

### التمرين الثاني:

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  نعتبر النقط:  
 $A(2;1;2)$  ،  $B(0;2;-1)$  ،  $H(1;1;0)$  والمستقيم  $(\Delta)$  معرّف بتمثيله الوسيط

$$\begin{cases} x = -2 + 6t \\ y = 1 - 2t \\ z = 4t \end{cases} ; (t \in \mathbb{R})$$

1. اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم  $(AB)$ .
2. بين أن  $(AB)$  و  $(\Delta)$  لا ينتميان إلى نفس المستوي.
3.  $(P)$  هو المستوي الذي يشمل  $(AB)$  ويوازي  $(\Delta)$ .
  - أ - تحقق أن الشعاع  $\vec{n}(1;5;1)$  ناظمي للمستوي  $(P)$ .
  - ب - اكتب معادلة ديكارتية للمستوي  $(P)$ .
  - ج - احسب المسافة بين  $(P)$  و  $(\Delta)$ .
4. عيّن إحداثيات النقطة  $I$  منتصف القطعة  $[AB]$ ، ثم جد معادلة ديكارتية للمستوي  $(Q)$ ؛ المحوري للقطعة  $[AB]$ .
5. لتكن  $(\Gamma)$  مجموعة النقط  $M$  من الفضاء بحيث:  $MA^2 - MB^2 = 2$ .
  - تحقق أن النقطة  $H$  تنتمي إلى  $(\Gamma)$  ثم استنتج طبيعة المجموعة  $(\Gamma)$ .

### التمرين الأول:

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، نعتبر النقط:

$A(3; -1; 2)$ ،  $B(1; 1; -2)$  و  $G(4; -2; 4)$  والمستوي  $(P)$  الذي معادلته  $x - 2y + 3z + 8 = 0$ .

1. اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم  $(AB)$ ؛ ثم عيّن إحداثيات  $L$  نقطة تقاطع المستقيم  $(AB)$  والمستوي  $(P)$ .

2. أ - بيّن أن  $G$  تنتمي للمستقيم  $(AB)$  وأنها مرجح النقطتين  $A$  و  $B$  المرفقتين بمعاملين حقيقيين يطلب تعيينهما.

ب - عيّن طبيعة وعناصر  $(E)$  مجموعة النقط  $M$  من الفضاء التي تحقق:  $\| -3\overline{MA} + \overline{MB} \| = \| \overline{MA} - \overline{MB} \|$ .

3 أ - اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم  $(\Delta)$  الذي يشمل النقطة  $G$  ويعامد المستوي  $(P)$ ، ثم عيّن إحداثيات  $H$  نقطة تقاطع المستوي  $(P)$  والمستقيم  $(\Delta)$ .

ب - استنتج المسافة بين النقطة  $L$  والمستقيم  $(\Delta)$ .

4. أ - اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستوي  $(AGH)$ ، ثم استنتج معادلة ديكارتية له.

ب - بيّن أن المستويين  $(AGH)$  و  $(P)$  يتقاطعان وفق مستقيم  $(d)$  يُطلب تعيين تمثيل وسيطي له.

### التمرين الأول:

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  النقط :

$$A(1;1;1), B(1;-1;0), C(2;0;1).$$

1- بين أن النقط  $A, B, C$  تعين مستويا  $(P_1)$  يطلب تعيين تمثيل وسيطي له.

2-  $(P_2)$  المستوي الذي  $x-2y-2z+6=0$  معادلة ديكارتية له.

- بين أن  $(P_1)$  و  $(P_2)$  يتقاطعان وفق مستقيم  $(\Delta)$  يطلب تعيين تمثيل وسيطي له.

3- بين أن النقط  $O$  هي مرجح الجملة:  $\{(A;1), (B;1), (C;-1)\}$ .

4- (أ) عين  $(S)$  مجموعة النقط  $M(x,y,z)$  من الفضاء التي تحقق:  $\|\overline{MA} + \overline{MB} - \overline{MC}\| = 2\sqrt{3}$ .

(ب) احسب إحداثيات  $D$  و  $E$  نقطتي تقاطع  $(S)$  و  $(\Delta)$ .

(ج) ماهي طبيعة المثلث  $ODE$ ؟ ثم استنتج المسافة بين  $O$  و  $(\Delta)$ .

### التمرين الأول:

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$  النقط:  $A(2; 1; -1)$  ،  $B(1; -1; 3)$  ،

$C\left(-\frac{3}{2}; -2; 1\right)$  و  $D\left(\frac{7}{2}; -3; 0\right)$  ولتكن  $I$  منتصف القطعة  $[AB]$ .

(1) أ) أحسب إحداثيات النقطة  $I$ .

ب) ليكن المستوي  $(P)$  ذو المعادلة:  $2x + 4y - 8z + 5 = 0$  بين أن  $(P)$  هو المستوي المحوري لـ  $[AB]$ .

(2) أكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم  $(\Delta)$  الذي يشمل النقطة  $C$  و  $\vec{u}(1; 2; -4)$  شعاع توجيه له.

(3) أ) جد إحداثيات  $E$  نقطة تقاطع المستوي  $(P)$  والمستقيم  $(\Delta)$ .

ب) بين أن  $(\Delta)$  و  $(AB)$  من نفس المستوي، ثم استنتج أن المثلث  $IEC$  قائم.

(4) أ) بين أن المستقيم  $(ID)$  عمودي على كل من المستقيم  $(AB)$  والمستقيم  $(IE)$ .

ب) احسب حجم رباعي الوجوه  $DIEC$ .

### التمرين الثاني:

### التمرين الأول:

- 1/  $D$  و  $H$  نقطتان من الفضاء و  $I$  منتصف القطعة المستقيمة  $[DH]$ .  
(1) بين أنه، من أجل كل نقطة  $M$  من الفضاء يكون:  $\overline{MD.MH} = MI^2 - ID^2$ .  
(2) استنتج أن مجموعة النقط  $M$  من الفضاء التي تحقق  $\overline{MD.MH} = 0$  هي سطح كرة  $(S)$  يطلب تعيين مركزه ونصف قطره.

II/ الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، نعتبر النقط:

$$A(3;0;0) ، B(0;6;0) ، C(0;0;4) و D(-5;0;1)$$

- (1) تحقق أن النقط  $A$ ،  $B$  و  $C$  تعين مستويا.  
(ب) بين أن الشعاع  $\vec{n}(4;2;3)$  هو شعاع ناظمي للمستوي  $(ABC)$ .  
(ج) اكتب معادلة ديكرارية للمستوي  $(ABC)$ .  
(2) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم  $(\Delta)$  الذي يشمل  $D$  ويعامد المستوي  $(ABC)$ .  
(3) نسمي  $H$  المسقط العمودي للنقطة  $D$  على المستوي  $(ABC)$ ؛ احسب احداثيات النقطة  $H$ .  
(4) احسب المسافة بين النقطة  $D$  والمستوي  $(ABC)$ ، ثم اكتب معادلة لسطح الكرة  $(S)$  المذكورة في الجزء I.  
(5) نعتبر النقطة  $N\left(\frac{12}{5}; \frac{6}{5}; 0\right)$ .  
(أ) أثبت أن  $N$  هي المسقط العمودي للنقطة  $C$  على المستقيم  $(AB)$ .  
(ب) احسب حجم رباعي الوجوه  $ABCD$ .  
التفصيل الثالث.

### التمرين الأول:

- 1)  $D$  و  $H$  نقطتان من الفضاء و  $I$  منتصف القطعة المستقيمة  $[DH]$ .  
(1) بين أنه، من أجل كل نقطة  $M$  من الفضاء يكون:  $\overline{MD.MH} = MI^2 - ID^2$ .  
(2) استنتج أن مجموعة النقط  $M$  من الفضاء التي تحقق  $\overline{MD.MH} = 0$  هي سطح كرة  $(S)$  يطلب تعيين مركزه ونصف قطره.

II / الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، نعتبر النقط:

$$A(3;0;0) ، B(0;6;0) ، C(0;0;4) و D(-5;0;1)$$

- (1) أ) تحقق أن النقط  $A, B, C$  تعين مستويا.  
ب) بين أن الشعاع  $\vec{n}(4;2;3)$  هو شعاع ناظمي للمستوي  $(ABC)$ .  
ج) اكتب معادلة ديكرارية للمستوي  $(ABC)$ .  
(2) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم  $(\Delta)$  الذي يشمل  $D$  ويعامد المستوي  $(ABC)$ .  
(3) نسمي  $H$  المسقط العمودي للنقطة  $D$  على المستوي  $(ABC)$ ؛ احسب احداثيات النقطة  $H$ .  
(4) احسب المسافة بين النقطة  $D$  والمستوي  $(ABC)$ ، ثم اكتب معادلة لسطح الكرة  $(S)$  المذكورة في الجزء I.  
(5) نعتبر النقطة  $N\left(\frac{12}{5}; \frac{6}{5}; 0\right)$ .  
أ) أثبت أن  $N$  هي المسقط العمودي للنقطة  $C$  على المستقيم  $(AB)$ .  
ب) احسب حجم رباعي الوجوه  $ABCD$ .  
التعبير الثالث ..

## الموضوع الأول

### التمرين الأول: 04 نقاط

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \bar{i}, \bar{j}, \bar{k})$

$(\Delta_1)$  و  $(\Delta_2)$  مستقيمان من الفضاء معرفان بتمثيليهما الوسيطيين التاليين:

$$(\Delta_2): \begin{cases} x=1 \\ y=-1-t'; (t' \in \mathbb{R}) \\ z=4+2t' \end{cases} \quad \text{و} \quad (\Delta_1): \begin{cases} x=3+2t \\ y=-2-2t; (t \in \mathbb{R}) \\ z=1-t \end{cases}$$

- (1) أ) عيّن إحداثيات النقطة  $B$  تقاطع المستقيمين  $(\Delta_1)$  و  $(\Delta_2)$ .
- ب) عيّن تمثيلا وسيطيا للمستوي  $(P)$  المعين بالمستقيمين  $(\Delta_1)$  و  $(\Delta_2)$ .
- (2) أ) أثبت أنّ النقطة  $A(6;4;4)$  لا تنتمي للمستوي  $(P)$ .
- ب) بيّن أنّ النقطة  $B$  هي المسقط العمودي للنقطة  $A$  على المستوي  $(P)$ .
- (3) أ) عيّن معادلة ديكارتية للمستوي  $(Q)$  الذي يشمل النقطة  $A$  و  $\vec{n}(5;1;-7)$  شعاع ناظمي له.
- ب) عيّن إحداثيات  $C$  و  $D$  نقطتي تقاطع  $(Q)$  مع كل من  $(\Delta_1)$  و  $(\Delta_2)$  على الترتيب.
- (4) أ) عيّن طبيعة المثلث  $BCD$ ، ثم احسب حجم رباعي الوجوه  $ABCD$ .
- ب) استنتج مساحة المثلث  $ACD$ .

### التمرين الثاني:

ننسب الفضاء إلى معلم متعامد متجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$   
نعتبر النقط  $A(2; -1; 1)$  ،  $B(1; -1; 3)$  ،  $C(2; -2; 1)$  و  $D(2; 2; 2)$  والشعاع  
 $\vec{n}(2; 0; 1)$

1/ أ- برهن أن النقط  $A$  ،  $B$  و  $C$  تشكل مستو

ب- أحسب  $\vec{AB} \cdot \vec{n}$  و  $\vec{AC} \cdot \vec{n}$  ثم استنتج معادلة ديكرتية لـ  $(ABC)$

2/ ليكن  $(\Delta)$  مستقيم معرفة بمعادلاته الوسيطة :  $t \in R$  ;  
$$\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = 2 \\ z = 2t \end{cases}$$

بيّن أن النقطة  $D$  تنتمي إلى المستقيم  $(\Delta)$  وأن هذا المستقيم عمودي على



## التمرين الثاني :

ننسب الفضاء إلى معلم متعامد متجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$   
نعتبر النقط  $A(2; -1; 1)$  ،  $B(1; -1; 3)$  ،  $C(2; -2; 1)$  و  $D(2; 2; 2)$  والشعاع  
 $\vec{n}(2; 0; 1)$

1/ أ- برهن أن النقط  $A$  ،  $B$  و  $C$  تشكل مستو

ب- أحسب  $\vec{AB} \cdot \vec{n}$  و  $\vec{AC} \cdot \vec{n}$  ثم استنتج معادلة ديكرتية لـ  $(ABC)$

$$\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = 2 \\ z = 2t \end{cases} \quad ; \quad t \in \mathbb{R}$$

2/ ليكن  $(\Delta)$  مستقيم معرفة بمعادلاته الوسيطة :

بين أن النقطة  $D$  تنتمي إلى المستقيم  $(\Delta)$  وأن هذا المستقيم عمودي على

$(ABC)$

3/ لتكن  $H$  المسقط العمودي للنقطة  $D$  على المستوي  $(ABC)$

أ- عين إحداثيات النقطة  $H$

ب- ماهي المجموعة  $(S)$  للنقط  $M$  من الفضاء بحيث :  $\vec{MD} \cdot \vec{MH} = 0$  ؟

ج- أدرس تقاطع المستوي  $(ABC)$  و المجموعة  $(S)$ .

## التمرين الأول:

اختر الإجابات الصحيحة من بين الأجوبة المقترحة مبينا ذلك

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

1/ المستقيمان  $(AB)$  و  $(\Delta)$  حيث:  $A(2; -1; -3)$  ؛  $B(3; 1; 1)$  و

$$(\Delta) : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 - 2t \\ z = -1 + 3t \end{cases} ; t \in \mathbb{R}$$

أ/ متوازيان      ب/ منطبقان      ج-/ متقاطعان      د/ ليسا من نفس المستوي

2/  $(p)$  مستوي معادلته:  $x - 2y + 3z - 1 = 0$  و  $(S)$  سطح كرة مركزها  $w(1, 1, 2)$  ونصف قطرها  $2\sqrt{2}$

أ/  $(p)$  مماس ل-  $(S)$       ب/  $(p)$  يقع خارج  $(S)$       ج-/  $(p)$  يقطع  $(S)$  في دائرة

3/ المسافة بين النقطة  $E(1; -1; 1)$  والمستقيم  $(D)$  هي:  $\begin{cases} x = t - 1 \\ y = 2t + 1 \\ z = t \end{cases}$

أ/  $\frac{53\sqrt{6}}{6}$       ب/  $\sqrt{\frac{53}{6}}$       ج-/  $\sqrt{2}$       د/ 0

التمارين الأخرى .

## التمرين الثاني:

ينسب الفضاء إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

1/ عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم  $(\Delta)$  الذي يشمل  $A(-2; 8; 4)$  و  $n \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ -1 \end{pmatrix}$  شعاع توجيه له.

2/ نعتبر المستويين  $(P)$  و  $(Q)$  حيث:  $(P): x - y - z = 7$  و  $(Q): x - 2z = 11$ .  
أ) بين أن  $(P)$  و  $(Q)$  يتقطعان وفق مستقيم  $(D)$  يطلب تعيين تمثيله الوسيطي.  
ب) بين أن  $(\Delta)$  و  $(D)$  ليس من نفس المستوى.

3/ نعتبر النقطتين  $H(-3, 3, 5)$  و  $F(3, 0, -4)$

أ/ تحقق أن  $H \in (\Delta)$  و  $F \in (D)$ .

ب/ برهن أن المستقيم  $(HF)$  عمودي على كل من  $(\Delta)$  و  $(D)$ .

ج/ استنتج المسافة بين  $(\Delta)$  و  $(D)$ .

4/ عين مجموعة النقط  $M$  من الفضاء التي تحقق:  $MH.HF = 126$

السنة: 2011