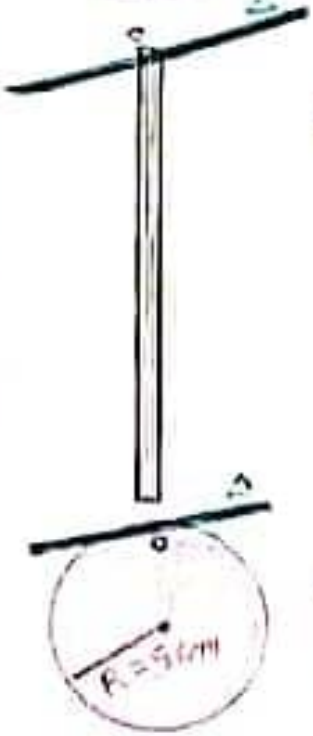
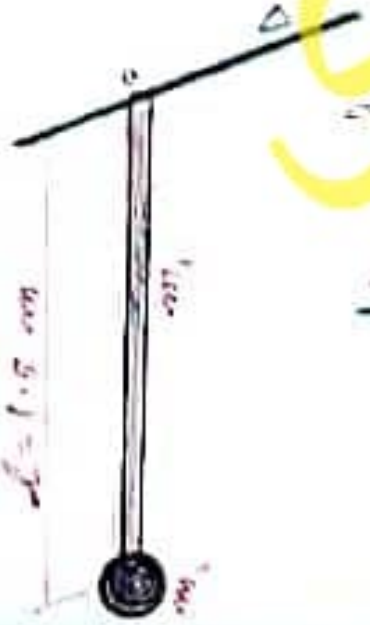
تمرين : احسب عزم العطالة بالنسبة للأشكال التالية

الشكل الأول : حلقة كتلتها $m = 0.5\ kg$
نصف قطرها $R = 4\ cm$



الشكل الثاني : ساق متجانسة قابلة للدوران حول محور
طوله $\ell = 1\ m$
كتلته $m = 60\ g$

الشكل الثالث : قرص متجانس قابل للدوران حول محور
نصف قطره $R = 5\ cm$
كتلته $m = 0.02\ kg$

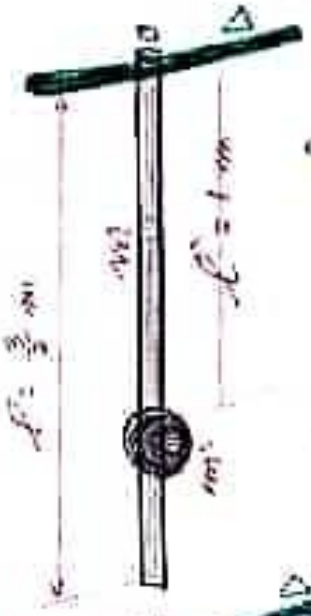


الشكل الرابع : ساق متجانسة قابلة للدوران حول محور
كتلة الساق $m_1 = 80\ g$
كتلة الجسم المعلق أسفل الساق $m_2 = 40\ g$
طول الساق $\ell = 1.5\ m$

CamScanner الممسوحة ضوئيا بـ

2//

الشكل الخامس : ساق محورة دورانها عمودي محيطي



طول الساق $\ell = \frac{3}{4}\ m$

كتلة الساق $m = 30\ g$

كتلة نقطية كتلتها $m' = 20\ g$

تبعد عن $\ell' = 1\ m$ عن محور الدوران

الشكل السادس : ساق محورة دورانها عمودي محيطي

طول الساق $\ell = 1\ m$

كتلة الساق $m_1 = 0.6\ kg$

كتلة نقطية معلقة $m_2 = 0.3\ kg$

كتلة نقطية متصلة بالساق $m_3 = 0.4\ kg$

الشكل السابع : ساق محورة دورانها عمودي محيطي

طول الساق $\ell = 2\ m$

الساق متجانسة

كتلة نقطية معلقة $m_1 = 0.5\ kg$

كتلة نقطية أفقية تبعد مسافة $\frac{\ell}{4}$ عن محور الدوران

كتلتها $m_2 = 0.8\ kg$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

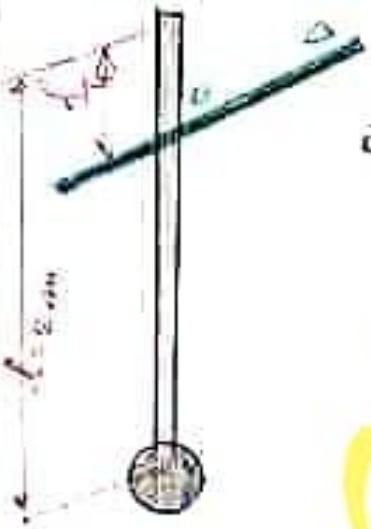
3/ الشكل الثامن: ساق محور دورانه يبعد مسافة $\frac{\ell}{4}$ عن طرف الساق العلوي

الساق مهملة الكتلة

طول الساق $\ell = 1\ m$

كتلة نقطية علوية $m_1 = 0.6\ kg$

كتلة نقطية سفلية $m_2 = 0.5\ kg$

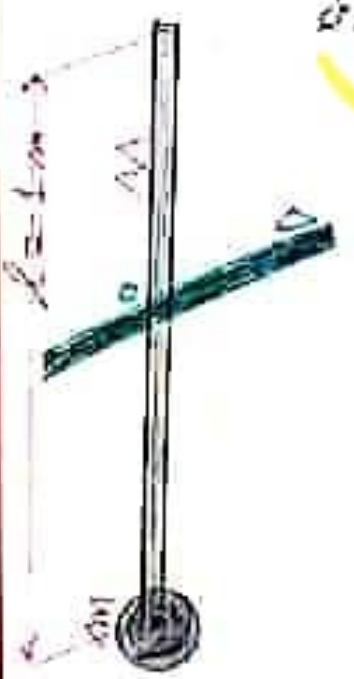


الشكل التاسع: ساق محور دورانه يبعد مسافة $\frac{\ell}{4}$ عن الطرف العلوي للساق

كتلة الساق $M = 80\ g$

طول الساق $\ell = 2\ m$

كتلة نقطية سفلية $m = 40\ g$



الشكل العاشر: ساق محور دورانه عامودي المنتصف

كتلة الساق $M = 0.7\ kg$

طول الساق $\ell = 1\ m$

كتلة نقطية سفلية $m = 0.3\ kg$

كدمغزي

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

التمرين الحادي عشر: ساق متجانسة قابلة للدوران حول محور أفقي

كتلة الساق $m_1 = 0.6\ kg$

طول الساق $\ell = 2\ m$

كتلة نقطية علوية $m_2 = 0.3\ kg$

كتلة نقطية سفلية $m_3 = 0.7\ kg$

التمرين الثاني عشر: قرص متجانس قابل للدوران حول محوره

كتلة القرص $m_1 = 0.4\ kg$

شعاع القرص $R = 20\ cm$

كتلة نقطية علوية $m_2 = 0.2\ kg$

كتلة نقطية سفلية $m_3 = 0.8\ kg$

التمرين الثالث عشر: ساق متجانسة قابلة للدوران حول محور أفقي

الساق مرتبط بالحامل

طول الساق $\ell = 2\ m$

كتلة نقطية علوية $m_1 = 2\ kg$

كتلة نقطية سفلية $m_2 = 6\ kg$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

حل السؤال الأول :

حساب عزم عطالة الشكل الأول : الحلقة

$$I_{\Delta/R} = I_{\Delta/c} + m.d^2 \quad : d = R$$

$$= mR^2 + mR^2 = 2mR^2$$

$$= 2 \times 0.5 \times (4.10^{-2})^2 = (4 \times 10^{-2})^2$$

$$= 16.10^{-4} \quad Kg.m^2$$

حساب عزم عطالة الشكل الثاني : ساق متجانسة

$$I_{\Delta/ساق} = I_{\Delta/c} + m.d^2 \quad : d = \frac{\ell}{2}$$

$$I_{\Delta/ساق} = \frac{1}{12} m\ell^2 + m\left(\frac{\ell}{2}\right)^2$$

$$= \frac{1}{12} m\ell^2 + \frac{1}{4} m\ell^2 = \frac{1}{12} m\ell^2 + \frac{3}{12} m\ell^2$$

$$= \frac{4}{12} m\ell^2 = \frac{1}{3} m\ell^2 = \frac{1}{3} 50 \times 10^{-3} \times (1)^2$$

$$= \frac{1}{3} \times 6 \times 10^{-2} \quad Kg.m^2$$

$$= 2.10^{-2} \quad Kg.m^2$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

حساب عزم عطالة الشكل الثالث : قرص معيلي

$$I_{\Delta/P} = I_{\Delta/C} + m \cdot d^2 \quad ; \quad d = R$$

$$I_{\Delta/P} = \frac{1}{2} m R^2 + m R^2 = \frac{3}{2} m \cdot R^2$$

$$= \frac{3}{2} \cdot 2 \cdot 10^{-2} \cdot (0.05)^2$$

$$= \frac{3}{2} \cdot 2 \cdot 10^{-2} \cdot 25 \cdot 10^{-4} = 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 10^{-6}$$

$$= 75 \cdot 10^{-6} \quad Kg \cdot m^2$$

حساب عزم عطالة الشكل الرابع : ساق معيلي + كتلة سفلية .

$$I_{\Delta/P} = I_{\Delta/C} + m_1 \cdot d^2 + I_{\Delta/m_2} \quad ; \quad d = \frac{L}{2}$$

$$= \frac{1}{12} m_1 \cdot L^2 + m_1 \left(\frac{L}{2}\right)^2 + m_2 \cdot L^2$$

$$= \frac{1}{12} m_1 L^2 + \frac{1}{4} m_1 L^2 + m_2 \cdot L^2$$

$$= \frac{1}{3} m_1 L^2 + m_2 L^2$$

$$= \frac{1}{3} \cdot 80 \cdot 10^{-3} \cdot (1.5)^2 + 40 \cdot 10^{-3} \cdot (1.5)^2$$

$$= \frac{1}{3} \cdot 8 \cdot 10^{-2} \times \frac{9}{4} + 4 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{9}{4}$$

$$= 6 \cdot 10^{-2} + 9 \cdot 10^{-2} = 15 \cdot 10^{-2}$$

$$= 15 \cdot 10^{-2} \quad Kg \cdot m^2$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

حساب عزم عطالة الشكل الخامس : ساق محيطي + كتلة نقطية .

$$I_{\Delta/B} = I_{\Delta/c} + m \cdot d^2 + m' \ell'^2 \quad ; \quad d = \frac{\ell}{2}$$

$$= \frac{1}{12} m \ell^2 + m \left(\frac{\ell}{2}\right)^2 + m' \cdot \ell'^2$$

$$= \frac{1}{12} m \ell^2 + \frac{1}{4} m \cdot \ell^2 + m' \cdot \ell'^2$$

$$= \frac{1}{3} m \cdot \ell^2 + m' \cdot \ell'^2$$

$$= \frac{1}{3} 30 \cdot 10^{-3} \times \frac{2}{4} + 20 \times 10^{-3} (1)^2$$

$$= \frac{2}{4} \times 10^{-2} + 2 \times 10^{-2}$$

$$= \left(\frac{2}{4} + \frac{8}{4}\right) \times 10^{-2} = \frac{17}{4} \times 10^{-2} \quad Kg \cdot m^2$$

حساب عزم عطالة الشكل السادس : ساق محيطي + كتلتان نقطيتان

$$I_{\Delta/B} = I_{\Delta/c} + m_1 \cdot d^2 + m_2 \cdot \ell'^2 + m_3 \cdot \ell^2 \quad ; \quad d = \frac{\ell}{2}$$

$$= \frac{1}{12} m_1 \ell^2 + m_1 \left(\frac{\ell}{2}\right)^2 + m_2 \left(\frac{\ell}{2}\right)^2 + m_3 \ell^2$$

$$= \frac{1}{3} m_1 \ell^2 + \frac{1}{4} m_2 \ell^2 + m_3 \ell^2$$

$$= \frac{1}{3} 0.6 \times (1)^2 + \frac{1}{4} 0.4 \cdot (1)^2 + 0.3 (1)^2$$

$$= 2 \times 10^{-1} + 10^{-1} + 3 \times 10^{-1}$$

$$= 6 \times 10^{-1} \quad Kg \cdot m^2$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

4/

حساب عزم عطالة الشكل السابق : ساق مهمل الكتلة
كتلتان نقطيتان

$$I_{\text{جملة}} = I_{\text{ساق}/m_1} + I_{\text{ساق}/m_2} = m_1 \cdot \ell^2 + m_2 \cdot \ell^2$$

$$= m_1 \cdot (\ell)^2 + m_2 \left(\frac{\ell}{4}\right)^2$$

$$= 0.5 \cdot (2)^2 + 0.8 \cdot \frac{\ell^2}{16}$$

$$= 5 \times 4 \times 10^{-1} + \frac{1}{2} \times 10^{-1} \cdot (2)$$

$$= 2.0 \times 10^{-1} + 2 \times 10^{-1} = 2.2 \times 10^{-1} \ \text{Kg.m}^2$$

حساب عزم عطالة الشكل الثاني : ساق مهمل الكتلة + كتلتان نقطيتان
محمولتان ليس في المحيط وليس في المنتصف

$$I_{\text{جملة}} = I_{\text{ساق}/m_1} + I_{\text{ساق}/m_2} = m_1 \left(\frac{\ell}{4}\right)^2 + m_2 \left(\frac{3\ell}{4}\right)^2$$

$$= \frac{1}{16} m_1 \ell^2 + \frac{9}{16} m_2 \ell^2 \qquad : m_1 = m_2$$

$$= \frac{10}{16} m_1 \ell^2 = \frac{5}{8} m_1 \ell^2$$

$$= \frac{5}{8} \cdot 6 \cdot 10^{-1} \cdot (1)^2$$

$$= \frac{15}{4} \times 10^{-1} =$$

$$= 3.75 \times 10^{-1} \qquad \text{Kg.m}^2$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

حساب عزم عطالة الشكل التاسع : ساق + كتلة سفلية .
محور دوران ليس في المركز وليس في المنتصف

$$I_{O_{ساق}} = I_{G/C} + M.d^2 + m\left(\frac{3L}{4}\right)^2 \qquad : d = \frac{L}{4}$$

$$I_{O_{ساق}} = \frac{1}{12}ML^2 + M\left(\frac{L}{4}\right)^2 + m\left(\frac{3L}{4}\right)^2$$

$$= \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{16}\right)ML^2 + \frac{9}{16}m.L^2$$

$$= \frac{4+3}{48}M.L^2 + \frac{9}{16}m.L^2 = \frac{7}{48} \times 80 \times 10^{-1} \times (2)^2 + \frac{9}{16} \times 70 \times 10^{-1}(2)^2$$

$$= \frac{7}{6} \times 10^{-1} \times 4 + 9 \times 10^{-2} = \frac{14}{3} \times 10^{-2} + \frac{27}{3} \times 10^{-2}$$

$$= \frac{41}{3} \times 10^{-2} \quad Kg.m^2$$

حساب عزم عطالة الشكل العاشر : ساق منتصف + كتلة سفلية .

$$I_{O_{كرة}} = I_{G/C} + I_{/m}$$

$$= \frac{1}{12}ML^2 + m.\left(\frac{L}{2}\right)^2$$

$$= \frac{1}{12} \times 0.7 \times (1)^2 + 0.3 \times \frac{1}{4}$$

$$= \frac{7}{12} \times 10^{-1} + \frac{3}{4} \times 10^{-1} = \frac{7}{12} \times 10^{-1} + \frac{9}{12} \times 10^{-1}$$

$$= \frac{16}{12} \times 10^{-1} = \frac{4}{3} \times 10^{-1} \quad Kg.m^2$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

حساب عزم عطالة الشكل الحادي عشر : ساق منتصفي كتلتان نقطيتان

$$I_{\Delta/G} = I_{\Delta/c} + I_{\Delta/m_1} + I_{\Delta/m_2}$$

$$= \frac{1}{12} m_1 l^2 + m_2 \cdot \left(\frac{l}{2}\right)^2 + m_3 \left(\frac{l}{2}\right)^2$$

$$= \frac{1}{12} 0.6 \times (2)^2 + 0.1 \left(\frac{2}{2}\right)^2 + 0.7 \left(\frac{2}{2}\right)^2$$

$$= 2 \times 10^{-1} + 1 \times 10^{-1} + 7 \times 10^{-1} = 12 \times 10^{-1} \ kg \cdot m^2$$

حساب عزم عطالة الشكل الثاني عشر : قرص منتصفي + كتلتان نقطيتان

$$I_{\Delta/G} = I_{\Delta/c} + I_{\Delta/m_1} + I_{\Delta/m_2}$$

$$= \frac{1}{2} m_1 R^2 + m_2 R^2 + m_3 R^2$$

$$= \frac{1}{2} 0.4 \cdot (20 \cdot 10^{-2})^2 + 0.2 \cdot (20 \times 10^{-2})^2 + 0.2 (20 \times 10^{-2})^2$$

$$= 2 \times 10^{-1} \times 4 \times 10^{-2} + 2 \times 10^{-1} \times 4 \times 10^{-2} + 8 \times 10^{-1} \times 4 \times 10^{-2}$$

$$= 8 \times 10^{-3} + 8 \times 10^{-3} + 32 \times 10^{-3}$$

$$= 48 \times 10^{-3} \ kg \cdot m^2$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

2

حساب عزم عطالة الشكل الثالث عشر

ساق منتصفي مزيل الكتلة + كتلتان نقطيتان

$$I_{o+x} = I_{o/m_1} + I_{o/m_2}$$

$$= m_1 \left(\frac{L}{2}\right)^2 + m_2 \left(\frac{L}{2}\right)^2$$

$$= 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$= 2 + 6 = 8 \ kg \cdot m^2$$

كريم غزي

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner