{6}\right)^2 \left(\frac{2}{6}\right)^3$

2,5 $= 10 \times \frac{4}{9} \times \frac{1}{27} = \frac{40}{243}$

5 $P(X=3) = \binom{5}{3}\left(\frac{4}{6}\right)^3 \left(\frac{2}{6}\right)^2$

2,5 $= 10 \times \frac{8}{27} \times \frac{1}{9} = \frac{80}{243}$

5 $P(X=4) = \binom{5}{4}\left(\frac{4}{6}\right)^4 \left(\frac{2}{6}\right)^1$

2,5 $= 5 \times \frac{16}{81} \times \frac{1}{3} = \frac{80}{243}$

5 $P(X=5) = \binom{5}{5}\left(\frac{4}{6}\right)^5 \left(\frac{2}{6}\right)^0$

2,5 $= \frac{32}{243}$

7,5

x_i	0	1	2	3	4	5
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{243}$	$\frac{10}{243}$	$\frac{40}{243}$	$\frac{80}{243}$	$\frac{80}{243}$	$\frac{32}{243}$

60

التمرين الثالث :

$I = \int_0^{\pi} e^x \cos x \, dx$

3+3 $u = \cos x \Rightarrow u' = -\sin x$

3+3 $v' = e^x \Rightarrow v = e^x$

3 $I = u.v - \int v.u' \, dx$

3+3 $= e^x \cos x - \int -e^x . \sin x \, dx$

5 $= e^x \cos x + \underbrace{\int e^x . \sin x \, dx}_{I_1}$

حساب I_1 :

2+3 $u_1 = \sin x \Rightarrow u_1' = \cos x$

3+3 $v_1' = e^x \Rightarrow v_1 = e^x$

2+2 $I_1 = e^x \sin x - \int e^x \cos x \, dx$

2 $\Rightarrow I_1 = e^x \sin x - I$

نعوض I_1 في I :

2 $I = e^x \cos x + [e^x \sin x - I]$

$I = e^x \cos x + e^x \sin x - I$

2 $2I = e^x \cos x + e^x \sin x$

2 $I = \left[\frac{e^x \cos x + e^x \sin x}{2}\right]_0^{\pi}$

2+2 $\Rightarrow I = \left[\frac{e^{\pi}\cos(\pi) + e^{\pi}\sin(\pi)}{2}\right] - \left[\frac{e^0\cos(0) + e^0\sin(0)}{2}\right]$

2+2 $= \frac{e^{\pi}(-1) + e^{\pi}(0)}{2} - \frac{1 + 1(0)}{2}$

2 $= \frac{-e^{\pi} - 1}{2}$

60

التمرين الرابع :

5+5 $\vec{AB}(-3,1,3)$; $\vec{n}(2,-1,1)$

2,5×2 $\vec{AB} \cdot \vec{n} = (-3)(2) + (1)(-1) + (3)(1)$

$= -4 \neq 0$

5 ⇐ AB يقطع المستوي P في نقطة M

5×3 $AB: \begin{cases} x = -3t \\ y = 2 + t \\ z = 1 + 3t \end{cases} \; ; t \in R$

نعوض في معادلة المستوي :

5 $\Rightarrow -6t - 2 - t + 1 + 3t - 2 = 0$

2,5 $\Rightarrow -4t - 3 = 0$

5 $\Rightarrow t = \frac{-3}{4}$

2,5×3 $x = \frac{9}{4}$, $y = \frac{5}{4}$, $z = \frac{-5}{4}$

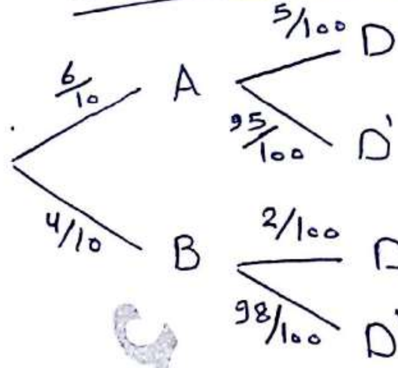
5 $\Rightarrow M\left(\frac{9}{4}, \frac{5}{4}, \frac{-5}{4}\right)$

60

المسألة الأولى :

[1]

كل فرع 5×6



[2]

$5+5$ $P(A \cap D) = \frac{6}{10} \times \frac{5}{100} = \frac{30}{1000}$

$5+5+5$ $P(D) = \frac{6}{10} \times \frac{5}{100} + \frac{4}{10} \times \frac{2}{100} = \frac{38}{1000}$

5 $\Rightarrow P(A|D) = \frac{P(A \cap D)}{P(D)}$

$5+5$ $= \frac{\frac{30}{1000}}{\frac{38}{1000}} = \frac{30}{38}$

[3]

10 $X(\Omega) = \{0, 1, 2\}$

عدد الأقلام الصالحة في المصنع B :

كل 100 ← 98

كل 400 ← x

5 $x = \frac{400 \times 98}{100} = 392$ قلم

$3+2$ $P(X=0) = \frac{\binom{8}{2}}{\binom{400}{2}} = \frac{28}{79800}$
(D, D)

$3+2$ $P(X=1) = \frac{\binom{392}{1}\binom{8}{1}}{\binom{400}{2}}$
(D', D)

$= \frac{3136}{79800}$

$3+2$ $P(X=2) = \frac{\binom{392}{2}}{\binom{400}{2}}$
(D', D')

$= \frac{76636}{79800}$

5

x_i	0	1	2
$P(X=x_i)$	$\frac{28}{79800}$	$\frac{3136}{79800}$	$\frac{76636}{79800}$

المسألة الثانية :

1) التابع مستمر واشتقاقي على R — 2,5

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = (+\infty)e^{+\infty} = +\infty$ — 2,5

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = (-\infty)e^{-\infty} = -\infty\cdot 0$ عدم تعيين — 2,5

$\lim_{x\to-\infty}(xe^x - e^x) = 0-0=0$ — 2,5

$y=0$ مقارب $// \; xx'$ — 2,5

$f'(x) = e^x + e^x(x-1)$

$= e^x(1+x-1) = xe^x$ — 5

$f'(x)=0 \Rightarrow x=0 \;,\; f(0)=(0-1)e^0$ — 2,5

$\Rightarrow f(0) = -1$ قيمة حدية صغرى — 2,5

2,5 × 3

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

الوضع النسبي :

5 في المجال $]-\infty,1[$ التابع C_f تحت Δ

5 في المجال $]1,+\infty[$ التابع C_f فوق Δ

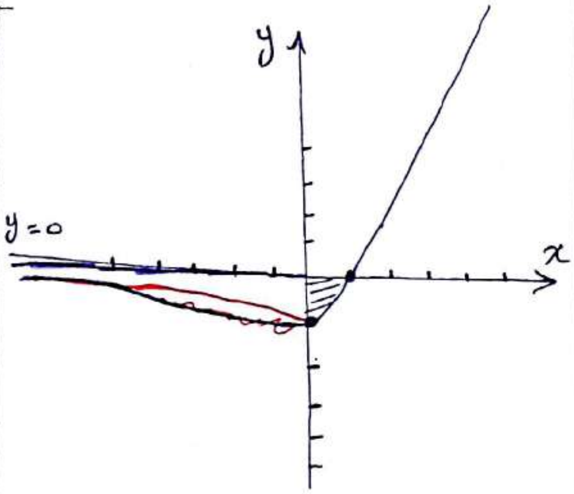
2) نقاط مساعدة :

$y=0 \Rightarrow x-1=0 \Rightarrow x=1 \Rightarrow (1,0)$ — 2,5

$x=0 \Rightarrow y=-1 \Rightarrow (0,-1)$ — 2,5

2 للمحاور

3 للخط



3) $S = \int_0^1 -f(x)\,dx$

5 $= \int_0^1 -(x-1)e^x\,dx$

2,5×2 $u=-x+1 \Rightarrow u'=-1$

2,5×2 $v'=e^x \Rightarrow v=e^x$

2,5×2 $= (-x+1)e^x - \int -e^x\,dx$

2,5 $= \left[(-x+1)e^x + e^x\right]_0^1$

$= \left[e^x(-x+1+1)\right]_0^1$

$= \left[-xe^x+2e^x\right]_0^1$

2,5 $= (-e+2e)-(0+2)$

5 $= e-2$

Scanned by CamScanner

4 نقطة تقاطعه مع محور التراتيب

أي : $x = 0 \Rightarrow y = -1$

2,5 نقطة التماس $(0, -1)$

5 $m = f'(0) = 0$

معادلة المماس هي :

2,5 $(y - y_0) = m(x - x_0)$

5 $\boxed{y = -1}$

اسم الطالب/ة:............................

مدة الأختبار: 3 ساعات.

مـركـز أونـلاين الـتـعـلـيـمـي

امتحان نهائي (5)

بكالوريا رياضيات

Online center

مركز أونلاين التعليمي

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : أراد صف فيه عشر طلاب وخمس طالبات تأليف لجنة نشاط للصف مؤلفة من أربعة أشخاص .. بكم لجنة مختلفة يمكن تأليفها في كل من الحالات الآتية :

① اللجنة مؤلفة من ثلاثة طلاب وطالبة . ② في اللجنة طالبتان على الأكثر

السؤال الثاني :

① اكتب العدد العقدي بالشكل الأسي $z = (1-\sqrt{2})\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$

② لتكن النقطة M التي يمثلها العدد العقدي $z = -1 + i$ ، أوجد العدد العقدي z' الممثل للنقطة M' صورة M وفق تحاكي مركزه $A(2-i)$ ونسبته $3-$

السؤال الثالث : اثبت أن $\ln(x) \leq x - 1$ ، أيا كانت $x \in]0, +\infty[$

السؤال الرابع : حل المعادلة الآتية : $\ln(-3x) = \ln(x^2 - 4)$

ثانياً : أجب عن التمارين الأربعة الآتية: (60 درجة لكل سؤال)

التمرين الأول : في معلم متجانس $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نتأمل النقاط

$A(4, 0, -3)$ و $B(2, 2, 2)$ و $C(3, -3, -1)$

① أوجد معادلة المستوي المحوري ρ للقطعة المستقيمة $[AB]$.

② اكتب معادلة للكرة S التي مركزها C وتمس المستوى ρ .

③اكتب معادلة للمخروط الذي رأسه O و محوره $(o, \vec{k})$ و قاعدته الدائرة التي مركزها $F(0, 0, 4)$ و نصف قطرها 3

التمرين الثاني : ليكن الخط البياني للتابع f المعرف على $D =]0, 1[\cup]1, +\infty[$

وفق : $f(x) = \frac{1}{x \ln x}$..والمطلوب :

① ادرس تغيرات التابع f و نظم جدولاً بها ثم أوجد المقاربات الموازية للمحاور الإحداثية و أوجد قيمته الكبرى محلياً

② ارسم المقاربات و ارسم الخط C .

③ احسب مساحة السطح المحصور بين C و المحور xx' و المستقيمين اللذين معادلتهما $x = 2$, $x = e$

أ. فارس جقل – اللاذقية – دورات (ر.ف.ك) – هاتف 0955186517

التمرين الثالث : لتكن المتتاليتان $(u_n)_{n\geq1}$ و $(V_n)_{n\geq1}$

المعرفتان كما يلي :

$u_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \cdots + \frac{1}{2n}$ و $v_n = u_n + \frac{1}{4n}$ اثبت أن هاتين المتتاليتن متجاورتان.

التمرين الرابع : في معلم متجانس في الفراغ $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$:

① أوجد معادلة الأسطوانة التي محورها ox و مركز قاعدتها $T(4,0,0)$ و نصف قطرها $\sqrt{3}$

② صف مجموعة النقاط $M(x,y,z)$ التي تحقق إحداثياتها مايلي : $1 \leq y \leq 4$: $x^2 + z^2 = 36$

③ $ABCD$ رباعي وجوه و G مركز ثقل المثلث DBC..جد مجموعة نقاط الفراغ التي تحقق :

$$\|\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{MC}\| = \|3\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MD} - \overrightarrow{MC}\|$$

ثالثاً : حل المسألتين الآتيين : (100 درجة لكل مسالة)

المسألة الأولى : يحتوي صندوق (10) كرات متماثلة (5 حمراء 3 سوداء 2 زرقاء) نسحب من الصندوق ثلاث كرات عشوائياً بالتتالي مع إعادة والمطلوب :

① ما احتمال أن تكون الكرة المسحوبة الأولى حمراء والثانية سوداء والثالثة زرقاء ؟

② ما احتمال أن تكون الكرات الثلاث من لون واحد ؟

③ ما احتمال أن تكون واحدة فقط من الكرات المسحوبة زرقاء علماً بأن كرة سوداء على الأقل وجدت بين الكرات المسحوبة.

④ نعرف متغيراً عشوائياً X يدل على عدد الكرات الزرقاء المسحوبة . اكتب قيم المتغير العشوائي X واكتب جدول توزيعه واحسب توقعه الرياضي.

المسألة الثانية : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $R/\{-1\}$ وفق $f(x) = \frac{x}{(x+1)^2}$

① ادرس تغيرات الدالة f ونظم جدولاً بها واستنتج ما الخط C من مقاربات موازية للمحور xx' أو للمحور yy' ، ثم ادرس وضع C بالنسبة لكل مقارب وجدته ، وعين القيمة الحدية الكبرى محلياً في حال وجودها.

② ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم C .

③ احسب مساحة السطح المحصور بين C والمحور xx' المستقيم $x = 1$

انتهت الأسئلة .. 🙂

مع أطيب الأمنيات لكم بالنجاح 💙

أ. فارس جقل – اللاذقية – دورات (ر.ف.ك) – هاتف 0955186517

Online center

مركز أونلاين التعليمي

سلّم التصحيح

الاختبار (5)

أ. فارس حجل

أ. بتول حموش

أولاً: السؤال الأول :

1

$\binom{10}{3}\binom{5}{1} = 120 \times 5$ — 4+4

$= 600$ — 4

2

$\binom{10}{2}\binom{5}{2} + \binom{10}{3}\binom{5}{1} + \binom{10}{4}$ — 4+4+4

$= 450 + 600 + 210 = 1260$ — 4×4

د40

السؤال الثاني :

د40

1

$Z = -(-1+\sqrt{2})\, e^{\frac{\pi}{3}i}$ — 5

$= e^{\pi i}(\sqrt{2}-1)\, e^{\frac{\pi}{3}i}$ — 5

$\Rightarrow Z = (\sqrt{2}-1)\, e^{\frac{4\pi}{3}i}$ — 5

2

$z' - \omega = k(z - \omega)$ — 5

$z' - (2-i) = \cancel{-3(\ldots)}$ — 5+5

$= -3[(-1+i)-(2-i)]$

$z' - 2 + i = +9 - 6i$ — 5

$z' = 11 - 7i$ — 5

السؤال الثالث :

د40

$x - 1 - \ln(x) \geq 0$ — 5

$f(x) = x - 1 - \ln(x)$ — 5

$f'(x) = 1 - \frac{1}{x} \Rightarrow f'(x) = 0$ — 5

f اشتقاق على المجال: $]0,+\infty[$ $\Rightarrow x = 1$ — 5

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\searrow$	0	$\nearrow$	

— 5

$f(x) \geq 0$ — 5

$x - 1 - \ln(x) \geq 0$ — 5

$x - 1 \geq \ln(x)$ — 5

د40

السؤال الرابع :

$D =]-\infty, -2[$ أو $]-\infty, 0[$ — 5

$-3x = x^2 - 4$ — 5

$x^2 + 3x - 4 = 0$ — 5

$(x+4)(x-1) = 0$ — 5

إما: $x = -4 \in D$ مقبول — 5+5

أو: $x = 1 \notin D$ مرفوض — 5+5

د60

ثانياً: التمرين الأول :

1

$\vec{n} = \vec{AB}(-2, 2, 5)$ — 4

$X_m = \frac{4+2}{2} = 3$ — 4

$X_m = \frac{0+2}{2} = 1$ — 4

$Z_m = \frac{-3+2}{2} = -\frac{1}{2}$ — 4

$M(3, 1, -\frac{1}{2})$ — 4

$P: a(x-x_0) + b(y-y_0) + c(z-z_0) = 0$ — 4

$P: -2(x-3) + 2(y-1) + 5(z+\frac{1}{2}) = 0$ — 4

$P: -2x + 2y + 5z + \frac{13}{2} = 0$ — 4

Online center

مركز أونلاين التعليمي

$\boxed{2}$

$C(3,-3,-1)$

4 $R = S = \dfrac{|P(x_0,y_0,z_0)|}{|\vec{n}|}$

4 $S = \dfrac{\left|-2(3)+2(-3)+5(-1)+\frac{13}{2}\right|}{\sqrt{33}}$

4 $= \dfrac{21}{2\sqrt{33}} = R$

4 $S \equiv (x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2 = R^2$

4 $S \equiv (x-3)^2+(y+3)^2+(z+1)^2 = \dfrac{147}{44}$

$\boxed{3}$ معادلة المخروط :

4+4 $x^2+y^2-\dfrac{9}{16}z^2 = 0 \; ; \; 0 \le z \le 4$

التمرين الثاني :

$\boxed{1}$ التابع مستمر واشتقاقي على المجال :

$D =]0,1[\cup]1,+\infty[$

2 $\lim_{x \to 0^+} f(x) = -\infty$

2 $x=0$ مقارب للخط C منطبق على $y'y$

2 $\lim_{x \to 1^-} f(x) = -\infty$

2 $x=1$ مقارب $//\ yy'$ والخط C يقع على يساره

2 $\lim_{x \to 1^+} f(x) = +\infty$

2 $x=1$ مقارب $//\ yy'$ والخط C يقع على يمينه

2 $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0$

2 $y=0$ مقارب للخط C منطبق على xx'

f مستمرة واشتقاقية على كل من المجالين :

$]0,1[\ ,\ ]1,+\infty[$

5 $f'(x) = \dfrac{-\left[\ln(x) + \frac{1}{x}\cdot x\right]}{x^2 \ln^2 x}$

5 $= \dfrac{-[\ln(x)+1]}{x^2 \ln^2 x}$

2+2 $f'(x) = 0 \Rightarrow 1 + \ln x = 0$

2 $\Rightarrow x = e^{-1} \Rightarrow x = \dfrac{1}{e}$

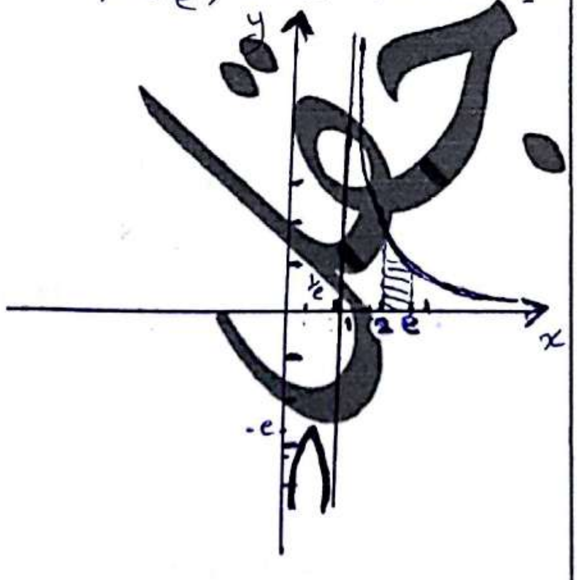
2 $\Rightarrow f\left(\frac{1}{e}\right) = -e$

3×2

x	0		$\frac{1}{e}$		1		∞
$f'(x)$	‖	+	0	—	‖	—	
$f(x)$	‖ $-\infty$	↗	$-e$	↘ $-\infty$	‖ $+\infty$	↘	0

2 $f\left(\frac{1}{e}\right) = -e$ قيمة كبرى محلياً

3×2



2 $S=\int_2^e \frac{1}{x\ln x}\,dx$

$=\int_2^e \frac{1}{x}\cdot\frac{1}{\ln x}\,dx=\int_2^e \frac{\frac{1}{x}}{\ln(x)}\,dx$

$\ln x>0$ على المجال $[2,e]$

5 $\Rightarrow S=\left[\ln(\ln x)\right]_2^e$

3+2 $=\ln(\ln e)-\ln(\ln 2)=-\ln(\ln 2)$

50

60

التمرين الثالث :

5 $U_{n+1}=\frac{1}{n+2}+\frac{1}{n+3}+\dots+\frac{1}{2n}+\frac{1}{2n+1}+\frac{1}{2n+2}$

5 $U_{n+1}-U_n=\frac{1}{2n+1}+\frac{1}{2n+2}-\frac{1}{n+1}$

5+5 $=\frac{1}{(2n+1)(2n+2)}>0$

2.5 فالمتتالية متزايدة تماماً

5 $V_{n+1}=U_{n+1}+\frac{1}{n(n+1)}$

5+5 $V_{n+1}-V_n=\frac{-2(n+1)}{4n(n+1)(2n+1)(2n+2)}<0$

2.5 فالمتتالية متناقصة .

5+5 $V_n-U_n=U_n+\frac{1}{4n}-U_n=\frac{1}{4n}$

5 $\lim\limits_{n\to+\infty}(V_n-U_n)=0$

5 فالمتتاليتان متجاورتان .

التمرين الرابع :

1 معادلة الأسطوانة :

3+3 $y^2+z^2=r^2\ ;\ 0\le x\le h$

3+3 $y^2+z^2=3\ ;\ 0\le x\le 4$

2 مجموعة النقاط هي أسطوانة نصف قطرها $r=6$ ومحورها محور التراتيب

$3+3+2+3+3$

مركز قاعدتها الدنيا $(0,1,0)$

مركز قاعدتها العليا $(0,4,0)$

3 عبارة G مركز ثقل المثلث DBC مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط $(B,1)$ و $(C,1)$ و $(D,1)$

10 $\vec{GB}+\vec{GC}+\vec{GD}=\vec{0}$

5 $\Rightarrow \vec{MB}+\vec{MD}+\vec{MC}=3\vec{MG}$

5 $\Rightarrow \|3\vec{MG}\|=\|3\vec{MA}-(\vec{MB}+\vec{MD}+\vec{MC})\|$

5 $\|3\vec{MG}\|=\|3\vec{MA}-3\vec{MG}\|$

5 $=\|3\vec{GA}\|$

2 $\Rightarrow \|\vec{MG}\|=\|\vec{GA}\|$

1 مجموعة النقاط M تشكل كرة مركزها G ونصف قطرها GA

Online center
مركز أونلاين التعليمي

المسألة الأولى :

1) 5+5
$$\left(\frac{5}{10}\times\frac{3}{10}\times\frac{2}{10}\right) = \frac{30}{1000}$$

2) 2,5×4
$$\left(\frac{5}{10}\right)^3 + \left(\frac{3}{10}\right)^3 + \left(\frac{2}{10}\right)^3 = \frac{160}{1000}$$

3) بفرض B حدث سحب كرة سوداء على الأقل (2,5)

بفرض A حدث سحب كرة زرقاء فقط (2,5)

5
$$P(A|B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)}$$

2,5×2 / 2,5×3
$$= \frac{\frac{180}{1000} + 3\left(\frac{3}{10}\times\frac{3}{10}\times\frac{2}{10}\right)}{3\left(\frac{3}{10}\times\frac{7}{10}\times\frac{7}{10}\right) + 3\left(\frac{3}{10}\cdot\frac{3}{10}\cdot\frac{7}{10}\right) + \left(\frac{3}{10}\right)^3}$$

2,5
$$= \dots$$

4) 5
$$X(\Omega) = \{0,1,2,3\}$$

5+5
$$P(X=0) = \left(\frac{8}{10}\right)^3 = \frac{512}{1000}$$

5+5
$$P(X=1) = \left(\frac{2\times8\times8}{1000}\right)3 = \frac{384}{1000}$$

5+5
$$P(X=2) = \left(\frac{2\times2\times8}{1000}\right)3 = \frac{96}{1000}$$

5+5
$$P(X=3) = \left(\frac{2}{10}\right)^3 = \frac{8}{1000}$$

2,5 + 2,5

x_i	0	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{512}{1000}$	$\frac{384}{1000}$	$\frac{96}{1000}$	$\frac{8}{1000}$

2,5 + 2,5
$$E(X) = \frac{384+192+18}{1000} = \frac{297}{500}$$

المسألة الثانية :

1)

5 $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 0$

5 $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$

5 $y=0$ مقارب

5 $\lim_{x\to-1} f(x) = -\infty$

5 $x=-1$ مقارب $// yy'$

الرسم البياني :

5 الخط C يقع على يمين ويسار المقارب.

5 قانون + 5 $f'(x) = \frac{x^2+1}{(x+1)^4}$

5 $f'(x) = 0 \Rightarrow x = \pm1$

3 $f(1) = \frac{1}{4}$ قيمة كبرى

2 $x=-1 \notin D$

x	$-\infty$		-1		0	1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$+$		0	$-$	
$f(x)$	0	↘ $-\infty$	‖	$-\infty$ ↗		$\frac{1}{4}$	↘	0

(5, 5, 5)

Online center

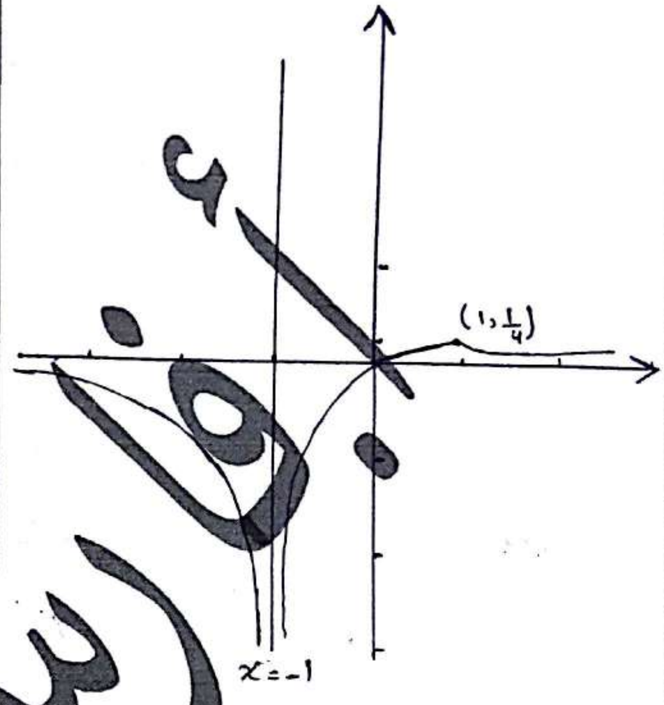
مركز أونلاين التعليمي

5 في المجال $]-\infty,-1[\cup]-1,0[$

الخط C تحت المستقيم $y=0$

5 في المجال $]0,+\infty[$ الخط C فوق المستقيم $y=0$

3 للخط + 2 للمقارب



السعي السليم مع أطيب التمنيات بالنجاح والتفوق ....

5 $$S=\int_0^1 \frac{x+1-1}{(x+1)^2}\,dx$$

5 $$=\int_0^1 \frac{1}{x+1}\,dx+\int_0^1 \frac{-1}{(x+1)^2}\,dx$$

3+2 $$=\left[\ln(x+1)+\frac{1}{x+1}\right]_0^1$$

5 $$\Rightarrow S=\ln(2)-\frac{1}{2}$$

اسم الطالب\ة:
المدة: 3 ساعات
الدرجة النهائية: 600

أختبار للثالث الثانوي العلمي (الرياضيات)

(امتحان الفصل الأول)

أولا: أجب عن الأسئلة التالية : (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الاول: تأمل جدول تغيرات التابع f المعرف والمستمر على R وخطه البياني C

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	0	+	
$f(x)$	2	↗	3	↘	−1	↗	2

والمطلوب: ① أوجد $lim_{x\to+\infty} f(x)$ ، $lim_{x\to-\infty} f(x)$

② أكتب معادلة المقارب الأفقي للخط البياني c

③ماهي القيم الحدية المحلية وحدد نوعها ؟

④ ماعدد حلول المعادلة $f(x)=0$

السؤال الثاني: ليكن العدد العقدي $Z=-2\sqrt{3}+2i$ أكتب العدد Z بالشكل الأسي ثم أوجد Z^6 .

السؤال الثالث : $GHFE$ رباعي وجوه ، M نقطة منه تحقّق : $\overrightarrow{EG}-\overrightarrow{MF}-\overrightarrow{MG}-\overrightarrow{MH}=\overrightarrow{0}$

① أثبت أن M هي مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة (H,β) ، (F,α) ، (E,γ) ثم عين α,β,γ .

② حدد موضع النقطة M .

السؤال الرابع: لتكن f الدالة المعرفة على R وفق : $f(x)=\sin x$ بافتراض أن f أشتقاقية n مرة على R

أثبت بالتدريج أنه أياً كان $n\in N^*$ فإن $f^{(n)}(x)=\sin(\frac{\pi}{2}n+x)$.

ثانيا : حل التمارين التالية : (60 درجة لكل تمرين)

التمرين الاول : نعرف المتتالية $(v_n)_{n\geq0}$ كما يأتي: $v_0=\frac{1}{2}$ و $v_{n+1}=\frac{5v_n+4}{v_n+2}$ والمطلوب :

❶ ادرس جهة اطراد المتتالية $(v_n)_{n\geq0}$.

❷ نعرف المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ بالعلاقة $u_n=\frac{v_n-4}{v_n+1}$

Ⓐ أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ هندسية ثم عيّن حدها الأول وأساسها

Ⓑ أوجد عبارة u_n بدلالة n ، ثم أستنتج عبارة v_n بدلالة n وعيّن نهاية $(v_n)_{n\geq0}$.

التمرين الثاني : A,B,C ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة من الفراغ و D و E نقطتان تحققان :
$3\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AE}=3\overrightarrow{CE}$

① أثبت أن النقاط A,B,C,D,E تقع في مستوي واحد .

② لتكن I منتصف $[CD]$ و J منتصف $[BE]$ أثبت وقوع A و I و J على استقامة واحدة .

<u>التمرين الثالث:</u> ليكن التابع المعرف على R كما يلي : $f(x) = x - \sqrt{x^2 + 8}$ والمطلوب :

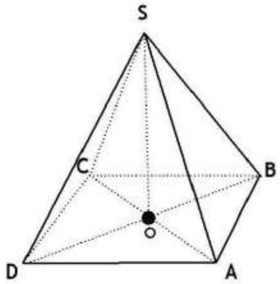
① أحسب نهاية $f(x)$ عند $-\infty$ وعند $+\infty$ ، هل يقبل c_f مقارب أفقي .

② تحقق أن المستقيم الذي معادلته $y = 2x$ مقارب للخط c_f .

<u>التمرين الرابع:</u> ليكن S_ABCD هرم قاعدته مربع طول ضلعه يساوي 5

وطول كل حرف من حروفه الجانبية يساوي 5 ،ولتكن O مرتسم S

القائم على القاعدة والمطلوب :



① أحسب $\overrightarrow{SD} \cdot \overrightarrow{SC}$

② أحسب طول القطر BD ،ثم أحسب $\overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{DS}$

③ عين G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(D, 2)$ و$(C, 3)$ و$(S, 1)$.

<u>ثالثاً : حل المسألتين الآتيتين:</u> (100 درجة لكل مسألة)

<u>المسألة الأولى:</u> في معلم متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لدينا النقطتان $A(2, 1, -2)$ ، $B(7, -2, 0)$ والشعاعان $\vec{u}(2, -1, 0)$ $\vec{v}(-3, 1, 2)$ والمطلوب :

① أثبت أن الأشعة $\vec{u}$ و$\vec{v}$ و $\overrightarrow{AB}$ مرتبطة خطيا .

② أكتب معادلة المستوي الذي يقبل $\vec{v}$ و$\overrightarrow{AB}$ شعاعي توجيه له .

③ أكتب التمثيل الوسيطي للمستقيم d الذي يقبل $\vec{v}$ شعاعاً توجيها له ويمر بالنقطة B .

④ اكتب معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AB]$

<u>المسألة الثانية :</u> ليكن التابع f المعرفة على $R \setminus \{1\}$: $f(x) = \frac{ax^2+bx+1}{x-1}$ خطه البياني C والمطلوب :

① عين a,b (الحقيقيين) ليكون للتابع قيمة كبرى محليا مساوية للصفر عند $x = -1$.

② أثبت أن التابع يكتب بالشكل : $f(x) = x + 3 + \frac{4}{x-1}$

③ أثبت أن المستقيم $y_\Delta = x + 3$ مقارب للخط C و ادرس الوضع النسبي لـ C مع Δ .

④ أدرس تغيرات التابع f و أوجد المقاربات الأفقية والشاقولية .

⑤ ارسم المقاربات وارسم الخط C .

<u>انتهت الأسئلة</u>

" سلم تصحيح "

اختبار فصل أول (بكالوريا)

أولاً: السؤال الأول

$\boxed{1}$

5 $\lim_{x\to+\infty} f(x)=2$

5 $\lim_{x\to-\infty} f(x)=2$

$\boxed{2}$

5 $y=2$ مقارب أفقي للخط c

$\boxed{3}$

5+5 $f(-2)=3$ قيمة محلية كبرى

5+5 $f(0)=-1$ قيمة محلية صغرى

$\boxed{4}$

5 عدد الحلول: 2

السؤال الثاني: $Z=-2\sqrt{3}+2i$

5 $r=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{12+4}=\sqrt{16}=4$

5 $\cos\theta=\frac{a}{r}=\frac{-2\sqrt{3}}{4}=\frac{-\sqrt{3}}{2}$

5 $\sin\theta=\frac{b}{r}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$

5 $\Rightarrow \theta=\pi-\frac{\pi}{6}=\frac{5\pi}{6}$ (الربع الثاني)

5 $\Rightarrow Z=r.e^{i\theta} \Rightarrow Z=4e^{\frac{5\pi}{6}i}$

5 $Z^6=(4e^{\frac{5\pi}{6}i})^6$

$\Rightarrow Z^6=(4)^6\, e^{6\cdot\frac{5\pi}{6}i}$

$\Rightarrow Z^6=(4^2)^3\, .\, e^{5\pi i}$

5 $\Rightarrow Z^6=4096\, .\, e^{5\pi i}$

5 $Z^6=-4096$

السؤال الثالث:

$\overrightarrow{EG}-\overrightarrow{MF}-\overrightarrow{MG}-\overrightarrow{MH}=\vec{0}$

$\overrightarrow{EM}+\overrightarrow{MG}-\overrightarrow{MF}-\overrightarrow{MG}-\overrightarrow{MH}=\vec{0}$

$\Rightarrow -\overrightarrow{ME}-\overrightarrow{MF}-\overrightarrow{MH}=\vec{0}$

$\overrightarrow{ME}+\overrightarrow{MF}+\overrightarrow{MH}=\vec{0}$

$\Leftarrow$ M مركز أبعاد

$\alpha=1\ ,\ \beta=1\ ,\ \gamma=1$

السؤال الرابع :

نبرهن صحة العلاقة من أجل : $n=1$

$$f^{(1)}(x)=\sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right)$$
$$=\cos(x) = f'(x)$$

محققة

نفرض صحة العلاقة من أجل n

$$f^{(n)}(x)=\sin\left[\frac{\pi}{2}n+x\right] \quad ---*$$

محققة

نبرهن صحة العلاقة من أجل : $(n+1)$

$$f^{(n+1)}(x)=\sin\left[\frac{\pi}{2}(n+1)+x\right]$$

لدينا :

$$f^{(n+1)}(x)=\left[f^{(n)}(x)\right]'$$
$$=\left[\sin\left(\frac{\pi}{2}n+x\right)\right]'$$
$$f^{(n+1)}(x)=\cos\left(\frac{\pi}{2}n+x\right)$$
$$=\sin\left[\frac{\pi}{2}+\left(\frac{\pi}{2}n+x\right)\right]$$
$$=\sin\left[\frac{\pi}{2}(n+1)+x\right]$$

$\Leftarrow$ محققة وبالتالي حسب البرهان بالتدريج العلاقة $f^{(n)}(x)$ الصحيحة .

ثانياً : التمرين الأول

$\boxed{1}$ $v_0=\frac{1}{2}$ ، $v_1=\frac{13}{5}$

$v_2=\frac{85}{23}$ ، $v_3=\frac{517}{131}$

نلاحظ الحدود متزايدة ..

$$v_{n+1}-v_n=\frac{5v_n+4}{v_n+2}-v_n$$
$$=\frac{5v_n+4-v_n-2}{v_n+2}=\frac{4v_n+2}{v_n+2}$$

نفرض : $f(x)=\frac{4x+2}{x+2}$

$$f'(x)=\frac{6}{(x+2)^2}>0 \Rightarrow v_{n+1}-v_n>0$$

والمتتالية متزايدة تماماً .

$\boxed{2}$ Ⓐ

$$U_{n+1}=\frac{v_{n+1}-4}{v_{n+1}+1} \ ; \ U_n=\frac{v_n-4}{v_n+1}$$

$$U_{n+1}=\frac{5v_n+4/v_n+2 \ -4}{5v_n+4/v_n+2 \ +1}$$

$$=\frac{5v_n+4-4v_n-8}{5v_n+4+v_n+2}=\frac{v_n-4}{6(v_n+1)}$$

$$U_{n+1}=\frac{1}{6}U_n$$

$\Leftarrow (U_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية أساسها $q=\frac{1}{6}$ وحدها الأول

$$U_0=\frac{v_0-4}{v_0+1}=\frac{1/2-4}{1/2+1}=\frac{-7}{3}$$

Ⓑ

$$U_n=U_0q^n=\frac{-7}{3}\left(\frac{1}{6}\right)^n$$

لدينا : $U_n=\frac{v_n-4}{v_n+1}$

$\Rightarrow U_n(V_n+1) = V_n - 4$

$\Rightarrow U_n \cdot V_n + U_n = V_n - 4$

$U_n + 4 = V_n - U_n \cdot V_n$

$U_n + 4 = V_n(1 - U_n)$

$\Rightarrow V_n = \dfrac{U_n + 4}{1 - U_n}$

$V_n = \dfrac{-\frac{7}{3}\left(\frac{1}{6}\right)^n + 4}{1 + \frac{7}{3}\left(\frac{1}{6}\right)^n}$

وبما أن $-1 < \frac{1}{6} < 1$

$\Rightarrow \lim_{n \to +\infty} \left(\frac{1}{6}\right)^n = 0$

$\Rightarrow \lim_{n \to +\infty} V_n = \frac{12}{3} = 4$

التمرين الثاني:

$\boxed{1}$ $\overrightarrow{AD} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$

$\Leftarrow$ $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AD}$ مرتبطين خطياً

$\Leftarrow$ A, B, D على استقامة واحدة

$\Leftarrow$ D تقع على المستقيم (AB) المحتوى في المستوي (ABC)

$\overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{CE}$ $\Leftarrow$ $\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{CE}$ مرتبطان خطياً $\Leftarrow$ A, C, E على استقامة واحدة

$\Leftarrow$ E تقع على المستقيم (AC) المحتوى في المستوي (ABC)

$\Leftarrow$ A, B, C, D, E جميع النقاط في مستوٍ واحد.

$\boxed{2}$ $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AI}$

$\frac{2}{3}\overrightarrow{AE} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AI}$

$\frac{2}{3}\left[\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AB}\right] = 2\overrightarrow{AI}$

$\Rightarrow \frac{1}{3}\left[2\overrightarrow{AJ}\right] = \overrightarrow{AI}$ ((لأن J منتصف BE))

$\Rightarrow \overrightarrow{AI} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AJ} \Rightarrow$ $\overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AJ}$ مرتبطان خطياً

$\Leftarrow$ A, I, J تقع على استقامة واحدة.

التمرين الثالث: $f(x) = x - \sqrt{x^2+8}$

$\boxed{1}$ $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty - \infty = -\infty$

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty - \infty$ (عدم تعيين)

$\Rightarrow \lim_{x \to +\infty} \left[\dfrac{(x - \sqrt{x^2+8})(x + \sqrt{x^2+8})}{x + \sqrt{x^2+8}}\right]$

$\Rightarrow \lim_{x \to +\infty} \left[\dfrac{x^2 - (x^2+8)}{x + \sqrt{x^2+8}}\right]$

$\Rightarrow \lim_{x \to +\infty} \dfrac{-8}{x + \sqrt{x^2+8}} = 0$

$\Leftarrow$ $y = 0$ مقارب أفقي للخط البياني C.

$\boxed{2}$ يجب أن نحقق: $\lim_{x \to \infty} (f(x) - y_D) = 0$ أولاً

$\Rightarrow f(x) - y_D = x - \sqrt{x^2+8} - 2x$

$= -x - \sqrt{x^2+8}$

$$\lim_{x\to-\infty}\left[-x-\sqrt{x^2+8}\right] = +\infty-\infty$$ (عدم تعيين)

$$\Rightarrow \frac{(-x-\sqrt{x^2+8})(-x+\sqrt{x^2+8})}{(-x+\sqrt{x^2+8})}$$

$$\lim_{x\to-\infty}\left[\frac{x^2-(x^2+8)}{\sqrt{x^2+8}-x}\right]$$

$$\lim_{x\to-\infty}\left[\frac{-8}{\sqrt{x^2+8}-x}\right]=0$$

$\Leftarrow$ $y=2x$ مقارب للخط البياني C عند $-\infty$

التمرين الرابع:

$\boxed{1}$ $\overrightarrow{SD}\cdot\overrightarrow{SC}=\|\overrightarrow{SD}\|\cdot\|\overrightarrow{SC}\|\cdot\cos\theta$

$= 5\cdot5\cdot\cos(60)$

$= 25\cdot\frac{1}{2}$

$\overrightarrow{SD}\cdot\overrightarrow{SC}=\frac{25}{2}=12,5$

$\boxed{2}$ لحساب BD حسب فيثاغورث

$BD^2=AB^2+AD^2$

$BD^2=5^2+5^2\Rightarrow BD^2=50$

$\Rightarrow [BD]=5\sqrt{2}$

$\overrightarrow{DB}\cdot\overrightarrow{DS}=\overrightarrow{DB}\cdot\overrightarrow{DO}$

$\Rightarrow \|\overrightarrow{DB}\|\cdot\|\overrightarrow{DO}\|=5\sqrt{2}\cdot\frac{5\sqrt{2}}{2}$

$\Rightarrow \overrightarrow{DB}\cdot\overrightarrow{DS}=25$

$\boxed{3}$ نوجد مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط $(C,3)$ و $(D,2)$ ولتكن H.

$\Leftarrow \overrightarrow{DH}=\frac{3}{5}\overrightarrow{DC}$

نوجد مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط $(H,5)$ و $(S,1)$ ولتكن G.

$\Leftarrow \overrightarrow{SG}=\frac{5}{6}\overrightarrow{SH}$

$\Leftarrow (G,6)$

ثالثاً: المسألة الأولى:

$\vec{v}(-3,1,2)$, $\vec{u}(2,-1,0)$, $\overrightarrow{AB}(5,-3,2)$

$A(2,1,-2)$, $B(7,-2,0)$

$\boxed{1}$ $\overrightarrow{AB}=\alpha\vec{u}+\beta\vec{v}$

$(5,-3,2)=\alpha(2,-1,0)+\beta(-3,1,2)$

$(5,-3,2)=(2\alpha,-\alpha,0)+(-3\beta,\beta,2\beta)$

$\Rightarrow 2\alpha-3\beta=5$ —— ①

$-\alpha+\beta=-3$ —— ②

$2\beta=2$ —— ③

من ③ نجد أن: $\beta=1$ نعوض في ②:

$\Rightarrow -\alpha+1=-3 \Rightarrow \alpha=4$

نعوض قيمة β و α في ① فنجد:

$2(4)-3(1)\overset{?}{=}5$

$8-3=5\Rightarrow 5=5$ محققة

$\Leftarrow \overrightarrow{AB}=4\vec{u}+1\vec{v}$ مرتبطة خطياً

$\Leftarrow$ فالأشعة الثلاثة تقع في مستوٍ واحد

[2] نفرض: $\vec{n}(a,b,c)$ ناظم

$\Rightarrow \vec{n}\perp\vec{v} \Rightarrow \vec{n}\cdot\vec{v}=0$

$\Rightarrow (a,b,c)(-3,1,2)=0$

$-3a+b+2c=0 \quad \ldots (1)$

$\vec{n}\perp\vec{AB} \Rightarrow \vec{n}\cdot\vec{AB}=0$

$\Rightarrow (a,b,c)(5,-3,2)=0$

$5a-3b+2c=0 \quad \ldots (2)$

نفرض: $a=1$ وبحل (1)، (2) نجد:

$\vec{n}=(1,2,\frac{1}{2})$

معادلة المستوي:

$a(x-x_B)+b(y-y_B)+c(z-z_B)=0$

$1(x-2)+2(y-1)+\frac{1}{2}(z+2)=0$

$x+2y+\frac{1}{2}z-3=0$

[3] التمثيل الوسيطي للمستقيم d:

$$\left.\begin{aligned} x &= x_B+at \\ y &= y_B+bt \\ z &= z_B+ct \end{aligned}\right\} t\in R$$

$$\Rightarrow \left.\begin{aligned} x &= 7-3t \\ y &= -2+t \\ z &= 0+2t \end{aligned}\right\} t\in R$$

[4] نوجد I منتصف $[AB]$:

$x_I=\frac{7+2}{2}=\frac{9}{2}$

$y_I=\frac{1-2}{2}=-\frac{1}{2}$

$z_I=\frac{-2+0}{2}=-1$

$\Leftarrow I(\frac{9}{2},-\frac{1}{2},-1)$

$\vec{AB}(5,-3,2)$ ناظم:

معادلة المستوي المحوري:

$a(x-x_I)+b(y-y_I)+c(z-z_I)=0$

$5(x-\frac{9}{2})-3(y+\frac{1}{2})+2(z+1)=0$

$5x-3y+2z-\frac{45}{2}-\frac{3}{2}+2=0$

$5x-3y+2z-22=0$

المسألة الثانية:

[1] $f(-1)=0$ قيمة كبرى محلياً

$f(-1)=0$

$\Rightarrow (-1,0)\in c$ نقطة عليه

نعوض $(-1,0)$ في التابع:

$\Rightarrow 0=\frac{a(-1)^2+b(-1)+1}{-2}$

$\Rightarrow a-b+1=0 \quad \ldots (1)$

$(-1,0)$ نقطة حدية عندما: $f'(-1)=0$

$\Rightarrow f'(x)=\frac{(2ax+b)(x-1)-(ax^2+bx+1)}{(x-1)^2}$

$\Rightarrow 0=\frac{(-2a+b)(-2)-(a-b+1)}{4}$

$\Rightarrow 3a-b-1=0 \quad \ldots (2)$

نطرح (1) من (2) فنجد:

$3a-b-1-(a-b+1)=0$

$2a-2=0 \Rightarrow 2a=2 \Rightarrow \boxed{a=1}$

نعوض في (1) فنجد: $\boxed{b=2}$

$\Rightarrow f(x)=\frac{x^2+2x+1}{x-1}$

2 بالقسمة المطولة نجد:

$$\begin{array}{r|l} x-1 & x^2+2x+1 \\ & \mp x^2 \pm x \\ \hline & 3x+1 \\ & \mp 3x \pm 3 \\ \hline & +4 \end{array} \qquad \text{الناتج: } x+3$$

2.5

$\Rightarrow f(x) = \text{الناتج} + \dfrac{\text{الباقي}}{\text{المقسوم عليه}}$

$\Rightarrow f(x) = x+3+\dfrac{4}{x-1}$ 2.5

3

$f(x) - y_\Delta = x+3+\dfrac{4}{x-1} - (x+3)$

$f(x) - y_\Delta = \dfrac{4}{x-1}$

5 $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{4}{x-1} = 0$

2.5 $\Leftarrow$ $y = x+3$ مستقيم مقارب للخط البياني C

5

2.5

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f(x)-y_\Delta$		−	‖	+	
الوضع النسبي		C يقع تحت المقارب Δ	‖	C يقع فوق المقارب Δ	

5+5

4 التابع مستمر واشتقاقي على المجال

2.5 $]-\infty, 1[\cup]1, +\infty[$

2.5 $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{x^2}{x} = \lim\limits_{x\to+\infty} (x) = -\infty$

2.5 $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^2}{x} = \lim\limits_{x\to+\infty} (x) = +\infty$

2.5 $\lim\limits_{x\to1^-} f(x) = \dfrac{+4}{1-1} = -\infty$

2.5 $x=1$ مقارب شاقولي يوازي yy'

2.5 $\lim\limits_{x\to1^+} f(x) = \dfrac{4}{1-1} = +\infty$

2.5 $x=1$ مقارب شاقولي يوازي yy'

2.5 $f'(x) = \dfrac{(2x+2)(x-1) - (x^2+2x+1)}{(x-1)^2}$

$f'(x) = \dfrac{2x^2-2x+2x-2-x^2-2x-1}{(x-1)^2}$

2.5 $f'(x) = \dfrac{x^2-2x-3}{(x-1)^2} \Rightarrow f'(x) = 0$

2.5 $\Rightarrow \dfrac{x^2-2x-3}{(x-1)^2} = 0 \Rightarrow x^2-2x-3=0$

2.5 + 2.5 $\Rightarrow (x-3)(x+1)=0 \Rightarrow$ إما $x-3=0 \Rightarrow x=3$
أو $x+1=0 \Rightarrow x=-1$

2.5 + 2.5 + 2.5

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	‖	−	0	+	
$f(x)$	$-\infty$	↗	0	↘ $-\infty$	‖	$+\infty$ ↘	8	↗	$+\infty$

2.5 + 2.5

$f(-1) = 0$ قيمة عظمى محلية

$f(3) = 8$ قيمة صغرى محلية

Online Electronic School

مركز أونلاين التعليمي

انتهى السلم: 2018/3/13

إعداد المدرسان:

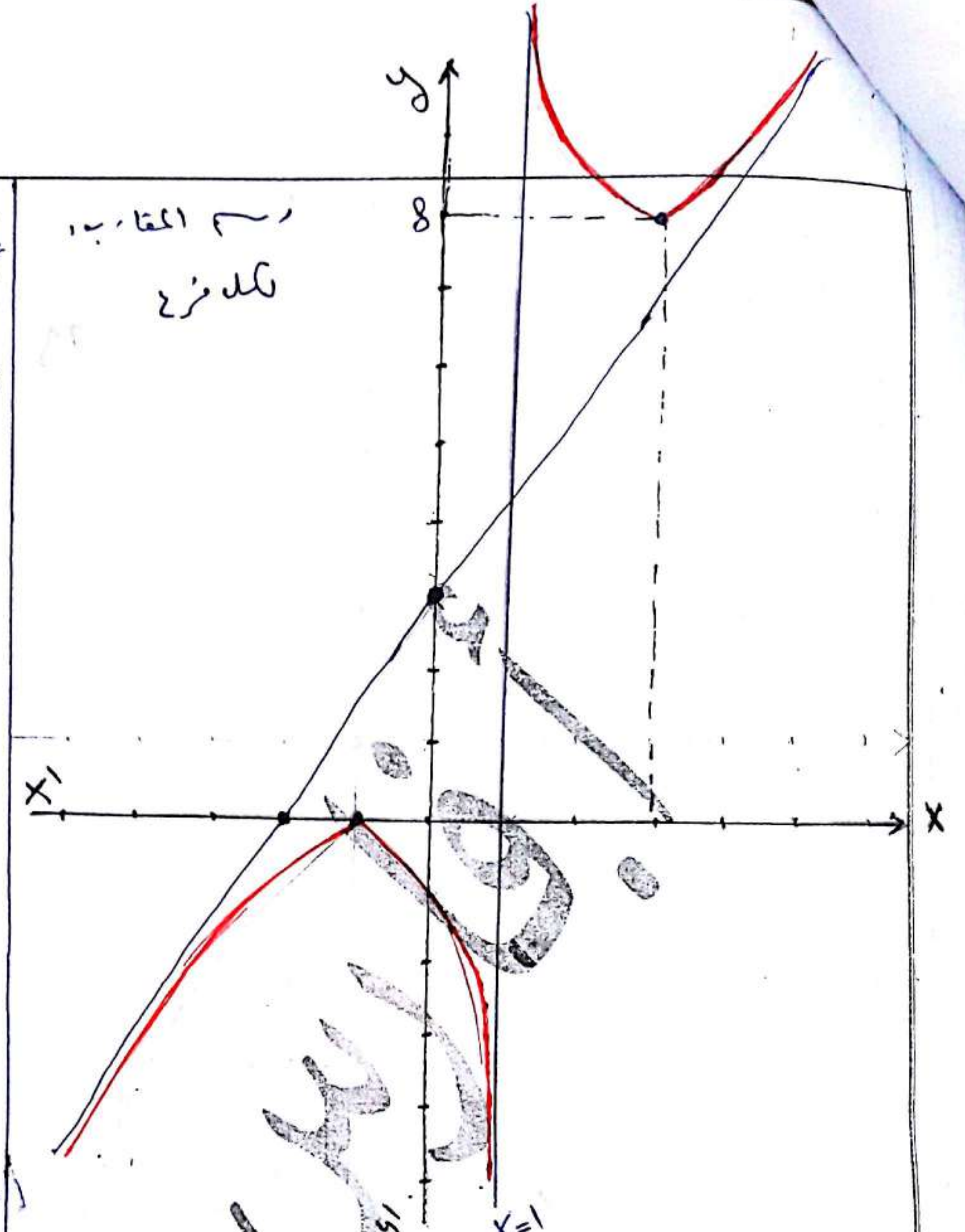
براءة علي و فارس حجل

2.5 + 2.5

2.5 + 2.5

رسم المقارب ١

لكل فرع



نوجد نقاط تقاطع C مع المحورين:

$x=0 \Rightarrow y=-1$

$\Rightarrow (0,-1)$

$y=0 \Rightarrow \dfrac{x^2+2x+1}{x-1}=0 \Rightarrow x=-1$

$\Rightarrow (-1,0)$

رسم المقارب المائل:

$(0,3)$

$(-3,0)$

اسم الطالب/ة:.............................. *مـركـــز أونـلايـن الـتـعـلـيـمـي*

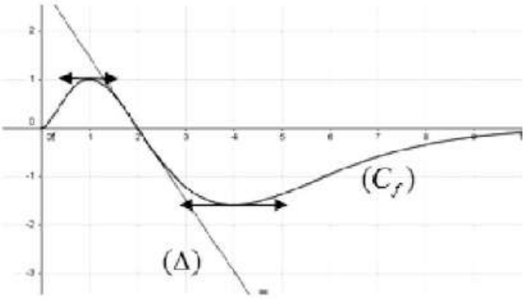
مدة الاختبار: 3 ساعات.

امتحان نهائي (1)

بكالوريا رياضيات(تكميلي 2018)

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول :



الشكل المرسوم جانباً هو الخط البياني C لتابع f..والمطلوب :

1) أوجد مجموعة تعريف التابع D_f
2) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم استنتج معادلة المقارب
3) أوجد $f'(2), f(2)$ ثم استنتج معادلة المماس في نقطة فاصلتها 2
4) أوجد $f(1), f'(4), f'(1)$

السؤال الثاني : ليكن التابع f المعرّف على النحو التالي :

$f(x) = \frac{x^2-5x+1}{x+1}$ حيث : $D =]-\infty,-1[U]-1,+\infty[$

① جد الأعداد a , b , c التي تحقق $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$

② احسب $\int_0^2 f(x)\ dx$

السؤال الثالث : نتأمل في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقاط الآتية : $A(0,2,1)\ \ B(-1,1,-3)\ \ C(1,0,-1)$

① أكتب المعادلة الديكارتية لسطح الكرة S التي مركزها C و تمر من النقطة A

② ليكن المستقيم d المعرف بالتمثيل الوسيطي : $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = -1 + 2t \ ;t \in R \\ z = -3 + 2t \end{cases}$

a) اكتب معادلة للمستوي (P) الذي يمر من النقطة C ويعامد المستقيم d

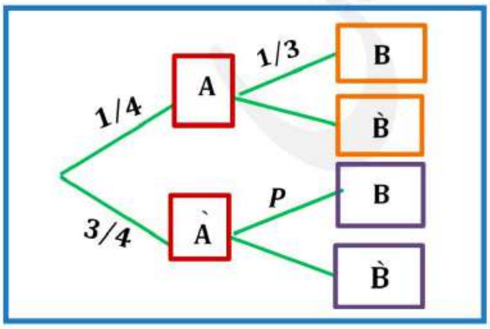
b) أحسب بعد النقطة C عن المستقيم d

السؤال الرابع : أوجد نهاية التابع f المعين بالعلاقة $f(x) = \frac{3x+4}{x+1}$ عند $+\infty$ ثم أعط عدداً حقيقياً α يحقق الشرط :

إذا كان $x > \alpha$ كان $f(x) \in]2.9\ ,3.1[$

ثانياً : أجب عن التمارين الأربعة الآتية: (60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول : ليكن A و B حدثين مرتبطين بتجربة عشوائية معروضة بالمخطط الشجري المجاور ..



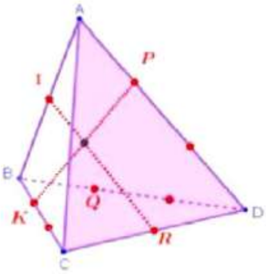
1) كيف نختار قيمة P حتى يكون الحدثان A و B مستقلين احتمالياً
2) احسب احتمالات الأحداث الآتية : $A \cup B, A \cap B,\ B', B,\ A', A$

التمرين الثاني : لدينا في مجموعة الأعداد العقدية C كثير الحدود $P(z)$

المعرّف كما يلي : $P(z) = 2z^4 - 2iz^3 - z^2 - 2iz + 2$

1) بيّن أنه إذا كان a جذرا لكثير الحدود $P(z)$ فإن $\frac{1}{a}$ جذر له أيضا
2) تحقق أن $1 + i$ جذر لكثير الحدود $P(z)$ واستنتج جذراً آخر له ثم اكتب هذا الجذر بالشكل الجبري .
3) اكتب الجذرين السابقين بالشكل الأسي .
4) لتكن الأعداد العقدية التالية : $a = 1 + i \ , \ b = -1 + i \ , \ c = -\frac{m}{2} - \frac{m}{2}i \ , \ d = \frac{m}{2} - \frac{m}{2}i$

ولتكن النقاط الممثلة لها في معلم متجانس A, B, C, D حيث m عدد حقيقي ..عيّن m حتى يكون الرباعيABCD مربع



التمرين الثالث : $ABCD$ رباعي وجوه فيه النقاط P, Q, R, K, I تحقق :

$\overrightarrow{BQ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BD}$ ، $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$ ، R منتصف $[CD]$ ، $\overrightarrow{CK} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CB}$ ، I منتصف $[AB]$

G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقّلة $(A;2),(B;2),(C;1),(D;1)$ ..و المطلوب :

1) أثبت أن المستقيمين (IR) و (PK) متقاطعان .
2) عيّن موضع النقطة J مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين المثقلتين $(C;1),(A;2)$.
3) عيّن مجموعة نقاط M التي تحقق : $\|2\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{CM}\| = \|2\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{DM}\|$

التمرين الرابع : ليكن التابع f المعرف على R وفق : $f(x) = xe^{-x}$

1) أحسب $\int_0^{\ln 3} f(x)\ dx$
2) أثبت أن التابع $y = f(x)$ هو حل للمعادلة التفاضلية $\acute{y} + y = e^{-x}$

ثالثاً : حل المسألتين الآتيين : (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على المجال $]1, +\infty[$ بالعبارة : $f(x) = 3 + \sqrt{x - 1}$

المطلوب : ① احسب $\lim_{x\to 1^+} \frac{f(x)-f(1)}{x-1}$ و فسّر النتيجة هندسيا .

② ادرس تغيرات التابع f

③ ارسم الخط C في المعلم المتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ثم ارسم المستقيم d الذي معادلته $y = x$

④ نعرّف المتتالية (u_n) على المجموعة N □ كالآتي : $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$

a) باستعمال $(C), (d)$ مثّل الحدود u_2, u_1, u_0 على محور الفواصل في المعلم السابق

b) ضع تخمينا حول اطراد المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ و تقاربها

⑤ a) برهن بالتدريج أنه من أجل كل عدد طبيعي n لدينا : $2 \leq u_n \leq 5$ و $u_{n+1} > u_n$

b) استنتج أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متقاربة ثم احسب $\lim_{n\to+\infty} u_n$

المسألة الثانية : يحوي صندوق 9 كرات (2 حمراء و 3 بيضاء و 4 زرقاء) ..نسحب عشوائياً من الصندوق كرتين معاً .

أولاً : أوجد : 1) احتمال الحصول على كرتين بيضاوين

2) احتمال الحصول على كرتين من اللون نفسه

3) احتمال الحصول على كرتين من لونين مختلفين

ثانياً : نعطي للكرة البيضاء القيمة (1) و للكرة الزرقاء القيمة (2) و للكرة الحمراء القيمة (0) ، ثم نعرّف المتحول العشوائي X الذي يدل على مجموع القيم الناتجة من سحب الكرتين معاً .

1) ماهي قيم المتحول العشوائي X ؟
2) نظم جدول القانون الاحتمالي للمتحول العشوائي X ثم احسب توقعه الرياضي.

انتهت الأسئلة ..

مع أطيب الأمنيات لكم بالنجاح

أ.فارس جقل..دورات (ر ف ك) .. اللاذقية 0955186517

أولاً

سلم تصحيح
اختبار (1) تكامل
2019/2018

السؤال الأول :

1) $D_f = [0, +\infty[$ 5

2) $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0$ 5

$y=0$ مقارب أفقي في جوار $+\infty$ 5

3) $f(2) = 0$ 2

نحدد النقاط $(2,0)$ و $(4,-3)$

$f'(2) = m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-3-0}{4-2} = \frac{-3}{2}$

$\Rightarrow f'(2) = \frac{-3}{2}$ 2

$T : y = f'(2)(x-2) + f(2)$

$\Rightarrow y = \frac{-3}{2}(x-2) + 0$ 1

$\Rightarrow T : y = \frac{-3}{2}x + 3$ 2

4) $f(1) = 1$, $f'(4) = 0$, $f'(1) = 0$ 6x3

40

السؤال الثاني :

$f(x) = \frac{x^2 - 5x + 1}{x+1}$ 40

1) $f(x) = x - 6 + \frac{7}{x+1}$ 5

$a = 1$, $b = -6$, $C = +7$ 3x5

2) $\int_0^2 f(x)\, dx$

$= \int_0^2 x - 6 + \frac{7}{x+1}\, dx$ 5

$= \left[\frac{x^2}{2} - 6x + 7\ln|x+1|\right]_0^2$ 2,5x3

$= (2 - 12 + 7\ln(3)) - (0 - 0 + 0)$ 2,5

$= -10 + 7\ln(3)$ 5

السؤال الثالث :

1) $R = AC = \sqrt{(1-0)^2 + (0-2)^2 + (-1-1)^2}$

5 $= \sqrt{1+4+4} = \sqrt{9} = 3$

معادلة الكرة من الشكل :

$(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 + (z - z_c)^2 = R^2$

5 $\Rightarrow (x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 9$

2) a)

5 $\vec{n} = \vec{u}_d = (-1, 2, 2)$

$\vec{u}_d = \vec{n}_P \Leftrightarrow$ المستوي P يعامد المستقيم d

« شعاع توجيه d يصلح ناظماً لـ P »

معادلة المستوي P :

$a(x - x_c) + b(y - y_c) + c(z - z_c) = 0$

3 $\Rightarrow -1(x-1) + 2(y-0) + 2(z+1) = 0$

2 $\Rightarrow P : -x + 2y + 2z + 3 = 0$

b) نوجد نقطة تقاطع المستقيم d والمستوي P ، نعوض المستقيم بالمستوي :

بالحل المشترك :

3 $1 + t - 2 + 4t - 6 + 4t + 3 = 0$

2 $\Rightarrow t = \frac{4}{9}$

$$x = -1 - \frac{4}{9} = \frac{-13}{9}$$
$$y = -1 + \frac{8}{9} = \frac{-1}{9}$$
$$z = -3 + \frac{8}{9} = \frac{-19}{9}$$

5 $\Rightarrow N\left(\frac{-13}{9}, \frac{-1}{9}, \frac{-19}{9}\right)$

5 $NC = \sqrt{\left(1+\frac{13}{9}\right)^2 + \left(0+\frac{1}{9}\right)^2 + \left(-1+\frac{19}{9}\right)^2}$

5 $= \frac{\sqrt{585}}{9}$

40

السؤال الرابع : {

10 $\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} \frac{3x+4}{x+1} = 3$

$f(x) \in]2.9, 3.1[$

الذي مركزه (3) ونصف قطره (0,1)

5 $|f(x) - 3| < 0{,}1$

5 $\Rightarrow f(x) - 3 = \frac{3x+4}{x+1} - 3 = \frac{1}{x+1}$

5 $\Rightarrow \left|\frac{1}{x+1}\right| < \frac{1}{10}$

5 $\Rightarrow |x+1| > 10$

ولما كانت الرغبة حسب عند $(+\infty)$

2.5x2 نفرض : $x > -1 \Leftarrow x+1 > 10$

2.5x2 $\Rightarrow x > 9 \Rightarrow \alpha > 9$

أو أي عدد أكبر من (9)

40

ثانياً : التمرين الأول : { 60

1 بما أن A ، B مستقلين احتمالياً

فإن :

$P(B|A) = P(B|A')$

30 $\Rightarrow P(B) = p = \frac{1}{3}$

2 5x2 $P(A) = \frac{1}{4}$ ، $P(A') = \frac{3}{4}$

$P(B) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} + \frac{3}{4} \times \frac{1}{3}$

5 $= \frac{1}{3}$

$P(B') = 1 - P(B) = 1 - \frac{1}{3}$

5 $= \frac{2}{3}$

5 $P(A \cap B) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$= \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{12}$

5 $= \frac{1}{2}$

التمرين الثاني :

[1] α جذر للمعادلة : $P(z)=0$

فإن :

2 | $2\alpha^4-2i\alpha^3-\alpha^2-2i\alpha+2=0$

نعوض $\frac{1}{\alpha}$ في المعادلة :

2 | $2\left(\frac{1}{\alpha}\right)^4-2i\left(\frac{1}{\alpha}\right)^3-\left(\frac{1}{\alpha}\right)^2-2i\left(\frac{1}{\alpha}\right)+2\overset{?}{=}0$

$\Rightarrow \frac{2}{\alpha^4}-\frac{2i}{\alpha^3}-\frac{1}{\alpha^2}-\frac{2i}{\alpha}+2\overset{?}{=}0$

نضرب الطرفين بـ (α^4) :

$2-2i\alpha-\alpha^2-2i\alpha^3+2\alpha^4\overset{?}{=}0$

2 | $\Rightarrow 2\alpha^4-2i\alpha^3-\alpha^2-2i\alpha+2=0$

2 | $\Rightarrow 0=0$

محققة

إذاً : إذا كان α جذراً للمعادلة $P(z)=0$ فإن $\frac{1}{\alpha}$ جذراً أيضاً.

[2] نعوض الجذر $(1+i)$:

4 | $2(1+i)^4-2i(1+i)^3-(1+i)^2-2i(1+i)+2$

$=2[1+2i-1]^2-2i(2i)(1+i)-(2i)-2i+2+2$

$=2(-4)+4(1+i)-2i-2i+4$

8 | $=-8+4+4i-4i+4=-8+8=0$

إذاً : $(1+i)$ جذراً للمعادلة $P(z)=0$

5 | فالجذر الآخر : $\frac{1}{1+i}$ (حسب الطلب الأول)

الشكل الجبري (نضرب البسط والمقام بالمرافق $(1-i)$)

5 | $\Rightarrow \frac{1}{2}-\frac{1}{2}i$

[3] 5+5 | $1+i=\sqrt{2}\,e^{i\frac{\pi}{4}}$, $\frac{1}{2}-\frac{1}{2}i=\frac{1}{\sqrt{2}}e^{-\frac{\pi}{4}i}$

[4] قطرا المربع متناصفان

10 | $\Leftarrow \frac{b+d}{2}=\frac{a+c}{2}$

$\Rightarrow b+d=a+c$

10 | $-1+i+\frac{m}{2}-\frac{m}{2}i=1+i-\frac{m}{2}-\frac{m}{2}i$

$-1-1+m=0$

1 | $\Rightarrow m=2$

التمرين الثالث :

[1] $\overrightarrow{AP}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$

3 | إذاً $(P,3)$ مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين المثقلتين $(A,2),(D,1)$

$\overrightarrow{CK}=\frac{2}{3}\overrightarrow{CB}$

3 | إذاً $(K,3)$ مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين المثقلتين $(C,1),(B,2)$

بما أن G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة

3 | $(A,2),(B,2),(C,1),(D,1)$

2 | وحسب الخاصة التجميعية تكون

2 | G مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين المثقلتين $(K,3),(P,3)$

إذاً G تقع على المستقيم (PK) .

3 R منتصف [CD] إذاً R مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين المثقلتين (C,1),(D,1)

3 I منتصف [AB] إذاً I مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين المثقلتين (A,2),(B,2)

3 بما أن G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة (A,2),(B,2),(C,1),(D,1) وحسب الخاصة التجميعية تكون G مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين (I,3),(R,3) إذاً G تقع على المستقيم (IR)

3 ⇐ المستقيمان (PK),(IR) متقاطعان في G

[2] حسب تعريف مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين المثقلتين :

2 $\vec{AJ} = \frac{1}{3}\vec{AC}$

3 إذاً النقطة J تقع على القطعة المستقيمة [AC] بحيث $AJ = \frac{1}{3} AC$

[3]

5 $2\vec{AM} + \vec{CM} = 3\vec{JM}$

5 لأن J مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط : (A,2) . (C,1)

5 $2\vec{BM} + \vec{DM} = 3\vec{QM}$

5 لأن Q مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط : (B,2) . (D,1)

2 $\Rightarrow \|3\vec{JM}\| = \|3\vec{QM}\|$

2 $\Rightarrow 3\|\vec{JM}\| = 3\|\vec{QM}\|$

1 $\Rightarrow JM = QM$

5 إذاً M تمثل المستوي المحوري للقطعة المستقيمة [JQ]

Online center

مركز أونلاين التعليمي

التمرين الرابع : $f(x) = xe^{-x}$

[1]

5 $I = \int_0^{\ln(3)} x \cdot e^{-x}\, dx$

2.5×2 $u = x \Rightarrow u' = 1$

2.5×2 $v' = e^{-x} \Rightarrow v = -e^{-x}$

5+5 $\Rightarrow I = \left[-xe^{-x}\right]_0^{\ln(3)} - \int_0^{\ln(3)} -e^{-x}\, dx$

5 $I = \left[-xe^{-x} - e^{-x}\right]_0^{\ln(3)}$

3×2.5 $= \left(-\ln(3) \cdot e^{-\ln(3)} - e^{-\ln(3)}\right) - (0-1)$

$= \frac{-\ln(3)}{3} - \frac{1}{3} + 1$

5 $= \frac{1}{3}(2 - \ln 3)$

[2]

5+5 $y' + y = (xe^{-x})' + (xe^{-x})$

2.5 $= e^{-x} - xe^{-x} + xe^{-x}$

5 $\Rightarrow y' + y = e^{-x}$

المسألة الأولى: { $f(x) = 3+\sqrt{x-1}$

1)

2 $f(1) = 3$

$\lim\limits_{x\to1^+}\left[\frac{f(x)-f(1)}{x-1}\right]$

2 $= \lim\limits_{x\to1^+}\left[\frac{3+\sqrt{x-1}-3}{x-1}\right]$

1 $= \lim\limits_{x\to1^+}\left[\frac{\sqrt{x-1}}{x-1}\right]$

2+3 $= \lim\limits_{x\to1^+}\left[\frac{1}{\sqrt{x-1}}\right] = +\infty$

5 التفسير الهندسي: وجود مماس شاقولي

أو: يوازي محور التراتيب

2) 1 التابع معرف ومستمر على المجال: $[1,+\infty[$

5 $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

$f(1) = 3$

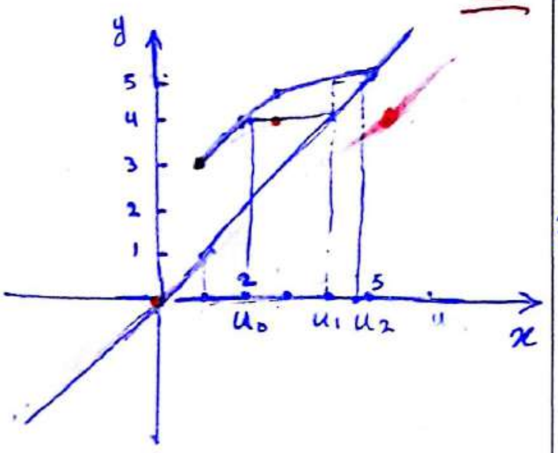
1 f اشتقاقي على المجال $]1,+\infty[$

5 $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x-1}} > 0$

5 ⇐ f متزايد تماماً

3 x	1	$+\infty$
3 $f'(x)$	‖	+
3 $f(x)$	3	↗ $+\infty$

3)



المخطط 5
+
$x=y$
5

4) 3 a) على الرسم.

5 b) المتتالية متزايدة تماماً محدودة من الأعلى فهي متقاربة نحو العدد (5)

5) 1 a) لتكن القضية:

$E(n): ((2 \le u_n \le 5))$

2 $E(0)$ صحيحة لأن:

$2 \le u_0 = 2 \le 5$

نفترض صحة $E(n)$ أي:

1 $2 \le u_n \le 5$ صحيحة (*)

نبرهن صحة $E(n+1)$ أي لنبرهن:

2 $2 \le u_{n+1} \le 5$

Online center

البرهان: لدينا من * :

3 $2 \le u_n \le 5$

التابع f متزايد تماماً ومنه يحافظ على الترتيب:

3 $f(2) \le f(u_n) \le f(5)$

4 $\Rightarrow 2 \le u_{n+1} \le 5$

وبالتالي: $E(n+1)$ صحيحة

$\Leftarrow$ $E(n)$ صحيحة أياً كان العدد الطبيعي n

- القضية: $E(n) = ((u_{n+1} > u_n))$

$E(0)$ صحيحة لأن:

$u_1 = 3 + \sqrt{u_0 - 1} = 3 + \sqrt{2-1} = 4$

$\Rightarrow u_1 = 4 > u_0 = 2$

3 نفترض صحة $E(n)$ أي: $u_{n+1} > u_n$ (*) صحيحة

3 نبرهن صحة $E(n+1)$ أي: $u_{n+2} > u_{n+1}$

البرهان:

لدينا من (*) $u_{n+1} > u_n$

بما أن f متزايد تماماً ومنه يحافظ على الترتيب

5 $\Rightarrow f(u_{n+1}) > f(u_n)$

$\Rightarrow u_{n+2} > u_{n+1}$

إذاً $E(n+1)$ صحيحة

$\Leftarrow$ $E(n)$ صحيحة أياً كان العدد الطبيعي n

b) بما أن المتتالية متزايدة ومحدودة من الأعلى بالعدد (5) فهي متقاربة 1

ونهاية المتتالية هي ℓ حل للمعادلة:

2 $f(x) = x$

والتابع مستمر عند هذه النهاية

$f(x) = x$

2 $\Rightarrow 3 + \sqrt{x-1} = x$

$\Rightarrow \sqrt{x-1} = x - 3 \Rightarrow x - 1 = (x-3)^2$

$\Rightarrow x - 1 = x^2 - 6x + 9$

$\Rightarrow x^2 - 7x + 10 = 0$

$\Delta = 49 - 4(1)(10) = 9$

2 $x_1 = \frac{7-3}{2} = 2$

2 $x_2 = \frac{7+3}{2} = 5$

4 $\boxed{\ell = 5}$ حسب التخمين $\Leftarrow$

المسألة الثانية:

أولاً: [1]

لتكن A حدث الحصول على كرتين صفراوين

5+5 $P(A) = \dfrac{\binom{3}{2}}{\binom{9}{2}} = \dfrac{3}{36}$

[2] لتكن B حدث الحصول على كرتين من اللون نفسه

5 $P(B) = \dfrac{\binom{2}{2} + \binom{3}{2} + \binom{4}{2}}{\binom{9}{2}}$

5+5 $= \dfrac{1+3+6}{36} = \dfrac{10}{36}$

[3] لتكن C حدث الحصول على كرتين من لونين مختلفين

10 $P(C) = 1 - P(B) = 1 - \dfrac{10}{36} = \dfrac{26}{36}$

$\Rightarrow p(C) = \dfrac{26}{36}$

ثانياً: [1]

5 $X(\Omega) = \{0, 1, 2, 3, 4\}$

10 $P(X=0) = \dfrac{\binom{2}{2}}{\binom{9}{2}} = \dfrac{1}{36}$

10 $P(X=1) = \dfrac{\binom{3}{1}\binom{2}{1}}{\binom{9}{2}} = \dfrac{6}{36}$

10 $P(X=2) = \dfrac{\binom{3}{2} + \binom{2}{1}\binom{4}{1}}{\binom{9}{2}} = \dfrac{11}{36}$

10 $P(X=3) = \dfrac{\binom{3}{1}\binom{4}{1}}{\binom{9}{2}} = \dfrac{12}{36}$

10 $P(X=4) = \dfrac{\binom{4}{2}}{\binom{9}{2}} = \dfrac{6}{36}$

[2] 5

x_i	0	1	2	3	4
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{11}{36}$	$\frac{12}{36}$	$\frac{6}{36}$

2.5 $E(X) = \sum x_i P_i$

$= \dfrac{6}{36} + \dfrac{22}{36} + \dfrac{36}{36} + \dfrac{24}{36}$

2.5 $\Rightarrow E(X) = \dfrac{22}{9}$

انتهى السلم ...

مع أطيب الأمنيات لكم بالنجاح ♥

اسم الطالب/ة:...........................

مـركـز أونـلايـن الـتـعـلـيـمـي

مدة الأختبار: 3 ساعات.

امتحان نهائي (2)

بكالوريا رياضيات(تكميلي2018)

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : أكمل الجدول المجاور الذي يمثل القانون الاحتمالي لزوج من المتحولات العشوائية (X, Y)، علماً أن المتحولين العشوائيين X, Y مستقلان احتمالياً.

X \ Y	0	1	2	قانون X
0				0.4
1			0.04	
2				0.4
قانون Y	0.3			

السؤال الثاني : اثبت أن $\ln(x) \leq x - 1$ أيا كانت $x \in]0, +\infty[$

السؤال الثالث: أراد صف فيه عشر طلاب وخمس طالبات تأليف لجنة نشاط للصف مؤلفة من أربعة أشخاص .. بكم لجنة مختلفة يمكن تأليفها في كل من الحالات الآتية :

① اللجنة مؤلفة من ثلاثة طلاب وطالبة . ② في اللجنة طالبتان على الأكثر ③ في اللجنة طالبة واحدة على الأقل

السؤال الرابع : حل المعادلة الآتية : $\ln(-3x) = \ln(x^2 - 4)$

ثانياً : أجب عن التمارين الأربعة الآتية: (60 درجة لكل سؤال)

التمرين الأول :

① اكتب معادلة للكرة S التي مركزها O مبدأ الإحداثيات ونصف قطره $R = \sqrt{3}$

② تحقق أن المستوي P الذي معادلته $P : x - y + z + 3 = 0$ يمس الكرة S

③ اكتب معادلة المستقيم d' المار من مبدأ الإحداثيات ويعامد المستوي P

التمرين الثاني : لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ المعرفة وفق : $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n - 2 , u_0 = 1$

ولتكن المتتالية $(v_n)_{n\geq0}$ المعرفة وفق : $v_n = u_n + 3$

1) أثبت أن $(v_n)_{n\geq0}$ متتالية هندسية و أوجد أساسها

2) اكتب عبارة v_n بدلالة n ثم عبارة u_n بدلالة n

3) ليكن في حالة عدد طبيعي n : $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$ عبر عن S_n بدلالة n واستنتج نهاية المتتالية $(S_n)_{n\geq0}$

أ.فارس جقل..دورات (ر ف ك) .. اللاذقية 0955186517

التمرين الثالث : ليكن العددان العقديان $z_1 = 1+\sqrt{3}i$, $z_2 = 1+i$ والمطلوب :

① اكتب بالشكل المثلثي كلاً من الأعداد z_1 , z_2 , $\frac{z_1}{z_2}$

② اكتب بالشكل الجبري $\frac{z_1}{z_2}$ واستنتج $\cos\frac{\pi}{12}$

التمرين الرابع : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق : $f(x) = x + \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ والمطلوب :

1) احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

2) أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y = x+1$ مقارب مائل للخط C عند $+\infty$ وادرس الوضع النسبي للمقارب Δ والخط C

ثالثاً : حل المسألتين الآتيتين : (100 درجة لكل مسالة)

المسألة الأولى : في الشكل المجاور $ABCDEFGH$ *مكعب طول حرفه 3 نتأمل المعلم المتجانس* $(\vec{A},\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

$\overrightarrow{AE} = 3\vec{k}$, $\overrightarrow{AD} = 3\vec{j}$, $\overrightarrow{AB} = 3\vec{i}$

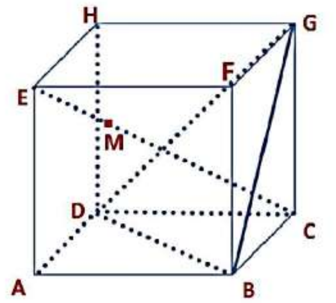
1) اكتب معادلة للمستوي (GBD)

2) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (EC)

3) جد إحداثيات نقطة تقاطع المستقيم (EC) مع المستوي (GBD)

4) جد إحداثيات النقطة M التي تحقق : $\overrightarrow{EM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{EC}$

5) تحقق من تعامد المستقيمين $(EC), (HM)$



المسألة الثانية : ليكن f, g التابعان المعرفان على R وفق : $f(x) = (2x-1)e^{-x+1}$, $g(x) = \frac{2x-1}{x^2-x+1}$

$(C_f), (C_g)$ تمثيلاهما البيانيان في المعلم المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

1) ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها

2) بيّن أن للخطين البيانيين $(C_f), (C_g)$ مماساً مشتركاً (T) في النقطة ذات الفاصلة 1 ثم جد معادلة له

3) ارسم المماس T والخط البياني C_f

4) احسب مساحة المنطقة المحددة بالمنحنيين $(C_f), (C_g)$ والمستقيمين اللذين معادلتيهما : $x = 1$, $x = 2$

انتهت الأسئلة .. 🙂

مع أطيب الأمنيات لكم بالنجاح💙

أ.فارس جقل..دورات (ر ف ك) .. اللاذقية 0955186517

Online center

سلم تصحيح
النموذج (2)
تكميلي

أولاً: السؤال الأول:

X \ Y	0	1	2	قانون X
0	0,12	0,2	0,08	0,4
1	0,06	0,1	0,04	0,2
2	0,12	0,2	0,08	0,4
قانون Y	0,3	0,5	0,2	

11 × 3 = 33 + 7 للجدول كاملاً

40

السؤال الثاني:

5 $x-1-\ln(x) \geq 0$
5 $f(x) = x-1-\ln(x)$
5 $f'(x) = 1-\frac{1}{x} \Rightarrow f'(x)=0$
$\Rightarrow x=1$
5 f اشتقاقي على المجال $]0,+\infty[$

5

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		↘	0	↗	

5 $f(x) \geq 0$
5 $x-1-\ln(x) \geq 0$
5 $x-1 \geq \ln x$

40

السؤال الثالث:

1) 5×2 $\binom{10}{3}\binom{5}{1} = 120 \times 5 = 600$

2) 9×2 $\binom{10}{2}\binom{5}{2} + \binom{10}{3}\binom{5}{1} + \binom{10}{4}$
$= 450 + 600 + 210 = 1260$

3) 5×2, 2 $\binom{15}{4} - \binom{10}{4} = 1365 - 210$
$= 1155$

السؤال الرابع:

5 $\ln(-3x) = \ln(x^2-4)$
5 $D =]-\infty,-2[$ أو $]-\infty,0[$
5 $-3x = x^2-4$
5 $x^2+3x-4=0$
5 $(x+4)(x-1)=0$
5+2,5 إما: $x=-4 \in D$ مقبول
5+2,5 أو: $x=1 \notin D$ مرفوض

40

ثانياً: التمرين الأول:

1)
5 $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2=R^2$
5 $x^2+y^2+z^2=3$

2)
5 $\vec{n}_P(1,-1,1)$ النقطة $(0,0,0)$
5 $dist(O,P) = \frac{|ax_0+by_0+cz_0+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$
5×2 $= \frac{|0-0+0+3|}{\sqrt{(1)^2+(-1)^2+(1)^2}} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$
5 $\Rightarrow d = R = \sqrt{3}$ ⇐ المستوي مماس الكرة

3)
5, 5 $\vec{n}_P = \vec{u}_{d'} = (1,-1,1)$ ⇐ $P \perp d'$
5×3 $\begin{cases} x=t \\ y=-t \\ z=t \end{cases} ; t \in R$

60

>60

التمرين الثاني :

1

5+5 $\dfrac{v_{n+1}}{v_n} = \dfrac{u_{n+1}+3}{u_n+3} = \dfrac{\frac{1}{3}u_n - 2 + 3}{u_n+3}$

5+5 $= \dfrac{\frac{1}{3}u_n + 1}{u_n+3} = \dfrac{\frac{1}{3}(u_n+3)}{u_n+3} = \dfrac{1}{3}$

5 $\Leftarrow v_n$ هندسية أساسها $q = \dfrac{1}{3}$

2

5+3 $v_n = v_0 q^n \Rightarrow v_0 = 4$

5 $v_n = 4\left(\dfrac{1}{3}\right)^n$

2 $u_n = v_n - 3$

5 $\Rightarrow u_n = 4\left(\dfrac{1}{3}\right)^n - 3$

3

5 $S_n = v_0 \dfrac{1-q^{n+1}}{1-q}$

5 $S_n = 4 \times \dfrac{1-\left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}}{1-\frac{1}{3}}$

$= 6\left[1-\left(\dfrac{1}{3}\right)^{n+1}\right] = 6 - 6\left(\dfrac{1}{3}\right)^{n+1}$

3 $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n = \lim\limits_{n\to+\infty}\left[6 - 6\left(\dfrac{1}{3}\right)^{n+1}\right]$

2 $= 6 - 0 = 6$

التمرين الثالث :

1

5+5 $r_1 = \sqrt{3+1} = 2 \quad , \quad \theta = \dfrac{\pi}{3}$

5 $\Rightarrow z_1 = 2\left[\cos\dfrac{\pi}{3} + i\sin\dfrac{\pi}{3}\right]$

5+5 $r_2 = \sqrt{2} \quad , \quad \theta = \dfrac{\pi}{4}$

5 $\Rightarrow z_2 = \sqrt{2}\left[\cos\dfrac{\pi}{4} + i\sin\dfrac{\pi}{4}\right]$

2

5 $\dfrac{z_1}{z_2} = \dfrac{2}{\sqrt{2}}\left[\cos\left(\dfrac{\pi}{3}-\dfrac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(\dfrac{\pi}{3}-\dfrac{\pi}{4}\right)\right]$

5 $= \sqrt{2}\left(\cos\dfrac{\pi}{12} + i\sin\dfrac{\pi}{12}\right)$

$\Rightarrow \dfrac{z_1}{z_2} = \dfrac{1+\sqrt{3}i}{1+i}$

5 $= \dfrac{(1-i)(1+\sqrt{3}i)}{(1+i)(1-i)}$

5 $= \dfrac{1+\sqrt{3}+i\sqrt{3}-i}{2}$

5 $\Rightarrow \dfrac{z_1}{z_2} = \dfrac{1+\sqrt{3}}{2} + \dfrac{i(\sqrt{3}-1)}{2}$

ومنه يكون :

3 $\sqrt{2}\cos\dfrac{\pi}{12} = \dfrac{1+\sqrt{3}}{2}$

2 $\Rightarrow \cos\dfrac{\pi}{12} = \dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$

>60

التمرين الرابع

1

5 $f(x) = x + \dfrac{x}{|x|\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}$

5+5 $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\left(x + \dfrac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}\right) = +\infty$

5+5 $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\left(x - \dfrac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}\right) = -\infty$

Online center

مركز أونلاين التعليمي

[2]

5 $f(x) - y_\Delta = \dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}} - 1$

5+5 $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x) - y_\Delta\right) = \lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}} - 1\right) = 0$

5 ⇐ $\Delta : y = x+1$ مقارب مائل لـ C بجوار $(+\infty)$

دراسة الوضع النسبي :

$f(x) - y = \dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}} - 1$

5 $= \dfrac{x - \sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^2+1}} < 0$

5 لأن $x < \sqrt{x^2+1}$

5 ⇐ الخط C تحت Δ

>60

ثالثاً :

المسألة الأولى :

4x3 $B(3,0,0) , D(0,3,0) , G(3,3,3)$ [1]

4x2 $\vec{BD}(-3,3,0) , \vec{BG}(0,3,3)$

4 نفرض $\vec n(a,b,c)$ ناظم على المستوي

2 $\vec n \perp \vec{BD} \Rightarrow \vec n \cdot \vec{BD} = 0$

2 $\Rightarrow \vec n \cdot \vec{BD} = -3a + 3b = 0$ .. ①

2 $\vec n \perp \vec{BG} \Rightarrow \vec n \cdot \vec{BG} = 0$

2 $\Rightarrow \vec n \cdot \vec{BG} = 3b + 3c = 0$ .. ②

1 نفرض : $\boxed{c = 1}$

1 من ② نجد : $3b + 3 = 0 \Rightarrow \boxed{b = -1}$

1 من ① نجد : $-3a - 3 = 0 \Rightarrow \boxed{a = -1}$

3 $\Rightarrow \vec n(-1,-1,1)$

2 ⇐ معادلة المستوي: $P : -1(x-3) - 1(y-0) + 1(z-0) = 0$

2 $\Rightarrow P : -x - y + z + 3 = 0$

[2]

4+4 $E(0,0,3) , C(3,3,0)$

4 $\vec u = \vec{EC} = (3,3,-3)$

2x3 $EC = \begin{cases} x = 3t \\ y = 3t \\ z = 3 - 3t \end{cases} ; t \in R$

[3] نعوض معادلات المستقيم (EC) بمعادلة المستوي (GBD)

2x3 $\Rightarrow -(3t) - (3t) + (3-3t) + 3 = 0$

2 $\Rightarrow t = \frac{2}{3}$

نعوض t في المعادلات الوسيطية :

2x3 $\Rightarrow x = 3t = 3\left(\frac{2}{3}\right) \Rightarrow \boxed{x = 2}$

$y = 3t = 3\left(\frac{2}{3}\right) \Rightarrow \boxed{y = 2}$

$z = 3 - 3t = 3 - 3\left(\frac{2}{3}\right) \Rightarrow \boxed{z = +1}$

4 نفرض $M(x,y,z)$

$\Rightarrow \vec{EM} = \frac{1}{4}\vec{EC}$

2x3 $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z-3 \end{pmatrix} = \frac{1}{4}\begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{3}{4} \\ \frac{3}{4} \\ \frac{-3}{4} \end{pmatrix}$

2x2 $\Rightarrow \boxed{x = \frac{3}{4}}, \boxed{y = \frac{3}{4}}$

2 $z - 3 = \frac{-3}{4} \Rightarrow \boxed{z = \frac{9}{4}}$

2 $\Rightarrow M(\frac{3}{4}, \frac{3}{4}, \frac{9}{4})$

2x1 $H(0,3,3)$, $\vec{HM}(\frac{3}{4}, \frac{-9}{4}, \frac{-3}{4})$ 5

شرط التعامد : $\vec{EC}\cdot\vec{HM} = 0$

2x4 $\Rightarrow \vec{EC}\cdot\vec{HM} = 3(\frac{3}{4}) + 3(\frac{-9}{4}) - 3(\frac{-3}{4})$

1 $= \frac{-9}{4} \neq 0$

1 ⇐ المستقيمان HM ، EC غير متعامدان

100د

المسألة الثانية :

1 التابع f مستمر واشتقاقي على $]-\infty, +\infty[$

3+2 $\lim_{x \to -\infty} f(x) = (-\infty)(+\infty) = -\infty$

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} (2x-1)e^{-x+1}$

10 $= \lim_{x \to +\infty} (2xe^{-x} - e^{-x})e$

$= [2(0) - 0]e = 0$

$y=0$ مقارب // xx' في جوار $+\infty$

5 $f'(x) = 2e^{-x+1} - e^{-x+1}(2x-1)$

$= e^{-x+1}(2 - 2x + 1)$

5 $= e^{-x+1}(3 - 2x)$

1 $f'(x) = 0 \Rightarrow e^{-x+1}(3-2x) = 0$

إما : $e^{-x+1} = 0$ مستحيلة في R

2 أو : $3 - 2x = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$

3x2

x	$-\infty$		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$\frac{2}{\sqrt{e}}$	↘	0

3 $f(\frac{3}{2}) = 2e^{-\frac{1}{2}} = \frac{2}{\sqrt{e}}$

2

1 $f(1) = [2(1)-1]e^{-1+1} = 1$

1 $g(1) = \frac{2(1)-1}{(1)^2-1+1} = 1$

2 $\Rightarrow f(1) = g(1) = 1$

1+1 $f'(1) = e^{-1+1}[3-2(1)] = 1$

$g'(x) = \frac{2(x^2-x+1)-(2x-1)(2x-1)}{(x^2-x+1)^2}$

5 $= \frac{-2x^2+2x+1}{(x^2-x+1)^2}$

1+1 $g'(1) = \frac{-2(1)^2+2(1)+1}{[(1)^2-1+1]^2} = 1$

2 $\Rightarrow f'(1) = g'(1) = m = 1$

⇐ للخطين (C_f) ، (C_g) مماساً مشتركاً T في النقطة $A(1,1)$

1 معادلة المماس : $y - y_A = m(x - x_A)$

1 $\Rightarrow y - 1 = 1(x-1)$

3 $\Rightarrow y = x$

إذاً G تقع على المستقيم (PK) .

R منتصف [CD] إذاً R مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين المثقلتين (C,1),(D,1) — 3

I منتصف [AB] إذاً I مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين المثقلتين (A,2),(B,2) — 3

بما أن G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة (A,2),(B,2),(C,1),(D,1) وحسب الخاصة التجميعية تكون G مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين (I,3),(R,3) إذاً G تقع على المستقيم (IR) — 3

⇐ المستقيمان (IR) و (PK) متقاطعان في G — 3

2) حسب تعريف مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين المثقلتين :

2 | $\vec{AJ} = \frac{1}{3}\vec{AC}$

إذاً النقطة J تقع على القطعة المستقيمة [AC] حيث

3 | $AJ = \frac{1}{3} AC$

3)

5 | $2\vec{AM} + \vec{CM} = 3\vec{JM}$

5 | لأن J مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط : (A,2) , (C,1)

5 | $2\vec{BM} + \vec{DM} = 3\vec{QM}$

5 | لأن Q مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط : (B,2) , (D,1)

2 | $\Rightarrow \|3\vec{JM}\| = \|3\vec{QM}\|$

2 | $\Rightarrow 3\|\vec{JM}\| = 3\|\vec{QM}\|$

1 | $\Rightarrow JM = QM$

5 | إذاً M تمثل المستوي المحوري للقطعة المستقيمة [JQ]

التمرين الرابع : $f(x) = xe^{-x}$

1)

5 | $I = \int_0^{\ln(3)} x \cdot e^{-x}\, dx$

2,5x2 | $u = x \Rightarrow u' = 1$

2,5x2 | $v' = e^{-x} \Rightarrow v = -e^{-x}$

5+5 | $\Rightarrow I = \left[-xe^{-x}\right]_0^{\ln(3)} - \int_0^{\ln(3)} -e^{-x}\, dx$

5 | $I = \left[-xe^{-x} - e^{-x}\right]_0^{\ln(3)}$

3x2,5 | $= \left(-\ln(3) \cdot e^{-\ln(3)} - e^{-\ln(3)}\right) - (0-1)$

$= \frac{-\ln(3)}{3} - \frac{1}{3} + 1$

5 | $= \frac{1}{3}(2 - \ln 3)$

2)

5+5 | $y' + y = (xe^{-x})' + (xe^{-x})$

2,5 | $= e^{-x} - xe^{-x} + xe^{-x}$

5 | $\Rightarrow y' + y = e^{-x}$

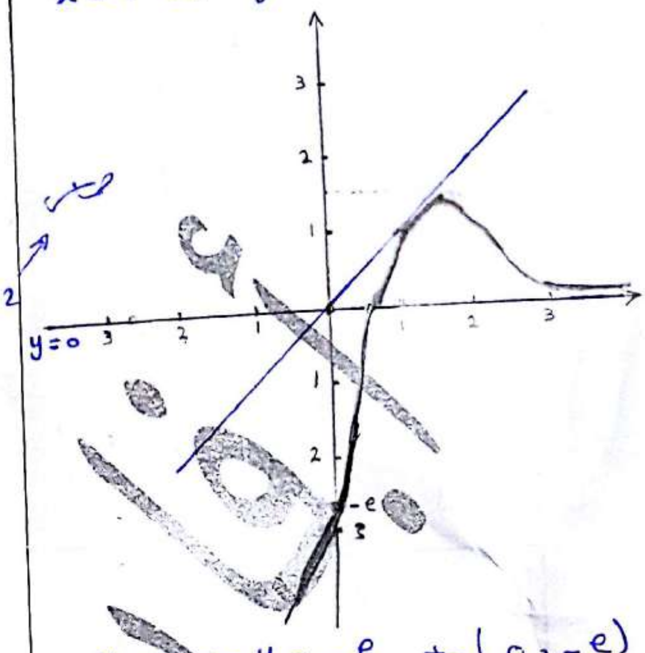
انتهى السلّم...

مع أطيب الأمنيات لكم بالنجاح...

3) لرسم المماس نحتاج لنقاط مساعدة:

$x = 0 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow (0,0)$

$x = 1 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow (1,1)$



$x = 0 \Rightarrow y = -e \Rightarrow (0,-e)$

$y = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow (\frac{1}{2}, 0)$

4)

5 $S = \int_1^2 [f(x) - g(x)]\, dx$

5 $= \int_1^2 (2x-1)e^{-x+1} - \frac{2x-1}{x^2-x+1}\, dx$

$= \int_1^2 (2x-1)e^{-x+1}\, dx - \int_1^2 \frac{2x-1}{x^2-x+1}\, dx$

2 $u = 2x-1 \Rightarrow u' = 2$

2 $v' = e^{-x+1} \Rightarrow v = -e^{-x+1}$

4 $\Rightarrow S = -(2x-1)e^{-x+1} + 2\int_1^2 e^{-x+1}\, dx - \int_1^2 \frac{2x-1}{x^2-x+1}\, dx$

2×3 $= \left[-(2x-1)e^{-x+1} - 2e^{-x+1} - \ln|x^2-x+1|\right]_1^2$

2+2 $= [-(3)e^{-1} - 2e^{-1} - \ln(3)] - [-(1)e^{0} - 2e^{0} - \ln(1)]$

2 $= \frac{-5}{e} - \ln(3) + 3$

اسم الطالب/ة:..............................
مدة الاختبار: 3 ساعات

مركز أونلاين التعليمي

امتحان نهائي (3)

بكالوريا رياضيات (تكميلي 2018)

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : تأمل الجدول المرسوم جانباً ثم أجب عما يلي :

x	1		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	‖	$+$	‖	$-$	
$f(x)$	-1	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$ ‖ $-\infty$	$\nearrow$	$\frac{1}{4}$	$\searrow$	0

① أوجد مجموعة تعريف التابع .
② أوجد المستقر الفعلي للتابع
③ ماعدد القيم الحدية و ما هي ؟
④ أوجد معادلة المماس عند النقطة التي فاصلتها $x = 2\ ,\ x = 4$
⑤ أوجد المقاربات الأفقية و الشاقولية .

السؤال الثاني : حل المعادلة التفاضلية $y' + 3y = 0$ حيث ميل المماس في النقطة التي فاصلتها 0 من منحني الحل يساوي -3

السؤال الثالث : نتأمل في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقطة $A(2,1,2)$ والمستويين P, Q :

$\begin{cases} P : x+y-2z-1=0 \\ Q : x+y+z=0 \end{cases}$ ..أثبت أن المستويين P, Q متعامدان ثم احسب بعد النقطة A عن فصلهما المشترك .

السؤال الرابع : عيّن في منشور $\left(x^2-\frac{2}{x}\right)^{12}$ الحد الذي يحوي x^{12} والحد المستقل عن x

ثانياً : أجب عن التمارين الأربعة الآتية : (60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول : $EABD$ رباعي وجوه فيه ABD مثلث قائم و متساوي الساقين في A ، $[AE]$ يعامد المستوي (ABD) ونتأمل المعلم المتجانس $(\vec{A},\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ بحيث $\overrightarrow{AB} = 2\vec{i}\ \ ,\overrightarrow{AD} = 2\vec{j}\ ,\ \overrightarrow{AE} = 2\vec{k}$

① أوجد معادلة المستوي (EBD)
② اكتب تمثيل وسيطي للمستقيم d المار بالنقطة A ويعامد (EBD)
③ أوجد إحداثيات مركز ثقل المثلث EBD

التمرين الثاني : متتالية معرفة وفق : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{3u_n+2}{2u_n+6} \end{cases}$ عند كل $n \geq 0$

① أثبت أن التابع $f(x) = \frac{3x+2}{2x+6}$ متزايد تماماً واستنتج أن $\frac{1}{2} \leq u_n \leq 1$ أيا كان العدد الطبيعي n
② أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متناقصة تماماً

التمرين الثالث : f هو التابع المعرف على المجال $]0, +\infty[$ وفق : $f(x) = \frac{x^2+4x+4\sin x}{x}$ خطه البياني C

① أوجد $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$
② برهن أن المستقيم Δ الذي معادلته $y = x + 4$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$ وادرس وضع C بالنسبة لهذا المقارب

التمرين الرابع : لتكن الأعداد المركبة $z_1 = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$, $z_2 = \sqrt{3} + i$, $z_3 = 1$

① اكتب كلا من العددين z_1 , z_2 بالشكل الأسي

② اكتب $\left(\frac{z_1}{2}\right)^{12}$ و $\left(\frac{z_2}{2}\right)^{12}$ بالشكل الجبري

③ اكتب العدد $z = \frac{z_1}{z_2}$ بالشكلين الجبري و الأسي واستنتج قيمة كل من $\sin\frac{\pi}{12}$, $\cos\frac{\pi}{12}$

ثالثاً : حل المسألتين الآتيتين : (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $R/\{-2,1\}$ وفق : $f(x) = \frac{x(x-2)}{(x-1)(x+2)}$ و المطلوب :

① ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولا بها واستنتج كل مقارب للخط C يوازي المحور xx' أو يوازي yy' وادرس الوضع النسبي للخط C مع كل مقارب وجدته .

② إذا علمت أن f تكتب بالشكل $f(x) = a + \frac{b}{x-1} + \frac{c}{x+2}$ فاحسب a , b , c

③ اكتب معادلة المماس للخط C في نقطة منه فاصلتها $x = 0$

④ ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم C

⑤ احسب مساحة السطح المحصور بين C والمستقيمات $y = 1$, $x = -6$, $x = -4$

المسألة الثانية : يحوي صندوق 10 كرات متماثلة منها 4 بيضاء و 6 حمراء .

① نسحب عشوائيا من الصندوق ثلاث كرات في آن واحد

أ- احسب احتمال الحصول على 3 كرات بيضاء

ب- احسب احتمال الحصول على الأقل على كرة حمراء

② ليكن X المتغير العشوائي الذي يقرن بكل عملية سحب عدد الكرات البيضاء المسحوبة ، نظم جدول القانون الاحتمالي لـ X واحسب توقعه الرياضي

③ نسحب من الصندوق في آن واحد 3 كرات خمس مرات على التتالي مع الإعادة ، احسب احتمال الحصول على 3 كرات بيضاء مرتين بالضبط

انتهت الأسئلة .. 🙂

مع أطيب الامنيات لكم بالنجاح 💙

أ. فارس جقل .. دورات (ر ف ك) .. اللاذقية 0955186517

Online center
مركز أونلاين التعليمي

سلم تصحيح امتحان نزال (3) تكميلي 2018

أولاً: السؤال الأول:

8 [1] $D_f = [1,3[\cup]3,+\infty[$

8 [2] $]-\infty,1[$

2 [3] ~~[illegible]~~ 3 قيم حدية

2 $f(1) = -1$

2 $f(2) = 1$ قيمة حدية كبرى محلية

2 $f(4) = \frac{1}{4}$ حدية كبرى محلية

4 [4] عندما $x=2$ ⇐ $y=1$ (مماس أفقي)

4 عندما $x=4$ ⇐ $x=4$ (مماس شاقولي)

4 [5] مقارب أفقي $y=0$

4 مقارب شاقولي $x=3$

السؤال الثاني:

5+5 $y' = -3y$; $y = ke^{-3x}$

5+5 $f'(0) = -3 \Rightarrow y' = -3ke^{-3x}$

5 $\Rightarrow -3 = -3ke^{-3(0)} \Rightarrow -3 = -3k(1)$

5+10 $\Rightarrow \boxed{k=1} \Rightarrow y = e^{-3x}$

السؤال الثالث:

$\vec{n}_P(1,1,-2)$, $\vec{n}_Q(1,1,1)$

5 $Q \perp P \Rightarrow \vec{n}_P \cdot \vec{n}_Q = 0$

5 $\Rightarrow 1(1)+1(1)-2(1) \stackrel{?}{=} 0$

5 $0 = 0 \Rightarrow Q \perp P$

بعد A عن الفصل المشترك:

2+5 $d(A,P) = \frac{|2+1-4-1|}{\sqrt{(1)^2+(1)^2+(-2)^2}} = \frac{2}{\sqrt{6}}$

5 $d(A,Q) = \frac{|2+1+2|}{\sqrt{(1)^2+(1)^2+(1)^2}} = \frac{5}{\sqrt{3}}$

2.5+2.5 لتكن B مرتسم A على P و D مرتسم A على

2.5 Q و C مرتسم مشترك لـ B و D على

الفصل المشترك بما أن المستويان

متعامدان فإن بعد A عن الفصل المشترك

هو قطر المستطيل ABCD

2.5+5 $AC = \sqrt{\frac{25}{3} + \frac{4}{6}} = 3$

السؤال الرابع

10 $T_r = \binom{n}{r} a^{n-r} b^{r}$

3×3 $= \binom{12}{r} (x^2)^{12-r} \left(\frac{-2}{x}\right)^{r}$

3×3 $= \binom{12}{r} x^{24-2r} (-2)^{r} (x)^{-r}$

3 $\Rightarrow T_r = \binom{12}{r} x^{24-3r} (-2)^{r}$

الحد الذي يحوي x^{12} :

3 $\Rightarrow 24 - 3r = 12$

3 $\Rightarrow r = 4$

3 $\Rightarrow T_4 = \binom{12}{4} x^{12} (-2)^4$

3 $\Rightarrow T_4 = 7920\, x^{12}$

الحد المستقل عن x :

3+3 $24-3r=0 \Rightarrow r=8$

3 $T_8 = \binom{12}{8}(-2)^8 x^0$

3 $= \frac{12!}{4!\,8!}(256)x^0$

5 $= 126720$

ثانياً: التمرين الأول :

[1]

2+2 $A(0,0,0)$, $B(2,0,0)$

2+2 $D(0,2,0)$, $E(0,0,2)$

2+2 $\vec{EB}(2,0,-2)$, $\vec{BD}(-2,2,0)$

نفرض $\vec{n}(a,b,c)$ ناظم على المستوي EBD

2,5x2 $\Rightarrow \vec{n}\cdot\vec{EB}=0 \Rightarrow 2a-2c=0$ ..①

2,5x2 $\Rightarrow \vec{n}\cdot\vec{BD}=0 \Rightarrow -2a+2b=0$ ..②

2 نفرض $\boxed{c=1}$ ونعوض في ①

2x2 $\Rightarrow \boxed{a=1} \Rightarrow \boxed{b=1}$

2 $\Rightarrow \boxed{\vec{n}(1,1,1)}$

نستخدم $\vec{n}$ والنقطة B :

$P: a(x-x_B)+b(y-y_B)+c(z-z_B)=0$

4 $\Rightarrow P: 1(x-2)+1(y-0)+1(z-0)=0$

4 $\Rightarrow P: x+y+z-2=0$

[2] نستخدم النقطة A وشعاع التوجيه $\vec{EB}$

2x3 $d: \begin{cases} x=2t \\ y=0 \\ z=-2t \end{cases} ; t \in R$

2,5x2 $x_G = \frac{x_E+x_B+x_D}{3} = \frac{2+0+0}{3} = \frac{2}{3}$ [3]

2,5x2 $y_G = \frac{y_E+y_B+y_D}{3} = \frac{0+2+0}{3} = \frac{2}{3}$

2,5x2 $z_G = \frac{z_E+z_B+z_D}{3} = \frac{0+0+2}{3} = \frac{2}{3}$

1 $\Rightarrow G\left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right)$

التمرين الثاني :

[1]

3x2 $f'(x) = \frac{12}{(2x+6)^2} > 0$

3 $\Leftarrow$ التابع متزايد تماماً .

3 نبرهن صحة العلاقة من أجل $n=0$

3 $\frac{1}{2} \le u_0 \le 1$

3 $\Rightarrow \frac{1}{2} \le 1 \le 1$ محققة

3 نفرض صحة العلاقة من أجل n

3 $\Rightarrow \frac{1}{2} \le u_n \le 1$ (*)

3 نبرهن صحة العلاقة من أجل $(n+1)$

3 $\frac{1}{2} \le u_{n+1} \le 1$

ننطلق من (*) :

4 $f(\frac{1}{2}) \le f(u_n) \le f(1)$

Online center

مركز أونلاين التعليمي

3 $\dfrac{3(\frac{1}{2})+2}{2(\frac{1}{2})+6} \leq u_{n+1} \leq \dfrac{3(1)+2}{2(1)+6}$

3 $\Rightarrow \frac{1}{2} \leq u_{n+1} \leq \frac{5}{8} \leq 1$

3 $\Rightarrow \frac{1}{2} \leq u_{n+1} \leq 1$

4 $\Rightarrow \frac{1}{2} \leq u_n \leq 1$

4 $u_{n+1} < u_n$ $\boxed{2}$

3 $\Rightarrow f(u_{n+1}) < f(u_n)$

3 $\Rightarrow u_{n+2} < u_{n+1}$

3 ⇐ المتتالية متناقصة تماماً.

التمرين الثالث :

$\boxed{1}$ $\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+} \dfrac{x^2+4x+4\sin x}{x}$

3 $= \lim_{x\to 0^+} \dfrac{x\left(x+4+4\frac{\sin x}{x}\right)}{x}$

3+3 $= 0+4+4\times 1 = 8$

3 $f(x)-y_\Delta = \dfrac{x^2+4x+4\sin x}{x} - (x+4)$ $\boxed{2}$

3 $= \dfrac{x^2+4x+4\sin x - x^2 - 4x}{x}$

3 $= \dfrac{4\sin x}{x}$

$\lim_{x\to+\infty}\left[f(x)-y_\Delta\right]$

3 $= \lim_{x\to+\infty} \dfrac{4\sin x}{x}$

3 $-1 \leq \sin x \leq 1$

3 $-4 \leq 4\sin x \leq 4$ (4x)

نقسم على x الموجب :

3 $\dfrac{-4}{x} \leq \dfrac{4\sin x}{x} \leq \dfrac{4}{x}$

3+3 $\lim_{x\to+\infty} \dfrac{-4}{x} = \dfrac{-4}{\infty} = 0$

3+3 $\lim_{x\to+\infty} \dfrac{4}{x} = \dfrac{4}{\infty} = 0$

3 ⇐ حسب مبرهنة الإحاطة نجد:

3 $\lim_{x\to+\infty} \dfrac{4\sin x}{x} = 0$

1 ⇐ المستقيم $y=x+4$ مقارب مائل

1 للخط C في جوار $+\infty$

دراسة الوضع النسبي :

تتفق إشارة $f(x)-y_\Delta$ مع إشارة $\sin x$

	x	$2\pi k$		$2\pi k+\pi$		$2\pi k+2\pi$
2.5	الإشارة	0	+	0	−	0
2.5×2	الوضع النسبي		الخط C فوق Δ		الخط C تحت Δ	

الجزء الرابع :

[1]

$Z_1 = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$

3 $r = \sqrt{a^2+b^2} = \sqrt{2+2} = 2$

3 $\cos Q = \frac{x}{r} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\sin Q = \frac{y}{r} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\Rightarrow \boxed{Q = \frac{\pi}{4}}$

3 $\Rightarrow Z_1 = 2e^{i\frac{\pi}{4}}$

3 $Z_2 = \sqrt{3} + i \Rightarrow r = \sqrt{3+1} = 2$

3 $\cos Q = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin Q = \frac{1}{2}$ $\Rightarrow \boxed{Q = \frac{\pi}{6}}$

3 $\Rightarrow Z_2 = 2e^{i\frac{\pi}{6}}$

[2]

2 $\left(\frac{Z_1}{2}\right)^{12} = \left(\frac{2e^{i\frac{\pi}{4}}}{2}\right)^{12} = \left(e^{i\frac{\pi}{4}}\right)^{12}$

2 $= \left[\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right]^{12}$

2 $= \left[\cos 12\frac{\pi}{4} + i\sin 12\frac{\pi}{4}\right]$

3+2 $= \cos 3\pi + i\sin 3\pi = -1 + 0i = -1$

2 $\left(\frac{Z_2}{2}\right)^{12} = \left(\frac{2e^{i\frac{\pi}{6}}}{2}\right)^{12} = \left(e^{i\frac{\pi}{6}}\right)^{12}$

2 $= \left[\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right]^{12}$

2 $= \cos 2\pi + i\sin 2\pi$

2 $= 1 + 0i = 1$

[3]

2 $Z = \frac{Z_1}{Z_2} = \frac{2e^{i\frac{\pi}{4}}}{2e^{i\frac{\pi}{6}}}$

2+2 $= e^{i\frac{\pi}{4}} \cdot e^{-i\frac{\pi}{6}} = e^{i\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{6}\right)}$

3 $\Rightarrow Z = e^{i\frac{\pi}{12}}$

بالشكل الجبري : $\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{\sqrt{2}+i\sqrt{2}}{\sqrt{3}+i}$

3 $= \frac{(\sqrt{2}+i\sqrt{2})(\sqrt{3}-i)}{(\sqrt{3}+i)(\sqrt{3}-i)}$

2 $= \frac{\sqrt{6} - i\sqrt{2} + i\sqrt{6} + \sqrt{2}}{3+1}$

2+2 $= \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4} + i\,\frac{-\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$

2 $Z = e^{i\frac{\pi}{12}} = \left[\cos\frac{\pi}{12} + i\sin\frac{\pi}{12}\right]$

بالمطابقة نجد :

2 $\sin\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

2 $\cos\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

ثالثاً: المسألة الأولى:

1) التابع مستمر واشتقاقي على المجال: — 2

$]-\infty,-2[\ \cup\ ]-2,1[\ \cup\ ]1,+\infty[$ — 1

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} \frac{x^2}{x^2} = 1$ — 2

$y=1$ مقارب $//\ xx'$ في جوار $-\infty$ — 1+1

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} \frac{x^2}{x^2} = 1$ — 2

$y=1$ مقارب $//\ xx'$ في جوار $+\infty$ — 1+1

$\lim_{x\to-2^-} f(x) = +\infty$ — 2

$x=-2$ مقارب $//\ yy'$ والخط C يقع على يسار المقارب — 1+1

$\lim_{x\to-2^+} f(x) = -\infty$ — 2

$x=-2$ مقارب $//\ yy'$ والخط C على يمين المقارب — 1+1

$\lim_{x\to1^-} f(x) = +\infty$ — 2

$x=1$ مقارب $//\ yy'$ والخط C على يسار المقارب — 1+1

$\lim_{x\to1^+} f(x) = -\infty$ — 2

$x=1$ مقارب $//\ yy'$ والخط C على يمين المقارب — 1+1

$f'(x) = \frac{(2x-2)(x^2+x-2)-(2x+1)(x^2-2x)}{(x^2+x-2)^2}$ — 2

$= \frac{3x^2-4x+4}{(x^2+x-2)^2} > 0$ التابع متزايد — 2+2

2×3

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f'(x)$		+	‖	+	‖	+	
$f(x)$	$1 \nearrow$	$+\infty$	‖	$-\infty \nearrow +\infty$	‖	$-\infty \nearrow$	1

دراسة الوضع النسبي للخط C مع المقارب $y=1$ — 1+1

5 $f(x)-y = \frac{x(x-2)}{(x-1)(x+2)} - 1 = \frac{-3x+2}{x^2+x-2}$

1×4

x	$-\infty$		-2		$\frac{2}{3}$		1		$+\infty$
$f(x)-y$		+	‖	−	0	+	‖	−	
الوضع النسبي		C فوق Δ	‖	C تحت Δ		C فوق Δ	‖	C تحت Δ	

2) — 2 $\boxed{a=1}$

$x^2-2x \div (x^2+x-2) = 1$ ، x^2+x-2

نفرق الكسر

$\frac{x-2}{(x-1)(x+2)}$

2+2+2 $\Rightarrow \frac{x-2}{(x-1)(x+2)} = \frac{b}{x-1} + \frac{c}{x+2}$

1 لحساب b نضرب الطرفين بـ $(x-1)$ ونجعل $x\to1$

2 $\Rightarrow b = \frac{x-2}{x+2} = \frac{-1}{3}$

1 لحساب c نضرب الطرفين بـ $(x+2)$ ونجعل $x\to-2$

2 $\Rightarrow c = \frac{x-2}{x-1} = \frac{-8}{3}$

5 $\Rightarrow f(x) = 1 - \frac{1}{3(x-1)} - \frac{8}{3(x+2)}$

Online center

مركز أونلاين التعليمي

3

$x = 0 \Rightarrow y = 0 \quad A(0,0)$

2 $\quad m = f'(0) = \dfrac{3(0) - 4(0) + 4}{(0 + 0 - 2)^2} = 1$

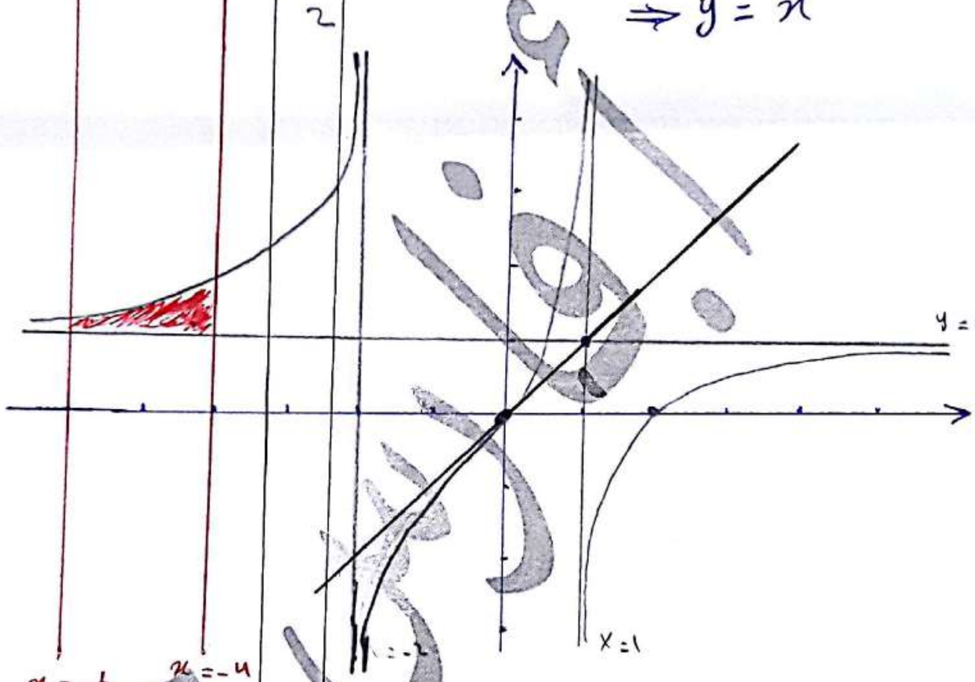
1 $\quad y - y_A = m(x - x_A)$

$y - 0 = 1(x - 0)$

2 $\quad \Rightarrow y = x$

2 x3 للوظ السياني

2 x 3 مقاربات



2 $\quad S = \displaystyle\int_{-6}^{-4} f(x) - y \, dx$

1 $\quad = \displaystyle\int_{-6}^{-4} 1 - \frac{1}{3(x-1)} - \frac{8}{3(x+2)} - 1 \, dx$

2x2 $\quad = \dfrac{-1}{3} \displaystyle\int_{-6}^{-4} \frac{1}{(x-1)} dx - \frac{8}{3} \int_{-6}^{-4} \frac{1}{x+2} dx$

2 $\quad = \left[\dfrac{-1}{3} \ln(-x+1) - \dfrac{8}{3} \ln(-x-2)\right]_{-6}^{-4}$

2x2 $\quad = \left[\dfrac{-1}{3} \ln(5) - \dfrac{8}{3} \ln(2)\right] - \left[\dfrac{-1}{3} \ln(7) - \dfrac{8}{3} \ln(4)\right]$

2 $\quad = \dfrac{8}{3} \ln(2) + \dfrac{1}{3} \ln(7) - \dfrac{1}{3} \ln(5)$

Online center

مركز أونلاين التعليمي

المسألة الثانية :

1 أ. نفرض A حدث الحصول على 3 كرات بيضاء — 3

3×3 — $\Rightarrow P(A) = \dfrac{\binom{4}{3}}{\binom{10}{3}} = \dfrac{4}{120} = \dfrac{1}{30}$

ب - نفرض B حدث الحصول على الأقل على كرة حمراء — 3

3 — $P(B) = 1 - P(A)$

$3+3$ — $= 1 - \dfrac{4}{120} = 1 - \dfrac{1}{30} = \dfrac{29}{30}$

2

4 — $X(\Omega) = \{0, 1, 2, 3\}$

$5+3$ — $P(X=0) = \dfrac{\binom{6}{3}}{\binom{10}{3}} = \dfrac{20}{120}$

$5+3$ — $P(X=1) = \dfrac{\binom{6}{2}\binom{4}{1}}{\binom{10}{3}} = \dfrac{60}{120}$

$5+3$ — $P(X=2) = \dfrac{\binom{6}{1}\binom{4}{2}}{\binom{10}{3}} = \dfrac{36}{120}$

$5+3$ — $P(X=3) = \dfrac{\binom{4}{3}}{\binom{10}{3}} = \dfrac{4}{120}$

2×5

x_i	0	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{20}{120}$	$\frac{60}{120}$	$\frac{36}{120}$	$\frac{4}{120}$

3 — $E(X) = \sum x_i P(X = x_i)$

2×4 — $= 0\left(\dfrac{20}{120}\right) + 1\left(\dfrac{60}{120}\right) + 2\left(\dfrac{36}{120}\right) + 3\left(\dfrac{4}{120}\right)$

2×2 — $= \dfrac{144}{120} = \dfrac{6}{5}$

3

10 — $P(X'=2) = \binom{5}{2}\left(\dfrac{1}{30}\right)^2\left(\dfrac{29}{30}\right)^3$

5 — $= 0{,}01$

انتهت المسألة ...

مع أطيب الأمنيات لكم بالنجاح.. ♥

طريقة ثانية للسؤال الثالث:
حساب بعد النقطة A عن مطلقها المشترك.

نفرض $x=0$ بالحل المشترك لمعادلتي المستوي ⇐ $y=\frac{1}{3}$, $z=\frac{-1}{3}$

$B(0, \frac{1}{3}, \frac{-1}{3})$

نفرض $y=0$ ⇐ $x=\frac{+1}{3}$, $z=\frac{-1}{3}$

$B'(\frac{1}{3}, 0, \frac{-1}{3})$

$\overrightarrow{BB'}(\frac{1}{3}, \frac{-1}{3}, 0)$

معادلات المستقيم

$$d: \begin{cases} x=\frac{1}{3}t \\ y=\frac{1}{3}-\frac{1}{3}t \quad ; t\in R \\ z=\frac{-1}{3} \end{cases}$$

معادلة المستوي المار من A ويعامد $\overrightarrow{BB'}$

$T: \frac{1}{3}(x-2)-\frac{1}{3}(y-1)=0$

$\Rightarrow T: \frac{1}{3}x-\frac{1}{3}y-\frac{1}{3}=0$

بالحل المشترك لـ T , d

$\frac{1}{3}(\frac{1}{3}t)-\frac{1}{3}(\frac{1}{3}-\frac{1}{3}t)-\frac{1}{3}=0$

$\Rightarrow t=2$

نعوض في d :

$x=\frac{2}{3}$, $y=\frac{-1}{3}$, $z=\frac{-1}{3}$

$A'(\frac{2}{3}, \frac{-1}{3}, \frac{-1}{3})$

$AA'=\sqrt{(\frac{3}{2}-2)^2+(\frac{-1}{3}-1)^2+(\frac{-1}{3}-2)^2}$

$=\sqrt{\frac{16}{9}+\frac{16}{9}+\frac{49}{9}}$

$=\sqrt{\frac{81}{9}}=\sqrt{9}=3$

بالتوفيق..

التمرين الرابع : في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقطة $A(1,1,0)$ و المستويات :

$$\begin{cases} P_1 : x+3y-3z-4=0 \\ P_2 : x+2y-z-4=0 \\ P_3 : 2x+3y-2z-5=0 \end{cases}$$ ..المطلوب :

① أثبت أن المستويان P_3, P_2 يتقاطعان في الفصل المشترك d التمثيلات الوسيطية التالية :

$$d : \begin{cases} x=t-2 \\ y=3 \quad ; t\in R \\ z=t \end{cases}$$

② ماهي نقطة تقاطع المستويات P_3, P_2, P_1

③ احسب بعد A عن المستقيم d

ثالثاً : حل المسألتين الآتيتين : (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى : صندوقان متماثلان فيهما كرات متماثلة ..الصندوق (I) يحتوي (3) كرات مرقمة بالأعداد 1،2،3 و الصندوق (II) يحتوي (4) كرات مرقمة بالأعداد 2،3،4،5 ..نسحب عشوائياً كرة من الصندوق (I) ثم نسحب كرة من االصندوق (II) و المطلوب :

① اكتب فضاء العينة المرتبطة بهذا الاختبار ، نفرض الحدث A : إحدى الكرتين على الأقل تحمل رقم (3) ، نفرض الحدث B : مجموع رقمي الكرتين أكبر تماماً من (5) هل الحدثان A, B مستقلان احتمالياً ؟..علل

② نعرّف متغيراً عشوائياً X يدل على مجموع رقمي الكرتين . اكتب مجموعة قيم المتغير العشوائي X واكتب جدول توزيعه ثم احسب التوقع الرياضي

المسألة الثانية : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]-\infty,-1[\cup]1,+\infty[$ وفق : $f(x)=\frac{2x}{\sqrt{x^2-1}}$

① ادرس تغيرات التابع ونظم جدولاً بها

② أثبت أن التابع f فردي واستنتج الصفة التناظرية لخطه البياني

③ احسب مساحة السطح المحصور بالخط C والمستقيمين $x=2$, $x=3$

④ اوجد قيمة تقريبية لـ $f(3.1)$

انتهت الأسئلة .. ☺

مع أطيب الامنيات لكم بالنجاح

أ. فارس جقل .. دورات (ر ف ك) .. اللاذقية 0955186517

مركز أونلاين التعليمي

نموذج اختبار نهائي (4)

رياضيات بكالوريا (تكميلي 2018)

أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : احسب كلاً مما يأتي :

① $\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x+3}{x-1}\right)^{\frac{x}{2}}$ ② $\int_0^{\pi} x^2\cos x \; dx$

السؤال الثاني : عين طبيعة مجموعة النقاط $M(x,y,z)$ التي تحقق :

$$x^2+y^2+z^2-2x+6y-2=0$$

السؤال الثالث : أثبت بالتدريج صحة الخاصة الآتية أياً كان العدد الطبيعي n : $3^{2n+1}+2^{n+2}$ مضاعف للعدد 7.

السؤال الرابع : ليكن f التابع المعرف على R وفق : $f(x)=\frac{1}{3+\cos x}$

① أثبت محدودية f

② استنتج $\lim_{x\to+\infty}\frac{x^3}{3+\cos x}$

ثانياً: أجب عن التمارين الأربعة الآتية : (60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول : لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ المعرفة وفق ما يأتي : $u_n=\sqrt{n+1}-\sqrt{n}$

① أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ متناقصة

② أثبت أن $0\leq u_n\leq 1$ واستنتج أنها متقاربة واحسب نهايتها

التمرين الثاني : لتكن النقطة M التي يمثلها العدد العقدي $z=-1+i$ والمطلوب :

① أثبت أن z^8 عدداً حقيقياً

② جد العدد z' الممثل للنقطة M' صورة M وفق تحاكي مركزه $A(1+i)$ نسبته 3

التمرين الثالث : ليكن $J=\int_0^{\ln 2}\frac{e^x}{e^x+2}\,dx$ ، $I=\int_0^{\ln 2}\frac{2}{e^x+2}\,dx$ والمطلوب :

① احسب I

② احسب $I+J$ ثم استنتج J

سلم تصحيح النموذج (4) .. تكاملي .. 2018

أولاً: السؤال الأول :

[1]

$$\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{x+3}{x-1}\right)^{\frac{x}{2}}$$

$$\left(\frac{x+3}{x-1}\right)^{\frac{x}{2}} = \left(\frac{x-1+4}{x-1}\right)^{\frac{x}{2}}$$

$$= \left(1+\frac{4}{x-1}\right)^{\frac{x}{2}} = \left(1+\frac{4}{x-1}\right)^{\frac{x-1}{2}+\frac{1}{2}}$$

$$= \left(1+\frac{4}{x-1}\right)^{2\left(\frac{x-1}{2\times2}\right)+\frac{1}{2}}$$

٢ $= \left[\left(1+\frac{4}{x-1}\right)^{\frac{x-1}{4}}\right]^2 \cdot \left(1+\frac{4}{x-1}\right)^{\frac{1}{2}}$

٢ نفرض : $t = \frac{4}{x-1}$

٢ $\Rightarrow \lim_{x\to+\infty} \left(\frac{x+3}{x-1}\right)^{\frac{x}{2}} = \lim_{t\to 0} \left[(1+t)^{\frac{1}{t}}\right]^2 \sqrt{1+t}$

٢ $e^2 \cdot (\sqrt{1}) = e^2$

[2]

$$I = \int_0^{\pi} x^2 \cos x \, dx$$

٢+٢ $u = x^2 \Rightarrow u' = 2x$

٢+٢ $v' = \cos x \Rightarrow v = \sin x$

٢+٢ $I = x^2 \sin x - \underbrace{\int_0^{\pi} 2x \sin x \, dx}_{I_1}$

$I_1 = \int_0^{\pi} 2x \sin x \, dx$

٢+٢ $u = 2x \Rightarrow u' = 2$

٢+٢ $v' = \sin x \Rightarrow v = -\cos x$

٢+٢ $I_1 = -2x\cos x - \int_0^{\pi} -2\cos x \, dx$

٢ $I_1 = -2x\cos x + 2\sin x$

نعوض I_1 في I :

٣ $\Rightarrow I = \left[x^2\sin x + 2x\cos x - 2\sin x\right]_0^{\pi}$

٢+٢ $= \left[\pi^2(0) + 2\pi(-1) - 2(0)\right] - 0$

٢ $= -2\pi$

السؤال الثاني :

$$x^2+y^2+z^2-2x+6y-2=0$$

$$x^2-2x+y^2+6y+z^2=2$$

٥+٥ $(x^2-2x+1-1)+(y^2+6y+9-9)+z^2=2$

٥+٥ $(x-1)^2+(y+3)^2+z^2=2+9+1$

١٠ $\Rightarrow (x-1)^2+(y+3)^2+z^2=12$

١٠ ← تعبر عن مجموعة النقاط كرة : مركزها $A(1,-3,0)$ ، ونصف قطرها $R=\sqrt{12}$

السؤال الثالث :

$E(n): 3^{2n+1} + 2^{n+2}$ (مضاعف لـ 7)

* نبرهن صحة العلاقة من أجل $n=0$:

ع+ع $\Rightarrow 3^{0+1} + 2^{0+2} = 3 + 4 = 7$

محققة

* نفرض صحة العلاقة من أجل (n) :

ع $\Rightarrow E(n): 3^{2n+1} + 2^{n+2}$ (مضاعف لـ 7)

* نبرهن صحة العلاقة من أجل $(n+1)$:

ع $E(n+1): 3^{2n+3} + 2^{n+3}$ أي سنبرهن مضاعف العدد (7)

ع $\Rightarrow 3^{2n+3} + 2^{n+3} = (3^{2n+1} \cdot 3^2) + (2^{n+2} \cdot 2)$

ع+ع $= 9 \cdot 3^{2n+1} + 2 \cdot 2^{n+2}$

ع+1 $= (7+2) \cdot 3^{2n+1} + 2 \cdot 2^{n+2}$

ع+1 $= \underbrace{7 \cdot 3^{2n+1}}_{\Downarrow} + 2\,\underbrace{(3^{2n+1} \cdot 2^{n+2})}_{\Downarrow}$

مضاعف لـ 7 لأنه مضروب بالعدد (7) . مضاعف لـ 7 فرضاً

ع $\Rightarrow 3^{2n+3} + 2^{n+3}$ مضاعف لـ 7 .

ومجموع مضاعفين للعدد 7 هو مضاعف للعدد (7) إذاً :

$E(n+1): 3^{2n+3} \cdot 2^{n+3}$ صحيحة .

السؤال الرابع : $f(x) = \dfrac{1}{3+\cos x}$

8 $\boxed{1}$ $-1 \leqslant \cos x \leqslant 1$

٢+٢+٢ (+3) $2 \leqslant 3+\cos x \leqslant 4$

٢+٢+٢ $\dfrac{1}{2} \geqslant \dfrac{1}{3+\cos x} \geqslant \dfrac{1}{4}$

٢ $\Rightarrow \dfrac{1}{2} \geqslant f(x) \geqslant \dfrac{1}{4}$

$\boxed{2}$ $\dfrac{1}{2} \geqslant \dfrac{1}{3+\cos x} \geqslant \dfrac{1}{4}$

نضرب بـ x^3 :

3+3+3 $\dfrac{x^3}{2} \geqslant \dfrac{x^3}{3+\cos x} \geqslant \dfrac{x^3}{4}$

5 $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x^3}{2} = +\infty$

$\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x^3}{4} = +\infty$

$\Leftarrow$ حسب مبرهنة المقارنة نجد :

4 $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x^3}{3+\cos x} = +\infty$

ثانياً : التمرين الأول :

$\boxed{1}$

$U_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$

نفرض : $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$

حيث $x \geq 0$

5×3 $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+1}} - \frac{1}{2\sqrt{x}} < 0$

5 لأن : $2\sqrt{x+1} > 2\sqrt{x}$

حيث : $4x+4 > 4x$ تربيع

5 $\Leftarrow$ التابع f متناقص $\Leftarrow$ المتتالية متناقصة

$\boxed{2}$ نبرهن $U_n \geq 0$

$U_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$

$= \frac{(\sqrt{n+1} - \sqrt{n})(\sqrt{n+1} + \sqrt{n})}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}$

5 $= \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}} \geq 0$

5 لأن : $0 < \sqrt{n+1} + \sqrt{n}$

5 لدينا $U_{n+1} = \frac{1}{\sqrt{n+2} + \sqrt{n+1}}$

5 $\Rightarrow U_n \leq 1$

5 المتتالية متناقصة ومحدودة من الأدنى

فهي متقاربة

5 $\lim_{n \to +\infty} U_n = \lim_{n \to +\infty} \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}$

5 $= 0$

التمرين الثاني :

1

5+5 $z^8 = (z^2)^4 = ((-1+i)^2)^4$

5+5 $= (1-2i-1)^4 = (-2i)^4$

5+5 $= 16 i^4 = 16$

2

5 $z' - A = k(z - A)$

5 $z' - (1+i) = 3(z-(1+i))$

5 $z' = 3(z-1-i) + (1+i)$

5 $z' = 3z - 3 - 3i + 1 + i$

5 $z' = 3z - 2 - 2i = 3(-1+i) - 2 - 2i$

5 $z' = -3 + 3i - 2 - 2i = -5 + i$

التمرين الثالث :

1

5 $I = \int_0^{\ln(2)} \frac{2}{e^x+2}\, dx = \int_0^{\ln(2)} \frac{2}{e^x(1+2e^{-x})}\, dx$

5+5 $= -\int_0^{\ln(2)} \frac{-2e^{-x}}{1+2e^{-x}}\, dx = -\left[\ln(1+2e^{-x})\right]_0^{\ln(2)}$

5 $= -\ln\frac{2}{3}$

2

5 $I+J = \int_0^{\ln(2)} \frac{2}{e^x+2}\, dx + \int_0^{\ln(2)} \frac{e^x}{e^x+2}\, dx$

5 $= \int_0^{\ln(2)} \frac{2}{e^x+2} + \frac{e^x}{e^x+2}\, dx$

5+5+5 $= \int_0^{\ln(2)} 1\, dx = [x]_0^{\ln(2)} = \ln(2)$

5 $\Rightarrow I + J = \ln(2)$

5 $-\ln\frac{2}{3} + J = \ln(2)$

5 $\Rightarrow J = \ln(2) + \ln(\frac{2}{3})$

التمرين الرابع :

1 نعوض d في P_2 و P_3 :

$P_2: x+2y-z-4=0$

5 $t-2+2(3)-t-4 \overset{?}{=} 0$

5 $\Rightarrow 0=0$

5 $P_3: 2x+3y-2z-5=0$

5 $2(t-2)+3(3)-2t-5 \overset{?}{=} 0$

5 $\Rightarrow 0=0$

⇐ المستويان P_2 و P_3 يتقاطعان في المستقيم المشترك d

② الحل المشترك للمعادلات الوسيطية مع المستوي P_1 :

$P_1 : x+3y-3z-4=0$

5 $t-2+3(3)-3t-4=0$

5 $-2t+3=0 \Rightarrow t=\frac{3}{2}$

نعوض t في d :

$x=\frac{3}{2}-2=\frac{-1}{2}$

$\Rightarrow y=3$

$z=\frac{3}{2}$

5 $(\frac{-1}{2}, 3, \frac{3}{2})$

③ معادلة المستوي المار من النقطة A ويعامد d

$A(1,1,0)$ $\vec{n}(1,0,1)$

5 $F: 1(x-1)+0(y-1)+1(z-0)=0$

5 $F: x-1+z=0$

$\Rightarrow F: x+z-1=0$

نعوض d في F :

5 $t-2+t-1=0 \Rightarrow t=\frac{3}{2}$

نعوض t في d : $A'(\frac{-1}{2}, 3, \frac{3}{2})$

5 $AA'=\sqrt{(\frac{-1}{2}-1)^2+(3-1)^2+(\frac{3}{2}-0)^2}$

5 $=\sqrt{\frac{9}{4}+4+\frac{9}{4}}=\frac{\sqrt{34}}{2}$

ثالثاً: المسألة الأولى :

①

$\Omega=\{(1,2),(1,3),(1,4),(1,5)$

10 $(2,2),(2,3),(2,4),(2,5),(3,2),(3,3)$

5 $(3,4),(3,5)\}$, $P(A\cap B)=\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$

5 $P(A)=\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$,

5 $P(B)=\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$.

شرط الاستقلال

3 $P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)$

$\frac{1}{4}\stackrel{?}{=}\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}$

2 $\frac{1}{4}=\frac{1}{4}$

1 ⇐ الحدثان مستقلان احتمالياً..

②

5 $X(\Omega)=\{3,4,5,6,7,8\}$

5+5 $P(X=3)=\frac{1}{12}$, $P(X=5)=\frac{3}{12}$

5+5 $P(X=4)=\frac{2}{12}$, $P(X=6)=\frac{3}{12}$

5+5 $P(X=7)=\frac{2}{12}$, $P(X=8)=\frac{1}{12}$

Online center

مركز أونلاين التعليمي

3 × 5

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖		‖	$-$	
$f(x)$	-2	↘ $-\infty$	‖		‖	$+\infty$ ↘	$+2$

5 $\boxed{2}$ ① $\forall x \in D_f \Rightarrow -x \in D_f$ محقق

2 + 2 ② $f(-x) = \dfrac{2(-x)}{\sqrt{(-x)^2-1}}$

2⁺ $= -\dfrac{2x}{\sqrt{x^2-1}} = -f(x)$ محقق

2 ⇐ التابع فردي و خطه البياني

+ 2 متناظر بالنسبة لمبدأ الإحداثيات

5 $\boxed{3}$ $S = \int_2^3 f(x)\,dx$

5+5 $= \int_2^3 \dfrac{2x}{\sqrt{x^2-1}}\,dx = \left[2\sqrt{x^2-1}\right]_2^3$

. $= \left[2\sqrt{(3)^2-1}\right] - \left[2\sqrt{(2)^2-1}\right]$

1 $= 2\sqrt{8} - 2\sqrt{3}$

5 $\boxed{4}$ $f(a+h) \simeq f(a) + f'(a).h$ *

1 $f(a) = f(3) = \dfrac{6}{\sqrt{8}} = \dfrac{3}{\sqrt{2}}$ $a=3$, $h=0.1$

1 $f'(a) = \dfrac{-2}{16\sqrt{2}} = \dfrac{-1}{8\sqrt{2}}$

نعوض في * :

1+1 $f(3.1) \simeq \dfrac{3}{\sqrt{2}} - \dfrac{1}{8\sqrt{2}}\left(\dfrac{1}{10}\right) \simeq \dfrac{239}{80\sqrt{2}}$

15

x_i	3	4	5	6	7	8
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{12}$	$\frac{2}{12}$	$\frac{3}{12}$	$\frac{3}{12}$	$\frac{2}{12}$	$\frac{1}{12}$

5 $E(x) = \sum x_i . P(X=x_i)$

10 $= 3\left(\frac{1}{12}\right) + 4\left(\frac{2}{12}\right) + 5\left(\frac{3}{12}\right) + \left(\frac{3}{12}\right)6 + 7\left(\frac{2}{12}\right) + 8\left(\frac{1}{12}\right)$

5 $= \dfrac{66}{12} = \dfrac{11}{2}$

المسألة الثانية :

$\boxed{1}$ التابع مستمر واشتقاقي على المجال

$]-\infty,-1[\,\cup\,]1,+\infty[$

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} \dfrac{2x}{\sqrt{x^2-1}}$

5+5 $= \lim_{x\to-\infty} \dfrac{2x}{-x\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}} = -2$

5+5 $\lim_{x\to-1^-} f(x) = -\infty$, $\lim_{x\to 1^+} f(x) = +\infty$

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} \dfrac{2x}{\sqrt{x^2-1}}$

5+5 $= \lim_{x\to+\infty} \dfrac{2x}{x\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}} = +2$

5 $f'(x) = \dfrac{2\sqrt{x^2-1} - \frac{2x}{2\sqrt{x^2-1}}.2x}{x^2-1}$

+5 $= \dfrac{-2}{(x^2-1)\sqrt{x^2-1}} < 0$

5 التابع متناقص تماماً .

أتمنى لكم التوفيق مع أطيب التمنيات بالنجاح والتفوق

الثالث الثانوي العلمي

مدة الأختبار: 3 ساعات.

مركز أونلاين التعليمي

امتحان نهائي (1)

رياضيات 2020(دورة كورونا)

Online center

مركز أونلاين التعليمي

أولاً : أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاثة الآتية : (45 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : الجدول المجاور يمثل تغيرات التابع f وخطه البياني C :

x	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$ 0 $+$	
$f(x)$	‖	$+\infty \searrow \frac{1}{2}-\ln 2 \nearrow +\infty$	

1. جد $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$
2. اكتب معادلة المقارب الشاقولي للخط البياني C
3. دل على القيمة الحدية الصغرى للتابع f
4. احسب $f(\,]0,2]\,)$ 5. اكتب معادلة المماس للخط البياني في نقطة فاصلتها 2

السؤال الثاني : $(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية حسابية فيها $u_2 = 41$ و $u_5 = -13$

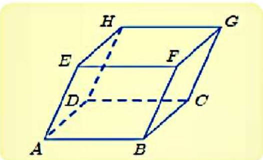
1. احسب الأساس r
2. احسب u_{25} ثم استنتج قيمة المجموع $u_5 + u_6 + \cdots + u_{25}$ 3. احسب u_n بدلالة n

---

السؤال الثالث : أوجد نهاية التابع $f(x) = \frac{x+3}{x-3}$ عند 5 ثم أوجد مجالاً I مركزه 5 يحقق الشرط إذا انتمى x إلى المجال I انتمى $f(x)$ إلى المجال $]3.95\,, 4.05[$

ثانياً : أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاثة الآتية: (45 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : $ABCDEFGH$ متوازي سطوح J فيه منتصف $[FG]$



1) أثبت أن $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CG} + \overrightarrow{EB} = \vec{0}$
2) حدد موقع النقطة P التي تحقق : $\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AE}$
3) حدد موقع النقطة N التي تحقق : $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{FJ}$

السؤال الثاني : أعط الشكل الجبري للعدد العقدي الآتي : $z = \left(\frac{4-6i}{2-3i}\right)\left(\frac{1+3i}{3+2i}\right)$

السؤال الثالث : كم كلمة من ثلاثة حروف يمكن تكوينها انطلاقا من حروف كلمة $CORONA$

ثالثاً : حل التمارين الثلاثة الآتية : (80 للأول ، 70 للثاني ، 70 للثالث)

التمرين الأول : ليكن التابع f المعطى وفق : $f(x) = \sqrt{1-\cos x}$

1. ما مجموعة تعريف f
2. هل f مستمر على مجموعة تعريفه
3. بين أن f زوجي و يقبل العدد 2π دورا له
4. ليكن g مقصور التابع f على المجال $[0,\pi]$ أثبت أن g اشتقاقي على هذا المجال و ارسم خطه البياني
5. استنتج الخط البياني للتابع f على المجال $[-2\pi, 2\pi]$ ما مجموعة نعريف f'

التمرين الثاني : ليكن العددان العقديان $z_1 = \frac{\sqrt{6}-i\sqrt{2}}{2}$, $z_2 = 1-i$

1. اكتب بالشكل المثلثي $z_1, z_2, \frac{z_1}{z_2}$ 2. اكتب بالشكل الجبري $\frac{z_1}{z_2}$ واستنتج $\sin\frac{\pi}{12}$, $\cos\frac{\pi}{12}$
3. عين طبيعة التحويل الهندسي الذي يقرن B , A اللتان تمثلهما الأعداد العقدية a, b وفق العلاقة : $a = b - 1 - 4i$
4. جد العدد العقدي z_3 الممثل للنقطة M' صورة M التي يمثلها العدد العقدي z_1 وفق دوران مركزه $C(2-i)$ و زاويته $\frac{2\pi}{3}$

أ. فارس جقل – اللاذقية – دورات (ر.ف.ك) – هاتف 0955186517

التمرين الثالث: المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ معرفة وفق : $u_0 = 2$ وعند كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{u_n}{2} + \frac{1}{u_n}$

1. أثبت أن $u_n > 0$ أياً يكن n
2. المتتالية معرفة بصيغة من النمط $u_{n+1} = f(u_n)$ عيّن التابع المعرف على $]0, +\infty[$ ثم ادرس تغيرات التابع f وارسم خطه البياني C_f و مقارباته وارسم على الشكل نفسه المستقيم d الذي معادلته $y = x$ بعد أن تحسب إحداثيتا نقطة تقاطع d مع C_f
3. مثّل على محور الفواصل الحدود u_0 , u_1, u_2 ثم خمّن إطّراد المتتالية و نهايتها وتقاربها
4. برهن بالتدريج أن : $\sqrt{2} \leq u_{n+1} \leq u_n$ مهما كان العدد n

رابعاً : حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى :

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتجانس $(o; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لدينا النقاط $A(-1, 2, 1), B(2, 1, 3), C(0, -1, 2)$ ولتكن (P) مجموعة النقاط M من الفضاء بحيث $AM = BM$

1) بيّن أن (P) هو المستوي الذي معادلته : $3x - y + 2z - 4 = 0$
2) عيّن معادلة المستوي (Q) الذي يمر من A و يوازي (P)
3) أ- اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D) الذي يمر من C و يعامد (P)
   ب- عيّن إحداثيات E نقطة تقاطع (Q) و (D)
   ج- احسب المسافة بين النقطة A و المستقيم (D)
4) عيّن معادلة المستوي المحوري للقطعة $[AC]$

المسألة الثانية : ليكن التابع f المعرف على $D_f = R/\{0, 1\}$ وفق : $f(x) = \frac{-x}{2} + ln\left|\frac{x-1}{x}\right|$ وليكن C خطه البياني في معلم متجانس .

① 1) أثبت أن $\frac{f(x)+f(1-x)}{2} = \frac{-1}{4}$ أيا كان x من D_f

2) استنتج أن النقطة $A(\frac{1}{2}, \frac{-1}{4})$ هي مركز تناظر الخط C

② ادرس تغيرات f على مجموعة تعريفه ونظم جدولاً بها

③ أثبت أن المستقيم d الذي معادلته $y = -\frac{1}{2}x$ مقارب للخط C و ادرس الوضع النسبي للخط C بالنسبة إلى مقاربه d

④ ارسم في معلم واحد d ثم C

⑤ استنتج الخط البياني C' للتابع g المعرف على $R/\{-1, 0\}$ وفق $g(x) = \frac{x}{2} + ln\left|\frac{x+1}{x}\right|$

انتهت الأسئلة .. 🙂

مع أطيب الأمنيات لكم بالنجاح 💙

أ. فارس جقل – اللاذقية – دورات (ر.ف.ك) – هاتف 0955186517

حل امتحان ثنائي 2020 / / (1)

أولاً

السؤال الأول:

$\boxed{1}$ $\lim_{x\to 0^+} f(x) = +\infty$ $\qquad$ $\lim_{x\to +\infty} f(x) = +\infty$

$\boxed{2}$ $x = 0$

$\boxed{3}$ $f(2) = \frac{1}{2} - \ln 2$

$\boxed{4}$ $f\,]0,2] = [\frac{1}{2} - \ln 2, +\infty[$

$\boxed{5}$ $y = \frac{1}{2} - \ln 2$

السؤال الثاني:

$\boxed{1}$

$u_2 - u_5 = (2-5)r$

$41 + 13 = -3r$

$54 = -3r$

$r = \frac{54}{-3} = -18$

$\boxed{2}$

$u_{25} - u_2 = 23\times(-18)$

$u_{25} - 41 = 404$

$u_{25} = -373$

$S = 21 \times \frac{u_5 + u_{25}}{2}$

$= 21 \times \frac{-13 + -373}{2}$

$= -4053$

$\boxed{3}$

$u_n - u_2 = (n-2)(-18)$

$u_n - 41 = -18n + 36$

$u_n = -18n + 77$

السؤال الثالث:

$$\begin{array}{r|l} x-3 & x+7 \\ & \underline{x+3} \\ & 6 \end{array} \qquad 1$$

$f(x) = 1 + \frac{6}{x+3}$

$3.95 < f(x) < 4.05$

$3.95 < 1 + \frac{6}{x+3} < 4.05$

$-1 \quad 2.95 < \frac{6}{x+3} < 3.05$

$\div 6 \quad \frac{2.95}{6} < \frac{1}{x+3} < \frac{3.05}{6}$

نقلب $\frac{6}{2.95} > x+3 > \frac{6}{3.05}$

$+3 \quad \frac{6}{2.95} + 3 > x > \frac{6}{3.05} + 3$

ثانياً

السؤال ~~...~~ الأول

$\boxed{1}$

$\vec{CD} + \vec{CG} + \vec{EB} = \vec{0}$

$\vec{CH} + \vec{EB} = \vec{0}$

$\vec{BE} + \vec{EB} = \vec{0}$

$\boxed{2}$ الفكرة: نوحد الأسهم في الرأس الأول

لها في بداية A

دوال مستمرة

/ /

السؤال الثالث:

عدد طرق اختيار الكرة الأولى 5

عدد طرق اختيار الكرة الثاني 5

عدد طرق اختيار الكرة الثالث 5

حسب المبدأ الأساسي في العد

$5 \times 5 \times 5 = 125$

ثالثاً:

التمرين الأول:

$\boxed{1}$

$1 - \cos x \geq 0$

$\cos x \geq 1$

وهذا محققة دوماً لأن أكبر

قيمة لـ cos هي 1 $\Leftarrow$ $D = R$

أو (حل)

ندرس الإشارة وتختار المجالات الموجبة

$1 - \cos x \geq 0$

$\cos x = 1$

$x = 0$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
	$+$	0	$+$

محققة دوماً

$\boxed{2}$ نعم مستمر

الفكرة: تابع الجذر التربيعي يكون مستمر

إذا كان مطموره مستمر

الحل:

مستمر $x \to 1 - \cos x$

مستمر $x \to \sqrt{x}$

$\Rightarrow$ f مستمر

$\vec{AP} = \vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AD} + \frac{1}{2}\vec{AE}$

$\vec{AP} = \vec{AB} + \frac{1}{2}[\vec{AD} + \vec{AE}]$

$\vec{AP} = \vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AH}$

$\vec{AP} = \vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{BG}$

P منتصف BG

$\boxed{3}$

الفكرة: نوصل الأشعة في الطرف اليميني إلى شعاع

بدايته A

$\vec{AN} = \vec{AB} + \vec{AE} + \vec{FJ}$

$\vec{AN} = \vec{AF} + \vec{FJ}$

$\vec{AN} = \vec{AJ}$

N منطبق على J

السؤال الثاني:

الفكرة:

إما نضرب ثم نأخذ المرافق للناتج

أو نأخذ المرافق لكل قوس

$$Z = \left(\frac{4-6i}{2-3i}\right)\left(\frac{4+3i}{3+2i}\right)$$

$$\frac{4+12i-6i+18}{6+4i-9i+6} = \frac{22+6i}{12-5i}$$

نضرب البسط والمقام بمرافق المقام

$$\frac{(22+6i)(12+5i)}{(12-5i)(12+5i)} = \frac{264+110i+72i-30}{144+25}$$

$$= \frac{234+182i}{169} = \frac{234}{169} + \frac{182}{169}i$$

$\cos(\theta + 2\pi) = \cos\theta$ تماثوث

يكون التابع مستمر على مجال إذا كان مستمر عند كل نقطة من نقاط المجال

شرط التابع الدوري عند T

$f(x+T) = f(x)$

ندرس الاشتقاق عند ٠

$$\lim_{x\to 0} \frac{g(x)-g(0)}{x-0} = \frac{\sqrt{1-\cos x}}{x}$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{1-[1-2\sin^2\frac{x}{2}]}}{x}$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{2\sin^2\frac{x}{2}}}{x}$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{2}\,|\sin\frac{x}{2}|}{x} \Rightarrow$$ في المجال $[0,\pi]$ يكون موجب

$$\lim \frac{\sqrt{2}\sin\frac{x}{2}}{2\frac{x}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \in R$$

فهو اشتقاقي عند الصفر

أي اشتقاقي على المجال $[0,\pi]$

ط2

$$g(x) = \sqrt{1-(1-2\sin^2\frac{x}{2})}$$

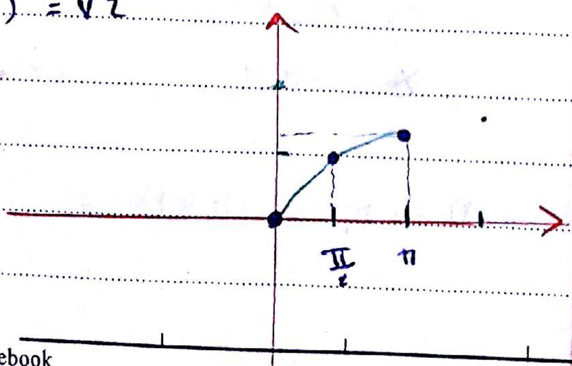
$$= \sqrt{2}\sin\frac{x}{2}$$

اشتقاقي على R فهو اشتقاقي على $[0,\pi]$ المحتوى في R

$g(0) = 0$

$g(\frac{\pi}{2}) = 1$

$g(\pi) = \sqrt{2}$



ط2

$$1-\cos x = 2\sin^2\frac{x}{2}$$

$$\sqrt{1-\cos x} = \sqrt{2\sin^2\frac{x}{2}}$$

$$= \sqrt{2}\sin\frac{x}{2}$$

$\sin\frac{x}{2}$ مستمر

2 مستمر

التابع مستمر

$\boxed{3}$ $x \in R$ فإن $-x \in R$

$f(-x) = f(x)$

البرهان

$f(-x) = \sqrt{1-\cos(-x)}$

$= \sqrt{1-\cos x}$

$f(-x) = f(x)$

التابع زوجي $\Leftarrow$

$\in R$

$\Uparrow$

$f(x+2\pi) = \sqrt{1-\cos(x+2\pi)}$

$= \sqrt{1-\cos x} = f(x)$

$\boxed{4}$

$1-\cos x = 0$

$\cos x = 1$

$x = 0$

محقق عند المجال $[0,\pi]$ إلا العدد 0

لذلك نفتح المجال

أي الشكل: $]0,\pi]$

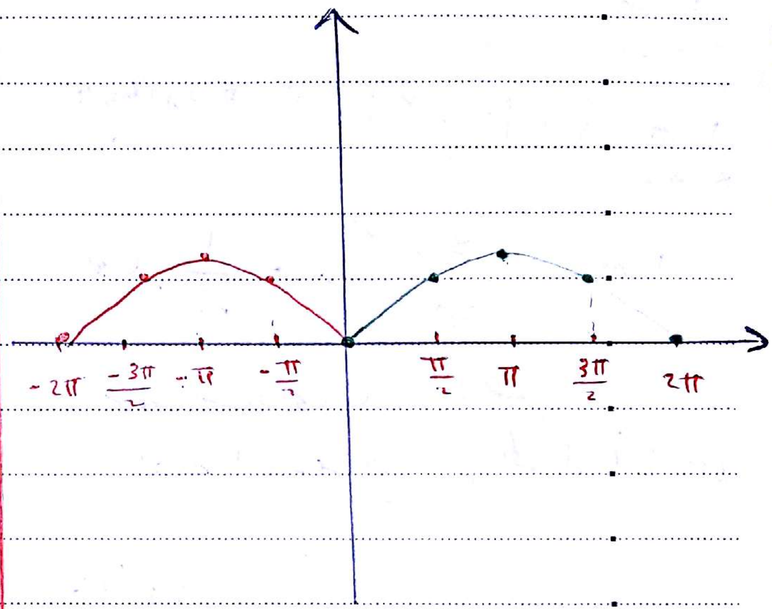
Farah Notebook

Scanned by CamScanner

5 بما أن التابع زوجي متناظر بالنسبة لمحور التراتيب

$g\left(\frac{3\pi}{2}\right)=1$

$g(2\pi)=0$



$$f'(x)=\frac{-(-\sin x)}{2\sqrt{1-\cos x}}=\frac{\sin x}{2\sqrt{1-\cos x}}$$

نعدم المقام

$2\sqrt{1-\cos x}=0$

إما $2=0$ مستحيلة

$\sqrt{1-\cos x}=0$

$1-\cos x=0$

$\cos x=1$

$x=2\pi k$ قانون

$D=\mathbb{R}\setminus\{2\pi k\}$

التمرين الثاني :

$$Z_1=\frac{\sqrt6}{2}-\frac{\sqrt2}{2}i$$

$$r=\sqrt{\frac{6}{4}+\frac{2}{4}}=\sqrt2$$

$$\cos\theta=\frac{\sqrt6}{2\sqrt2}=\frac{\sqrt3}{2}$$

$$\sin\theta=\frac{-\sqrt2}{2\sqrt2}=-\frac12$$

$$\theta=\frac{-\pi}{6}$$

$$Z_1=\sqrt2\left[\cos\frac{-\pi}{6}+i\sin\frac{-\pi}{6}\right]$$

$$Z_2=1-i$$

$$r=\sqrt2$$

$$\cos\theta=\frac{1}{\sqrt2}$$

$$\sin\theta=\frac{-1}{\sqrt2}$$

$$\theta=\frac{-\pi}{4}$$

$$Z_2=\sqrt2\left[\cos\frac{-\pi}{4}+i\sin\frac{-\pi}{4}\right]$$

$$\frac{Z_1}{Z_2}=\frac{\sqrt2\left[\cos\frac{-\pi}{6}+i\sin\frac{-\pi}{6}\right]}{\sqrt2\left[\cos\frac{-\pi}{4}+i\sin\frac{-\pi}{4}\right]}$$

$$=\cos\frac{\pi}{12}+i\sin\frac{\pi}{12}$$

ترميز الوضعية لها علاقة في السلم

2

$$\frac{\sqrt{6}-i\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{1-i}$$

$$= \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}\,i}{2-2i} = \frac{(\sqrt{6}-\sqrt{2}\,i)(2+2i)}{8}$$

$$= \frac{2\sqrt{6}+2i\sqrt{6}-2i\sqrt{2}-2\sqrt{2}\,i^2}{8}$$

$$\frac{2\sqrt{6}+2i\sqrt{6}+2i(\sqrt{6}-\sqrt{2})}{8}$$

$$\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}\,i$$

بالمطابقة بين الشكل الجبري والشكل المثلثي

$$\cos\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$$

$$\sin\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$$

3

$$Z' = Z + w$$

صورة b وفق الانسحاب شعاعه $w = -1-4i$

أي شعاعه $(-1, -4)$

4

$$Z - w = e^{i\theta}[Z - w]$$

$$\cancel{Z_3 - (2-i) = e^{\frac{2\pi}{3}i}\left[\frac{\sqrt{6}-i\sqrt{2}}{2} - (2-i)\right]}$$

$$Z_3 - (2-i) = e^{2\pi/3\, i}\,[Z_2 - (2-i)]$$

$$Z_3 - 2 + i = \left[\frac{-1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}\right]\left[(1-i) - (2-i)\right]$$

$$Z_3 - 2 + i = \frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2}$$

$$Z_3 = \frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2} + 2 + i$$

$$Z_3 = \frac{5}{2} - \frac{\sqrt{3}+2}{2}\,i$$

التمرين الثالث:

نص السؤال:

$U_0 = 2$ $\quad (U_n)_{n\geq 0}$

$$U_{n+1} = \frac{U_n}{2} + \frac{1}{U_n}$$

1 أثبت أن $U_n > 0$

نفرض $E(n): U_n > 0$

- نبرهن صحة العلاقة من أجل العدد المعز

أو نكتب نبرهن $E(0)$

أي سنبرهن $U_0 \overset{?}{>} 0$

$2 > 0$ محققة

- نفرض صحة العلاقة من أجل n

أو نكتب نفرض $E(n)$ صحيحة

$U_n > 0$ صحيحة *

- نبرهن $E(n+1)$ صحيحة

أي سنبرهن $U_{n+1} > 0$

وهي صحيحة لأن

$U_n > 0 \qquad U_n > 0$

$\frac{U_n}{2} > 0 \quad , \quad \frac{1}{U_n} > 0$

$$\underbrace{\frac{U_n}{2} + \frac{1}{U_n}}_{U_{n+1}} > 0$$

إذا الحدود اقتربت من نقطة التقاطع
متتالية متقاربة

ملاحظة: مجموع مقدارين موجبين مقدار موجب

$\boxed{2}$ المتتالية معرفة بالشكل $u_{n+1} = f(u_n)$
عين f المعرف على $]0,+\infty[$
الحل:

$$f(x) = \frac{x}{2} + \frac{1}{x}$$

$\boxed{3}$ ادرس التغيرات، ارسم C ثم ارسم $d : x = y$ بعد إيجاد إحداثيات نقطة التقاطع بين d و C

$$\lim_{x \to 0^+} f(x) = +\infty$$

$x = 0$ مقارب شاقولي

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$$

$$f'(x) = \frac{1}{2} - \frac{1}{x^2}$$

$$f'(x) = 0$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{x^2} = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{x^2}$$

$$x^2 = 2 \Rightarrow x_1 = \sqrt{2} , x_2 = -\sqrt{2}$$

مرفوضة لا ينتمي إلى D

x	0		$\sqrt{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$\sqrt{2}$	$\nearrow$	$+\infty$

$$f(\sqrt{2}) = \sqrt{2}$$

قيمة حدية صغرى

$x = 0$ C_f

$$f(x) = 0 \Rightarrow 0 = \frac{x}{2} + \frac{1}{x}$$

$$\frac{x}{2} = \frac{-1}{x}$$

$x^2 = -2$ مستحيلة

$(\sqrt{2}, \sqrt{2})$

نقطة التقاطع بين C و d

$$\frac{x}{2} + \frac{1}{x} = x$$

$$\frac{x^2 + 2}{2x} = x$$

$$x^2 + 2 = 2x^2$$

$$x^2 + 2 = 0$$

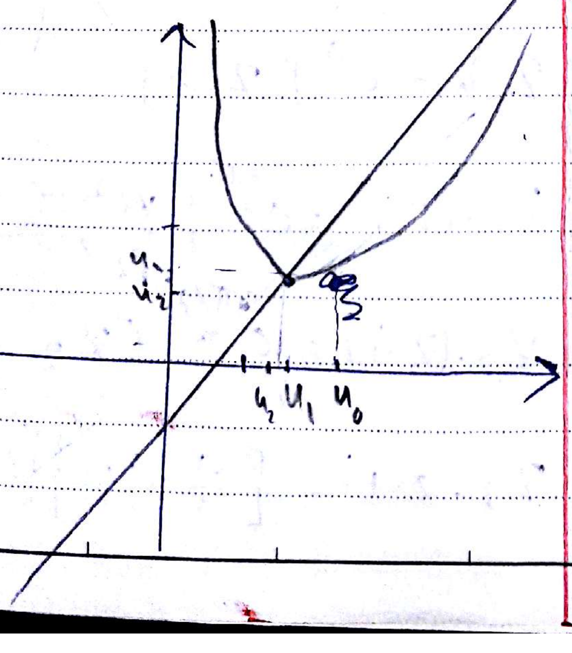
$$x^2 = 2$$

لما $x_1 = \sqrt{2} \Rightarrow$

$$f(\sqrt{2}) = \sqrt{2}$$

النقطة $(\sqrt{2}, \sqrt{2})$

أما $x_2 = -\sqrt{2}$ مرفوضة



(4) مثل حدود المتتالية على محور الفواصل
u_0 ، u_1 ، u_2 ثم خمن جهة الاطراد و
التقارب وهل هي محدودة

الحل:

التمثيل في الرسم

جهة الاطراد: متناقصة

التقارب: متقاربة لأنها تقترب
من نقطة التقاطع

محدودة

(5) برهن بالتراجع

$\sqrt{2} \le u_{n+1} < u_n$

نفرض الخاصية $E(n)$

نبرهن $E(0)$

$\sqrt{2} \le u_1 < u_0$

$2 \le \frac{3}{2} < 2$

محققة

نفرض $E(n)$ صحيحة

* $\sqrt{2} \le u_{n+1} < u_n$ محققة

نبرهن $E(n+1)$ انطلاقا من *

$f(\sqrt{2}) \le f(u_{n+1}) < f(u_n)$

$\sqrt{2} \le u_{n+2} < u_{n+1}$

محققة

Scanned by CamScanner

عندما يعامد مستقيم مستوي فإن شعاع توجيهه هو الناظم

المسألة الأولى:

1) أ.
$M(x, y, z)$

$AM = BM$

$$\sqrt{(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2} = \sqrt{(x-2)^2+(y-1)^2+(z-3)^2}$$

نربع

$$(x-1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2 = (x-2)^2+(y-1)^2+(z-3)^2$$

نفك ونحل فنتج المعادلة

$$3x-y+2z-4=0$$

ب.

$AM = BM$ تمثل مستوي محوري للقطعة $[AB]$

نفرض I منتصف AB

$$I\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, 2\right)$$

$$\vec{n} = \vec{AB} = (3, -1, 2)$$

$$a(x-x_I)+b(y-y_I)+c(z-z_I)=0$$

نعوض نجد نفس المعادلة

$$3x-y+2z-4=0$$

2)
$$A(-1, 2, 1)$$

$$\vec{n}_Q = \vec{n}_P = (3, -1, 2)$$

$$a(x-x_A)+b(y-y_A)+c(z-z_A)=0$$

$$3(x+1)-1(y-2)+2(z-1)=0$$

$$3x-y+2z+3=0$$

3) $\vec{u}_d = \vec{n}_P$

$$\left.\begin{array}{l} x = x_c + at \\ y = y_c + bt \\ z = z_c + ct \end{array}\right\} t \in R$$

نعوض

$$\left.\begin{array}{l} x = 0+3t \\ y = -1-t \\ z = 2+2t \end{array}\right\} t \in R$$

4)

نعوض المعادلات الوسيطية لـ D بـ Q:

$$3(3t)-(-1-t)+2(2+2t)+3=0$$

$$9t+1+t+4+4t+3=0$$

$$14t=-8 \Rightarrow t=\frac{-8}{14}=\frac{-4}{7}$$

نعوض t في المعادلات الوسيطية

$$x = 3\left(\frac{-4}{7}\right) = \frac{-12}{7}$$

$$y = -1+\frac{4}{7} = \frac{-3}{7}$$

$$z = 2+2\left(\frac{-4}{7}\right) = \frac{6}{7}$$

$$E\left(\frac{-12}{7}, \frac{-3}{7}, \frac{6}{7}\right)$$

5) نتبع خطوات بعد نقطة عن مستقيم

1) نكتب المعادلات الوسيطية لـ D

$$\left.\begin{array}{l} x = 3t \\ y = -1-t \\ z = 2+2t \end{array}\right\} t \in R$$

Farah Notebook

② نكتب معادلة مستوي يمر من A وناظمه $\vec{U}_d$
وهو نفسه Q

$3x - y + 2z + 3 = 0$

③ نعوض المعادلات الوسيطية لـ D في Q

$t = -\frac{9}{7}$ بالتعويض نجد $E = \left(\frac{-12}{7}, \frac{-3}{7}, \frac{6}{7}\right)$

$AE = \sqrt{\left(\frac{-12}{7}+1\right)^2 + \left(\frac{-3}{7}-2\right)^2 + \left(\frac{6}{7}-1\right)^2} = \frac{\sqrt{315}}{7}$

⑥ نفرض G منتصف AC

$G\left(\frac{-1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$

$\vec{n} = \vec{AC} = (1, -3, 1)$

$1\left(x+\frac{1}{2}\right) - 3\left(y-\frac{1}{2}\right) + 1\left(z-\frac{3}{2}\right) = 0$ متعامدًا

$x - 3y + z + \frac{1}{2} = 0$

المسألة الثانية:

1) $1-x \in R\setminus\{0,1\}$

$f_1 = \frac{\frac{-x}{2} + \ln\left|\frac{x-1}{x}\right| + \frac{-(1-x)}{2} + \ln\left|\frac{1-x-1}{x}\right|}{2}$

$\frac{\ln\left|\frac{x-1}{x} \cdot \frac{-x}{x}\right| - \frac{1}{2}}{2}$

$\frac{\ln|-1| - \frac{1}{2}}{2} = -\frac{1}{4} = f_2$

2) شرط مركز التناظر لنقطة (a,b)

$f(2a-x) + f(x) = 2b$

أو

$\frac{f(2a-x) + f(x)}{2} = b$

الحل: $x \in R\setminus\{0,1\}$ فإن $1-x \in R\setminus\{0,1\}$
من الطلب الأول

$\frac{f(x) + f(1-x)}{2} = \frac{-1}{4}$ *

بالمطابقة بين القانونين 2 و *

$b = -\frac{1}{4}$ نحقق

$2a = 1$

$f(x) = f(x)$

عندما نفرغ القيمة المطلقة دائماً المجالات مفتوحة

/ /

$$f(2a-x) = f\left(\frac{1}{2}\times 2 - x\right) = f(1-x)$$

محققة

$\Rightarrow \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$ مركز تناظر

3 تابع القيمة المطلقة

ملاحظة

$$f(x) = |x| \begin{cases} x \; ; \; x > 0 \\ -x \; ; \; x < 0 \end{cases}$$

$$f(x) = |x-3| \begin{cases} x-3 \; ; \; x-3 > 0 \Rightarrow x > 3 \\ -(x-3) \; ; \; x-3 < 0 \Rightarrow x < 3 \end{cases}$$

الحل:

$\left|\frac{x-1}{x}\right|$ إذا $\frac{x-1}{x} > 0$ أي $x \in]-\infty, 0[\cup]1, \infty[$

إذا $\frac{x-1}{x} < 0$ أي $x \in]0,1[$

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
الإشارة		$+$	||	$-$	0	$+$	
		موجبة		سالبة		موجبة	

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{x}{2} + \ln\left(\frac{x-1}{x}\right) \; ; \; x \in]-\infty, 0[\cup]1, +\infty[\\ -\frac{x}{2} + \ln\left(\frac{-x+1}{x}\right) \; ; \; x \in]0, 1[\end{cases}$$

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \to 0^-} f(x) = +\infty \quad x=0 \text{ مقارب شاقولي}$$

$$\lim_{x \to 1} f(x) = -\infty \quad x=1 \text{ مقارب شاقولي}$$

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \to 0^+} f(x) = +\infty \quad x=0 \text{ مقارب شاقولي}$$

$$\lim_{x \to 1} f(x) = -\infty \quad x=1 \text{ مقارب شاقولي}$$

نشتق التابع الأول:

$$f'(x) = \frac{-1}{2} + \frac{\left(\frac{x-1}{x}\right)'}{\frac{x-1}{x}}$$

$$\frac{-1}{2} + \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x}$$

$$f'(x) = 0$$

$$\frac{-1}{2} + \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x} = 0$$

$$\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{x - x + 1}{x^2 - x} = \frac{1}{2}$$

$\ln($عدد أكبر من ١$) =$ عدد سالب

$|x| =$ عدد

لما $x =$ عدد

و $x = -$عدد

$$\frac{1}{x^2 - x} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}(x^2 - x) = 1$$

$\times 2$ $\quad x^2 - x - 2 = 0$

$(x-2)(x+1) = 0$

لما $x = 2$ $\quad f(2) = -1 + \ln\frac{1}{2} = -1 - \ln 2$

و $x = -1$ $\quad f(-1) = \frac{1}{2} + \ln 2$

نشتق السؤال الثاني

$$f'(x) = -\frac{1}{2} + \frac{-1}{-x+1} - \frac{1}{x}$$

$f'(x) = 0$

$$\frac{-1}{-x+1} - \frac{1}{x} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{-x + x - 1}{x(-x+1)} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{-1}{-x^2 + x} = \frac{1}{2}$$

$x = 2 \notin]0,1[$ مرفوض

$x = -1 \notin]0,1[$ مرفوض

متجاورتان

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	||	$-$	||	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$\frac{1}{2}+\ln 2$	$\nearrow$	$+\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	$-\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	$-1-\ln 2$	$\searrow$	$-\infty$

$y = -\frac{1}{2}x$ $\quad$ 3

$$f(x) - y_0 = \frac{x}{2} + \ln\left|\frac{x-1}{x}\right| - \frac{1}{2}x$$

$$= \ln\left|\frac{x-1}{x}\right|$$

$$\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = \lim_{x \to \pm\infty} \ln\left|\frac{x-1}{x}\right| = 0$$

$\Leftarrow$ $y = -\frac{1}{2}x$ مقارب مائل

دراسة الوضع النسبي :

$$\ln\left|\frac{x-1}{x}\right| = 0$$

$$\left|\frac{x-1}{x}\right| = 1$$

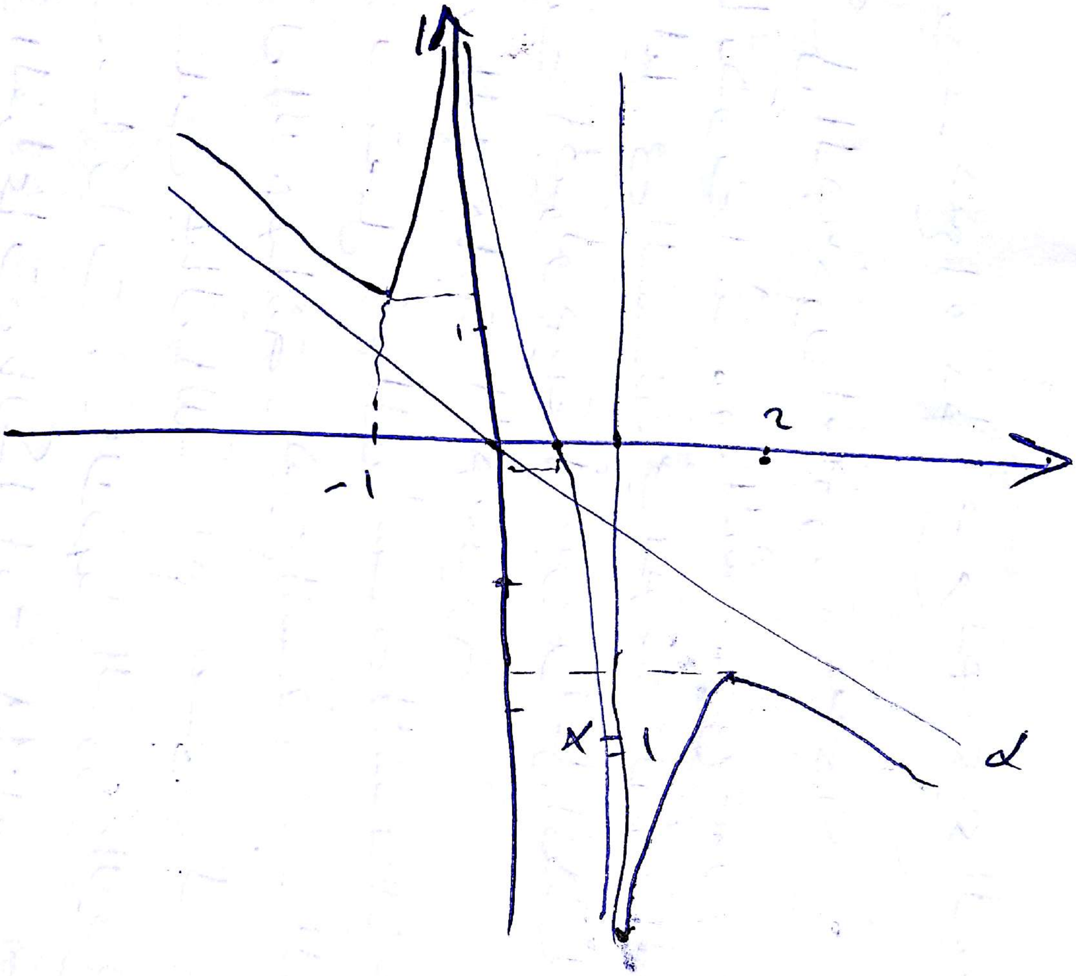
إما $\frac{x-1}{x} = 1$ $\quad$ مستحيلة

أو $\frac{x-1}{x} = -1$

$x - 1 = -x$

$2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$

Farah



نلاحظ $g(x) = f(-x)$

⇐ C' نظير C بالنسبة لمحور التراتيب

الثالث الثانوي العلمي

مدة الاختبار: 3 ساعات.

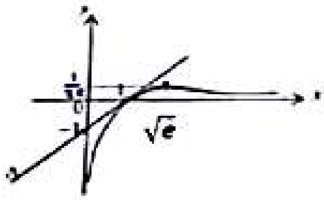
مركز أونلاين التعليمي

امتحان نهائي (2)

رياضيات 2020 (دورة كورونا)

أولاً: أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاثة الآتية: (45 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: نتأمل في الشكل المجاور C الخط البياني للتابع f المعرف على $]0,+\infty[$



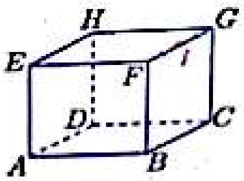
1. احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to0^+} f(x)$ واستنتج معادلة كل مقارب
2. احسب $f(\sqrt{e})$ و $f(1)$ و $f'(1)$
3. جد حلول المعادلة $f(x)=0$
4. اكتب معادلة المماس في نقطة فاصلتها 1
5. جد حلول المعادلة $f'(x)\geq 0$

السؤال الثاني: احسب المجموع $S=\frac{1}{2}+1+\frac{3}{2}+2+\frac{5}{2}+3+\cdots+10$

السؤال الثالث: ليكن التابع f المعرف على R وفق: $f(x)=x^3-x^2+x-2$ علّل لماذا يكون للمعادلة $f(x)=0$ حل وحيد في المجال $]1,2[$

ثانياً: أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاثة الآتية: (45 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: $ABCDEFGH$ مكعب و I منتصف الحرف $[FG]$



1. عين النقطة M التي تحقق العلاقة: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{FI}=\overrightarrow{AM}$
2. أثبت صحة العلاقة: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CF}=\overrightarrow{AF}+\overrightarrow{CB}$
3. أثبت صحة العلاقة: $\overrightarrow{FE}+\overrightarrow{FB}+\overrightarrow{FG}=\overrightarrow{FD}$

السؤال الثاني: حل في C المعادلة $z^2=-7+24i$

السؤال الثالث: كم كلمة من ثلاثة حروف مختلفة يمكننا تكوينها انطلاقاً من حروف كلمة $CORONA$

ثالثاً: حل التمارين الثلاثة الآتية: (70 للأول، 80 للثاني، 70 للثالث)

التمرين الأول: لتكن $(u_n)_{n\geq0}$ متتالية معرفة على N^* وفق: $u_n=\ln(\frac{n+1}{n})$

1. جد نهاية هذه المتتالية
2. نضع $S_n=u_1+u_2+\cdots+u_n$
   أثبت أن $S_n=\ln(n+1)$ ثم أوجد نهاية $(S_n)_{n\geq1}$
3. أثبت أنه مهما كان العدد الطبيعي الموجب تماماً n كان: $1^3+2^3+\cdots+n^3=\frac{n^2(n+1)^2}{4}$

التمرين الثاني: المثلثان ABC و $A'B'C'$ معرفان بالأعداد العقدية التي تمثل رؤوسهما:

$c'=4+i\ ,\ b'=3-i\ ,\ a'=-2+3i$ $\qquad$ $c=2+i\ ,\ b=2+3i\ ,\ a=1-i$

1. احسب العدد العقدي الممثل للشعاع $\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{BB'}+\overrightarrow{CC'}$
2. جد العدد العقدي الممثل للنقطة G مركز ثقل المثلث ABC
3. أثبت أن G هي مركز ثقل المثلث $A'B'C'$
4. احسب العدد العقدي الممثل للنقطة D التي تجعل $ABCD$ متوازي أضلاع
5. وضع النقاط A, B, C في شكل 6. احسب أطوال اضلاع المثلث ABC وبين إذا كان مثلثاً قائماً في C

أ. فارس جقل – اللاذقية – دورات (ر.ف.ك) – هاتف 0955186517

التمرين الثالث : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق : $f(x) = x + \sqrt{|4x^2 - 1|}$

① ادرس نهاية f عند $-\infty$ وعند $+\infty$

② 1) احسب $\lim_{x\to+\infty}(f(x) - 3x)$ 2) احسب $\lim_{x\to-\infty}(f(x) + x)$

③ 1) استنتج أن الخط C يقبل مستقيمين مقاربين مائلين Δ_1, Δ_2 يطلب إيجاد معادلتيهما

2) ادرس الوضع النسبي للخط C وكل من المقاربين Δ_1, Δ_2

رابعاً : حل المسألتين الآتيين : (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى : في معلم متجانس $(o; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لدينا النقاط $A(3,2,6)$, $B(1,2,4)$, $C(4,-2,5)$ والمستوي (P) الذي معادلته $P: 2x + y - 2z + 4 = 0$ والمطلوب :

1. أثبت أن النقاط A, B, C تعين مستويا
2. تحقق أن P هو المستوي (ABC)
3. أثبت أن المثلث ABC قائم
4. اكتب تمثيل وسيطي للمستقيم d المار بالنقطة O و العمودي على P
5. أوجد إحداثيات النقطة K المسقط العمودي للنقطة O على P
6. اكتب معادلة الكرة التي مركزها O وتمس المستوي P

المسألة الثانية : ليكن f التابع المعرف على $]0, +\infty[$ وفق : $f(x) = \frac{x + \ln x}{x}$ خطه البياني C و المطلوب :

1. أوجد النهايات عند أطراف مجموعة تعريف التابع واستنتج المستقيمات المقاربة للخط C ، ادرس الوضع النسبي لكل مقارب مع الخط C
2. ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولا بها ، دل على قيمته الكبرى محليا
3. أثبت أن للمعادلة $f(x) = 0$ جذر وحيد α و أن $\frac{1}{2} < \alpha < 1$
4. اكتب معادلة المماس T للخط البياني C في نقطة منه فاصلتها $x = 1$
5. ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم المماس T والخط البياني C في معلم متجانس
6. نعرف المتتالية $(u_n)_{n\geq 3}$ حيث $u_n = 1 + \frac{\ln(n)}{n}$ أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 3}$ متناقصة

انتهت الأسئلة .. 🙂

مع أطيب الأمنيات لكم بالنجاح 💙

أ. فارس جقل – اللاذقية – دورات (ر.ف.ك) – هاتف 0955186517

أولاً: السؤال الأول:

1) $\lim_{x\to+\infty} f(x)=0$

$y=0$ مقارب أفقي.

$\lim_{x\to 0^+} f(x)=-\infty$

$x=0$ مقارب شاقولي.

2) $f(1)=1$, $f(1)=0$, $f(\sqrt{e})=\frac{1}{2e}$

3) $x=1$

4) $y=x-1$

5) $]0,\sqrt{e}]$ ~~[illegible]~~ .

السؤال الثاني: $S=20\frac{\frac{1}{2}+10}{2}=105$

السؤال الثالث:

$\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

$\lim_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$

f اشتقاقي على R.

$f'(x)=3x^2-2x+1>0$

x	$-\infty$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$

التابع f مستمر و متزايد تماماً على R.

فهو مستمر ومتزايد تماماً على $]1,2[$.

$f(1)\times f(2)=-4<0$

$\Leftarrow$ للمعادلة حل وحيد أي $(0\in f(]1,2[))$

$=]-1,4[$

3

①

ثانيا:

السؤال الأول:

|1| $\vec{AB}+\vec{AE}+\vec{FI}=\vec{AM}$

$\vec{AF}+\vec{FI}=\vec{AM}$

$\vec{AI}=\vec{AM}$

I منطبق على M.

|2| $\vec{AB}+\vec{CF}=\vec{AF}+\vec{CD}$

$l_1=\vec{AF}+\vec{FB}+\vec{CF}$

$\vec{AF}+\vec{CB}=l_2$

|3| $\vec{FE}+\vec{FB}+\vec{FG}=\vec{FD}$

$l_1=\vec{FA}+\vec{FG}$

$=\vec{FA}+\vec{AD}=\vec{FD}=l_2$

السؤال الثاني:

نفرض $x+iy$ جذر $-7+24i$

$x^2-y^2=-7$ ---- (1)

$x^2+y^2=25$ ---- (2)

$x.y=12$ --- (3)

نجمع (1) مع (2):

إما $x=3$

أو $x=-3$

$x=3 \Rightarrow y=4$

$x=-3 \Rightarrow y=-4$

$\Leftarrow$ الجذر الأول $3+4i$

الجذر الثاني $-3-4i$

السؤال الثالث:

عدد طرق اختيار الحرف الأول 5

عدد طرق اختيار الحرف الثاني 4

عدد طرق اختيار الحرف الثالث 3

$\Rightarrow 5\times4\times3=60$

ثالثا: (10)

التمرين الأول:

|1| $\lim_{n\to\infty} U_n=\ln 1=0$

|2| $S_n=\ln 2+\ln\frac{3}{2}+\dots+\ln\frac{n+1}{n}$

$=\ln\left[2\times\frac{3}{2}\times\dots\times\frac{n+1}{n}\right]$

$=\ln(n+1)$

$\lim_{n\to\infty} S_n=+\infty$

|3| $E_n=1^3+2^3+\dots+n^3=\frac{n^2(n+1)^2}{4}$

◆ نبرهن صحة $E(1)$:

$1^3=\frac{1(1+1)^2}{4}$

$1=1$

◆ نفرض E_n: صحيحة

$E_n=1^3+2^3+\dots+n^3=\frac{n^2(n+1)^2}{4}$

◆ نبرهن صحة $E(n+1)$:

$l_1=1^3+2^3+\dots+n^3+(n+1)^3$

$=\frac{n^2(n+1)^2}{4}+(n+1)^3$

$=\frac{(n+1)^2(n+2)^2}{4}$

التمرين الثاني:

|1| $z=\vec{AA'}+\vec{BB'}+\vec{CC'}=$

$\dots=a'-a+b'-b+c'-c=0$

|2| $z_G=\frac{5}{3}+i$

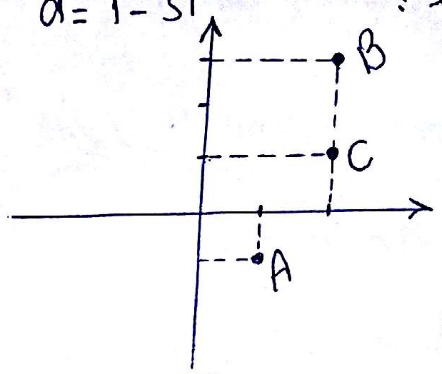
|3| $\frac{a'+b'+c'}{3}=\frac{5}{3}+i=z_G$

|4| $\frac{a+c}{2}=\frac{b+d}{2}$ القطران متناصفان

2 3

نعوض فنجد : $d = 1 - 3i$

|2|



|6|

$AB = \sqrt{17}$

$AC = \sqrt{5}$

$BC = 2$

$(\sqrt{17})^2 \neq (\sqrt{5})^2 + (2)^2$

المثلث ليس قائم.

التمرين الثالث : |1|

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$

|2|

$(f(x) - 3x) = x + \sqrt{4x^2 - 1} - 3x$

$= \sqrt{4x^2-1} - 2x$

نضرب بالمرافق :

$= \dfrac{-1}{\sqrt{4x^2-1} + 2x}$

$\Rightarrow \lim = 0 \Rightarrow y = 3x$ مقارب مائل

$(f(x) + x) = \dfrac{-1}{\sqrt{4x^2-1} - 2x}$

$\Rightarrow \lim = 0$

$\Leftarrow$ مقارب مائل $d: y = -x$

الوضع النسبي $y = 3x$

x	$-\infty$	$1/2\sqrt{2}$	$+\infty$
	+	0	−
	Δ_1 فوق C		Δ_1 تحت C

$\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}, \frac{3}{2\sqrt{2}}\right)$ نقطة تقاطع.

	$-\infty$	$\frac{-1}{2\sqrt{2}}$	$+\infty$
	−	0	+
	Δ_2 تحت C		Δ_2 فوق C

الوضع النسبي $y = -x$

$\left(\frac{-1}{2\sqrt{2}}, \frac{1}{2\sqrt{2}}\right)$

المسألة الأولى:

1) $\vec{AB}(-2,0,-2)$, $\vec{AC}(1,-4,-1)$

$\frac{-2}{1} \neq \frac{0}{-4}$

الشعاعان غير مرتبطان خطياً
فالنقاط A , B , C لا تقع على استقامة واحدة
فهي تعيّن مستوٍ .

2) نعوض النقطة A في معادلة المستوي P:

$2(3)+2-2(6)+4=0$

$0=0 \Rightarrow A \in P$

نعوض النقطة B في معادلة المستوي:

$2(1)+2-2(4)+4=0$

$0=0 \Rightarrow B \in P$

نعوض النقطة C في معادلة المستوي:

$2(4)-2-2(5)+4=0$

$0=0$ ⇐ P هو المستوي (ABC) .

• طريقة ثانية: نفرض $\vec{n}$ ناظم

$\vec{n}\cdot\vec{AB}=0 \Rightarrow 2a-2c=0 \quad \ldots (1)$

$\vec{n}\cdot\vec{AC}=0 \Rightarrow a-4b-c=0 \quad \ldots (2)$

نفرض: $a=2$

$\Rightarrow \vec{n}(2,1,-2)$

$2(x-3)+1(y-2)-2(z-6)=0$

$\Rightarrow 2x+y-2z+4=0$

3) $\vec{AB}\cdot\vec{AC}=(-2,0,-2)\cdot(1,-4,-1)=0$

الشعاعان متعامدان ⇐ المثلث قائم في A
أو عكس فيثاغورث:

$AB=\sqrt{8}$, $AC=\sqrt{18}$, $BC=\sqrt{26}$

$\Rightarrow 26=26$

4)
$$\left.\begin{aligned} x &= 2t \\ y &= t \\ z &= -2t \end{aligned}\right\} t \in R$$

5) نعوض المعادلات في P:

$2(2t)+t-2(-2t)+4=0$

$\Rightarrow t=\frac{-4}{9}$

نعوض t:
$x=2\left(\frac{-4}{9}\right)=\frac{-8}{9}$

$y=\frac{-4}{9}$, $z=\frac{8}{9}$

$\Rightarrow K\left(\frac{-8}{9},\frac{-4}{9},\frac{8}{9}\right)$

6) dist (O, P)

$R=\frac{|2(0)+(0)-2(0)+4|}{\sqrt{4+1+4}}=\frac{4}{3}$

$(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2=R^2$

$\Rightarrow x^2+y^2+z^2=\frac{16}{9}$; $O(0,0,0)$

وهي معادلة الكرة

المسألة الثانية: I) 1)

$f(x)=\frac{x+\ln x}{x}$

$D_f=]0,+\infty[$

$\lim_{x\to 0^+} f(x)=-\infty$

x=0 مقارب شاقولي (أو yy') (أو نحو oy)

$\lim_{x\to+\infty} f(x)=1+0=1$

y=1 مقارب أفقي.

الوضع النسبي:

$f(x)-y=\frac{\ln x}{x}$

x	0		1		$+\infty$
$f(x)-y$		$-$		$+$	
الوضع النسبي		Δ تحت C		Δ فوق C	

(1,1) نقطة تقاطع.

2) اتجاه f على $]0,+\infty[$

$f'(x)=\frac{x(1+\frac{1}{x})-(x+\ln x)}{x^2}=\frac{1-\ln x}{x^2}$

$f'(x)=0 \Rightarrow 1-\ln x=0 \Rightarrow x=e$

$f(e)=\frac{1+e}{e}$ (قيمة حدية كبرى)

x	0		e		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$\frac{1+e}{e}$	↘	1

3

(3) التابع مستمر ومتزايد تماماً على المجال $]0,e[$

$0 \in f(]0,e[) =]-\infty, \frac{1+e}{e}[$

$\Leftarrow$ للمعادلة $f(x)=0$ جذر وحيد

$\alpha \in]0,e[$

كذلك:

$0 \notin f(]e,+\infty[) =]1, \frac{1+e}{e}[$

$\Leftarrow$ ليس للمعادلة حل في $]e,+\infty[$.

نلاحظ:

$f(\frac{1}{2}) \times f(1) = 1-2\ln 2 \times 1 < 0$

$\Rightarrow \alpha \in]\frac{1}{2},1[$

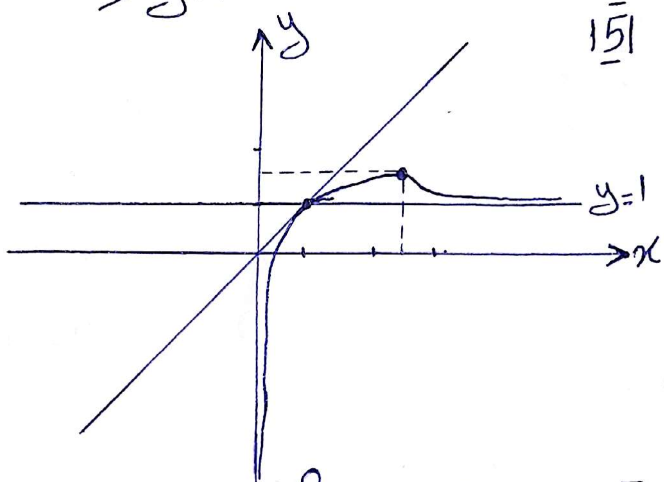
(4)

$y - f(x) = f'(a)[x-a]$

$y-1 = 1(x-1)$

$\Rightarrow y = x$

(5)



(6) $U_n = f(n)$ ~~...~~

~~من الجدول f متناقص على المجال $[e,+\infty[$~~

~~$\Leftarrow$ المتتالية متناقصة بدءاً من حدودها الأول 3~~

من الجدول f مستمر ومتناقص على المجال $[e,+\infty[$

فهو متناقص على $[3,+\infty[$

$\Leftarrow (U_n)$ متناقصة.

الثالث الثانوي العلمي

مدة الاختبار: 3 ساعات.

مـركـز أونـلايـن الـتـعـلـيـمـي

امتحان نهائي ③

رياضيات 2020(دورة كورونا)

مركز أونلاين التعليمي

أولاً : أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاثة الآتية : (45 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : الجدول المجاور يمثل تغيرات التابع f وخطه البياني C :

x	$-\infty$	-2		1		$+\infty$
$f'(x)$	$+$	‖	$+$	‖	$+$	
$f(x)$	$1 \nearrow +\infty$	‖	$-\infty \nearrow +\infty$	‖	$-\infty \nearrow 1$	

1. ما مجموعة تعريف التابع
2. جد $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to1^-} f(x)$
3. اكتب معادلات المقاربات الشاقولية و الأفقية للخط البياني C
4. احسب $f(]-\infty,-2[)$ 5. جد حلول المعادلة $f'(x) < 0$

السؤال الثاني : يرمز $E(x)$ إلى الجزء الصحيح للعدد الحقيقي x . ليكن f التابع المعرف على المجال $[0,2]$ وفق :

$$f(x) = E(x) + (x - E(x))^2$$

1. اكتب $f(x)$ بعبارة مستقلة عن $E(x)$ 2. أثبت أن f مستمر على المجال $[0,2]$

السؤال الثالث : حل المعادلة $(e^x - 1)\left(e^x - \frac{1}{2}\right) = 0$ ثم حل المتراجحة $(e^x - 1)\left(e^x - \frac{1}{2}\right) \le 0$

ثانياً : أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاثة الآتية: (45 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : يريد طالب أن يدرس مواده السبعة بشكل متتابع

1. بكم طريقة يمكن أن يرتّب المواد لدراستها
2. بكم طريقة يمكن أن يرتّب المواد إذا كانت المادة الأولى هي الرياضيات و الأخيرة هي الفيزياء

السؤال الثاني : ادرس الوضع النسبي للمستقيمين :

$$(d): \begin{cases} x = 2t - 5 \\ y = t - 2 \\ z = -\frac{1}{2}t + 3 \end{cases} ;\ t \in R \quad , \quad (d'): \begin{cases} x = s + 2 \\ y = 2 \\ z = 2s + 5 \end{cases} ;\ s \in R$$

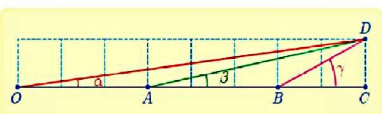
السؤال الثالث : جد عددين عقديين p, q كي تقبل المعادلة $z^2 + pz + q = 0$ العددين $1 + 2i$, $3 - 5i$ جذرين لها

ثالثاً : حل التمارين الثلاثة الآتية : (70 للأول ، 70 للثاني ، 80 للثالث)

التمرين الأول : ليكن التابع f المعرف على R وفق : $f(x) = 3sin^2x + 4cos^3x$

1. بين أن التابع f زوجي و2π و يقبل العدد 2π دوراً له
2. أثبت أن $f'(x) = 6\,cosx\,sinx(1 - 2cosx)$ ، عند كل عدد حقيقي x
3. ادرس تغيرات f على $[0,\pi]$
4. ارسم الخط البياني للتابع f على $[-2\pi, 2\pi]$

التمرين الثاني : تأمل الشكل حيث αوβوγ هي القياسات الأساسية للزوايا الموجهة $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OD}), (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}), (\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD})$بالترتيب :والمطلوب



1. اكتب كلا من الأعداد العقدية الآتية بالشكل الجبري ثم بالشكل الأسي $Z_{\overrightarrow{OD}}$ و$Z_{\overrightarrow{AD}}$ و$Z_{\overrightarrow{BD}}$
2. اكتب العدد العقدي $Z_{\overrightarrow{OD}} \cdot Z_{\overrightarrow{AD}} \cdot Z_{\overrightarrow{BD}}$ بالشكل الجبري ثم بالشكل الأسي
3. استنتج المجموع $\alpha + \beta + \gamma$

أ. فارس جقل – اللاذقية – دورات (ر.ف.ك) – هاتف 0955186517

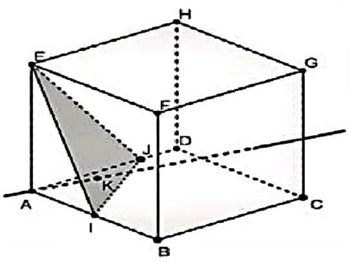
التمرين الثالث: المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ معرفة وفق : $u_0 = \frac{1}{2}$ وعند كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = -\frac{1}{3}{u_n}^2 + 2u_n$

1. نرمز بالرمز f إلى التابع المعرف على R وفق : $f(x) = -\frac{1}{3}x^2 + 2x$
   a. ادرس تغيرات f ونظم جدولا بها
   b. أثبت أنه إذا انتمى x إلى المجال $[0, 3]$، انتمى $f(x)$ إلى المجال $[0, 3]$
2. استنتج أن :
   a. العدد 3 عنصر راجح على المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ والعدد 0 عنصر قاصر عنها
   b . المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متزايدة
3. استنتج أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متقاربة واحسب نهايتها
4. استنتج مشتق التابع g المعرف على R وفق $g(x) = -\frac{1}{3}sin^2 x + 2sin\, x$

رابعاً : حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى :

ليكن $ABCDEFGH$ مُكعّباً طول حرفه يساوي4، ولتكن النقطة I منتصف $[AB]$ والنقطة J تحقق العلاقة $4\overrightarrow{AJ} = 3\overrightarrow{AD}$. نتأمل المعلم المتجانس $(A, \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}, \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}, \frac{1}{4}\overrightarrow{AE})$، والمطلوب:



1-جدْ احداثيات رؤوس المكعب والنقطتين I و J.
2-أثبت أنّ معادلة المستوي (EIJ) هي $6x + 4y + 3z - 12 = 0$.
3-اكتب التمثيل الوسيطي للمستقيم d المار من A وعمودياً على المستوي (EIJ)، ثمّ جدْ احداثيات النقطة K نقطة تقاطع d مع (EIJ).
4-احسب مساحة المثلث AEJ ثمّ استنتج حجم رباعي الوجوه $I - AEJ$
5-احسب بُعد A عن المستوي (EIJ) واستنتج مساحة المثلث EIJ.

المسألة الثانية : ليكن التابع f المعرف على $]0, +\infty[$ وفق : $f(x) = x - x\, lnx$

وليكن C خطه البياني في معلم متجانس .

1. أثبت أن التابع $f(x)$ يكتب بالشكل $f(x) = \sqrt{x}(\sqrt{x} - 2\sqrt{x}\, ln\sqrt{x})$
2. جد نهاية التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه
3. ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولا بها ودل على القيمة الحدية الكبرى
4. جد معادلة المماس T للخط البياني C عند النقطة التي فاصلتها 1
5. في معلم متجانس ارسم المماس T و الخط البياني C
6. نعرّف المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ حيث $u_n = n(1 - ln\, n)$ أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ متناقصة

انتهت الأسئلة .. 🙂

مع أطيب الأمنيات لكم بالنجاح 💙

أ. فارس جقل – اللاذقية – دورات (ر.ف.ك) – هاتف 0955186517

رابعاً

المسألة الأولى:

|1| $(A, \frac{1}{4}\vec{AB}, \frac{1}{4}\vec{AD}, \frac{1}{4}\vec{AE})$

$A(0,0,0)$, $B(4,0,0)$, $C(0,0,4)$

$D(0,4,0)$, $E(0,0,4)$, $G(4,4,4)$

$F(4,0,4)$, $H(0,4,4)$ $I(2,0,0)$

نفرض $J(x,y,z)$

$$4\begin{bmatrix}x\\y\\z\end{bmatrix} = 3\begin{bmatrix}0\\4\\0\end{bmatrix}$$

$$\left.\begin{array}{l}4x=0 \Rightarrow x=0\\ 4y=12 \Rightarrow y=3\\ 4z=0 \Rightarrow z=0\end{array}\right\} \Rightarrow J(0,3,0)$$

|2| $\vec{EI}(2,0,-4)$

$\vec{EJ}(0,3,-4)$

$\vec{IJ}(-2,3,0)$

نعوض النقطة E

$\Rightarrow 0=0$

نعوض النقطة J

$\Rightarrow 0=0$

نعوض النقطة I

$\Rightarrow 0=0$

أو: نوجد ناظم عمودي على الشعاعين.

|3| $x = 6t$
$y = 4t$; $t \in R$
$z = 3t$

نعوض t في المستوي:

$K(\frac{72}{61}, \frac{48}{61}, \frac{36}{61})$

|4| $S_{AEG} = 6$

$V = \frac{1}{3} \cdot S \cdot h = 4$

|5| الحجم $= \frac{12}{\sqrt{61}}$

$V_{I-AEJ} = V_{A-EIJ} \Rightarrow 6 = \frac{1}{3} S_{EIJ} \cdot h$

$\Rightarrow S_{EIJ} = \sqrt{61}$

المسألة الثانية: |1|

$\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2\sqrt{x}\ln\sqrt{x}) =$

$= x - 2x\ln\sqrt{x}$

$= x - x\ln(\sqrt{x})^2 = x - x\ln x$

أو: $f(x) = \sqrt{x}^2 - \sqrt{x}^2 \ln\sqrt{x}^2$

$= \sqrt{x}(\sqrt{x} - 2\sqrt{x}\ln\sqrt{x})$

|2| $\lim_{x\to 0^+} f(x) = 0 - 0 = 0$

لأن: $\lim_{x\to 0} x\ln x = 0$

$\lim_{x\to +\infty} f(x) = \lim_{x\to +\infty} x(1 - \ln x) = +\infty(-\infty) = -\infty$

$f'(x) = -\ln x$

$f'(x) = 0 \Rightarrow -\ln x = 0$

$\Rightarrow x = 1$

|3|

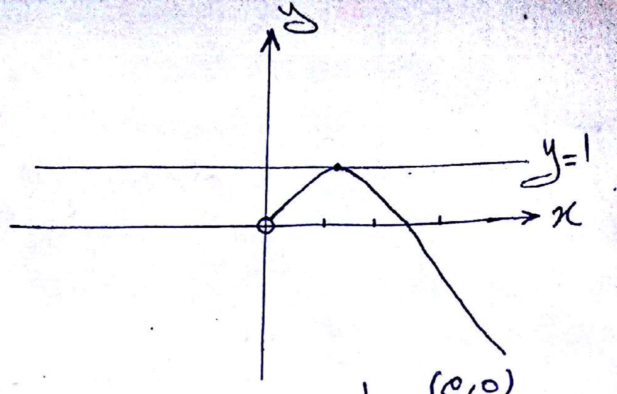
x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	‖ 0	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

$f(1) = 1$ (قيمة كبرى)

|4| معادلة المماس:

$y = 1$

|5| الرسم:



$(0,0)$ نقطة مساعدة.

6| $U_n = f(n)$

من جدول التابع f مستمر ومتناقص تماماً على المجال $]1,+\infty[$ $\Leftarrow$ المتتالية متناقصة.

التمرين الثالث: 1| a) $\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$

f اشتقاقي على $\mathbb{R}$.

$f'(x) = -\frac{2}{3}x + 2$

$f'(x) = 0 \Rightarrow x = 3$

$f(3) = 3$

x	$-\infty$		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

b) التابع f مستمر ومتزايد تماماً على $]0,3[$

$f(0)=0$, $f(3)=3$

$\Rightarrow f\,[0,3] = [0,3]$

$\Rightarrow f(x) \in [0,3]$

2| a)- $E(n): 0 \leq U_n \leq 3$

نبرهن $E(n)$: $0 \leq U_0 \leq 3$

$0 \leq \frac{1}{2} \leq 3$ محقق

نفرض $E(n)$ صحيحة: $0 \leq U_n \leq 3$

نبرهن صحة $E(n+1)$

$0 \leq U_n \leq 3$

$\leq f(U_n) \leq 3$

$0 \leq U_{n+1} \leq 3$

b) $U_{n+1} - U_n = \frac{U_n(3-U_n)}{3} \geq 0$

$\Leftarrow$ متزايدة.

3| المتتالية متزايدة ومحدودة من الأعلى فهي متقاربة.

لحل المعادلة $f(x) = x$ حيث f مستمر على $\mathbb{R}$ فهو مستمر على l

$\Rightarrow x = -\frac{1}{3}x^2 + 2x$

أو: $l = -\frac{1}{3}l^2 + 2l$

$\Rightarrow x = 0$ مرفوض

$\Rightarrow x = 3$ مقبول

4| $g'(x) = f'(\sin x)(\sin x)'$

$= (-\frac{2}{3}\sin x + 2)(\cos x)$

التمرين الثاني: 1|

$z_{\vec{OD}} = 8+i = \sqrt{65}\, e^{i\alpha}$

$z_{\vec{AD}} = 5+i = \sqrt{26}\, e^{i\beta}$

$z_{\vec{BD}} = 2+i = \sqrt{5}\, e^{i\delta}$

2| $z_{\vec{OD}} \cdot z_{\vec{AD}} \cdot z_{\vec{BD}} =$

$= \sqrt{65}\cdot\sqrt{26}\cdot\sqrt{5}\cdot e^{i(\alpha+\beta+\delta)} = (8+i)(5+i)(2+i)$

$65\sqrt{2}\, e^{i(\alpha+\beta+\delta)} = i^3 + 15i^2 + 66i + 80$

$65\sqrt{2}\, e^{i(\alpha+\beta+\delta)} = 65(1+i)$

بالمقارنة نجد:

$$\sqrt{2}\, e^{i(\alpha+\beta+\delta)} = \sqrt{2}\, e^{i\frac{\pi}{4}}$$

$$\Rightarrow \alpha+\beta+\delta = \frac{\pi}{4}$$

ثانياً س

التمرين الأول: [1] أياً كان $x \in R$ فإن $-x \in R$

$$f(-x) = 3\sin^2(-x) + 4\cos^3(-x)$$
$$= 3\sin^2 x + 4\cos^3 x = f(x)$$

أياً كان $x \in R$ فإن: $x+2\pi \in R$

$$f(x+2\pi) = 3\sin^2(x+2\pi) + 4\cos^3(x+2\pi)$$
$$= 3\sin^2 x + 4\cos^3 x = f(x)$$

[2]
$$f'(x) = 6\sin x\cos x - 12\cos^2 x\cdot\sin x$$
$$= 6\sin x\cos x\,(1 - 2\cos x)$$

[3] $f(0) = 4$, $f(\pi) = -4$

$f'(x) = 0$

إما: $\sin x = 0$
$\Rightarrow x = 0$

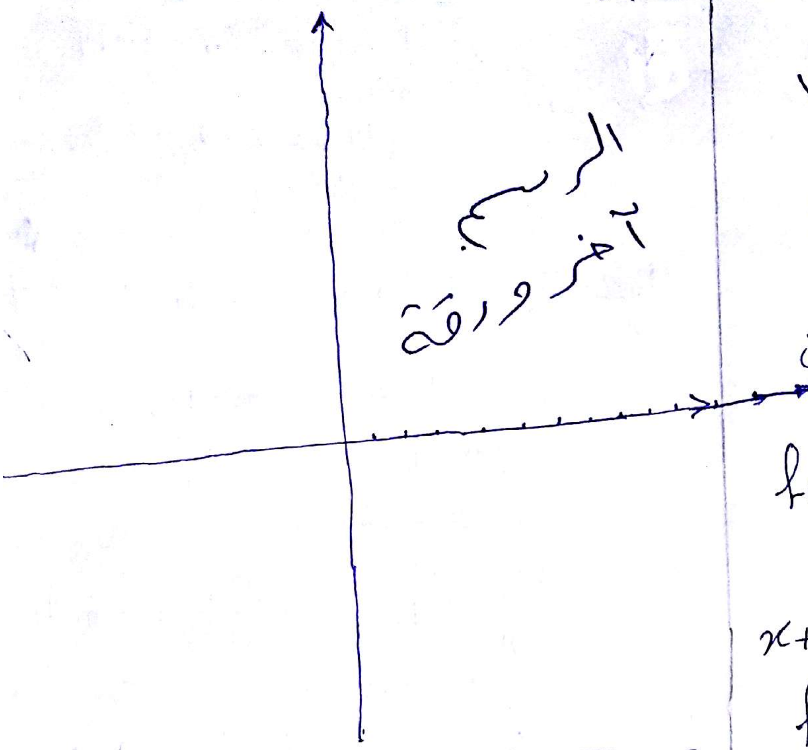
أو: $\cos x = 0$
$\Rightarrow x = \frac{\pi}{2}$

أو $1 - 2\cos x = 0$
$\Rightarrow x = \frac{\pi}{3}$

x	0		$\frac{\pi}{3}$		$\frac{\pi}{2}$		π
$f'(x)$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0
$f(x)$	4	$\searrow$	$\frac{11}{4}$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-4

[4] الرسم.

$E(n+1)$ نبرهن صحة



أولاً: س
السؤال الأول:

[1] $]-\infty,-2[\,\cup\,]-2,1[\,\cup\,]1,+\infty[$

[2]
$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = 1$$
$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = 1$$
$$\lim_{x\to 1^-} f(x) = +\infty$$

[3] $x = 1$, $x = -2$, $y = 1$

[4] $f(]-\infty,-2[) =]1,+\infty[$

[5] مستحيلة الحل أو ϕ
أو لا يوجد حلول.

السؤال الثاني: [1]

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & ; x \in [0,1[\\ x^2 - 2x + 2 & ; x \in [1,2[\\ 2 & ; x = 2 \end{cases}$$

[2] التابع f كثير حدود فهو مستمر على
$]0,1[$ و $[1,2[$

♦ ندرس الاستمرار عند 1:

$$\lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1} x^2 = 1 = f(1)$$

فالتابع مستمر عند (1) .

◆ ندرس الاستمرار عند 2 :

$$\lim_{x\to 2^-} f(x) = \lim_{x\to 2} (x^2-2x+2) = 2 = f(2)$$

فالتابع مستمر عند (2) .

$\Leftarrow$ f مستمر على $[0,2]$.

السؤال الثالث: شرط الحل في R

إما: $e^x = 1 \Rightarrow x = 0$

أو $e^x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \ln\frac{1}{2} = -\ln 2$

مجموعة حلول المتراجحة هي:

$$[-\ln 2 , 0]$$

ثانياً

السؤال الأول: طريقة أولى:

$\boxed{1}$

$$P_7^7 = 5040$$

طريقة ثانية:

عدد طرق اختيار المادة الأولى: 7

عدد طرق اختيار المادة الثانية: 6

عدد طرق اختيار المادة الثالثة: 5

عدد طرق اختيار المادة الرابعة: 4

عدد طرق اختيار المادة الخامسة: 3

عدد طرق اختيار المادة السادسة: 2

عدد طرق اختيار المادة السابعة: 1

◆ حسب المبدأ الأساسي في العد:

$$7\times6\times5\times4\times3\times2\times1 = 5040$$

$\boxed{2}$ طريقة أولى:

عدد طرق اختيار المادة الأولى: 1

" " " " الأخيرة: 1

" " " " الثانية: 5

عدد طرق اختيار المادة الثالثة: 4

" " " " الرابعة: 3

" " " " الخامسة: 2

" " " " السادسة: 1

◆ حسب المبدأ الأساسي في العد:

$$1\times1\times5\times4\times3\times2\times1 = 120$$

طريقة ثانية:

$$P_1^1 \times P_1^1 \times P_5^5 = 120$$

السؤال الثاني: $\boxed{1}$

$$\vec{u}_d = (2,1,-\frac{1}{2})$$

$$\vec{u}_{d'} = (1,0,2)$$

المركبات غير متناسبة $\Leftarrow$ الأشعة غير مرتبطة خطياً

$\Leftarrow$ إما متقاطعان أو متخالفان .

◆ حل جملة المعادلتين :

$$s+2 = 2t-5$$

$$t-2 = 2$$

$$t = 4$$ نجد:

نعوض في الأولى :

$$s+2 = 3 \Rightarrow s = 1$$

نعوض في (3) فنجد :

$$7 \neq 1$$

$\Leftarrow$ الجملة متناقضة والمستقيمان متخالفان

السؤال الثالث: (1p : $a(z-z_1)(z-z_2) =$

نفرض $\boxed{a=1}$

$$= [z-(3-5i)][z-(1+2i)]$$

$$= z^2+(-4+3i)z+13+i = 0$$

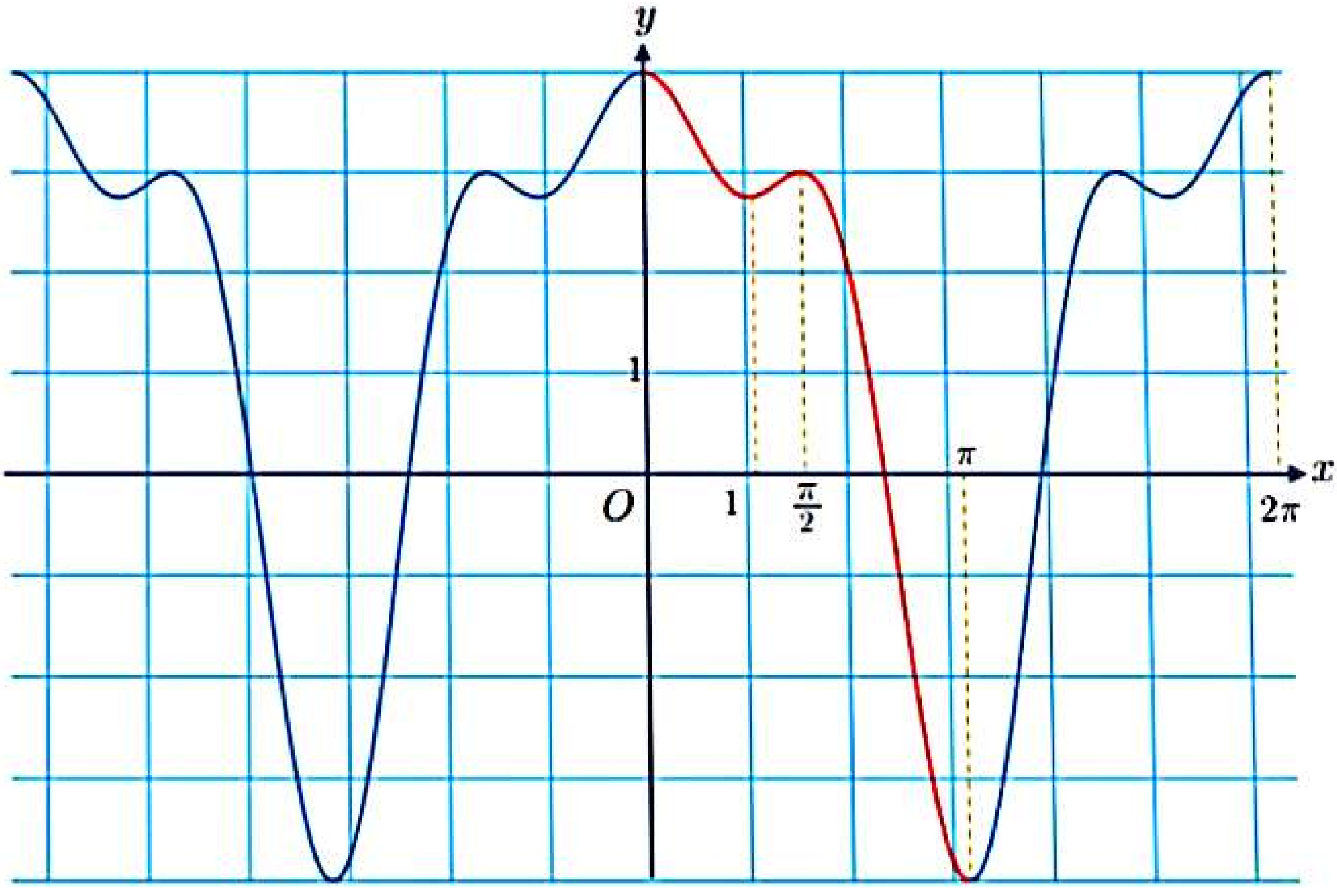
$q = 13+i$ و $P = -4+3i$

(2p

$$z_1+z_2 = \frac{-b}{a}$$

$P = -4+3i$ و $q = 13+i$

$$z_1 \cdot z_2 = \frac{c}{a}$$



y
1
O
1
$\frac{\pi}{2}$
π
x
2π

الثالث الثانوي العلمي

مدة الاختبار: 3 ساعات.

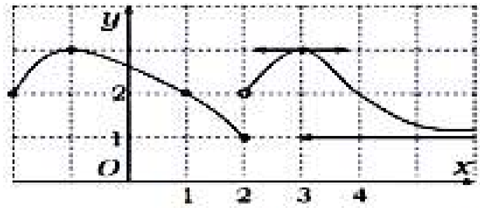
الدرجة : 600

امتحان نهائي ④ (دمج من النماذج الوزارية)

رياضيات 2020(دورة كورونا)

أولاً : أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاثة الآتية : (45 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : في الشكل المرسوم جانبا ليكن C الخط البياني للتابع f والمطلوب :



1. جد $\lim_{x\to+\infty} f(f(x))$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim_{x\to2^+} f(x)$ ، $\lim_{x\to2^-} f(x)$ ،
2. هل f اشتقاقي عند 2
3. جد $f(3)$ ، $f'(3)$ وجد معادلة للمماس عند 3
4. ماعدد القيم الحدية للتابع f

السؤال الثاني : لتكن المتتاليتين $(u_n)_{n\geq1}$ ، $(v_n)_{n\geq1}$ المعرفتين وفق العلاقتين : $u_n = -\frac{1}{n}$ ،، $v_n = \frac{1}{\sqrt{n^2+1}}$

1. ادرس اطراد كل من $(u_n)_{n\geq1}$ ، $(v_n)_{n\geq1}$
2. أثبت أن المتتاليتين $(u_n)_{n\geq1}$ ، $(v_n)_{n\geq1}$ متجاورتان

السؤال الثالث : حل في C المعادلة $z^2 - 2(1+i)z - 4 + 2i = 0$

ثانياً : أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاثة الآتية: (45 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : ليكن $ABCD$ رباعي وجوه منتظم طول حرفه 4 فيه I منتصف $[CD]$

1. وضع النقطة M المحققة للعلاقة $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BI}$
2. احسب العدد $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$

السؤال الثاني :

1. جد لمجموع $S = 1 + \alpha + \alpha^2 + \cdots + \alpha^6$ بدلالة α
2. ليكن $\alpha = e^{2i\pi/7}$ أثبت أن $1 + \alpha + \alpha^2 + \cdots + \alpha^6 = 0$

السؤال الثالث : لتكن المجموعة $S = \{2, 3, 5, 8, 9\}$ و المطلوب :

1. كم عددا مختلف الأرقام و مؤلفا من ثلاث منازل يمكن تشكيله من عناصر S
2. كم عددا من مضاعفات العدد 5 و مؤلفا من ثلاث منازل يمكن تشكيله من عناصر S

ثالثاً : حل التمارين الثلاثة الآتية : (70 للأول ، 70 للثاني ، 80 للثالث)

التمرين الأول : ليكن التابع f المعرف على $[0, +\infty[$ و المعطى بالعلاقة : $f(x) = \sqrt{x}\, ln(1+x)$

1. أثبت أن f اشتقاقي عند 0 ثم استنتج مجموعة تعريف f'
2. جد $f'(x)$ على $]0, +\infty[$
3. استنتج مشتق التابع g المعرف على المجال $]0, \frac{\pi}{2}[$ وفق : $g(x) = \sqrt{cosx}\, ln(1 + cosx)$

التمرين الثاني : لتكن النقاط $A(1,-1,2)$ ، $B(2,1,0)$ ، $C(2,3,-1)$ ، $D(0,0,2)$ و المطلوب :

1. عين احداثيات G مركز الابعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(A,1)$ ، $(B,2)$ ، $(C,2)$ ، $(D,1)$
2. حدد S مجموعة النقاط M التي تحقق $\|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}\| = 6$
3. جد معادلة للمجموعة S

أ. فارس جقل – اللاذقية – دورات (ر.ف.ك) – هاتف 0955186517

التمرين الثالث: لتكن $(u_n)_{n\ge0}$ متتالية معرفة تدريجيا وفق: $u_0 = 2$, $u_{n+1} = \frac{u_n}{1+4u_n}$ من أجل كل n من N

1. أثبت بالتدريج أن $u_n > 0$ أيا كان العدد الطبيعي n
2. أثبت أن المتتالية $(v_n)_{n\ge0}$ المعرفة بالعلاقة $v_n = \frac{1}{u_n}$ متتالية حسابية ثم اكتب عبارة v_n بدلالة n، ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n
1. ليكن S_n المجموع المعرف بالشكل $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$ ، اكتب S_n بدلالة n واستنتج $\lim\limits_{n\to\infty} S_n$

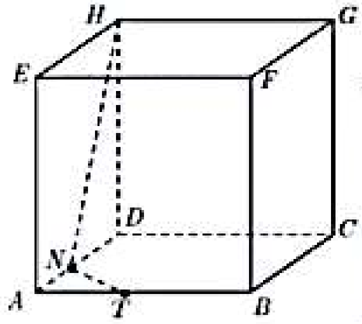
رابعاً : حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: : ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرف على $]-\infty,-1[\cup]1,+\infty[$

وفق : $f(x) = 2x - 1 - ln(\frac{x+1}{x-1})$

1. اثبت أن المستقيم d الذي معادلته $y = 2x - 1$ مقارب مائل للخط البياني C_f في جوار $+\infty$ و $-\infty$ ادرس الوضع النسبي للخط C_f بالنسبة للمقارب d
2. ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولا بها ، واكتب معادلات المقاربات الشاقولية للخط C_f
3. اثبت أن $f(x) + f(-x) = -2$
4. استنتج أن C_f متناظر بالنسبة للنقطة $I(0,-1)$
5. ارسم ماوجدته من مقاربات ثم ارسم C_f
6. استنتج رسم C_g للتابع g المعرف وفق : $g(x) = -2x + 1 - ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$

المسألة الثانية : ليكن لدينا المكعب $ABCDEFGH$ طول حرفه 1 . و T نقطة من $[AB]$ تحقق $\overrightarrow{AT} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB}$ ، و N نقطة من $[AD]$ تحقق $\overrightarrow{AN} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AD}$



1. في المعلم المتجانس $(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE})$ جد احداثيات النقاط H,F,N,T
2. جد الشعاعين $\overrightarrow{NT},\overrightarrow{NH}$ ، ثم جد معادلة المستوي (HNT)
3. جد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (EF)
4. استنتج نقطة تقاطع المستقيم (EF) مع المستوي (HNT)
5. اذكر مقطع المكعب بالمستوي (HNT). ما طبيعته ؟

انتهت الأسئلة .. 🙂

مع أطيب الأمنيات لكم بالنجاح 💙

أ. فارس جقل – اللاذقية – دورات (ر.ف.ك) – هاتف 0955186517

أولاً:

السؤال الأول:

1) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(f(x)) = 2$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 1$

$\lim\limits_{x\to 2^+} f(x) = 2$

$\lim\limits_{x\to 2^-} f(x) = 1$

2) غير اشتقاقي لأنه غير مستمر عند $x=2$

3) $f'(3) = 0$

$f(3) = 3$

معادلة المماس: $y=3$

4) 4 قيم حرجة.

السؤال الثاني:

1) $U_{n+1} - U_n = \frac{-1}{n+1} + \frac{1}{n}$

$= \frac{1}{n(n+1)} > 0$

$\Leftarrow$ (U_n) متزايد تماماً.

2) $V_{n+1} - V_n = \frac{1}{\sqrt{(n+1)^2+1}} - \frac{1}{\sqrt{n^2+1}} < 0$

$\Leftarrow$ (V_n) متناقصة

أو نشتق

$\lim\limits_{n\to+\infty} (U_n - V_n) =$

$\lim\limits_{n\to+\infty} \left(\frac{-1}{n} - \frac{1}{\sqrt{n^2+1}}\right) = 0$

$\Leftarrow$ الشرط الثاني محقق.

أو: $\lim U_n = \lim V_n = 0$

السؤال الثالث:

$\Delta = b^2 - 4ac$

$= 4(1+2i-1) - 4(-4+2i)$

$= 8i + 16 - 8i = 16$

$z_1 = \frac{2+2i+4}{2} = 3+i$

$z_2 = \frac{2+2i-4}{2} = -1+i$

ثانياً:

السؤال الأول:

1) $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BI}$

$= \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC}) - \overrightarrow{BI}$

$= \frac{1}{2}(2\overrightarrow{AI}) - \overrightarrow{BI}$

$= \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IB} = \overrightarrow{AB}$

$\Leftarrow$ M تنطبق على B.

2) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} =$

$= \|\overrightarrow{AB}\| \cdot \|\overrightarrow{AC}\| \cdot \cos(A)$

$= 4 \cdot 4 \cdot \cos\frac{\pi}{3} = 4 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} = 8$

السؤال الثاني:

1) $S = 1 + \alpha + \alpha^2 + \cdots + \alpha^6$

$= \alpha^0 + \alpha^1 + \alpha^2 + \cdots + \alpha^6$

S متتالية مجموع هندسية أساسها $q = \alpha$

حدها الأول: $U_0 = \alpha^0 = 1$

عدد الحدود: $6 - 0 + 1 = 7$

$S = 1\,\frac{1-(\alpha)^7}{1-\alpha} = \frac{1-\alpha^7}{1-\alpha}$

تابع $\Longleftarrow$

$v_n=\frac{1}{u_n} \Rightarrow v_{n+1}=\frac{1}{u_{n+1}}$ /2/

$v_{n+1}=\frac{1+4u_n}{u_n}=\frac{1}{u_n}+4 \Rightarrow v_{n+1}=4+v_n$

فالمتتالية v_n حسابية أساسها $r=4$

$v_n=v_0+nr$

$v_0=\frac{1}{u_0}=\frac{1}{2}$

$v_n=\frac{1}{2}+4n$

$v_n=\frac{1}{u_n} \Rightarrow u_n=\frac{1}{v_n}$

$u_n=\frac{1}{\frac{1}{2}+4n}=\frac{2}{1+8n}$

/3/ $S_n=v_0+v_1+\dots+v_n$

مجموع حدود متوالية من متتالية حسابية
أساسها $r=4$ وحدها الأول $v_0=\frac{1}{2}$ وحدها
الأخير v_n عدد الحدود $n-0+1=n+1$

$S_n=(n+1)\frac{v_0+v_n}{2}$

$=(n+1)\frac{\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+4n\right)}{2}$

$\lim_{n\to\infty} S_n=\lim_{n\to\infty}\left[\frac{n+1}{2}(1+4n)\right]$

$=(+\infty)(+\infty)=+\infty$

التمرين الثاني: /1/

$X_G=\frac{\alpha x_A+\beta x_B+\gamma x_C+\delta x_D}{\alpha+\beta+\gamma+\delta}$

$=\frac{1(1)+2(2)+2(2)+1(0)}{1+2+2+1}=\frac{9}{6}=\frac{3}{2}$

التمرين الثالث:

/1/ نعرف تابع.

$f(x)=\frac{x}{1+4x}$ معرف $D_f=\mathbb{R}\setminus\{-\frac{1}{4}\}$

ندرس اطراد التابع:

$f'(x)=\frac{1}{(1+4x)^2}>0$

فالتابع متزايد تماما على مجموعة تعريفه.

نرمز للقضية:

$E(n): u_n>0$

نبرهن $E(0)$ محققة $\Leftarrow$

$u_n>0$

$u_0>0$

$2>0$ (محقق)

نفرض $E(n)$ محققة أي نفترض أن

$u_n>0$

ونبرهن صحة العلاقة من أجل $u_{n+1}>0$

من الفرض: $u_n>0$

$f(u_n)>f(0)$

$u_{n+1}>0$

أو الطريقة ②

$u_n>0$

نضيف $+1$

نقلب

نضرب بـ $\frac{1}{4}$

نضيف $\frac{1}{4}$

والعلاقة محققة أيا كان العدد الطبيعي n
وقد أثبتنا ذلك بالتدريج

$$y_G = \frac{1(-1)+2(1)+2(3)+1(0)}{6} = \frac{7}{6}$$

$$z_G = \frac{1(2)+2(0)+2(-1)+1(2)}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$G\left(\frac{3}{2}, \frac{7}{6}, \frac{1}{3}\right)$$

$\boxed{2}$ $\|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\| = 6$

$\|6\overrightarrow{MG}\| = 6$

$6MG = 6 \Rightarrow MG = 1$

أو $\|\overrightarrow{MG}\| = 1$

S مجموعة النقاط M تمثل معادلة كرة مركزها G ونصف قطرها $r=1$

$\boxed{3}$ $S: \left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\left(y-\frac{7}{6}\right)^2+\left(z-\frac{1}{3}\right)^2 = 1$

التمرين الأول:

$\boxed{1}$ $\lim_{x\to 0^+} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = \lim_{x\to 0^+} \frac{\sqrt{x}\,\ln(1+x)}{x}$

$= 0\,(1) = 0$

$\Leftarrow$ f اشتقاقي عند 0.

$D_{f'} = [0,+\infty[$

$\boxed{2}$ $f'(0) = 0$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}\ln(1+x) + \frac{1}{1+x}\cdot\sqrt{x}$$

$$= \frac{(1+x)\ln(1+x)+2x}{2\sqrt{x}\,(x+1)}$$

$\boxed{3}$ $g'(x) = f'(\cos x)(\cos x)'$

$$= \frac{(1+\cos x)\ln(1+\cos x)+2\cos x}{2\sqrt{\cos x}\,(\cos x+1)}\cdot(-\sin x)$$

ثانيا

السؤال الثالث:

$\boxed{1}$ عدد طرق اختيار الآحاد 5

عدد طرق اختيار العشرات 4،

عدد طرق اختيار المئات 3،

♦ حسب المبدأ الأساسي في العد:

P^5_3 ؛ $5\times4\times3 = 60$

$\boxed{2}$ عدد طرق اختيار الآحاد 1

عدد طرق اختيار العشرات 5

عدد طرق اختيار المئات 5.

♦ حسب المبدأ الأساسي في العد:

$1\times5\times5 = 25$

يتبع $\Rightarrow$

السؤال الثاني:

$\boxed{2}$ $\alpha = e^{\frac{2\pi}{7}i}$

$1+\alpha+\alpha^2+\dots+\alpha^6 = 0$

$$\ell_1 = 1+\alpha+\alpha^2+\dots+\alpha^6$$

$$= \frac{1-\alpha^7}{1-\alpha} = \frac{1-\left(e^{\frac{2\pi}{7}i}\right)^7}{1-e^{\frac{2\pi}{7}i}}$$

$$= \frac{1-e^{2\pi i}}{1-e^{\frac{2\pi}{7}i}} = \frac{1-1}{1-e^{\frac{2\pi}{7}i}}$$

$$= 0 = \ell_2$$

تحقق

رابعاً: المسألة الأولى: |1|

$$\lim_{x\to+\infty}[f(x)-(2x-1)] = \lim_{x\to+\infty}\left[-\ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)\right] = -\ln(1) = 0$$

فالمستقيم d الذي معادلته $y=2x-1$ مقارب مائل للخط البياني C_f في جوار $+\infty$ وبالمثل عند $-\infty$ بـ:

$$\lim_{x\to-\infty}[f(x)-(2x-1)] = \lim_{x\to-\infty}\left[-\ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)\right] = -\ln(1) = 0$$

$$f(x)-(2x-1) = -\ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right) = \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$$

$\Leftarrow$ $y=2x-1$ مقارب مائل.

دراسة الوضع النسبي:

x	$-\infty$ -1		$+1$ $+\infty$
إشارة الفرق	$+$		$-$
الوضع النسبي	C فوق Δ		C تحت Δ

|2| f معرف ومستمر واشتقاقي على $]-\infty,-1[\cup]1,+\infty[$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty-1-\ln(1) = -\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty-1-\ln(1) = +\infty$$

$$\lim_{x\to(-1)^-} f(x) = 2-1-\ln(0^+) = -(-\infty) = +\infty$$

$$\lim_{x\to1^+} f(x) = 2-1-\ln\left(\frac{2}{0^+}\right) = -\infty$$

$$f'(x) = 2-\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x-1}$$

$$= \frac{2(x^2-1)-(x-1)+x+1}{x^2-1}$$

$$= \frac{2x^2-2-x+1+x+1}{x^2-1} = \frac{2x^2}{x^2-1}$$

نلاحظ $f'(x)>0$

$f'(x)\neq 0 \quad \forall x\in D_f$

$\boxed{f'(x)=0 \Rightarrow x=0 \notin D}$

x	$-\infty$ -1		$+1$ $+\infty$
$f'(x)$	$+$		$+$
$f(x)$	$-\infty \nearrow +\infty$		$-\infty \nearrow +\infty$

$x=-1$ مقارب شاقولي لـ C_f في جوار $+\infty$

$x=1$ مقارب شاقولي لـ C_f في جوار $-\infty$

|3| $f(x)+f(-x) = 2x-1-\ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right) - 2x-1-\ln\left(\frac{1-x}{-1-x}\right)$

$$= -\ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)-\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)-2$$

$$= -\ln\left[\frac{x+1}{x-1}\cdot\frac{x-1}{x+1}\right]-2$$

$$= -\ln(1)-2 = -2$$

$$\Rightarrow f(x)+f(-x) = -2$$

|4| $I(0,-1) = (a,b)$

$a=0$ & $b=-1$

يجب تحقق الشرطين

$\forall x\in]-\infty,-1[\cup]1,+\infty[$

عندئذٍ:

$2a-x\in]-\infty,-1[\cup]1,+\infty[$

تحقق الأول:

$2a-x=-x$.

$f(2a-x)+f(x)=2b$

المسألة الثانية: II

$H(0,1,1)$, $F(1,0,1)$, $N(0,\frac{2}{5},0)$

$T(\frac{2}{5},0,0)$

2) $\overrightarrow{NT}(\frac{2}{5},-\frac{2}{5},0)$

$\overrightarrow{NH}(0,\frac{3}{5},1)$

معادلة المستوي:

$\vec{n}\perp\overrightarrow{NT}\Rightarrow\vec{n}\cdot\overrightarrow{NT}=0$

$\Rightarrow\frac{2}{5}a-\frac{2}{5}b=0$

$\vec{n}\perp\overrightarrow{NH}\Rightarrow\vec{n}\cdot\overrightarrow{NH}=0$

$\frac{3}{5}b+c=0$

$\Rightarrow\vec{n}(5,5,-3)$

معادلة المستوي:

$5x+5y-3z-2=0$

$u=\overrightarrow{EF}=(1,0,0)$

3) $\begin{cases} x=t \\ y=0 \\ z=1 \end{cases}$; $t\in\mathbb{R}$

4) نعوض المعادلات الوسيطية في معادلة المستوي

$F(1,0,1)$

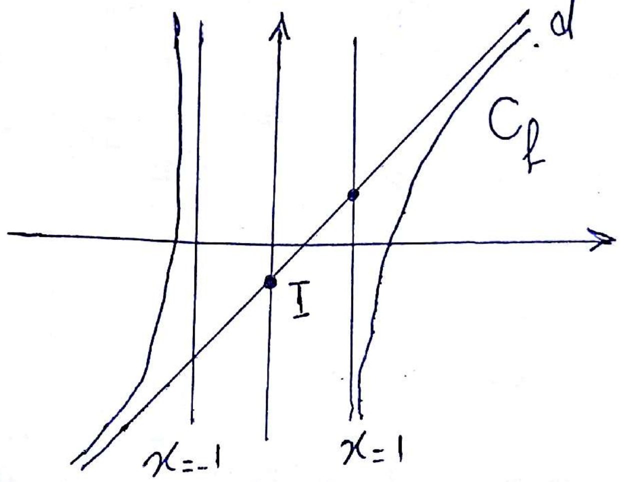
5) المقطع هو NTFH . طبيعته شبه منحرف متساوي الساقين.

نحقق:

$f(-x)+f(x)=2$

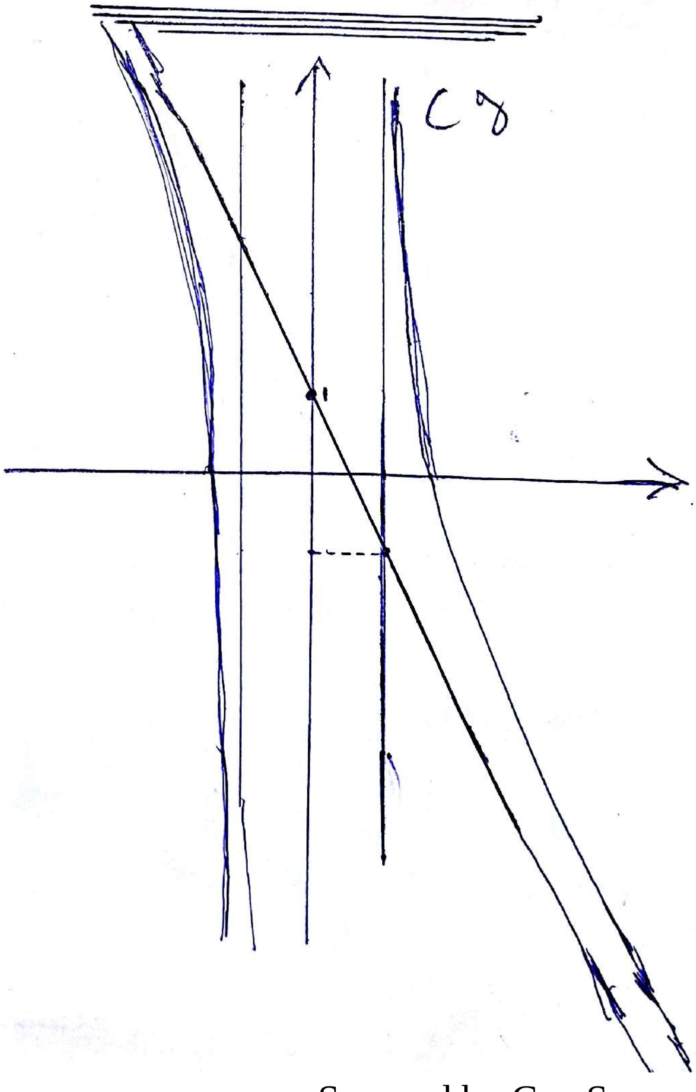
فالنقطة $I(0,-1)$ مركز تناظر لـ C_f

5)



6) $g(x)=-f(x)$

C_g نظير C_f بالنسبة لمحور الفواصل.



الجمهورية العربية السورية

وزارة التربية

نموذج لمادة الرياضيات لشهادة الدراسة الثانوية العامة دورة 2020

الاسم:

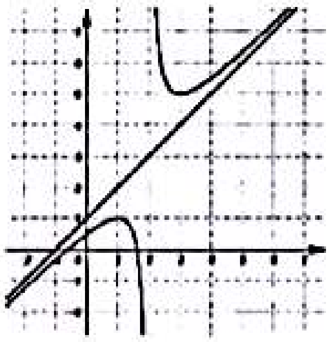
الرقم:

المدة: ثلاث ساعات

الدرجة: ستمئة فقط

أولاً: أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاثة الآتية. (45 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: في الشكل المرسوم جانباً. ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}\setminus\{2\}$ ، والمطلوب:



1- جد $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.

2- دلّ على القيم الحدية للتابع وبيّن نوعها.

3- ما عدد حلول المعادلة $f(x)=0$.

4- اكتب معادلة المقارب المائل.

5- اذكر احداثيات النقطة I مركز تناظر الخط البياني C_f.

السؤال الثاني: ليكن f التابع المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x)=\cos x$

1- جد $f(\frac{\pi}{3})$ و $f'(x)$ و $f'(\frac{\pi}{3})$.

2- استنتج قيمة النهاية $\lim_{x\to\frac{\pi}{3}} \frac{\cos x-\frac{1}{2}}{x-\frac{\pi}{3}}$.

السؤال الثالث: حلّ المتراجحة $e^x-1\le 6e^{-x}$.

ثانياً: أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاثة الآتية. (45 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: ادرس وضع المستقيمين d و d' المعرّفين كما يأتي:

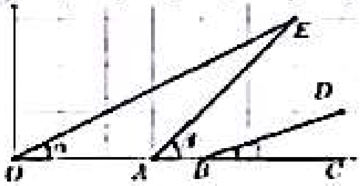
$$d:\begin{cases}x=2t-5\\ y=t-2\\ z=-\frac{1}{2}t+3\end{cases};t\in\mathbb{R} \qquad \text{و} \qquad d':\begin{cases}x=s+5\\ y=2\\ z=2s+5\end{cases};s\in\mathbb{R}$$

السؤال الثاني: جدّ الجذرين التربيعيين للعدد العقدي $\omega=8-6i$.

السؤال الثالث: عيّن قيمة n في المعادلة الآتية: $P^5_{n+2}=45P^3_{n+1}$.

ثالثاً: حلّ التمارين الثلاثة الآتية (80 درجة للأول - 70 درجة للثاني - 70 درجة للثالث).

التمرين الأول: في الشكل المجاور α و β و γ هي القياسات الأساسية للزوايا الموجّهة $(\vec{OC},\vec{OE})$ و $(\vec{AC},\vec{AE})$ و $(\vec{BC},\vec{BD})$ بالترتيب، والمطلوب:



1- اكتبْ كلاً من الأعداد العقدية الآتية بالشكل الجبري ثمّ بالشكل الأسي: $z_{\vec{OE}}$ و $z_{\vec{AE}}$ و $z_{\vec{BD}}$.

2- اكتب العدد العقدي $z_{\vec{OE}}.z_{\vec{AE}}.z_{\vec{BD}}$ بالشكل الجبري ثمّ بالشكل الأسي.

3- استنتج المجموع $\alpha+\beta+\gamma$.

التمرين الثاني: ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرّف على $]-2,2[$ وفق $f(x)=\ln\left(\frac{x+2}{-x+2}\right)$، والمطلوب:

1- أثبت أنّ التابع f هو تابعٌ فرديٌ، ثمّ ادرس تغيرات التابع على المجال $[0,2[$.

2- اكتب معادلة المماس T للخط البياني C_f في نقطة منه فاصلتها $x=0$.

3- ادرس الوضع النسبي بين C_f و T.

التمرين الثالث: ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x)=2x-\sqrt{x^2+5}$، والمطلوب:

1- ادرس تغيرات f ونظّم جدولاً بها.

2- أثبت أنّ للمعادلة $f(x)=0$ تقبل حلاً وحيداً α يقع في المجال $]1,2[$، ثمّ جد هذا الحل جبرياً.

3- استنتج مشتق التابع g المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق $g(x)=2\sin x-\sqrt{\sin^2 x+5}$.

رابعاً: حلّ المسألتين الآتيتين (100° درجة لكل مسألة).

المسألة الأولى: ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرّف على $]0,+\infty[$ وفق $f(x)=\frac{1}{2}\left(x+\frac{4}{x}\right)$، والمطلوب:

1- ادرس تغيرات f ونظّم جدولاً بها.

2- أثبت أنّ المستقيم d الذي معادلته $y=\frac{1}{2}x$ مقارب مائل للخط C_f، ثمّ ادرس الوضع النسبي.

3- حلّ المعادلة $f(x)=x$.

4- لتكن $(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية معرّفة تدريجياً بالشكل $u_0=4$ و $u_{n+1}=f(u_n)$ عند كل $n\in\mathbb{N}$، والمطلوب:

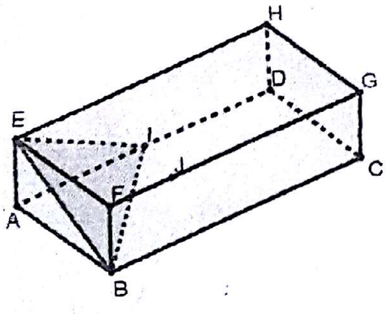
a- احسب u_1 و u_2.

b- استنتج من تزايد التابع f على المجال $]2,+\infty[$ صحة الخاصة $E(n): 2<u_{n+1}<u_n$ وذلك من اجل $n\in\mathbb{N}$.

c- استنتج أنّ المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متقاربة، واحسب نهايتها.

d- ارسم مقاربات C_f وارسم المستقيم $\Delta: y=x$، ثمّ ارسم C_f ومثّل الحدود الأولى للمتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ على الرسم نفسه.

المسألة الثانية: ليكن $ABCDEFGH$ متوازي مستطيلات فيه $AB=2$ و $AD=4$ و $AE=1$، ولتكن I منتصف $[AD]$ والنقطة J تحقق $\overrightarrow{FJ}=\frac{1}{4}\overrightarrow{FG}$. نتأمل المعلم المتجانس $\left(A,\frac{1}{2}\overrightarrow{AB},\frac{1}{4}\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE}\right)$، والمطلوب:



1- جد احداثيات رؤوس متوازي المستطيلات واحداثيات كل من I و J.

2- أثبت أنّ معادلة المستوي (EIB) هي $x+y+2z-2=0$.

3- بيّن نوع المثلث EIB، ثم احسب مساحته.

4- احسب بُعد G عن المستوي (EIB)، واستنتج حجم رباعي الوجوه $G-EIB$.

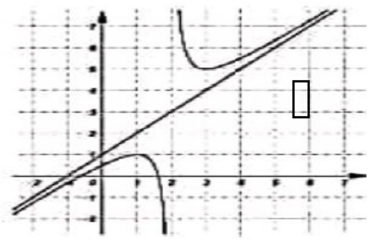
5- اكتب التمثيل الوسيطي للمستقيم d المار من J وعمودياً على المستوي (EIB).

6- استنتج أنّ المسقط القائم للنقطة J على المستوي (EIB) تقع على القطعة المستقيمة $[BI]$.

انتهت الأسئلة

أولاً : أجب عن أربعة فقط من الأسئلة الخمسة الآتية : (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : نتأمل في الشكل المجاور C_f الخط البياني للتابع f المعرف على $R\setminus\{2\}$



1. جد $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)$
2. دل على القيم الحدية للتابع وبيّن نوعها
3. ماعدد حلول المعادلة $f(x)=0$
4. اكتب معادلة المقارب المائل
5. اذكر احداثيات النقطة I مركز تناظر الخط البياني C_f

السؤال الثاني : ليكن f التابع المعرف على R وفق $f(x)=\cos x$

1. جد $f\left(\frac{\pi}{3}\right), f'(x), f'\left(\frac{\pi}{3}\right)$
2. استنتج قيمة النهاية $\lim_{x\to\frac{\pi}{3}} \frac{\cos(x)-\frac{1}{2}}{x-\frac{\pi}{3}}$

السؤال الثالث : جد الجذرين التربيعيين للعدد العقدي $\omega=8-6i$

السؤال الرابع : نتأمل المستويين $\begin{cases} p_1 : 2x-y+z+1=0 \\ p_2 : x+y-z=0 \end{cases}$ و المطلوب :

1. تيقن أن المستويين متعامدان
2. اكتب تمثيلا وسيطياً لفصلهما المشترك

السؤال الخامس : أثبت أن : $\ln(x+1)<\sqrt{x+1}$ أيا كان $x>-1$

ثانياً : حل ثلاثة فقط من التمارين الأربعة الآتية : (80 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول : f التابع المعرف على R وفق : $f(0)=0, f(x)=x^2\sin\frac{1}{x}$ في حالة $x\neq0$ و المطلوب :

1. أثبت أن f اشتقاقي عند $x=0$
2. احسب $f'(x)$ على R^*
3. جد $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

التمرين الثاني : في معلم متجانس $(o;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقاط $A(1,0,0)$, $B(4,3,-3)$, $C(-1,1,2)$, $D(0,0,1)$

1. أثبت أن $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ غير مرتبطين خطياً
2. أثبت أن الأشعة $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}$ مرتبطة خطياً
3. استنتج أن النقطة D مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة

$(A,\alpha),(B,\beta),(C,\gamma)$ حيث أن γ و β و α لأعداد حقيقية يطلب تعيينها

التمرين الثالث : ليكن لدينا المتتاليتان $(u_n)_{n\geq0}$ و $(v_n)_{n\geq0}$ حيث $v_n = u_n + 3$, $u_0 = 1$, $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n - 2$

1. برهن v_n متتالية هندسية وعين أساسها
2. اكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n
3. إذا كانت $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$ احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$

التمرين الرابع : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $R\backslash\{-1\}$ وفق : $f(x) = \frac{2x}{x+1}$ أوجد $f'(x)$ واكتب معادلة المماس لخطه البياني في نقطة فاصلتها 1 ثم استنتج مشتق التابع $h(x) = \frac{2\,lnx}{lnx+1}$ و مشتق التابع $g(x) = \frac{2sinx}{sinx+1}$

ثالثاً : حل المسألتين الآتيين : (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى : لتكن النقاط $A(3,0,3), B(1,4,-3), C(1,0,3), D(1,0,-3)$

1. احسب $\overrightarrow{BD}.\overrightarrow{DC}$ ثم استنتج نوع المثلث BCD واحسب مساحته
2. أثبت أن الشعاع $\overrightarrow{AC}$ ناظم على المستوي (BCD)
3. أوجد معادلة المستوي (BCD)
4. احسب حجم رباعي الوجوه $(ABCD)$
5. جد إحداثيات النقطة M التي تحقق : $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$

المسألة الثانية : ليكن f التابع المعرف على $]3,+\infty[$ وفق : $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 3}$ خطه البياني C و المطلوب :

1. أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y = x - 2$ مقارب للخط C و ادرس وضع C بالنسبة إلى Δ
2. ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولا بها
3. ارسم Δ ثم ارسم C
4. استنتج الخط البياني C' للتابع g المعرف وفق $g(x) = \sqrt{x^2 + 4x + 3}$

انتهت الأسئلة .. مع

◆ سُلّم تصحيح امتحان نهائي (1)

دورة كورونا إضافية رياضيات 2020

أولاً

السؤال الأول: 1/

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$$

2/ $f(1)=1$ كبرى.

$f(3)=5$ صغرى

3/ حلان.

4/ $y=x+1$

5/ $(2,3)$.

السؤال الثاني: 1/ $f(\frac{\pi}{3}) = \frac{1}{2}$

$f'(x) = -\sin x$

$f'(\frac{\pi}{3}) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

2/

$$\lim_{x\to a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a} = f'(a)$$

$$\lim_{x\to \frac{\pi}{3}} \frac{\cos x - \frac{1}{2}}{x-\frac{\pi}{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

السؤال الثالث: نفرض $a+bi$ جذر تربيعي ...

$x^2-y^2=a$

$x^2-y^2=8$ .... (1)

$x^2+y^2=\sqrt{a^2+b^2}$

$x^2+y^2=\sqrt{64+36}=10$ .... (2)

$x.y=\frac{b}{2}$

$x.y=-3$

(1)+(2) $\Rightarrow x^2=9$

ومنه: $x=+3$ أو $x=-3$

$y=+1$ أو $y=-1$

فالجذر الأول: $3-i$

والجذر الثاني: $-3+i$

السؤال الرابع: 1/ $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = (2,-1,1)\cdot(1,1,-1)$

$= 2-1-1 = 0$

فالمستويان متعامدان.

2/ $z=0 \Rightarrow x=-\frac{1}{3}\ ,\ y=\frac{1}{3}$

$A(-\frac{1}{3},\frac{1}{3},0)$

$y=0 \Rightarrow x=-\frac{1}{3}\ ,\ z=-\frac{1}{3}$

$B(-\frac{1}{3},0,-\frac{1}{3})$

$\vec{u}=\vec{AB}=(0,-\frac{1}{3},-\frac{1}{3})$

$$\begin{cases} x=-\frac{1}{3}+0t \\ y=\frac{1}{3}+\frac{-1}{3}t \\ z=0+\frac{-1}{3}t \end{cases} ;\ t\in R$$

السؤال الخامس: نفرض تابع:

$f(x)=\ln(x+1)-\sqrt{x+1}$

$f'(x)=\frac{1}{x+1}-\frac{1}{2\sqrt{x+1}}$

$f'(x)=0 \Rightarrow x=3$ مقبول

x	-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		$\nearrow$	$2\ln2-2$ أو $\ln4-2$	$\searrow$	

$f(x) \leq 2\ln2-2$

$\Rightarrow f(x)<0$

$\Rightarrow \ln(x+1)<\sqrt{x+1}$

ثانيا: (س1)

التمرين الأول: (1

$$\lim_{x\to0}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}=\lim_{x\to0}\frac{x^2\sin\frac{1}{x}-0}{x-0}$$

$$\lim_{x\to0} x\sin\frac{1}{x}=0$$

التابع اشتقاقي عند 0.

حيث: $-1\leqslant \sin\frac{1}{x}\leqslant +1$

نضرب بـ x ونميز حالتين:

$x>0$ (1)

$$\Rightarrow -x\leqslant x\sin\frac{1}{x}\leqslant x$$

$$\lim_{x\to0}-x=-\lim_{x\to0} x=0$$

$$\Rightarrow \lim x\sin\frac{1}{x}=0$$

$x<0$ (2)

$$\Rightarrow -x\geqslant x\sin\frac{1}{x}\geqslant x$$

$$\lim_{x\to0}-x=\lim_{x\to0} x=0$$

$$\Rightarrow \lim x\sin\frac{1}{x}=0$$

(2

$$f'(x)=2x\sin\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}\cos\frac{1}{x}\,(x^2)$$

$$=2x\sin\frac{1}{x}-\cos\frac{1}{x}$$

(3

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty} x\,\frac{\sin\frac{1}{x}}{\frac{1}{x}}=\cancel{\infty}$$

$$=+\infty\cdot 1=+\infty$$

لأن: $\lim_{t\to0}\frac{\sin t}{t}=1$

التمرين الثاني: (1

$\vec{AB}(3,3,-3)$

$\vec{AC}(-2,1,2)$

المركبات غير متناسبة.

فالشعاعان غير مرتبطين خطيا.

(2

$$\vec{AD}=\alpha\vec{AB}+\beta\vec{AC}$$

$$\begin{pmatrix}-1\\0\\1\end{pmatrix}=\alpha\begin{pmatrix}3\\3\\-3\end{pmatrix}+\beta\begin{pmatrix}-2\\1\\2\end{pmatrix}$$

$3\alpha-2\beta=-1$ ---- (1)

$3\alpha+\beta=0$ ---- (2)

$-3\alpha+2\beta=1$ --- (3)

$$\Rightarrow \alpha=\frac{-1}{9}\ ,\ \beta=\frac{1}{3}$$

نعوض في (3) ⇐ محققة

فالأشعة مرتبطة خطيا.

(3

$$\vec{AD}=\frac{-1}{9}\vec{AB}+\frac{1}{3}\vec{AC}$$

$$\beta=-\frac{1}{9}\ ,\ \gamma=\frac{1}{3}$$

$$\alpha=1-\beta-\gamma=\frac{7}{9}$$

$$\Rightarrow\left(\frac{7}{9},\frac{-1}{9},\frac{1}{3}\right)$$

التمرين الرابع:

$$f'(x)=\frac{2(x+1)-2x}{(x+1)^2}$$

$$=\frac{2}{(x+1)^2}$$

$$f(x)-f(a)=f'(a)\,[x-a]$$

$$f(x)-1=\frac{1}{2}(x-1)$$

ب" $y=\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$

$$h'(x)=\frac{2}{(\ln x+1)^2}\cdot\frac{1}{x}$$

$$g'(x)=\frac{2}{(\sin x+1)^2}\cdot\cos x$$

ثانيا: المسألة الأولى: 1)

$$\vec{BD}\cdot\vec{DC} = (0,-4,0)(0,0,6) = 0$$

$\Rightarrow$ فالمثلث قائم.

$$S = \frac{1}{2} BD.DC = \frac{1}{2} \times 4 \times 6 = 12$$

2)

$$\vec{AC}\cdot\vec{BD} = 0 \Rightarrow \vec{AC} \perp \vec{BD}$$

$$\vec{AC}\cdot\vec{DC} = 0 \Rightarrow \vec{AC} \perp \vec{DC}$$

$\vec{AC}$ يعامد المستوي.

3) $-2x+2=0$

4)

$$V = \frac{1}{3}.S.h$$

$$= \frac{1}{3} \times (12)(2) = 8$$

5) $M\left(3, -\frac{4}{3}, 5\right)$

المسألة الثانية: 1)

$$f(x) - y_\Delta =$$

$$= \sqrt{x^2-4x+3} - (x-2)$$

$$\lim \frac{-1}{\sqrt{x^2-4x+3}+(x-2)} = 0$$

$\Leftarrow$ $y=x-2$ مقارب في جوار $+\infty$.

- دراسة الوضع النسبي:

$$f(x) - y_\Delta < 0$$

$\Rightarrow$ C تحت المقارب Δ

2)

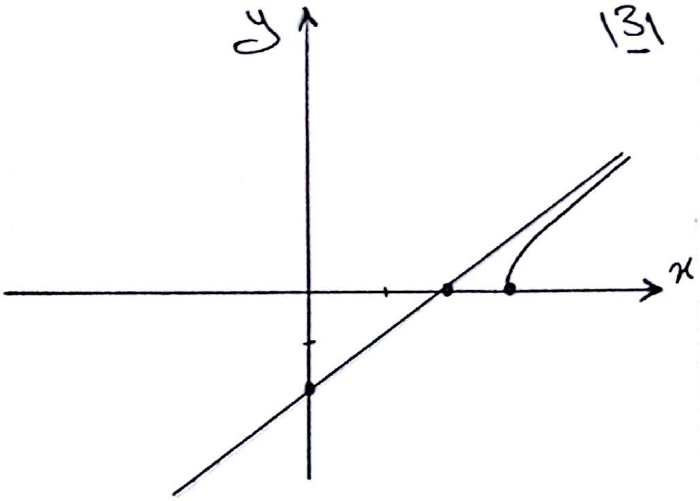
$$\lim_{x\to 3} f(x) = 0$$

$$\lim_{x\to +\infty} f(x) = +\infty$$

$$f'(x) = \frac{x-2}{\sqrt{x^2-4x+3}} > 0$$

x	3		$+\infty$
$f'(x)$		+	
$f(x)$	0	$\nearrow$	$+\infty$

3)



4)

$$g(x) = f(-x)$$

C' نظير C لمحور التراتيب.

انتهى السلم .... ♥

مركز أونلاين التعليمي

امتحان نهائي تكميلية 2020 (2)

رياضيات

أولاً : أجب عن أربعة فقط من الأسئلة الخمسة الآتية : (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : نجد جانبا جدول تغيرات التابع f المعرف على R

x	$-\infty$ 2 5 $+\infty$
$f'(x)$	$-$ 0 $+$ 0 $+$
$f(x)$	2 ↘ 0 ↗ 4 ↗ 6

1. جد $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)$
2. اذكر قيمة حدية للتابع وبيّن نوعها
3. هل $f(5)=4$ قيمة حدية كبرى
4. اكتب معادلة كل مقارب أفقي للخط البياني للتابع
5. اكتب مجموعة تعريف التابع حيث $g(x)=ln(f(x))$

السؤال الثاني : ليكن f التابع المعرف على $[0,3]$ وفق $f(x)=(x-3)\sqrt{x(3-x)}$ جد $\lim_{x\to3}\frac{f(x)-f(3)}{x-3}$

واستنتج أنه اشتقاق عند $x=3$

السؤال الثالث : $ABCD$ رباعي وجوه مركز ثقله G، فيه K مركز ثقل الوجه BCD أثبت أن النقاط G,A,K تقع على استقامة واحدة و عين موضع G على القطعة المستقيمة $[AK]$

السؤال الرابع : صف مجموعة النقاط $M(x,y,z)$ التي تحقق احداثياتها العلاقات $x^2+y^2=16$, $2\le z\le5$

السؤال الخامس : لتكن المجموعة $S=\{2,3,5,8,9\}$ و المطلوب :

1. كم عددا مختلف الأرقام و مؤلفا من ثلاث منازل يمكن تشكيله من عناصر S
2. كم عددا من مضاعفات العدد 5 و مؤلفا من ثلاث منازل يمكن تشكيله من عناصر S

ثانياً : حل ثلاثة فقط من التمارين الأربعة الآتية : (80 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول : f التابع المعرف على R وفق : $f(x)=2x-\sqrt{x^2+5}$, المطلوب :

1. ادرس تغيرات التابع و نظم جدولا بها
2. أثبت للمعادلة $f(x)=0$ حل وحيد α يقع بالمجال $]1,2[$ ثم جد هذا الحل جبريا
3. استنتج مشتق التابع $g(x)=2sin\,x-\sqrt{sin^2x+5}$

التمرين الثاني : لتكن النقاط $A(1,-1,2)$, $B(2,1,0)$, $C(2,3,-1)$, $D(0,0,2)$

1. عين احداثيات G مركز الابعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(A,1),(B,2),(C,2),(D,1)$
2. حدد S مجموعة النقاط التي تحقق $\|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\|=6$
3. جد معادلة للمجموعة S

التمرين الثالث : لتكن المتتالية $(u_n)_{n\ge0}$ معرفة تدريجيا حيث $u_0=2$, $u_{n+1}=\frac{u_n}{1+4u_n}$ من اجل كل n من N

1. أثبت بالتدريج أن $u_n>0$ أيا كان العدد الطبيعي n
2. أثبت أن المتتالية $(v_n)_{n\ge0}$ المعرفة بالعلاقة $v_n=\frac{1}{u_n}$ حسابية ثم اكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n
3. ليكن المجموع S_n المعرف بالشكل $S_n=v_0+v_1+\cdots.+v_n$ اكتب عبارة S_n بدلالة n ثم احسب $\lim_{n\to+\infty} S_n$

التمرين الرابع : لتكن الاعداد العقدية الممثلة للنقاط : $Z_A = 3\ ,\ Z_B = 1 + 2i\ \ ,Z_Q = -1 + 2i$

1. مثل هذه الاعداد في مستو عقدي
2. جد Z_N , صورة A وفق دوران مركزه O و زاويته $\frac{\pi}{2}$
3. جد Z_R ليكون الرباعي $OQNR$ متوازي اضلاع
4. اثبت تعامد المستقيمين $OR\ ,AB$ و اثبت ان $OR = \frac{1}{2}AB$

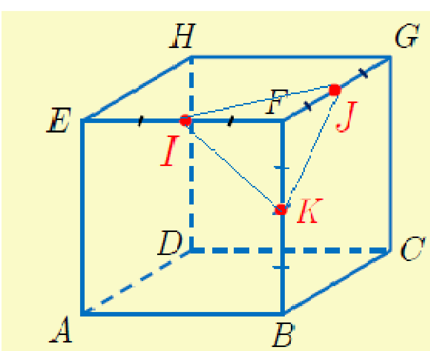
ثالثاً : حل المسألتين الآتيين : (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى : ليكن f التابع المعرف على $]-\infty,-1[\cup]1,+\infty[$ وفق : $f(x) = 2x - 1 - ln(\frac{x+1}{x-1})$ خطه البياني C_f

و المطلوب :

1. أثبت أن المستقيم d الذي معادلته $y = 2x - 1$ مقارب للخط C في جوار $\infty-$ و $\infty+$ و ادرس وضع C بالنسبة إلى d
2. ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولا بها و اكتب معادلات المقاربات الشاقولية للخط C_f
3. اثبت أن $f(x) + f(-x) = -2$
4. استنتج أن C_f متناظر بالنسبة للنقطة $I(0,-1)$
5. ارسم ما وجدته من مقاربات ثم ارسم C_f
6. استنتج الخط البياني C_g للتابع g المعرف وفق $g(x) = -2x + 1 - ln(\frac{x-1}{x+1})$

المسألة الثانية : $ABCDEFGH$ مكعب طول حرفه 1 ولتكن النقاط I, J, K منتصفات الاحرف على الترتيب $[FE],[FG],[FB]$ نختار معلما متجانسا $(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE})$ والمطلوب :



1. أوجد احداثيات رؤوس المكعب و النقاط I, J, K
2. اوجد معادلة المستوي (IJK)
3. اكتب التمثيل الوسيطي للمستقيم d المار من F عموديا على (IJK)
4. استنتج احداثيات N المسقط القائم ل F على المستوي (IJK)
5. احسب حجم رباعي الوجوه $(FIJK)$
6. اكتب معادلة الكرة التي مركزها F و تمس المستوي (IJK)
7. اين تقع النقطة M التي تحقق : $3\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DE}$

مع انتهت الأسئلة .. ☺

أ. فارس جقل – اللاذقية – دورات (ر.ف.ك) – هاتف 0955186517

الثالث الثانوي العلمي

مدة الاختبار: 3 ساعات.

مـركـز أونـلايـن الـتـعـلـيـمـي

امتحان نهائي تكميلية 2020 (3)

رياضيات

مركز أونلاين التعليمي

أولاً : أجب عن أربعة فقط من الأسئلة الخمسة الآتية : (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : ليكن التابع $f(x) = x - lnx$ المعرف على $I =]0, +\infty[$

1. جد $f(1)$ و احسب $f'(x)$ على هذا المجال ثم $f'(1)$
2. استنتج نهاية $\lim_{x\to 1} \frac{x-lnx-1}{x-1}$

السؤال الثاني :

① اكتب معادلة للكرة S التي مركزها O مبدأ الاحداثيات ونصف قطرها $R = \sqrt{3}$

② تحقق ان المستوي P الذي معادلته $P : x - y + z + 3 = 0$ يمس الكرة S

السؤال الثالث : حل في المعادلة الآتية : $-ln(x+1) + ln\,x = ln(x-1)$

السؤال الرابع : اختزل المقدار : $\frac{1}{n!} - \frac{1}{(n+1)!}$

السؤال الخامس : أوجد نهاية التابع f المعين بالعلاقة : $f(x) = \frac{3x+4}{x+1}$ عند $+\infty$ ثم اعط عددا حقيقيا α يحقق الشرط إذا كان $x > \alpha$ كان $f(x) \in]2.9\,, 3.1[$

ثانياً : حل ثلاثة فقط من التمارين الأربعة الآتية : (80 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول : f التابع المعرف على $R/\{-1\}$ وفق : $f(x) = \frac{x^2+|x|}{x^2+1}$, المطلوب :

1. مانهاية التابع f عند $-\infty$
2. ادرس قابلية اشتقاق f عند الصفر من اليمين ثم اكتب معادلة لنصف المماس من اليمين لخطه البياني في النقطة $A(0,0)$

التمرين الثاني : في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(o; \vec{u}, \vec{v})$ نتأمل النقاط M, C, B, A التي تمثلها على الترتيب الاعداد العقدية : $m = -1+i\ , d = 2i\ , b = 1-i\ ,\ a = -i$

1. مثل الاعداد $m = -1+i\ , d = 2i\ , b = 1-i\ ,\ a = -i$ في المستوي
2. احسب العدد العقدي c الممثل للنقطة C صورة النقطة D وفق دوران مركزه O و زاويته $\frac{\pi}{2}$
3. أثبت أن النقاط M, O, B تقع على استقامة واحدة
4. احسب $arg\frac{d-c}{m}$ و استنتج أن $(OM), (DC)$ متعامدان
5. حلل في C كثير الحدود التالي إلى عوامل خطية من الدرجة الأولى $z^3 + 4z^2 + 29z$

التمرين الثالث : ليكن التابع f المعرف على $R/\{-1\}$ وفق : $f(x) = \frac{2x}{x+1}$

1. أوجد النهاية على أطراف مجموعة التعريف و اكتب معادلة كل مقارب لخطه C_f
2. أثبت أن التابع متزايد تماما و نظم جدول التغيرات
3. لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالعلاقة $u_0 = 2$, $u_{n+1} = f(u_n) = \frac{2u_n}{u_n+1}$

|) أثبت أن المتتالية متناقصة تماما و أن $0 \leq u_n \leq 2$ ||) استنتج تقارب المتتالية و اوجد نهايتها

أ. فارس جقل – اللاذقية – دورات (ر.ف.ك) – هاتف 0955186517

التمرين الرابع : ليكن f التابع المعرف على $]2,+\infty[$ وفق : $f(x) = x - 4 + \sqrt{x-2}$ و المطلوب :

1. ادرس تغيرات التابع f على المجال $]2,+\infty[$ ونظم جدولا بها
2. اثبت أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا
3. اكتب معادلة المماس للخط في النقطة التي فاصلتها 3

ثالثاً : حل المسألتين الآتيين : (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى : ليكن C الخط البياني للتابع f وفق : $f(x) = \frac{1}{8}x^2 - ln(x)$ و المطلوب :

1. أوجد مجموعة تعريف التابع ثم أوجد كل مقارب للخط البياني C
2. ادرس تغيرات التابع f و نظم جدولا بها ثم دل على القيمة الصغرى محليا
3. في معلم متجانس ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم الخط البياني C
4. استنتج الخط البياني C' للتابع g المعرف وفق $g(x) = \frac{-1}{8}x^2 + ln(-x)$

المسألة الثانية : في معلم متجانس $(o;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقاط
$A(2,1,3), B(1,0,-1), C(4,0,0), D(0,4,0), E(1,-1,1)$ والمطلوب :

1. جد $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{CE}$
2. أثبت أن النقاط E, D, C ليست واقعة على استقامة واحدة
3. أثبت أن (AB) يعامد المستوي (CDE)
4. اكتب معادلة المستوي (CDE)
5. احسب بعد B عن المستوي (CDE)
6. اكتب معادلة الكرة التي مركزها B و تمس المستوي (CDE)

مع أطيب الأمنيات لكم بالنجاح

انتهت الأسئلة ..