



الباب الخامس

ضرب وتحليل المقادير الجبرية



الدرس الأول

ضرب المقادير الجبرية

ضرب المقادير الجبرية

عرفنا أن $x^n \cdot x^m = x^{n+m}$ لنوجد حاصل الضرب $x(x+5)$ ، يمكن توزيع الضرب على الجمع كما يلي:

$$x(x+5) = x \cdot x + 5x = x^2 + 5x$$

بالمثل :

$$\begin{aligned}(x+3)(x+4) &= x(x+4) + 3(x+4) \\ &= x^2 + 4x + 3x + 12 \\ &= x^2 + 7x + 12\end{aligned}$$

مثال: اختر الإجابة الصحيحة

مفكوك المقدار : $x^3(x + y)$ يعطي

(a) $x^3 + x^3y$	(b) $x^4 + x^3y$	(c) $x^3 + x^3y^3$	(d) $x^3 + y$
------------------	------------------	--------------------	---------------

مثال: اختر الإجابة الصحيحة

مفكوك المقدار : $(x + 2)(x - 1)$ يعطي

(a) $x^2 + 2x - 1$

(b) $x^2 + x - 2$

(c) $x^2 + x - 1$

(d) $2x - 2$

الدرس الثاني

قابلية القسمة على الأعداد الأولية

نعلم أن $15 = 3 \times 5$ نقول ان العددين 3 و 5 عوامل العدد 15 حيث ان العدد 15 يقبل القسمة على العدد 3 وعلى العدد 5 .

العدد 2 عامل من عوامل العدد 16 ،حيث أن العدد 16 يقبل القسمة على 2 .

العدد الأولي

العدد الأولي هو العدد الذي لا يقبل القسمة إلا على نفسه وعلى الواحد.

مجموعة الأعداد الأولية $\{ 2, 3, 5, 7, 11, \dots \}$

قابلية القسمة على 2

يقبل العدد القسمة على 2 إذا كان زوجي.

العدد 16 يقبل القسمة على 2

العدد 20 يقبل القسمة على 2

العدد 15 لا يقبل القسمة على 2

قابلية القسمة على 3

يقبل العدد القسمة على 3 إذا كان العدد المكون من مجموع أرقامه يقبل القسمة على 3

العدد 21 يقبل القسمة على 3 (مجموع أرقام العدد $2 + 1 = 3$)

العدد 84 يقبل القسمة على 3 (مجموع أرقام العدد $8 + 4 = 12$ ، العدد 12 يقبل القسمة

على 3)

العدد 25 لا يقبل القسمة على 3 (مجموع أرقام العدد $2 + 5 = 7$ ، العدد 7 لا يقبل القسمة

على 3)

قابلية القسمة على 5

يقبل العدد القسمة على 5 إذا كان رقم أحاده 5 أو صفر.

العدد 45 يقبل القسمة على 5 (رقم أحاده 5)

العدد 60 يقبل القسمة على 5 (رقم أحاده 0)

العدد 72 لا يقبل القسمة على 5 (رقم أحاده 2)

قابلية القسمة على 7

كيف نعرف إن العدد يقبل القسمة على 7 ؟
لنختبر قابلية قسمة العدد 245 على 7 ،

- نأخذ رقم أحاد العدد ونضعفه $2(5) = 10$
- ونطرح الناتج (10) من باقي العدد (العدد بدون رقم أحاده)

$$24 - 10 = 14$$

إذا كان الناتج صفر أو يقبل القسمة على 7 فبالتالي العدد الأساسي يقبل القسمة على 7.
الناتج العدد 14 وهو يقبل القسمة على 7 بالتالي العدد 245 يقبل القسمة على 7.

تحليل العدد إلى عوامله الأولية

بكتابة العدد 15 في الصورة 3×5 نكون قد حللنا العدد 15 إلى عوامله الأولية (العددان 3 و 5).

مثال

حلل العدد 72 إلى عوامله الأولية

الحل

نبحث قابلية العدد 72 القسمة على 2 إذا لم يقبل نبحث قابلية قسمته على 3 وإذا لم يقبل نبحث قابلية قسمته على 5 وهكذا ...

72	2
36	2
18	2
9	3
3	3
1	

$$72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$72 = 2^3 \times 3^2$$

مثال

حلل العدد 56 الى عوامله الأولية

الحل

56	2
28	2
14	2
7	7
1	

$$56 = 2 \times 2 \times 2 \times 7$$

$$72 = 2^3 \times 7$$

مثال: اختر الإجابة الصحيحة

العوامل الأولية للعدد 56 هي

(a) 4 و 14	(b) 5 و 7	(c) 2 ³ و 7	(d) 2 و 28
------------	-----------	------------------------	------------

مثال: اختر الإجابة الصحيحة

من بين الأعداد أدناه، العدد الذي يقبل القسمة على 2 و 3 هو

(a) 48	(b) 46	(c) 51	(d) 70
--------	--------	--------	--------



الدرس الثالث

القاسم المشترك الأكبر

ما هو القاسم (العامل) المشترك الأكبر للعددين 18 و 12 ؟ ما هو أكبر عدد يقسم كل من العددين 18 و 12 ؟

عوامل العدد 18 هي: 1، 2، 3، 6، 9، 18

عوامل العدد 12 هي: 1، 2، 3، 4، 6، 12

نلاحظ ان أكبر قاسم مشترك لهما هو 6

لنضع طريقة أخرى لنوجد بها القاسم المشترك الأكبر لعددين،

- نحلل العددين الى عواملهما الأولية

18	2
9	3
3	3
1	

بالتالي $18 = 2 \times 3 \times 3$ أي أن $18 = 2 \times 3^2$

12	2
6	2
3	3
1	

بالتالي $12 = 2 \times 2 \times 3$ أي أن $12 = 2^2 \times 3$

- يكون القاسم المشترك الأكبر هو حاصل ضرب العوامل المشتركة (ذات الأس الأصغر).

نأخذ العوامل المشتركة بين العددين ذات الأس الأصغر: 2 و 3

بالتالي القاسم المشترك الأصغر هو

$$2 \times 3 = 6$$

مثال

أوجد القاسم المشترك الأكبر للعددين 12 و 66

الحل

66	2
33	3
11	11
1	

$$66 = 2 \times 3 \times 11$$

$$12 = 2^2 \times 3$$

القاسم المشترك الأكبر هو

$$2 \times 3 = 6$$

مثال: اختر الإجابة الصحيحة

القاسم المشترك الأكبر للعددين 20 و 24 هو

(a) 8	(b) 5	(c) 4	(d) 10
-------	-------	-------	--------

مثال: اختر الإجابة الصحيحة

القاسم المشترك الأكبر للعددين 32 و 64 هو

(a) 16	(b) 64	(c) 8	(d) 32
--------	--------	-------	--------

المضاعف المشترك الأصغر

ما هو المضاعف المشترك الأصغر للعددين 12 و 18 ؟

مضاعفات العدد 12 هي: 12، 24، 36، 48، ...

مضاعفات العدد 18 هي: 18، 36، 54، 72، ...

نلاحظ أن أصغر مضاعف مشترك هو 36

لنضع طريقة أخرى لنوجد بها المضاعف المشترك الأصغر لعددين،

- نحلل العددين الى عواملهما الأولية

$$18 = 2 \times 3 \times 3 = 2 \times 3^2$$

$$12 = 2 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3$$

- يكون المضاعف المشترك الأصغر هو حاصل ضرب العوامل المشتركة (ذات الأس الأكبر) والعوامل غير المشتركة.

العوامل المشتركة ذات الأس الأكبر 3^2 و 2^2

بالتالي المضاعف المشترك الأصغر هو $3^2 \times 2^2 = 9 \times 4 = 36$

مثال

أوجد المضاعف المشترك الأصغر للعددين 14 و 21

الحل

21	3
7	7
1	

$$21 = 3 \times 7$$

14	2
7	7
1	

$$14 = 2 \times 7$$

نأخذ كل عوامل العددين، والتي تكون مشتركة نأخذ منها ذات الأس الأكبر.
بالتالي المضاعف المشترك الأصغر هو

$$3 \times 7 \times 2 = 42$$

مثال: اختر الإجابة الصحيحة

المضاعف المشترك الأصغر للعددين 8 و 12 هو

(a) 8	(b) 12	(c) 48	(d) 24
-------	--------	--------	--------

مثال: اختر الإجابة الصحيحة

المضاعف المشترك الأصغر للعددين 32 و 64 هو

(a) 16	(b) 64	(c) 8	(d) 32
--------	--------	-------	--------



الدرس الرابع

طرق التحليل

طرق التحليل

نعني بتحليل المقدار وضعه في صورة عوامل مضروبة في بعضها. هنالك عدد من الطرق لتحليل المقادير الجبرية منها:

(1) التحليل باستخراج العامل المشترك:

نريد تحليل المقدار $2x + 4$ ، لاحظ أن هذا المقدار يتكون من مجموع الحدين $2x$ و 4 ، هناك عامل مشترك بين هذين الحدين هو العدد 2 فالحد الأول $2x$ يساوي 2 ضرب x والحد الثاني 4 يساوي 2 ضرب 2 ، لذلك نكتب:

$$2x + 4 = 2(x + 2)$$

مثال:

حلل المقدار $4ab + 8ac$

الحل:

لاحظ العامل المشترك هو $4a$

$$4ab + 8ac = 4a(b + 2c)$$

مثال: اختر الإجابة الصحيحة

المقدار $x^2 - 6x$ يساوي

(a) $x(x + 6)$	(b) $x(x - 6)$	(c) $x(1 - 6x)$	(d) $x^2(x - 6)$
----------------	----------------	-----------------	------------------

مثال: اختر الإجابة الصحيحة

تحليل المقدار $12 + 4x$ يعطي

(a) $12(x + 3)$	(b) $3(4 + x)$	(c) $12(x + 4)$	(d) $4(3 + x)$
-----------------	----------------	-----------------	----------------

(2) تحليل فرق مربعين:

لنقم بضرب المقدار $(x - y)$ في المقدار $(x + y)$

$$\begin{aligned}(x - y)(x + y) &= x^2 + xy - xy - y^2 \\ &= x^2 - y^2\end{aligned}$$

لاحظ الناتج عبارة عن x^2 (مربع) فرق y^2 (مربع) ، أي فرق مربعين.

نسمي المقدار $x^2 - y^2$ فرق مربعين ويحلل كالتالي:

$$x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$$

مثلاً:

$$x^2 - 4 = x^2 - 2^2 = (x - 2)(x + 2)$$

$$x^2 - 25 = x^2 - 5^2 = (x - 5)(x + 5)$$

مثال: اختر الإجابة الصحيحة
تحليل المقدار : $x^2 - 1$ يعطي

- (a) $(x+1)(x-1)$
- (b) $x^2 + 1$
- (c) $x^2 + x - 1$
- (d) $x(x - 1)$

مثال: اختر الإجابة الصحيحة
تحليل المقدار : $a^2 - b^2$ يعطي

- (a) $a^2 - b$
- (b) $(a+b)(a-b)$
- (c) $a - b^2$
- (d) $a^2 + b^2$

مثال: اختر الإجابة الصحيحة

مفكوك المقدار : $(x + 2)(x - 2)$ يعطي

(a) $x^2 + 2x - 4$

(b) $x^2 - 4$

(c) $x^2 - 2$

(d) $2x - 2$