Aiyham Alshaer Math

الرياضيات مع أيهم الشاعر

34

أربعة وثلاثون اختبار رياضيات

لطلاب الثالث الثانوي العلمي

- أربع اختبارات في بحث المتتاليات ونهاية متتالية
- أربع اختبارات في بحث النهايات والاستمرار والاشتقاق
- أربع اختبارات في بحث التابع اللوغاريتمي
- أربع اختبارات في بحث التابع الأسي
- أربع اختبارات في بحث التكامل والتوابع الأصلية
- أربع اختبارات في بحث الأشعة والجداء السلمي والمستقيمات في الفراغ
- أربع اختبارات في بحث الأعداد العقدية وتطبيقاتها
- أربع اختبارات في بحث التحليل التوافقي والاحتمالات
- اختبارين شاملين

إعداد: أيهم الشاعر

www.facebook.com/AiyhamAlshaerMath

4

اختبارات في بحث المتتاليات ونهاية متتالية

أولاً: أجب عن الأسئلة الآتية: ($30°$ درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: أثبت صحة العلاقة " $2^{3n}-1$ مضاعف للعدد 7 " أياً كان العدد الطبيعي n.

السؤال الثاني: $(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية حسابية حدها الأول u_0 وأساسها r فيها $u_3=-11$ و $u_5=-21$ ، احسب r و u_0.

السؤال الثالث: أثبت أن المتتالية $u_n=\dfrac{\sqrt{n}+1}{n+1}$ متقاربة من الصفر.

السؤال الرابع: احسب المجموع $S=\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{2}+\dfrac{3}{4}+1+\dfrac{5}{4}+\ldots+20$.

ثانياً: حل التمرينات الآتية: ($50°$ درجة لكل تمرين)

التمرين الأول: $(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية معرّفة بالعلاقة $u_{n+1}=u_n^2+4u_n+2$ و $u_0=-\dfrac{3}{2}$ و المطلوب:

1) أثبت أن $-2\leq u_n\leq -1$ أياً كان العدد الطبيعي n.

2) أثبت أن $u_{n+1}-u_n=(u_n+1)(u_n+2)$ أياً كان العدد الطبيعي n.

3) استنتج أن المتتالية u_n متقاربة واحسب نهايتها.

التمرين الثاني: لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرّفة بالعلاقة $u_{n+1}=\dfrac{u_n}{2}+\dfrac{2}{u_n}$ و $u_0=4$ والمطلوب:

1) أثبت أن التابع $f(x)=\dfrac{x}{2}+\dfrac{2}{x}$ متزايد تماماً على المجال $]2,+\infty[$ ثم استنتج أن العدد 2 حد قاصر عن المتتالية u_n.

2) أثبت أن المتتالية u_n متناقصة تماماً.

3) استنتج أن المتتالية u_n متقاربة واحسب نهايتها.

ثالثاً: حل المسألة الآتية: ($80°$ درجة)

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرّفة بالعلاقة التدريجية $u_{n+1}=3u_n-4$ و $u_0=1$ و المطلوب:

1) احسب الحدود u_1 و u_2 ثم ادرس اطراد المتتالية u_n.

2) أثبت أن المتتالية $v_n=u_{n+1}-u_n$ هندسية ، عيّن حدها الأول وأساسها.

3) اكتب عبارة v_n بدلالة n ، ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n.

4) احسب نهاية المتتالية u_n ، هل هي متقاربة أم متباعدة ؟

5) نعرّف المتتالية S_n بالعلاقة $S_n=v_0+v_1+v_2+\ldots+v_n$ ، عبّر عن S_n بدلالة n واحسب نهايتها.

انتهى الاختبار الأول

المتتاليات ونهاية متتالية

أولاً: أجب عن الأسئلة الآتية: ($30°$ درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: u_n متتالية هندسية متناقصة حدها الأول u_0 وأساسها q فيها $u_3=-\frac{1}{4}$ و $u_5=-\frac{1}{16}$ ، احسب q و u_0 .

السؤال الثاني: $(u_n)_{n\ge0}$ متتالية معرّفة بالعلاقة $u_{n+1}=\sqrt{2+u_n}$ و $u_0=0$ ، أثبت أن $0\le u_n\le 2$.

السؤال الثالث: جد نهاية المتتالية $u_n=\frac{3^n-5^n}{2^n+5^n}$ ، هل هي متقاربة ؟.

السؤال الرابع: أثبت أن المتتاليتين المعرفتين وفق $u_n=1-\frac{1}{n}$ و $v_n=1+\frac{1}{n^2}$ متجاورتين ، عين نهايتهما المشتركة.

ثانياً: حل التمرينات الآتية: ($50°$ درجة لكل تمرين)

التمرين الأول: $(u_n)_{n\ge1}$ متتالية معرّفة بالعلاقة $u_n=\frac{1}{n(n+1)}$ و المطلوب:

1) أثبت أن $0<u_n\le\frac{1}{2}$ أياً كان العدد الطبيعي $n\ge1$.

2) أوجد عددين حقيقيين a و b بحيث $u_n=\frac{a}{n}+\frac{b}{n+1}$ أياً كان العدد الطبيعي n .

3) ليكن في حالة n عدد طبيعي $S_n=u_1+u_2+\dots+u_n$ ، عبّر عن S_n بدلالة n ثم استنتج نهاية المتتالية S_n .

التمرين الثاني: لتكن $(u_n)_{n\ge1}$ متتالية معرفة بالعلاقة التدريجية $u_{n+1}=\frac{1}{3}u_n+2$ و $u_0=-3$ والمطلوب:

1) مثل هندسياً الحدود الأولى للمتتالية u_n ثم خمن جهة اطرادها ونهايتها المحتملة.

2) ادرس اطراد المتتالية u_n .

3) أثبت أن 3 حد راجح على المتتالية u_n ثم استنتج أن المتتالية u_n متقاربة واحسب نهايتها.

ثالثاً: حل المسألة الآتية: ($80°$ درجة)

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\ge0}$ المعرّفة بالعلاقة $u_{n+1}=\frac{-1+2u_n}{u_n}$ و $u_0=2$ والمطلوب:

1) أثبت بالتدريج أن $u_n>u_{n+1}>1$ ثم استنتج أن المتتالية u_n متقاربة.

2) نعرّف المتتالية $v_n=\frac{1}{u_n-1}$ ، أثبت v_n حسابية ، عين حدها الأول وأساسها.

3) اكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج أن $u_n=\frac{n+2}{n+1}$ واحسب $\lim_{n\to\infty}u_n$.

4) هل المتتالية u_n محدودة من الأعلى بالعدد 2 ؟ ، هل هي محدودة؟

5) أثبت أن $u_n<v_n$ أياً كان العدد الطبيعي $n\ge1$.

انتهى الاختبار الثاني

المتتاليات ونهاية متتالية

اختبارات الرياضيات لطلاب الثالث الثانوي العلمي

الاختبار: المتتاليات ونهاية متتالية ، **النموذج:** C

أولاً: أجب عن الأسئلة الآتية: ($30°$ درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: هل المتتالية $u_n = \dfrac{n - 3\sin n}{n}$ متقاربة ؟ علل إجابتك.

السؤال الثاني: لتكن المتتالية المعرّفة بالعلاقة $u_{n+1} = 10u_n - 18$ و $u_0 = 7$ ، أثبت بالتدريج أن $u_n = 5\times 10^n + 2$.

السؤال الثالث: أثبت أن المتتالية $u_n = \dfrac{6}{n^2 + 2n + 4}$ محدودة من الأعلى بالعدد 2.

السؤال الرابع: لتكن المتتالية $u_n = 2 - \dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{4} - \dfrac{1}{8} - \dots - \dfrac{1}{2^n}$ ، اعط صيغة أخرى تفيد في حساب u_n ثم احسب $\lim\limits_{n\to\infty} u_n$.

ثانياً: حل التمرينات الآتية: ($50°$ درجة لكل تمرين)

التمرين الأول: $(u_n)_{n\ge1}$ متتالية معرّفة بالعلاقة $u_n = e + \dfrac{e}{1!} + \dfrac{e}{2!} + \dfrac{e}{3!} + \dots + \dfrac{e}{n!}$ و المطلوب:

1) أثبت مستعملاً البرهان بالتدريج أن $\dfrac{1}{n!} \le \dfrac{1}{2^{n-1}}$.

2) استنتج أن العدد $3e$ راجح على المتتالية u_n ، ثم استنتج تقارب المتتالية u_n.

التمرين الثاني: لتكن المتتاليتين $(u_n)_{n\ge0}$ و $(v_n)_{n\ge0}$ المعرفتين وفق

$$\begin{cases} u_0 = -1 \\ u_{n+1} = 3u_n + v_n \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} v_0 = 1 \\ v_{n+1} = 3v_n + u_n \end{cases}$$

والمطلوب: 1) أثبت أن المتتالية $w_n = v_n - u_n$ هندسية ، عين حدها الأول وأساسها ثم عبر عن w_n بدلالة n.

2) أثبت بالتدريج أن $v_n + u_n = 0$ أياً كان العدد الطبيعي n.

3) استنتج عبارة v_n و u_n بدلالة n.

ثالثاً: حل المسألة الآتية: ($80°$ درجة)

ليكن لدينا التابع $f(x) = \dfrac{2x+1}{x+2}$ المعرّف على المجال $]-2,+\infty[$ و المطلوب:

1) أثبت أن التابع f متزايد تماماً على المجال $]-2,+\infty[$.

2) a) نعرّف المتتالية $(u_n)_{n\ge0}$ بالعلاقة التدريجية $u_{n+1} = f(u_n)$ و $u_0 = 0$

أثبت بالتدريج أن $u_n < u_{n+1} \le 1$ ثم استنتج أن المتتالية u_n متقاربة ، واحسب نهايتها.

b) نعرّف المتتالية $(v_n)_{n\ge0}$ بالعلاقة التدريجية $v_{n+1} = f(v_n)$ و $v_0 = 2$

أثبت بالتدريج أن $v_n < v_{n+1} \le 1$ ثم استنتج أن المتتالية v_n متقاربة ، واحسب نهايتها.

c) هل المتتاليتين u_n و v_n متجاورتين ؟ علل ذلك.

انتهى الاختبار الثالث

المتتاليات ونهاية متتالية

أولاً: أجب عن الأسئلة الآتية: ($30°$ درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: ادرس اطراد المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ المعرفة بالعلاقة $u_n = \dfrac{10^n}{n}$.

السؤال الثاني: أثبت صحة القضية التالية $3n^2 \geq (n+1)^2$ أياً كان العدد الطبيعي $n \geq 2$.

السؤال الثالث: أثبت أن المتتالية $u_n = \dfrac{n+(-1)^n}{3n+1}$ متقاربة.

السؤال الرابع: أثبت أن المتتاليتين $u_n = 1 + \dfrac{1}{2^2} + \dfrac{1}{3^2} + \dots + \dfrac{1}{n^2}$ و $v_n = u_n + \dfrac{1}{n}$ متجاورتين.

ثانياً: حل التمرينات الآتية: ($50°$ درجة لكل تمرين)

التمرين الأول: $(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية معرّفة بالعلاقة $u_n = \dfrac{1}{5} + \dfrac{2}{5^2} + \dfrac{3}{5^3} + \dfrac{4}{5^4} + \dots + \dfrac{n}{5^n}$ و المطلوب:

1) أثبت مستعملاً البرهان بالتدريج أن $n \leq 2^n$ أياً كان العدد الطبيعي n .

2) أثبت أن $\dfrac{2}{3}$ عنصراً راجحاً على المتتالية u_n.

التمرين الثاني: a و b و c ثلاث حدود متوالية غير معدومة في متتالية هندسية اساسها q ، كما لدينا $12a$ و $5b$ و $2c$ ثلاث حدود متوالية في متتالية حسابية متناقصة ، احسب q.

ثالثاً: حل المسألة الآتية: ($80°$ درجة)

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرّفة بالعلاقة $u_{n+1} = \dfrac{1}{2}(u_n + 3)$ و $u_0 = 2$ والمطلوب:

1) ادرس اطراد المتتالية u_n .

2) a) جد α حل المعادلة $x = \dfrac{1}{2}(x+3)$.

b) نعرف المتتالية $v_n = u_n - \alpha$ ، أثبت أن المتتالية v_n هندسية عين حدها الأول وأساسها.

3) اكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج أن عبارة u_n بدلالة n ، ثم احسب $\lim\limits_{n\to\infty} u_n$.

4) نعرّف المتتالية S_n في حالة العدد الطبيعي n: $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n = \sum\limits_{k=0}^{n} u_k$

أثبت أن S_n تكتب بالشكل $S_n = 3n + 1 + \dfrac{1}{2^n}$ ثم احسب نهايتها.

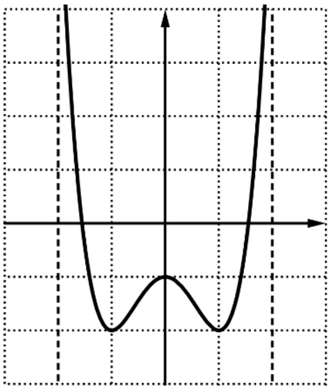
انتهى الاختبار الرابع

المتتاليات ونهاية متتالية

4

اختبارات في بحث النهايات والاستمرار والاشتقاق

أولاً: أجب عن الأسئلة الآتية: ($30°$ درجة لكل سؤال)



السؤال الأول: الشكل المجاور هو C الخط البياني للتابع f المعرّف على المجال $]-2,2[$:

1) عيّن القيم الحدّية للتابع f.

2) اكتب معادلة كل مقارب شاقولي للخط C.

3) أوجد $f\left(]-1,1[\right)$.

4) هل التابع f فردي أم زوجي ؟ برر إجابتك.

السؤال الثاني: أوجد نهاية التابع $f(x)=\dfrac{x^2}{1-\cos x}$ عند الصفر.

السؤال الثالث: اكتب التابع $f(x)=E(x)+\sqrt{x-E(x)}$ بعبارة مستقلة عن $E(x)$ ثم أثبت أنه مستمر على المجال $[0,2]$.

السؤال الرابع: أوجد مشتق التابع $f(x)=\dfrac{\sin x}{\cos^2 x}$ ثم استنتج مشتق التابع $g(x)=\sqrt{\dfrac{\sin x}{\cos^2 x}}$.

ثانياً: حل المسألتين الآتيتين: ($90°$ درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}$ بالعلاقة $f(x)=x+\dfrac{2x}{\sqrt{x^2+1}}$ والمطلوب:

1) أثبت أن التابع f متزايد تماماً ثم نظم جدول تغيرات f.

2) أثبت أن المستقيم $d_1 : y=x+2$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$.

3) أثبت أن المستقيم $d_2 : y=x-2$ مقارب مائل للخط C في جوار $-\infty$.

4) اكتب معادلة T المماس للخط C في المبدأ.

5) ارسم ما وجدته من مقاربات ثم ارسم T وارسم C.

المسألة الثانية: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}$ بالعلاقة $f(x)=\dfrac{2x}{|x|+1}$ والمطلوب:

1) ادرس قابلية اشتقاق التابع f عند الصفر من اليمين .

2) ادرس قابلية اشتقاق التابع f عند الصفر من اليسار ، هل f اشتقاقي عند الصفر؟ برر إجابتك.

3) أثبت أن التابع f فردي ، ما الصفة الهندسية لخطه البياني ؟.

4) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم عين عدداً حقيقياً A يحقق " أياً يكن $x>A$ فإن $f(x)$ ينتمي إلى المجال $]1.9,2.1[$ ".

5) ادرس تغيرات f على المجال $[0,+\infty[$ ونظم جدولاً بها.

6) استنتج رسم الخط البياني C.

انتهى الاختبار الأول

النهايات والاستمرار والاشتقاق

أولاً: أجب عن الأسئلة الآتية: ($30°$ درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: الجدول المجاور هو جدول تغيرات التابع f المعرّف على $\mathbb{R}$:

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	2

1) عيّن القيم الحدّية للتابع f .

2) هل يقبل التابع f مقارب مائل ؟ برر إجابتك.

3) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(f(x))$.

4) ما عدد حلول المعادلة $f(x)=0$.

السؤال الثاني: أثبت أن التابع $f(x)=x\sqrt{x}$ اشتقاقي على مجموعة تعريفه ، ثم احسب $f'(x)$.

السؤال الثالث: عيّن التابع المشتق للتابع $f(x)=x^2\cos\left(\dfrac{1}{x}\right)$ ثم اكتب معادلة المماس للخط C في النقطة التي فاصلتها $\dfrac{2}{\pi}$.

السؤال الرابع: احسب نهاية التابع $f(x)=\dfrac{2x+\sin x}{3x+5}$ عند $+\infty$.

ثانياً: حل المسألتين الآتيتين: ($90°$ درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}$ بالعلاقة $f(x)=\sqrt{x^2-2x+2}$ والمطلوب:

1) ادرس تغيرات f ونظّم جدولاً بها ، حدد القيمة الحدية للتابع f .

2) عيّن العددين الحقيقيين a و b بحيث $a=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x}$ و $b=\lim\limits_{x\to-\infty}(f(x)-ax)$.

3) أثبت أن C يقبل مقارباً مائلاً اكتب معادلته وادرس وضعه النسبي.

4) لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالعلاقة التدريجية $u_{n+1}=f(u_n)$ و $u_0=4$ والمطلوب:

a) أثبت بالتدريج أن $1\leq u_{n+1}<u_n$ أياً كان العدد الطبيعي n.

b) استنتج أن المتتالية u_n متقاربة واحسب نهايتها.

المسألة الثانية: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}\setminus\{3\}$ بالعلاقة $f(x)=\dfrac{x^2-5x+7}{x-3}$ والمطلوب:

1) ادرس تغيرات f ونظّم جدولاً بها ، حدد القيم الحدية للتابع f .

2) عيّن الأعداد الحقيقية a و b و c التي تحقق $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{x-3}$.

3) أثبت أن C يقبل مقارباً مائلاً اكتب معادلته وادرس وضعه النسبي.

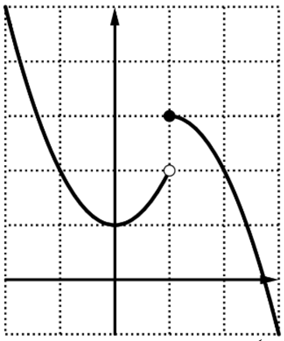
4) ارسم ما وجدته من مقاربات C ثم ارسم C .

5) ناقش تبعاً لقيم الوسيط m عدد حلول المعادلة $x^2-(m+5)x+3m+7=0$.

انتهى الاختبار الثاني

النهايات والاستمرار والاشتقاق

أولاً: أجب عن الأسئلة الآتية: ($30°$ درجة لكل سؤال)



السؤال الأول: الشكل المجاور هو C الخط البياني للتابع f المعرّف على المجال $]-2,3[$:

1) أثبت أن $f(1)$ قيمة حدية كبرى للتابع f .

2) اكتب معادلة المماس الأفقي للخط C.

3) ما هي حلول المعادلة $f(x)=2$.

4) أوجد حلول المتراجحة $f'(x)\geq 0$.

السؤال الثاني: أثبت أن المشتق من المرتبة n للتابع $f(x)=\cos x$ يعطى بالشكل $f^{(n)}(x)=(-1)^n\cos\left(\dfrac{n\pi}{2}-x\right)$.

السؤال الثالث: ليكن التابع $f(x)=x^3+ax^2+bx$ ، عيّن العددين a و b كي يقبل التابع f قيمة حديّة في النقطة $(1,0)$.

السؤال الرابع: أثبت أن التابع $f(x)=\dfrac{2-3\cos x}{4+3\cos x}$ يكتب بالشكل $f(x)=\dfrac{6}{4+3\cos x}-1$ ثم استنتج أن f محدود.

ثانياً: حل المسألتين الآتيتين: ($90°$ درجة لكل مسألة)

المسألة الثانية: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف بالعلاقة $f(x)=x\sqrt{6x-3x^2}$ والمطلوب:

1) أثبت أن التابع f معرف على المجال $[0,2]$.

2) جد النهاية $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x}$ ، ما طبيعة المماس في المبدأ ؟

3) ادرس قابلية اشتقاق التابع f عند 2 ، ما التأويل الهندسي لهذه النتيجة ؟

4) احسب $f'(x)$ ثم استنتج قيمة تقريبية للعدد $f(1.01)$.

5) ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها ثم دل على القيمة الحدية الكبرى و ارسم C.

المسألة الأولى: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}$ بالعلاقة $f(x)=\dfrac{x^3-2x^2-5x-6}{x^2+3}$ والمطلوب:

1) ادرس تغيرات f ونظّم جدولاً بها ، حدد القيم الحدية للتابع f .

2) أثبت أن النقطة $A(0,-2)$ مركز تناظر للخط C.

3) أثبت أن المستقيم $\Delta: y=x-2$ مقارب مائل للخط C في جوار $\pm\infty$ وادرس وضعه النسبي.

4) هل يقبل C مماساً يوازي المستقيم Δ ؟ برر إجابتك.

5) أثبت أن للمعادلة $f(x)=0$ حل وحيد ، احصر هذا الحل بمجال طوله واحد.

6) ارسم Δ ثم ارسم C.

انتهى الاختبار الثالث

النهايات والاستمرار والاشتقاق

أولاً: أجب عن الأسئلة الآتية: ($30°$ درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: الجدول المجاور هو جدول تغيرات التابع f المعرّف على $\mathbb{R}^*$ والمطلوب:

x	$-\infty$		0			3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	$\Vert$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$5 \ \Vert\ +\infty$		$\searrow$	-2	$\nearrow$	0

1) ما عدد حلول المعادلة $f(x)=0$.

2) احسب $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$.

3) اكتب معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي للخط C.

4) جد حلول المتراجحة $f'(x) \leq 0$.

السؤال الثاني: أوجد نهاية التابع $f(x)=\dfrac{2x-E(x)}{3x+1}$ عند $+\infty$.

السؤال الثالث: ليكن التابع $f(x)=\cos^2 x$ احسب $f(\pi)$ و $f'(x)$ و $f'(\pi)$ ثم استنتج النهاية $\lim\limits_{x\to\pi} \dfrac{\cos^2 x-1}{x-\pi}$.

السؤال الرابع: عيّن قيمة m كي يكون التابع $f(x)=\begin{cases} \dfrac{\sqrt{x+3}-2}{x-1} & : x\neq 1 \\ m & : x=1 \end{cases}$ مستمر على $\mathbb{R}$.

ثانياً: حل المسألتين الآتيتين: ($90°$ درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ بالعلاقة $f(x)=\dfrac{4x}{(x-1)^2}$ والمطلوب:

1) ادرس تغيرات f ونظّم جدولاً بها ، ثم دل على القيمة الحدية وبين نوعها.

2) حدد معادلة المقارب الأفقي للخط C وادرس وضعه النسبي.

3) ادرس وضع C بالنسبة لمنصف الربع الأول.

4) ارسم ما وجدته من مقاربات ثم ارسم C .

5) استنتج رسم الخط البياني للتابع $g(x)=\dfrac{4x}{(x+1)^2}$.

المسألة الثانية: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}$ بالعلاقة $f(x)=2\cos x-2\sin^2 x$ والمطلوب:

1) أثبت أن التابع f زوجي ، ما الصفة الهندسية لخطه البياني.

2) قارن بين $f(x)$ و $f(x+2\pi)$ ثم استنتج إمكانية دراسة التابع على المجال $[0,\pi]$.

3) ادرس تغيرات التابع f على المجال $[0,\pi]$.

4) اكتب معادلة كل مماس أفقي للخط C.

5) ارسم C على المجال $[0,\pi]$ ثم استنتج رسم C على المجال $[-2\pi,2\pi]$.

انتهى الاختبار الرابع

النهايات والاستمرار والاشتقاق

4

اختبارات في بحث التابع اللوغاريتمي

أولاً: أجب عن الأسئلة الآتية: ($30°$ درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: نفترض وجود عددين حقيقين موجبين تماماً a و b يحققان $2\ln a-\ln b=\ln(2a+3b)$ ، احسب $\frac{a}{b}$.

السؤال الثاني: ليكن C الخط البياني للتابع $f(x)=x\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)$ ، أوجد $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to 0}f(x)$

ثم استنتج معادلة المقارب الأفقي للخط البياني للتابع f .

السؤال الثالث: ليكن C الخط البياني للتابع $f(x)=1-\ln x$ ، أثبت أن C يقع فوق أي مماس له.

السؤال الرابع: حل في $\mathbb{R}^2$ جملة المعادلتين: $\begin{pmatrix} \ln xy=2 \\ 2\ln x-3\ln y=-1 \end{pmatrix}$.

ثانياً: حل المسألتين الآتيتين: ($80°$ درجة للأولى و $100°$ درجة للثانية)

المسألة الأولى: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $]0,+\infty[$ بالعلاقة $f(x)=\frac{1+\ln x}{x}$ والمطلوب:

1) أوجد $\lim\limits_{x\to 0}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ، ثم حدد مقاربات C.

2) احسب $f'(x)$ ، ثم استنتج جدول تغيرات التابع f ، دل على القيمة الحدية مبيناً نوعها.

3) أثبت أن للمعادلة $f(x)=0$ حل وحيد في المجال $]0,1[$ ثم احسب القيمة الحقيقة لهذا الحل.

4) ارسم ما وجدته من مقاربات ثم ارسم C.

5) ناقش تبعاً لقيم الوسيط m عدد حلول المعادلة $1-mx+\ln x=0$.

المسألة الثانية: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف بالعلاقة $f(x)=\ln\left(1+\frac{2}{x}\right)$ والمطلوب:

1) عيّن D_f مجموعة تعريف التابع f .

2) ادرس تغيرات f ونظّم جدولاً بها ، حدد مقاربات C.

3) أثبت أن النقطة $A(-1,0)$ مركز تناظر للخط البياني C.

4) ارسم مقاربات C ، ثم ارسم C.

5) استنتج رسم الخط البياني للتابع $g(x)=\ln\left(\frac{x}{x-2}\right)$.

6) لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ المعرّفة بالعلاقة $u_n=f(n)$ ولنضع المتتالية $S_n=u_1+u_2+\ldots+u_n$

أثبت أن: $S_n=\ln\frac{(n+2)(n+1)}{2}$.

انتهى الاختبار الأول

التابع اللوغاريتمي

أولاً: أجب عن الأسئلة الآتية: ($30°$ درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة الآتية $(\ln x)^2 - 2\ln x - 3 \geq 0$.

السؤال الثاني: ليكن التابع $f(x) = ax + b + \dfrac{\ln x}{x}$ ، عيّن قيمة a,b كي يقبل التابع f مماس أفقي في النقطة $A(1,0)$.

السؤال الثالث: ليكن C الخط البياني للتابع $f(x) = \dfrac{x}{x - \ln x}$ و $f(0) = 0$ ، أثبت أن f مستمر عند الصفر ،

أثبت أن f اشتقاقي عند الصفر ، ما طبيعة المماس في المبدأ ؟ اكتب معادلته.

السؤال الرابع: حل في $\mathbb{R}^2$ جملة المعادلتين: $\begin{pmatrix} (\ln x).(\ln y) = -2 \\ \ln x - \ln y = 3 \end{pmatrix}$.

ثانياً: حل المسألتين الآتيتين: ($80°$ درجة للأولى و $100°$ درجة للثانية)

المسألة الأولى: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}^*$ بالعلاقة $f(x) = \dfrac{\ln|x|}{x}$ والمطلوب:

1) أثبت أن التابع f فردي ، ما الصفة الهندسية لخطه البياني.

2) ادرس تغيرات f على المجال $]0,+\infty[$ ، دل مقاربات C و القيمة الحدية

3) اكتب معادلة المماس للخط C في نقطة منه فاصلتها 1.

4) ارسم الخط البياني للتابع f على D_f.

5) استنتج رسم الخط البياني للتابع $g(x) = \dfrac{\ln|x| + x}{x}$.

المسألة الثانية: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $]-1,3[$ بالعلاقة $f(x) = \ln\left(\dfrac{1+x}{3-x}\right)$ والمطلوب:

1) أوجد $\lim\limits_{x \to -1} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to 3} f(x)$ ، ثم حدد مقاربات C.

2) احسب $f'(x)$ ، ثم استنتج أن التابع f متزايد تماماً ، نظم جدولاً بتغيرات التابع f .

3) عين A نقطة تقاطع C مع محور الفواصل ثم أثبت أن A مركز تناظر للخط C.

4) اكتب معادلة d المماس للخط C في النقطة A .

5) ارسم ما وجدته من مقاربات ثم ارسم d و C.

6) لتكن المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرّفة بالعلاقة $u_{n+1} = e^{f(u_n)}$ و $u_0 = 0$ ، والمطلوب:

أثبت بالتدريج صحة العلاقة $1 < u_{n+1} < u_n$ ثم استنتج أن المتتالية متقاربة u_n واحسب نهايتها.

انتهى الاختبار الثاني

التابع اللوغاريتمي

أولاً: أجب عن الأسئلة الآتية: ($30°$ درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة الآتية $\ln(x^2-3x) \geq 2\ln(6-x)$.

السؤال الثاني: أثبت أن $2+\ln x \leq 2\sqrt{x}$ أياً كان $x>0$.

السؤال الثالث: أوجد مجموعة تعريف التابع $f(x)=\dfrac{-1}{\ln x}$ ، ثم احسب النهايات عند أطراف مجموعة التعريف ، حدد مقاربات f .

السؤال الرابع: حل في $\mathbb{R}^2$ جملة المعادلتين: $\begin{pmatrix} \ln(x+y)=2\ln 2 \\ \ln x+\ln y=\ln 3 \end{pmatrix}$.

ثانياً: حل المسألتين الآتيتين: ($80°$ درجة للأولى و $100°$ درجة للثانية)

المسألة الأولى: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $]0,+\infty[$ بالعلاقة $f(x)=\dfrac{\ln x}{x^2}$ والمطلوب:

1) ادرس تغيرات f ونظّم جدولاً بها ، حدد مقاربات C وقيمته الحدية.

2) ادرس وضع C بالنسبة لمقاربه الأفقي.

3) أثبت أن التابع f يقبل مماساً واحداً T يوازي المستقيم $y=x$ اكتب معادلته.

4) ارسم ما وجدته من مقاربات و ارسم T ثم ارسم C.

5) استنتج رسم الخط البياني للتابع $g(x)=|f(x)|$.

المسألة الثانية: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}^*$ بالعلاقة $f(x)=x+1-\ln|x|$ والمطلوب:

1) اكتب f بصيغة لا تحوي قيمة مطلقة.

2) ادرس تغيرات f ونظم جدولاً بها ثم حدد مقاربات C وقيمته الحدّية.

3) عين نقاط تقاطع C مع المستقيم $\Delta: y=x$.

4) ارسم ما وجدته من مقاربات ثم ارسم Δ و C.

5) ناقش تبعاً لقيم الوسيط λ عدد حلول المعادلة $f(x)=\lambda$.

6) لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرّفة بالعلاقة $u_{n+1}=f(u_n)$ و $u_0=1$ ، والمطلوب:

a) مثل هندسياً الحدود الأولى للمتتالية u_n ثم خمن جهة اطراد المتتالية u_n ونهايتها المحتملة.

b) أثبت بالتدريج صحة العلاقة $1 \leq u_n < e$ أياً كان العدد الطبيعي n .

c) أثبت أن المتتالية u_n متزايدة تماماً ثم استنتج أن المتتالية u_n متقاربة واحسب نهايتها.

انتهى الاختبار الثالث

التابع اللوغاريتمي

أولاً: أجب عن الأسئلة الآتية: ($30°$ درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: حل في $\mathbb{R}$ المعادلة الآتية : $\ln|x+1|+\ln(2-x)=2\ln 2$.

السؤال الثاني: ليكن لدينا التابعين $f(x)=\ln x$ و $g(x)=\dfrac{x-1}{x}$ ، أثبت أن $f(x)\geq g(x)$ أياً يكن $x>0$.

السؤال الثالث: أوجد مجموعة تعريف التابع $f(x)=\ln\sqrt{x+3}-\dfrac{1}{2}\ln x$ ، ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(f(x))$.

السؤال الرابع: حل في $\mathbb{R}^2$ جملة المعادلتين: $\begin{pmatrix} \ln(x-y)=2\ln 2 \\ \ln x-\ln y=\ln 3 \end{pmatrix}$.

ثانياً: حل المسألتين الآتيتين: ($80°$ درجة للأولى و $100°$ درجة للثانية)

المسألة الأولى: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $]0,+\infty[$ بالعلاقة $f(x)=\dfrac{1+2\ln x}{x^2}$ والمطلوب:

1) ادرس تغيرات f وحدد قيمته الحدّية.
2) ما طبيعة المماس للخط C في النقطة التي فاصلتها 1.
3) حل المعادلة $f(x)=0$ ثم ادرس إشارة $f(x)$.
4) ارسم المماس ثم ارسم C.
5) استنتج وجود عددين حقيقيين a و b بحيث $\dfrac{1+2\ln a}{1+2\ln b}=\left(\dfrac{a}{b}\right)^2$.

المسألة الثانية: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف بالعلاقة $f(x)=x+1-\ln\left(\dfrac{x}{x-2}\right)$ والمطلوب:

1) عيّن D_f مجموعة تعريف التابع f .
2) ادرس تغيرات f ونظّم جدولاً بها ، حدد مقاربات C.
3) أثبت أن $f(x)+f(2-x)=4$ ثم استنتج أن النقطة $A(1,2)$ مركز تناظر للخط البياني C.
4) أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y=x+1$ مقارب مائل للخط C.
5) ارسم مقاربات C ، ثم ارسم C.
6) أثبت أن للمعادلة $f(x)=m$ حلين مختلفين أياً كان العدد الحقيقي m.
7) استنتج رسم الخط البياني للتابع $g(x)=x-1-\ln\left(1+\dfrac{2}{x}\right)$.

انتهى الاختبار الرابع

التابع اللوغاريتمي

4

اختبارات في بحث التابع الأسي

أولاً: أجب عن الأسئلة الآتية: (30° درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $\dfrac{1}{e^x}=\dfrac{1}{2e^{-x}+1}$.

السؤال الثاني: أوجد مجموعة تعريف التابع $f(x)=\ln(4-9^x-3^{x+1})$.

السؤال الثالث: أثبت أن التابع f المعرف على $\mathbb{R}$ بالعلاقة $f(x)=(x+2)^{\frac{x+2}{x+1}}$ و $f(-1)=e$ مستمر عند -1.

السؤال الرابع: ليكن التابع $f(x)=\dfrac{3e^x+5}{e^x+2}$ ، احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم عين عدداً حقيقياً A يحقق:

" أياً كانت $x>A$ انتمى $f(x)$ إلى المجال المفتوح الذي مركزه 3 ونصف قطره 0.1 ".

ثانياً: حل المسألتين الآتيتين: (90° درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: I) ليكن التابع f المعرّف على $\mathbb{R}$ بالعلاقة $f(x)=(ax+b)e^x$ والمطلوب:

عيّن العددين a و b كي يمر الخط البياني f قيمة حدّية في النقطة $A(1,-e)$.

II) في حالة $a=1$ و $b=-2$ نعرّف C الخط البياني للتابع f المعرف بالعلاقة $f(x)=(x-2)e^x$ والمطلوب:

1) ادرس تغيرات f ونظّم جدولاً بها.

2) اكتب معادلة المقارب الأفقي ثم ادرس وضع C بالنسبة للمقارب الأفقي.

3) اكتب معادلة d المماس للخط C في النقطة التي تعدم $f''(x)$.

4) ارسم ما وجدته من مقاربات ثم ارسم d و C.

5) ناقش تبعاً لقيم الوسيط m عدد حلول المعادلة $xe^x=m+2e^x$.

المسألة الثانية: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}$ بالعلاقة $f(x)=xe^{-x}+x-2$ والمطلوب:

1) ادرس تغيرات f ونظّم جدولاً بها.

2) أثبت أن المستقيم $\Delta: y=x-2$ مقارب مائل للخط C وادرس وضعه النسبي.

3) أثبت أن للمعادلة $f(x)=0$ حل وحيد α يحقق $1<\alpha<2$.

4) ارسم d و Δ ثم ارسم C.

5) لتكن لدينا المعادلة التفاضلية $(E)\ \ y+y'=e^{-x}+x-1$

a) أثبت أن التابع f حلاً للمعادلة التفاضلية (E).

b) أثبت أن g حلاً للمعادلة التفاضلية (E) إذا وفقط إذا كان $g-f$ حلاً للمعادلة التفاضلية $(F)\ \ y+y'=0$.

c) حل المعادلة التفاضلية (F) ثم استنتج جميع حلول المعادلة (E).

انتهى الاختبار الأول

التابع الأسي

أولاً: أجب عن الأسئلة الآتية: ($30°$ درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة $\frac{e^{2x}-1}{2e^x} \le \frac{3}{4}$.

السؤال الثاني: ليكن التابع $f(x) = x + 3^x$ ، أثبت أن للمعادلة $f(x) = 0$ حل وحيد ، احصر هذا الحل بمجال طوله واحد.

السؤال الثالث: أثبت باستخدام تعريف العدد المشتق أن $\lim\limits_{x\to 1} \frac{e^{x+\ln x}-e}{x-1} = 2e$.

السؤال الرابع: أثبت أن التابع $f(x) = xe^x$ حل المعادلة التفاضلية $y' - y = e^x$ ثم استنتج أن $x = e^{-x}\left(f'' - 2f' + 2f\right)$.

ثانياً: حل المسألتين الآتيتين: ($90°$ درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: نعرف التابع $f(x) = \ln(e^x + a)$ حيث a عدد حقيقي والمطلوب:

1) أثبت أن المستقيم $\Delta : y = x$ مقارب مائل للخط البياني للتابع f أياً كانت قيمة a.

2) عيّن قيمة a ليمر الخط C بالنقطة $A(0, \ln 2)$

3) ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}$ بالعلاقة $f(x) = \ln(e^x + 1)$ والمطلوب:

a) ادرس تغيرات f على مجموعة تعريفه.

b) ارسم Δ ثم ارسم C.

c) استنتج رسم الخط البياني للتابع $f_1(x) = x - \ln(e^x + 1)$.

d) نعرف المتتالية $(u_n)_{n\ge 0}$ بالعلاقة التدريجية $u_{n+1} = f(u_n)$ و $u_0 = 0$ ، أثبت أن المتتالية u_n متزايدة تماماً.

المسألة الثانية: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}$ بالعلاقة $f(x) = x + \frac{4}{e^x + 1}$ والمطلوب:

1) ادرس تغيرات f ونظم جدولاً بها.

2) أثبت $\Delta : y = x$ مقارب مائل للخط C وادرس وضعه النسبي.

3) احسب $\lim\limits_{x\to -\infty} \left(f(x) - (x+4)\right)$ ، ثم فسر النتيجة هندسياً.

4) اكتب معادلة T المماس للخط C في النقطة التي فاصلتها صفر.

5) ارسم ما وجدته من مقاربات ثم ارسم T و C.

6) استنتج رسم C_1 الخط البياني للتابع $g(x) = \frac{4e^x}{e^x + 1} - x$.

انتهى الاختبار الثاني

التابع الأسي

أولاً: أجب عن الأسئلة الآتية: ($30°$ درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة $e^{x}+4e^{-x}\leq 5$.

السؤال الثاني: ليكن لدينا التابع $f(x)=3^{x^2-2x}$ ، احسب $f(0)$ و $f'(x)$ و $f'(0)$ ثم استنتج النهاية $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{3^{x^2-2x}-1}{x}$.

السؤال الثالث: حل المعادلة التفاضلية $2y'+y=1$ ثم عيّن k بحيث يكون ميل المماس في النقطة التي فاصلتها 0 يساوي -2.

السؤال الرابع: حل في $\mathbb{R}^2$ جملة المعادلتين $\begin{pmatrix} e^{x+y}=3 \\ e^{x}-3e^{y}=8 \end{pmatrix}$.

ثانياً: حل المسألتين الآتيتين: ($90°$ درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف بالعلاقة $f(x)=\dfrac{2e^{x}-3}{e^{x}-1}$ والمطلوب:

1) أثبت أن مجموعة تعريف التابع هي $\mathbb{R}^*$.

2) ادرس تغيرات f ونظّم جدولاً بها ثم دل على مقاربات C الأفقية والشاقولية.

3) أثبت أن النقطة $I\left(0,\dfrac{5}{2}\right)$ مركز تناظر للخط البياني للتابع f.

4) ارسم ما وجدته من مقاربات ثم ارسم C.

5) استنتج رسم الخط البياني للتابع $f_1(x)=-\dfrac{1}{e^{x}-1}$.

6) نعرف المتتالية $u_n=f(n)$ ، ما أصغر عدد طبيعي n يحقق $u_n\in]1.8,2.2[$.

المسألة الثانية: I) ليكن التابع $g(x)=xe^{x}+1$ ، ادرس اطراد التابع g ثم استنتج أن $g(x)>0$.

II) ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $]0,+\infty[$ بالعلاقة $f(x)=e^{x}+\ln x$ والمطلوب:

1) احسب $\lim\limits_{x\to0}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ، ثم استنتج مقاربات C.

2) أثبت $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x}$ ثم استنتج جدول تغيرات التابع f.

3) أثبت أن للمعادلة $f(x)=m$ حل وحيد أياً كان العدد الحقيقي m.

4) أثبت أن T معادلة المماس للخط C في نقطة منه فاصلتها 1 تعطى بالعلاقة $y=ex+x-1$.

5) ارسم ما وجدته من مقاربات ثم ارسم C.

6) أثبت أن التابع f حل للمعادلة التفاضلية $y'-y=\dfrac{1}{x}-\ln x$.

انتهى الاختبار الثالث

التابع الأسي

أولاً: أجب عن الأسئلة الآتية: ($30°$ درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $4^{-x} + 2^{-x+1} \leq 3$.

السؤال الثاني: أوجد معادلة المماس للخط البياني للتابع $f(x) = (3-x)e^{x}$ في النقطة التي تعدم f'' .

السؤال الثالث: احسب نهاية المتتالية $u_n = \left(\dfrac{n}{n+1}\right)^n$.

السؤال الرابع: عيّن تابعاً من الدرجة الثانية f بحيث يحقق المعادلة التفاضلية $2y' - y = -x^2 + x$.

ثانياً: حل المسألتين الآتيتين: ($90°$ درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}$ بالعلاقة $f(x) = 27^{x} - 3^{x+1}$ والمطلوب:

1) أثبت أن إشارة $f(x)$ تتفق مع إشارة $3^{2x} - 3$.

2) جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ثم دل على معادلة المقارب الأفقي وادرس وضعه النسبي.

3) أثبت أن $f'(x) = 3^{x+1}(3^{2x}-1)\ln 3$ ثم نظم جدولاً بتغيرات التابع f .

4) اكتب معادلة المماس للخط C في النقطة التي تعدم $f'(x)$.

5) ارسم ما وجدته من مقاربات ثم ارسم C.

6) ناقش تبعاً لقيم الوسيط m عدد حلول المعادلة $f(x) = m$.

7) استنتج رسم الخط البياني للتابع $f_1(x) = \dfrac{1-3^{2x+1}}{3^{3x}}$.

المسألة الثانية: I) ليكن التابع $g(x) = e^{x} - x$ ، ادرس اطراد التابع g ثم استنتج أن $g(x) > 0$.

II) ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}$ بالعلاقة $f(x) = x + \dfrac{x+1}{e^{x}}$ والمطلوب:

1) أثبت $f'(x) = \dfrac{g(x)}{e^{x}}$ ثم استنتج جدول تغيرات التابع f .

2) أثبت $\Delta : y = x$ مقارب مائل C ، وادرس وضعه النسبي.

3) أثبت أن C يقبل مماساً T يوازي المستقيم Δ ، اكتب معادلته وادرس وضعه النسبي.

4) أثبت أن للمعادلة $f(x) = 0$ حل وحيد α ، احصر هذا الحل بمجال طوله واحد.

5) ارسم ما وجدته من مقاربات ثم ارسم T و C.

6) استنتج رسم الخط البياني للتابع $f_1(x) = \dfrac{(x+1)(e^{x}+1)}{e^{x}}$.

انتهى الاختبار الرابع

التابع الأسي

4

اختبارات في بحث التكامل والتوابع الأصلية

أولاً: أجب عن الأسئلة الثلاث الآتية: ($20°$ درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: احسب $I=\int_1^2 \frac{(x+1)^2}{x}dx$.

السؤال الثاني: عيّن تابعاً أصلياً للتابع $f(x)=\sin^2 x$ على $\mathbb{R}$.

السؤال الثالث: جد تابعاً أصلياً للتابع $f(x)=x\sqrt[3]{(x^2-2)^2}$ على المجال $]-\infty,+\infty[$.

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية: ($60°$ درجة لكل تمرين)

التمرين الأول: ليكن لدينا التابع $f(x)=\frac{x^3-x^2+x-3}{x^2-x-2}$ المعرّف على $\mathbb{R}\setminus\{-1,2\}$ والمطلوب:

1) عيّن الأعداد الحقيقية a و b و c التي تحقق $f(x)=ax+\frac{b}{x+1}+\frac{c}{x-2}$.

2) احسب $\int_0^1 f(x)dx$.

التمرين الثاني: ليكن f التابع المعرّف على $\mathbb{R}$ بالعلاقة $f(x)=\ln(x+\sqrt{x^2+1})$ والمطلوب:

1) احسب $f'(x)$ ثم استنتج قيمة $I=\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}dx$

2) نضع $J=\int_0^1 \frac{x^2}{\sqrt{x^2+1}}dx$ و $K=\int_0^1 \sqrt{x^2+1}\,dx$ أثبت أن $I+J=K$.

3) باستخدام التكامل بالتجزئة أثبت أن $K=\sqrt{2}-J$ ثم استنتج قيمة J و K .

التمرين الثالث: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ بالعلاقة $f(x)=\frac{x+1}{e^x}$ والمطلوب:

1) احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ثم استنتج معادلة المقارب الأفقي وادرس وضعه النسبي.

2) احسب S مساحة السطح المحصور بين C ومحور الفواصل والمستقيمين $x=0$ و $x=1$.

3) عيّن كثير حدود من الدرجة الثانية $P(x)$ بحيث يكون $G(x)=P(x)e^{-2x}$ تابعاً أصلياً للتابع $(f(x))^2$.

4) عندما يدور السطح S حول محور الفواصل فإنه يولد مجسماً دورانياً حجمه V ، استنتج قيمة V .

التمرين الرابع: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}$ بالعلاقة $f(x)=x(1+e^{-x})$ والمطلوب:

1) أثبت أن المستقيم $\Delta: y=x$ مقارب المائل للخط C وادرس وضعه النسبي.

2) ادرس تغيرات f ونظّم جدولاً بها ، ارسم C .

3) احسب مساحة السطح المحصور بين C والمستقيم Δ والمستقيم $x=1$.

انتهى الاختبار الأول

التكامل والتوابع الأصلية

أولاً: أجب عن الأسئلة الثلاث الآتية: ($20°$ درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: احسب $I=\int_0^1 x\sqrt{x^2+1}\,dx$.

السؤال الثاني: عيّن تابعاً أصلياً للتابع $f(x)=\sin 2x.\cos x$ على $\mathbb{R}$.

السؤال الثالث: جد تابعاً أصلياً للتابع $f(x)=\dfrac{2x^2-4x-1}{(x-1)^2}$ على المجال $]1,+\infty[$.

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية: ($60°$ درجة لكل تمرين)

التمرين الأول: ليكن $F(x)$ تابع أصلي للتابع $f(x)=e^x\sin x$ و $G(x)$ تابع أصلي للتابع $g(x)=e^x\cos x$ والمطلوب:

1) باستخدام التكامل بالتجزئة ، أثبت أن $G(x)=e^x\sin x-F(x)$ و $F(x)=-e^x\cos x+1+G(x)$.

2) استنتج قيمة كل من $F(x)$ و $G(x)$.

التمرين الثاني: ليكن لدينا التابعين $f(x)=x\cos x$ و $g(x)=\cos x$ والمطلوب:

1) ادرس الوضع النسبي للخطين C_f و C_g على المجال $[0,\pi]$.

2) ارسم في جملة متجانسة الخطين البيانيين C_f و C_g على المجال $[0,\pi]$.

3) احسب مساحة السطح المحصور بين C_f و C_g والمستقيمين $x=\pi$ و $x=\dfrac{\pi}{2}$.

التمرين الثالث: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على المجال $]1,+\infty[$ بالعلاقة $f(x)=\dfrac{1}{x\ln x}$ والمطلوب:

1) ادرس تغيرات f ونظّم جدولاً بها ثم ارسم C.

2) احسب مساحة السطح المحصور بين C ومحور الفواصل والمستقيمين $x=e$ و $x=e^2$.

3) ليكن التابع $g(x)=\dfrac{\ln x-1}{x\ln x}$ ، احسب $\int_e^{e^2}\big(f(x)+g(x)\big)dx$ ثم استنتج $\int_e^{e^2} g(x)\,dx$.

التمرين الرابع: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}$ بالعلاقة $f(x)=(2-x)e^x$ والمطلوب:

1) ادرس تغيرات f وارسم خطه البياني C.

2) احسب S مساحة السطح المحصور بين C ومحوري الإحداثيات.

3) عيّن الأعداد الحقيقية a و b و c بحيث يكون التابع $G(x)=(ax^2+bx+c)e^{2x}$ تابعاً أصلياً للتابع $(f(x))^2$.

4) عندما يدور السطح S حول محور الفواصل فإنه يولد مجسماً دورانياً حجمه V ، استنتج قيمة V.

انتهى الاختبار الثاني

التكامل والتوابع الأصلية

أولاً: أجب عن الأسئلة الثلاث الآتية: ($20°$ درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: احسب $I=\int_0^1 \frac{4}{x^2-4}\,dx$.

السؤال الثاني: عيّن تابعاً أصلياً للتابع $f(x)=\sin x.\cos^2 x$ على $\mathbb{R}$.

السؤال الثالث: جد تابعاً أصلياً للتابع $f(x)=\frac{1}{\sqrt{(2x+3)^3}}$ على المجال $\left]-\frac{3}{2},+\infty\right[$.

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية: ($60°$ درجة لكل تمرين)

التمرين الأول: ليكن لدينا التابع $f(x)=e^{2x}\sin x$ المعرّف على $\mathbb{R}$ والمطلوب:

1) احسب $f'(x)$ و $f''(x)$.

2) عيّن العددين الحقيقيين a و b التي تحقق $f(x)=af'(x)+bf''(x)$.

3) استنتج تابعاً أصلياً $F(x)$ للتابع $f(x)$ على $\mathbb{R}$.

التمرين الثاني: نرمز إلى C_f للخط البياني للتابع f المعرّف على $[0,3]$ بالعلاقة $f(x)=\min\left(4-(x-1)^2,\frac{3}{2}x\right)$ والمطلوب:

1) ارسم الخط البياني للتابع f على المجال $[0,3]$.

2) احسب $\int_0^3 f(x)dx$.

التمرين الثالث: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]0,+\infty[$ بالعلاقة $f(x)=\frac{\ln x}{x}$ والمطلوب:

1) ادرس إشارة التابع $f(x)$ على المجال $]0,+\infty[$.

2) احسب S مساحة السطح المحصور بين C ومحور الفواصل والمستقيمين $x=1$ و $x=e$.

3) أثبت أن التابع $G(x)=\frac{-(\ln x)^2-2\ln x-2}{x}$ تابع أصلي للتابع $\left(f(x)\right)^2$.

4) عندما يدور السطح S حول محور الفواصل فإنه يولد مجسماً دورانياً حجمه V ، استنتج قيمة V.

التمرين الرابع: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}$ بالعلاقة $f(x)=x+2^x$ والمطلوب:

1) أثبت أن المستقيم $\Delta: y=x$ مقارب المائل للخط C وادرس وضعه النسبي.

2) ادرس تغيرات f ونظّم جدولاً بها ، ارسم C.

3) احسب مساحة السطح المحصور بين C والمستقيم Δ والمستقيمين $x=-1$ و $x=0$.

انتهى الاختبار الثالث

التكامل والتوابع الأصلية

أولاً: أجب عن الأسئلة الثلاث الآتية: ($20°$ درجة لكل سؤال)

السؤال الأول احسب $I=\int_{-3}^{-1} x\,|x+2|\,dx$.

السؤال الثاني: عيّن تابعاً أصلياً للتابع $f(x)=(x+1)\ln x$ على $]0,+\infty[$.

السؤال الثالث: جد تابعاً أصلياً للتابع $f(x)=\dfrac{3x+5}{x+2}$ على المجال $]-\infty,-2[$.

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية: ($60°$ درجة لكل تمرين)

التمرين الأول: ليكن لدينا التابع $f(x)=\cos^4 x$ المعرّف على $\mathbb{R}$ والمطلوب:

1) اكتب f بدلالة $\cos 2x$ و $\cos 4x$.

2) عيّن تابعاً أصلياً للتابع f على $\mathbb{R}$.

3) احسب $I=\int_0^{\frac{\pi}{12}} f(x)dx$.

التمرين الثاني: ليكن لدينا العددين $I=\int_0^1 \dfrac{x}{e^{x^2}+1}dx$ و $J=\int_0^1 \dfrac{xe^{x^2}}{e^{x^2}+1}dx$ والمطلوب:

1) احسب J و $I+J$ ثم استنتج I .

2) أثبت أن التابع $f(x)=\dfrac{x}{e^{x^2}+1}$ فردي ثم استنتج أن $\int_{-a}^{a} f(x)\,dx=0$ أياً كان a من $\mathbb{R}$.

التمرين الثالث: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ بالعلاقة $f(x)=x\sqrt{2x^2+1}$ والمطلوب:

1) ادرس إشارة f على المجال $]-\infty,+\infty[$.

2) احسب S مساحة السطح المحصور بين C ومحور الفواصل والمستقيمين $x=0$ و $x=-1$.

3) عيّن تابع أصلي للتابع $\left(f(x)\right)^2$ على $\mathbb{R}$.

4) عندما يدور السطح S حول محور الفواصل فإنه يولد مجسماً دورانياً حجمه V ، استنتج قيمة V.

التمرين الرابع: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}$ بالعلاقة $f(x)=x^3-3x+1$ والمطلوب:

1) ادرس وضع C مع المستقيم $\Delta: y=x+1$.

2) ادرس تغيرات f ونظّم جدولاً بها ، ارسم Δ ثم ارسم C.

3) احسب مساحة السطح المحصور بين C والمستقيم Δ والمستقيمين $x=-1$ و $x=1$.

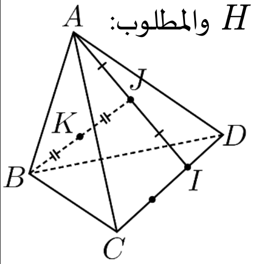
انتهى الاختبار الرابع

التكامل والتوابع الأصلية

4

اختبارات في بحث الأشعة والجداء السلمي
والمستقيمات والمستويات في الفراغ

أولاً: أجب عن الأسئلة الآتية: (40° درجة لكل سؤال)



السؤال الأول: نتأمل في معلم متجانس النقاط $A(1,1,2)$ و $B(3,1,-4)$ و $C(2,0,-1)$ و $H(2,-9,-1)$ والمطلوب:

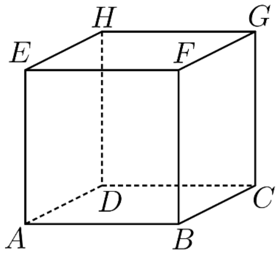
1) اكتب معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AB]$.

2) أثبت أن H هي نقطة تلاقي ارتفاعات المثلث ABC .

السؤال الثاني: انطلاقاً من الشكل المجاور:

1) عيّن الأمثال α و β و γ و δ لتكون K مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة (A,α) و (B,β) و (C,γ) و (D,δ).

2) عين مجموعة النقاط M التي تحقق العلاقة $\left\|3\overrightarrow{MA}+6\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+2\overrightarrow{MD}\right\|=12$



السؤال الثالث: $ABCDEFGH$ مكعب ، والمطلوب:

1) أثبت أن $\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{DE}+\overrightarrow{DG}=2\overrightarrow{DF}$.

2) عيّن النقطة M التي تحقق العلاقة $\overrightarrow{DM}=\frac{1}{2}\overrightarrow{DB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{DE}+\frac{1}{2}\overrightarrow{DG}-\overrightarrow{DH}$.

السؤال الرابع: نتأمل في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقطة $M(2,0,4)$ و المستوي $P: x-2y+z=0$ والمطلوب:

1) أوجد إحداثيات M' المسقط القائم للنقطة M على المستوي P .

2) اكتب معادلة الكرة التي مركزها M وتمس المستوي P .

السؤال الخامس: نتأمل في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ المستويين
$$P: 2x-2y-z=1$$
$$Q: 3x+4y-2z+1=0$$
والمطلوب:

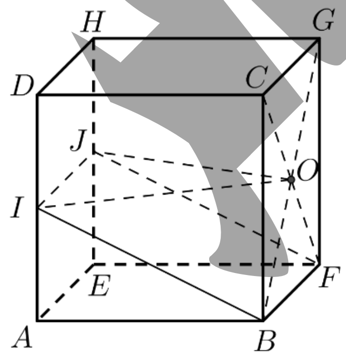
1) أثبت أن المستويين P و Q متعامدين بفصل مشترك d.

2) احسب بعد $A(4,3,-2)$ عن كل من المستويين P و Q ، ثم استنتج بعد A عن d.

ثانياً: حل المسألة الآتية: (100° درجة)

$ABCDEFGH$ مكعب فيه I و J منتصفا $[AD]$ و $[EH]$ و O مركز الوجه $(BCGF)$

نتخذ $(A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AE},\overrightarrow{AD})$ معلماً متجانساً والمطلوب:



1) أوجد إحداثيات النقاط B و F و I .

2) تأكد أن $\vec{n}(1,0,2)$ ناظم على المستوي $(BFJI)$ ثم اكتب معادلته.

3) احسب بعد O عن المستوي $(BFJI)$ وحجم الهرم $(OBFJI)$.

4) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d العمودي على المستوي $(BFJI)$ والمار بالنقطة O.

5) احسب إحداثيات N نقطة تقاطع المستقيم d مع المستوي $(BFJI)$.

6) أثبت أن النقطة N هي مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط (I,α) و (B,β) و (F,γ) حيث α و β و γ ثوابت يطلب تعيينها.

انتهى الاختبار الأول

الأشعة والجداء السلمي والمستقيمات والمستويات في الفراغ

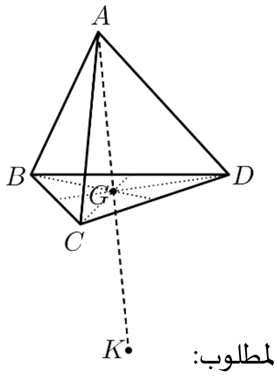
أولاً: أجب عن الأسئلة التالية: ($40°$ درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: نتأمل في معلم متجانس النقاط $A(0,1,0)$ و $B(0,7,0)$ و $C(-2,1,5)$ و $D(2,3,-5)$ والمطلوب:

1) أثبت أن النقاط A و B و C ليست على استقامة واحدة.

2) أثبت أن النقاط A و B و C و D تقع في مستوٍ واحد.

3) اكتب معادلة الأسطوانة التي محورها $(O,\vec{j})$ ومركزي قاعدتيها A و B .



السؤال الثاني: لتكن النقطتين $A(2,1,1)$ و $B(-1,-1,0)$ والمستوي $P: x-3z=1$ والمطلوب:

1) اكتب معادلة المستوي Q العمودي على المستوي P ويمر بالنقطتين A و B .

2) اكتب معادلة الكرة التي قطرها $[AB]$.

السؤال الثالث: $ABCD$ رباعي وجوه ، G مركز ثقل المثلث BCD ، و K نظيرة A بالنسبة لـ G والمطلوب:

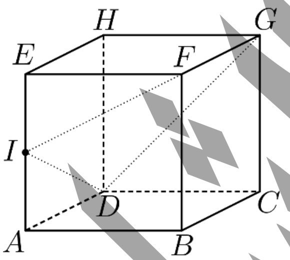
1) عيّن الأمثال α و β و γ و δ لتكون K مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة (A,α) و (B,β) و (C,γ) و (D,δ).

2) عين مجموعة النقاط M التي تحقق $\left\|3\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{BM}+2\overrightarrow{CM}+2\overrightarrow{MD}\right\|=\left\|\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right\|$.

السؤال الرابع: ليكن لدينا المستويين $P: 2x+3y-z=1$ و $Q: x-2y+2=0$ والمطلوب:

1) أثبت أن المستويين P و Q متقاطعين ثم اكتب المعادلات الوسيطية للفصل المشترك لتقاطع المستويين.

2) اكتب معادلة المستوي R العمودي على كل من المستويين P و Q ويمر بالنقطة $A(2,0,-1)$.



السؤال الخامس: $ABCDEFGH$ مكعب ، I منتصف $[AE]$ والمطلوب:

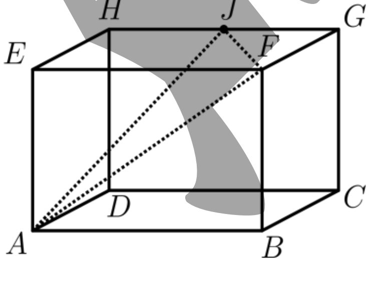
1) K نقطة تحقق العلاقة $\overrightarrow{AK}=\frac{1}{2}\overrightarrow{GD}+\overrightarrow{AI}$ ، أثبت أن K تنتمي إلى المستوي (IDG) .

2) أثبت أن $\overrightarrow{IB}.\overrightarrow{IF}=AB^2-AI^2$ ثم استنتج $\cos B\hat{I}F$.

ثانياً: حل المسألة التالية: ($100°$ درجة)

$ABCDEFGH$ متوازي مستطيلات فيه $AB=4$ و $AE=AD=2$ ولتكن J منتصف $[HG]$

ونتأمل معلماً متجانساً $\left(A,\frac{1}{4}\overrightarrow{AB},\frac{1}{2}\overrightarrow{AD},\frac{1}{2}\overrightarrow{AE}\right)$ والمطلوب:



1) أوجد إحداثيات النقاط A و F و C و J .

2) a) احسب المسافتين $[AJ]$ و $[JF]$.

b) أثبت أن المثلث AFJ قائم في J ، واحسب مساحته.

3) a) أثبت أن $\vec{n}(1,1,-2)$ ناظم المستوي AFJ ثم اكتب معادلته.

b) احسب بعد C عن المستوي AFJ ثم استنتج حجم رباعي الوجوه $AFJC$.

4) أوجد إحداثيات النقطة N المسقط القائم للنقطة E على المستقيم (AF).

انتهى الاختبار الثاني

الأشعة والجداء السلمي والمستقيمات والمستويات في الفراغ

أولاً: أجب عن الأسئلة الآتية: ($40°$ درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: لتكن لدينا النقطتين $A(1,1,1)$ و $B(1,3,5)$ والمطلوب:

1) اعطِ معادلة للمجموعة ε المكونة من النقاط $M(x,y,z)$ التي تحقق $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=0$ ، ما طبيعة المجموعة ε ؟

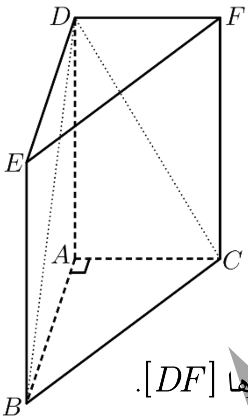
2) اعطِ معادلة للمجموعة P المكونة من النقاط $M(x,y,z)$ التي تحقق $MA=MB$ ، ما طبيعة المجموعة P ؟

السؤال الثاني: نتأمل في معلم متجانس المستقيم $d:\begin{cases}2x-y-z=2\\x-3y+2z=1\end{cases}$ و المستوي $P:2x+3z=2$ والمطلوب:

1) اعطِ تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d .

2) أثبت أن المستقيم d يقطع المستوي P وعيّن إحداثيات نقطة التقاطع.

السؤال الثالث: $ABCD$ رباعي وجوه منتظم طول ضلعه a و G مركز ثقله وفيه I و J منتصفات $[AB]$ و $[CD]$ والمطلوب:



1) أثبت أن النقاط I و J و G على استقامة واحدة.

2) احسب $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}$ ثم استنتج تعامد المستقيمين (AB) و (CD).

السؤال الرابع: في الشكل المجاور $ABCDEF$ موشور ثلاثي قائم قاعدته ABC مثلث قائم في A

حيث $AB=3\vec{i}$ و $AC=4\vec{j}$ و $AD=6\vec{k}$ نفترض $(A,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ معلماً متجانساً والمطلوب:

1) جد إحداثيات جميع رؤوس الموشور ثم اكتب معادلة المستوي BCD .

2) اكتب معادلة المخروط الذي رأسه A ومحوره $(A,\vec{k})$ وقاعدته الدائرة التي مركزها D ونصف قطرها $[DF]$.

السؤال الخامس: نتأمل في معلم متجانس النقاط $A(2,1,-1)$ و $B(0,-1,3)$ و $M(-1,-4,4)$ والمطلوب:

1) أوجد إحداثيات M' المسقط القائم للنقطة M على المستقيم (AB)

2) جد إحداثيات النقطة N التي تجعل الرباعي $ABMN$ متوازي أضلاع.

ثانياً: حل المسألة الآتية: ($100°$ درجة)

نتأمل في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقاط $A(3,2,6)$ و $B(1,2,4)$ و $C(4,-2,5)$ و $D(1,1,-1)$

والمستوي P الذي معادلته $2x+y-2z=-4$ والمطلوب:

1) أثبت أن النقاط A و B و C تعيّن مستوياً ، وبيّن أن هذا المستوي هو P .

2) أثبت أن المثلث ABC قائم في A واحسب مساحته.

3) عيّن تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d المار بالنقطة D والعمودي على P استنتج إحداثيات K المسقط القائم لـ D على P .

4) احسب حجم رباعي الوجوه $ABCD$.

5) أثبت أن النقطة K مركز أبعاد متناسبة للنقاط المثقلة $(A,7)$ و $(B,-9)$ و $(C,-2)$.

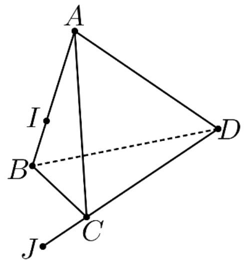
انتهى الاختبار الثالث

الأشعة والجداء السلمي والمستقيمات والمستويات في الفراغ

اختبارات الرياضيات لطلاب الثالث الثانوي العلمي

الاختبار: الأشعة ، **النموذج:** D

أولاً: أجب عن الأسئلة التالية: ($40°$ درجة لكل سؤال)



السؤال الأول: $ABCD$ رباعي وجوه النقطتان I و J تحققان $\overrightarrow{AI}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{DJ}=\frac{4}{3}\overrightarrow{DC}$

و G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(A,1)$ و $(B,2)$ و $(C,4)$ و $(D,-1)$ والمطلوب :

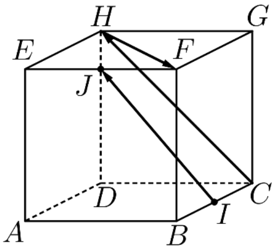
1) أثبت أن النقطة G منتصف القطعة المستقيمة $[IJ]$.

2) جد إحداثيات النقطة G في المعلم $(B,\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BD},\overrightarrow{BA})$.

السؤال الثاني: نتأمل في معلم متجانس النقاط $A(2,1,1)$ و $B(-1,-2,4)$ و $C(-3,2,0)$ والمطلوب:

1) أثبت أن المثلث ABC متساوي الساقين ، احسب مساحته.

2) جد إحداثيات النقطة N التي تحقق العلاقة $\overrightarrow{AN}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}-2\overrightarrow{AC}$.



السؤال الثالث: $ABCDEFGH$ مكعب فيه I منتصف $[BC]$ و J منتصف $[EF]$ ، والمطلوب:

1) أثبت أن $\overrightarrow{IJ}=\overrightarrow{CH}+\frac{1}{2}\overrightarrow{HF}$.

2) استنتج أن المستقيم (IJ) يوازي المستوي (CHF).

السؤال الرابع: ليكن لدينا المستوي $P:3x-4z=1$ والكرة $S:x^2+y^2+z^2+6y-2z+9=0$ والمطلوب:

1) عين I مركز الكرة S واحسب نصف قطرها ثم أثبت أن المستوي P يمس الكرة S.

2) اكتب معادلة المستوي Q الموازي للمستوي P ويمر بالنقطة I .

السؤال الخامس: المستقيمين d و d' معرفين وسيطياً وفق $d:\begin{cases}x=t+1\\y=2t-3:t\in\mathbb{R}\\z=-t+2\end{cases}$ و $d':\begin{cases}x=3s+2\\y=-s-1:s\in\mathbb{R}\\z=s+1\end{cases}$

والمطلوب: 1) أثبت أن المستقيمين d و d' متقاطعين وعيّن إحداثيات I نقطة تقاطعهما.

2) أوجد معادلة المستوي المحدد بالمستقيمين d و d'.

ثانياً: حل المسألة التالية: ($100°$ درجة)

نتأمل في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقاط $A(0,1,2)$ و $B(2,1,1)$ و $C(1,0,0)$ و $D(1,-2,\lambda)$

والمستويين $P:2x-y+3z=9$ و $Q:3x-2y+4z=11$ والمطلوب:

1) جد العدد الحقيقي λ بحيث يكون المثلث ABD قائم في A .

2) أثبت أن المستقيم (AD) عمودي على المستوي ABC ثم استنتج معادلة المستوي ABC .

3) أثبت أن المستويين P و Q متقاطعين ، جد تمثيلاً وسيطياً لفصلهما المشترك d.

4) أوجد نقطة تقاطع المستويات P و Q و ABC .

5) أثبت أن النقطة $A'\left(\frac{1}{3},\frac{5}{3},\frac{10}{3}\right)$ هي المسقط القائم للنقطة A على المستقيم d ثم استنتج بعد A عن d.

انتهى الاختبار الرابع

الأشعة والجداء السلمي والمستقيمات والمستويات في الفراغ

4

اختبارات في بحث الأعداد العقدية وتطبيقاتها

أجب عن الأسئلة الآتية: ($60°$ درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: ليكن $\alpha = e^{\frac{2\pi}{7}i}$ ونضع $A = \alpha + \alpha^6$ و $B = \alpha^2 + \alpha^5$ و $C = \alpha^3 + \alpha^4$ والمطلوب:

1) أثبت أن $1 + \alpha + \alpha^2 + ... + \alpha^7 = 0$.

2) أثبت أن A و B و C جذور للمعادلة $x^3 + x^2 - 2x - 1 = 0 \ (1)$.

3) أثبت أن المعادلة (1) تقبل حلاً وحيداً موجباً هو $2\cos\frac{2\pi}{7}$

السؤال الثاني: ليكن كثير الحدود $P(z) = z^4 + 4z^3 + 19z^2 + 30z + 50$

1) عيّن عددين حقيقيين a و b بحيث $P(z) = (z^2 + az + b)(z^2 + az + 2b)$.

2) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z) = 0$.

السؤال الثالث: لتكن لدينا المعادلة $z^2 - (1+3i)z - 4 + 3i = 0 \quad (1)$

1) أوجد الجذور التربيعية للعدد العقدي $\omega = 8 - 6i$.

2) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (1).

3) لتكن النقطتين A و B نقاط المستوي التي تمثل حلول المعادلة (1) ، أثبت أن المثلث OAB قائم ومتساوي الساقين.

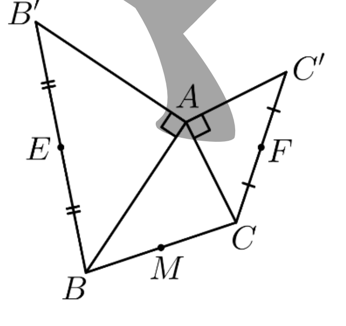
السؤال الرابع: ليكن لدينا العدد العقدي $Z = \frac{1+z}{2+z}$ حيث $z \neq -2$ ونفترض أن $z = x + iy$ و $Z = X + iY$

1) احسب X و Y بدلالة x و y.

2) أثبت أن مجموعة النقاط $M(z)$ التي يكون عندها Z عدد حقيقي هي مستقيم منها نقطة.

3) أثبت أن مجموعة النقاط $M(z)$ التي يكون عندها Z عدد تخيلي بحت هي دائرة محذوف منها نقطة.

السؤال الخامس: ABC مثلث مباشر التوجيه ، النقطتين B' و C' تجعلان المثلثين $AB'B$ و ACC' قائمين ومتساوي الساقين ولتكن النقاط M و E و F منتصفات الأضلاع $[BC]$ و $[BB']$ و $[CC']$ بالترتيب ،نفرض $(A, \vec{u}, \vec{v})$ معلماً متجانساً ونرمز للأعداد العقدية a و b و c و e و f و m التي تمثل النقاط A و B و C و E و F و M ، والمطلوب:



1) أثبت أن $c' = ic$ و $b' = -ib$ ثم اكتب بالشكل الجبري العدد العقدي $\frac{c'-b}{b'-c}$.

2) أثبت أن $BC' = CB'$ و أن المستقيمين (BC') و (CB') متعامدين.

3) عبّر عن الأعداد العقدية m و e و f بدلالة b و c.

4) أثبت أن $\frac{e-m}{f-m} = i$ ، استنتج طبيعة المثلث EFM .

انتهى الاختبار الأول

الأعداد العقدية وتطبيقاتها

أجب عن الأسئلة الآتية: ($60°$ درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: ليكن العدد العقدي $Z = \dfrac{-1+i}{\sqrt{3}+i}$ والمطلوب:

1) اكتب العددين العقديين $z_1 = -1+i$ و $z_2 = \sqrt{3}+i$ بالشكل المثلثي.

2) اكتب العدد العقدي Z بالشكل الجبري وبالشكل المثلثي.

3) استنتج النسب المثلثية للزاوية $\dfrac{7\pi}{12}$.

السؤال الثاني: ليكن كثير الحدود $P(z) = z^3 + (2-3i)z^2 + (10-6i)z - 30i$

1) أثبت أن $z_0 = 3i$ جذر لكثير الحدود $P(z)$.

2) عيّن كثير حدود $Q(z)$ يحقق $P(z) = (z-3i)Q(z)$ ثم حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z) = 0$.

3) أثبت أن النقاط A و B و C التي تمثل حلول المعادلة السابقة تقع على دائرة مركزها $\Omega\left(-\dfrac{1}{2}, 0\right)$ وعين نصف قطرها.

السؤال الثالث: لتكن النقاط A و B و C التي تمثل الأعداد العقدية $a = i$ و $b = -2-2i$ و $c = 3-i$ والمطلوب:

1) اكتب العدد العقدي $\dfrac{b-a}{c-a}$ بالشكل الجبري وبالشكل الأسي.

2) أثبت أن المثلث ABC قائم ومتساوي الساقين.

3) احسب العدد العقدي الممثل للنقطة A' التي تجعل الرباعي $BACA'$ مربعاً.

السؤال الرابع: نتأمل z و w عددان عقديان طويلة كل منهما تساوي الواحد ، حيث $wz \neq 1$ والمطلوب:

1) أثبت أن العدد العقدي $Z = \dfrac{w+z}{1-wz}$ تخيلي بحت.

2) نفترض أن $z = e^{i\frac{\pi}{5}}$ و $w = e^{i\frac{4\pi}{5}}$ أثبت أن $Z = i\sin\dfrac{\pi}{5}$.

السؤال الخامس: نتأمل في معلم متجانس $(O, \vec{u}, \vec{v})$ النقطتين A و B اللتين يمثلهما العددان العقديان $a = 2e^{-\frac{\pi}{6}i}$ و $b = 2e^{\frac{\pi}{4}i}$ وليكن I منتصف القطعة المستقيمة $[AB]$ والمطلوب:

1) ارسم شكلاً مناسباً وبين طبيعة المثلث OAB.

2) استنتج قياساً للزاوية $(\vec{u}, \overrightarrow{OI})$.

3) أوجد الشكل الجبري والأسي للعدد العقدي z_I الممثل للنقطة I.

4) استنتج $\cos\dfrac{\pi}{24}$ و $\sin\dfrac{\pi}{24}$.

انتهى الاختبار الثاني

الأعداد العقدية وتطبيقاتها

أجب عن الأسئلة الآتية: (60° درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: ليكن العدد العقدي $Z=(2\sqrt{3}i-2)^5\left(\sin\dfrac{\pi}{5}+i\cos\dfrac{\pi}{5}\right)$ والمطلوب:

1) اكتب العدد العقدي $z_1=(2\sqrt{3}i-2)^5$ بالشكل الأسي.

2) اكتب العدد العقدي $z_2=\sin\dfrac{\pi}{5}+i\cos\dfrac{\pi}{5}$ بالشكل الأسي.

3) استنتج الشكل الأسي للعدد العقدي Z .

السؤال الثاني: لتكن النقطة M التي تمثل العدد العقدي $z=2-i$ والمطلوب:

1) أثبت أن العدد العقدي a الذي يمثل النقطة A صورة M وفق تحاكي مركزه O ونسبته $k=-2$ هو $a=-4+2i$.

2) جد العدد العقدي b الذي يمثل النقطة B صورة M وفق دوران مركزه A وزاويته $-\dfrac{\pi}{4}$.

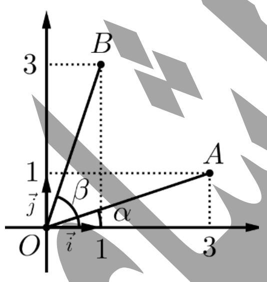
3) جد العدد العقدي c الذي يمثل النقطة C التي تجعل M مركز ثقل المثلث ABC .

السؤال الثالث: ليكن لدينا العدد العقدي $Z=\dfrac{-2e^{i\frac{3\pi}{4}}}{\sqrt{3}+i}$ والمطلوب:

1) أثبت أن $|Z|=1$ و $\arg Z=\dfrac{19\pi}{12}$ ثم استنتج الشكل المثلثي للعدد Z .

2) اكتب بالشكل الجبري العدد العقدي Z ثم استنتج $\cos\dfrac{19\pi}{12}$ و $\sin\dfrac{19\pi}{12}$.

السؤال الرابع: في الشكل المجاور النقطتين A و B تمثل العددان العقديان a و b والمطلوب:

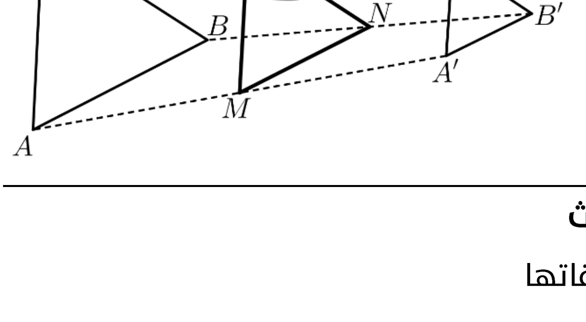


1) اكتب بالشكل الجبري العدد العقدي $z=a.b$.

2) استنتج قيمة $\alpha+\beta$.

3) احسب $\cos\alpha$ و $\sin\alpha$ و $\cos\beta$ و $\sin\beta$ ثم استنتج $\cos A\hat{O}B$.

السؤال الخامس: ABC و $A'B'C'$ مثلثين متساويي الأضلاع مباشري التوجيه ، النقاط M و N و P منتصفات القطع المستقيمة $[AA']$ و $[BB']$ و $[CC']$ ، ونرمز للأعداد العقدية a و b و c و a' و b' و c' و m و n و p التي تمثل النقاط A و B و C و A' و B' و C' و M و N و P بالترتيب ، والمطلوب:



1) اشرح لماذا $c-a=e^{\frac{\pi}{3}i}(b-a)$ و $c'-a'=e^{\frac{\pi}{3}i}(b'-a')$.

2) أثبت أن $p-m=e^{\frac{\pi}{3}i}(n-m)$.

3) استنتج طبيعة المثلث MNP .

انتهى الاختبار الثالث

الأعداد العقدية وتطبيقاتها

أجب عن الأسئلة التالية: ($60°$ درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: ليكن العدد العقدي $Z=(1+\sqrt{3}i)^6+(1-\sqrt{3}i)^6$ والمطلوب:

1) اكتب العددين العقديين $z_1=1+\sqrt{3}i$ و $z_2=1-\sqrt{3}i$ بالشكل الأسي.

2) احسب قيمة $(z_1)^6$ و $(z_2)^6$ ثم استنتج أن Z عدد حقيقي.

السؤال الثاني: ليكن Z عدداً عقدياً يحقق $Z=\dfrac{1-\cos\theta-i\sin\theta}{1+\cos\theta-i\sin\theta}$ حيث $\theta\in\mathbb{R}\setminus(1+2k)\pi$ والمطلوب:

أثبت أن $Z=\tan\dfrac{\theta}{2}e^{i\left(\theta-\frac{\pi}{2}\right)}$ ثم عيّن قيم θ التي تجعل Z حقيقي.

السؤال الثالث: لتكن النقاط A و B و C التي تمثل الأعداد العقدية $a=-1+3i$ و $b=1-i$ و $c=-3+i$ والمطلوب:

1) جد العدد العقدي g الممثل للنقطة G مركز ثقل المثلث ABC.

2) لتكن النقاط M و N و P منتصفات القطع المستقيمة $[AB]$ و $[AC]$ و $[BC]$ ،

أوجد الأعداد العقدية m و n و p التي تمثل النقاط M و N و P.

3) أثبت أن للمثلثين ABC و MNP مركز الثقل ذاته.

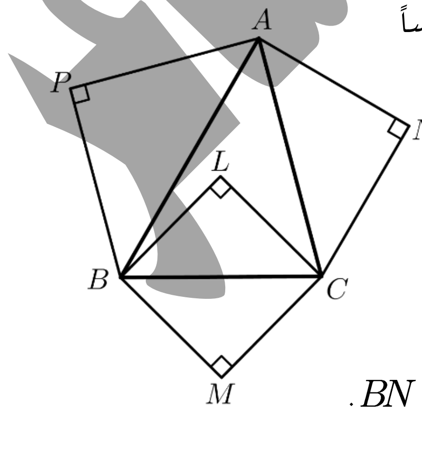
السؤال الرابع: لتكن النقاط A و B و C و D التي تمثل الأعداد العقدية:

$$a=-3-2i \text{ و } b=4-i \text{ و } c=5+6i \text{ و } d=5+2i$$

1) أثبت أن $\dfrac{c-a}{d-a}=\dfrac{d-a}{b-a}$ ، ماذا يمثل المستقيم (AD) في المثلث ABC.

2) ماذا تمثل مجموعة النقاط $M(z)$ التي تحقق $|z+3+2i|=|z-4+i|$.

السؤال الخامس: ABC مثلث مباشر التوجيه ، النقاط M و N و P و L التي تجعل المثلثات CBM و ACN و BAP و BCL المباشرة التوجيه قائمة ومتساوية الساقين نفرض $(A,\vec{u},\vec{v})$ معلماً متجانساً ونرمز للأعداد العقدية a و b و c و l و m و n التي تمثل النقاط A و B و C و L و M و N ، والمطلوب:



1) أثبت أن $n=\dfrac{1}{2}c(1+i)$ ثم أوجد الأعداد العقدية p و l.

2) أثبت أن $n=l-p$ ثم استنتج طبيعة الرباعي $ANLP$.

3) اكتب بالشكل الجبري $\dfrac{n-b}{m-p}$ ثم استنتج أن $BN=PM$ وأن $BN\perp PM$.

انتهى الاختبار الرابع

الأعداد العقدية وتطبيقاتها

4

اختبارات في بحث التحليل التوافقي والاحتمالات

أولاً: أجب عن الأسئلة الآتية: ($30°$ درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: في أحد صفوف مدرسة 12 طالباً و 9 طالبات ، نريد تأليف لجنة مكونة من ثلاث أشخاص ، والمطلوب:

$1)$ بكم طريقة يمكن تأليف هذه اللجنة.

$2)$ بكم طريقة يمكن تأليف لجنة مكونة من طالب واحد وطالبتين.

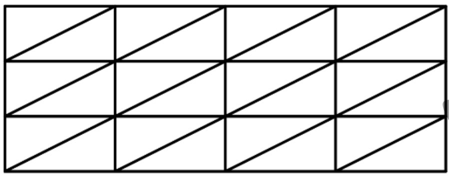
$3)$ بكم طريقة يمكن تشكيل لجنة إذا علمت أنها مكونة من رئيس ونائب للرئيس وأمين سر.

السؤال الثاني: عيّن الحد الثابت المختلف عن x في منشور $\left(x^4+\dfrac{1}{x}\right)^{15}$ ، ثم احسب أمثال x^5 في هذا المنشور.

السؤال الثالث: صندوق يحوي كرتين حمراء وكرتين سوداء ، نسحب من الصندوق 10 كرات على التتالي مع إعادة الكرة المسحوبة في كل مرة إلى الصندوق ، والمطلوب: احسب احتمال الحصول على كرة حمراء واحدة على الأقل.

السؤال الرابع: أثبت أن عدد أقطار مضلع محدب عدد رؤوسه n يساوي $\dfrac{n^2-3n}{2}$.

السؤال الخامس: تأمل الشكل المجاور ثم أجب:



ما عدد المستطيلات في هذا الشكل؟ ، وما عدد المثلثات؟

ثانياً: حل المسألتين الآتيتين: ($60°$ درجة للأولى و $80°$ درجة للثانية)

المسألة الأولى: صندوق يحوي اربع كرات حمراء وثلاث زرقاء وكرة خضراء نسحب من الصندوق ثلاث كرات معاً ، وليكن X المتحول العشوائي الذي يدل عدد الألوان المختلفة عند كل سحب ، و Y المتحول العشوائي الذي يدل على عدد الكرات الحمراء المسحوبة ، والمطلوب: $1)$ اكتب مجموعة قيم X وقانونه الاحتمالي.

$2)$ اكتب مجموعة قيم Y وقانونه الاحتمالي.

$3)$ هل المتحولان X و Y مستقلان احتمالياً ؟ برر إجابتك.

المسألة الثانية: أجريت دراسة على عينة مكونة من 1000 شخص (600 ذكر و 400 أنثى) تبيّن أن 75% من الذكور مدخنون و 20% من الإناث مدخنون ، نختار عشوائياً شخصاً من العينة ، والمطلوب:

$1)$ ارسم مخططاً شجرياً يمثل نتائج التجربة السابقة.

$2)$ احسب احتمال كل من الحدثين: (A الشخص ذكر مدخن ، C الشخص أنثى مدخنة)

$3)$ ما احتمال أن يكون الشخص مدخناً.

$4)$ إذا كان الشخص مدخن ، ما احتمال أن يكون أنثى؟.

$5)$ ما احتمال أن يكون الشخص ذكر علماً أنه من الأشخاص غير المدخنين؟.

انتهى الاختبار الأول

التحليل التوافقي والاحتمالات

أولاً: أجب عن الأسئلة الآتية: (30° درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: لتكن المجموعة $S=\{1,2,3,4,5\}$ ، والمطلوب:

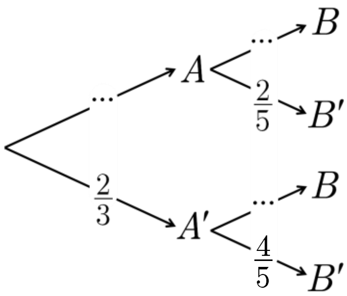
1) كم عدداً مؤلفاً من ثلاث منازل مختلفة يمكن تشكيله من عناصر المجموعة S.

2) كم عدداً زوجياً مؤلفاً من ثلاث منازل يمكن تشكيله من عناصر المجموعة S.

3) لتكن H مجموعة الأعداد المكونة من ثلاث منازل مختلفة مأخوذة من S وكل من هذه الأعداد من مضاعفات العدد 3 أو أكبر من 300 ، ما عدد عناصر H ؟

السؤال الثاني: أثبت أن عدد المجموعات الجزئية من مجموعة مكونة من n عنصر يساوي 2^n.

السؤال الثالث: اكمل مخطط الشجرة المجاور ثم أجب:



1) احسب احتمال كل من الحدثين $A\bigcap B$ و B.

2) هل الحدثين A و B مستقلين احتمالياً ؟ برر إجابتك.

السؤال الرابع: عيّن قيم n التي تحقق $P_{n+1}^{3}=2P_{n+2}^{2}$.

السؤال الخامس: ما الشرط على العدد الطبيعي n كي يحوي المنشور $\left(x^3+\frac{1}{x^2}\right)^n$ حد من الشكل ax^5.

ثانياً: حل المسألتين الآتيتين: (60° درجة للأولى و 80° درجة للثانية)

المسألة الأولى: يحوي صندوق 6 كرات مرقمة بالشكل $(0,1,1,1,2,2)$ ، نسحب عشوائياً وفي آن معاً كرتين من الصندوق ، وليكن X المتحول العشوائي الذي يدل على جداء رقمي الكرتين المسحوبتين ، والمطلوب:

اكتب مجموعة قيم X وقانونه الاحتمالي ثم احسب $E(X)$ و $V(X)$.

المسألة الثانية: I) في صندوق 8 كرات حمراء و 5 كرات بيضاء وكرتين خضراء ، نسحب من الصندوق كرتين مع إعادة

احسب احتمال كل من : A سحب كرة حمراء واحدة على الأقل ، B سحب كرة حمراء واحدة على الأكثر.

II) نوزّع الكرات على ثلاث صناديق بالشكل: U_1 يضم (ثلاث كرات حمراء وكرتين بيضاء وكرة خضراء)

U_2 يضم (كرتين حمراء وكرتين بيضاء وكرة خضراء) و U_3 يضم (ثلاث كرات حمراء وكرة بيضاء)

نختار أحد الصناديق عشوائياً ونسحب منه كرة ، والمطلوب:

1) ارسم مخططاً شجرياً يمثل نتائج التجربة السابقة.

2) احسب احتمال أن تكون الكرة المسحوبة حمراء.

3) إذا علمت أن الكرة المسحوبة حمراء ، ما احتمال أن تكون من الصندوق الثالث؟

انتهى الاختبار الثاني

التحليل التوافقي والاحتمالات

أولاً: أجب عن الأسئلة الآتية: ($30°$ درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: ليكن X متحول عشوائي لتجربة برنولية ، الجدول المجاور هو القانون الاحتمالي للمتحول العشوائي X والمطلوب:

x_i	0	1	2	3
$P(X=x_i)$				$\frac{8}{27}$

1) اكمل الجدول المجاور

2) احسب التوقع الرياضي والتباين للمتحول العشوائي X .

السؤال الثاني: عيّن قيم العدد الطبيعي n الذي يحقق $2\binom{n+3}{2}=3\binom{n+2}{3}$.

السؤال الثالث: إذا كان $P(A)=\frac{1}{2}$ و $P(B)=\frac{3}{4}$ و $P(A\cup B)=\frac{7}{12}$ والمطلوب:

احسب $P(A\cap B)$ ثم استنتج $P(A|B)$ ، هل الحدثين A و B مستقلين احتمالياً ؟.

السؤال الرابع: مضلع عدد رؤوسه n نصل بين ثلاث رؤوس فنحصل على مثلث ، ما عدد المثلثات التي نحصل عليها بهذه الطريقة؟

السؤال الخامس: أثبت صحة المساواة $r\binom{n+1}{r}=(n+1)\binom{n}{r-1}$

ثانياً: حل المسألتين الآتيتين: ($60°$ درجة للأولى و $80°$ درجة للثانية)

المسألة الأولى: في كلية الآداب بجامعة دمشق 1800 طالب في قسم اللغة العربية و 1200 طالب في قسم اللغة الإنكليزية و 1000 طالب في قسم اللغة الفرنسية ، نسبة الذكور في قسم اللغة العربية 45% ، و 20% في قسم اللغة الإنكليزية ، أما قسم اللغة الفرنسية فنسبتهم 25% والمطلوب: 1) ارسم مخططاً شجرياً يمثل جميع نتائج التجربة السابقة.

2) نختار عشوائياً طالباً من الكلية ، ما احتمال أن يكون الطالب المختار ذكراً.

3) ما احتمال يدرس الطالب في قسم اللغة الفرنسية علماً أنه ذكر.

المسألة الثانية: يمارس أحد الأشخاص الرياضة ، احتمال أن يمارس الشخص الرياضة في اليوم الأول $\frac{1}{2}$ ، إذا مارس الشخص الرياضة في اليوم n فإن احتمال أن يمارسها في اليوم التالي $\frac{3}{4}$ ، وإذا لم يمارس الشخص الرياضة في اليوم n فإن احتمال ألا يمارسها في اليوم التالي $\frac{1}{2}$، نعرف $p_n=P(S_n)$ احتمال أن يمارس الشخص الرياضة في اليوم n ، والمطلوب:

1) عين p_1 ثم أثبت أن $p_2=\frac{5}{8}$.

2) أثبت أن $p_{n+1}=\frac{1}{4}p_n+\frac{1}{2}$.

3) نعرف المتتالية $u_n=p_n-\frac{2}{3}$ هندسية ، عين حدها الأول وأساسها.

4) اكتب عبارة u_n بدلالة n ثم استنتج عبارة p_n بدلالة n ، ثم احسب $\lim_{n\to\infty} p_n$.

انتهى الاختبار الثالث

التحليل التوافقي والاحتمالات

أولاً: أجب عن الأسئلة الآتية: ($30°$ درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: في الامتحان يطلب من الطالب الإجابة عن ثلاث أسئلة من خمسة ، والمطلوب:

$1)$ بكم طريقة يمكن للطالب أن يختار الأسئلة.

$2)$ بكم طريقة يمكن الاختيار إذا كان السؤال الأول إجبارياً.

السؤال الثاني: أكمل الجدول المجاور الذي يمثل القانون الاحتمالي للمتحولان العشوائيان (X,Y) إذا علمت أن المتحولان X و Y مستقلان احتمالياً.

X \ Y	0	1	2	قانون X
0				0.2
1				
2	0.04			
قانون Y		0.1	0.5	

السؤال الثالث: عيّن قيم n في التي تحقق $\binom{14}{2n}=\binom{14}{n+2}$.

السؤال الرابع: في تجربة إلقاء قطعة نقود خمس مرات متتالية ، ما احتمال ظهور شعار مرة على الأكثر.

السؤال الخامس: عين قيمة n و r إذا علمت أن $\binom{n}{r}=n\binom{n-1}{r}$ و $r\binom{n}{r}=(r-1)\binom{n}{r-1}$.

ثانياً: حل المسألتين الآتيتين: ($60°$ درجة للأولى و $80°$ درجة للثانية)

المسألة الأولى: نلقي حجر نرد متوازن وجوهه مرقمة من 1 إلى 6 ، نحصل على درجة واحدة عند ظهور عدد أكبر تماماً من 4 ونخسر درجة عند ظهور عدد أصغر تماماً من 4 و لا نحصل على أي نقطة عند ظهور العدد 4 ، وليكن X المتحول العشوائي الذي يمثل الدرجة التي نحصل عليها ، والمطلوب:

$1)$ اكتب مجموعة قيم X وقانونه الاحتمالي.

$2)$ احسب التوقع الرياضي والانحراف المعياري للمتحول العشوائي X .

المسألة الثانية: صندوق يحوي خمس بطاقات مرقمة $(0,1,1,2,2)$ ونميز التجربتين:

$I)$ نسحب من الصندوق كرتين على التتالي ومع إعادة ، ولنعرف الحدثين:

A الحصول على بطاقتين تحملان الرقم ذاته و B الحصول على بطاقتين مجموعها يساوي 2

و المطلوب: احسب احتمال كل من الأحداث الآتية: A و B و $A\bigcap B$ و $A'\bigcup B'$

$II)$ نسحب وفي آن معاً كرتين من الصندوق ، والمطلوب:

$1)$ احسب احتمال الحصول على عددين مجموعهما يساوي 2.

$2)$ احسب احتمال أن تكون إحدى البطاقتين المسحوبتين على الأقل تحمل الرقم 1.

$3)$ إذا علمت أن مجموع رقمي البطاقتين المسحوبتين يساوي 2 ، ما احتمال أن تحمل إحداها على الأقل الرقم 1.

انتهى الاختبار الرابع

التحليل التوافقي والاحتمالات

2

اختبارين شاملين

اختبارات الرياضيات لطلاب الثالث الثانوي العلمي

الاختبار: اختبار شامل ، **النموذج:** A

أولاً: أجب عن الأسئلة الآتية: ($40°$ درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: أثبت أن التابع $f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2+1}-1}{x}$ المعرف على $\mathbb{R}^*$ يقبل مقاربين أفقيين ، اكتب معادلة كل منهما.

السؤال الثاني: حل بالمجهول z المعادلة $2iz-(1+i)\bar{z}=4i$.

السؤال الثالث: جد تابعاً أصلياً للتابع $f(x)=\dfrac{1}{\sin 2x}$ على المجال $\left]0,\frac{\pi}{2}\right[$.

السؤال الرابع: الجدول المجاور هو القانون الاحتمالي للمتحول العشوائي X

والمطلوب: اكمل هذا الجدول ثم احسب $E(X)$ و $V(X)$.

x_i	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$	

ثانياً: حل التمرينات الآتية: ($60°$ درجة لكل تمرين)

التمرين الأول: في المستوي المنسوب إلى معلم متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ لدينا النقاط A و B و C والتي تمثلها الأعداد العقدية $a=\sqrt{3}+i$ و $b=\sqrt{3}-i$ و $c=3\sqrt{3}+i$ والمطلوب:

1) احسب الأطوال AB و AC و BC ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

2) أثبت أن $a=e^{\frac{\pi}{3}i}.b$ ، ثم استنتج طبيعة المثلث OAB.

3) أثبت أن O مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط $(A,2)$ و $(B,1)$ و $(C,-1)$.

التمرين الثاني: لتكن لدينا التابع f المعرف على المجال $]1,+\infty[$ بالعلاقة $f(x)=\dfrac{2\ln x+3}{\ln x-1}$ والمطلوب:

1) جد نهاية التابع f عند $+\infty$.

2) عين عدداً حقيقياً A يحقق " أياً كانت $x>A$ انتمى $f(x)$ إلى المجال المفتوح الذي مركزه 2 ونصف قطره 0.1 ".

3) احسب $f'(x)$ ثم استنتج مشتق التابع $g(x)=\sqrt{\dfrac{2\ln x+3}{\ln x-1}}$.

التمرين الثالث: في مدرستنا يتفوق 40% من الطلاب في مادة الرياضيات ونعلم أن مدرستنا تضم نسبة 60% ذكور و 55% منهم متفوقون في الرياضيات ، نختار طالباً عشوائياً من المدرسة ونميّز الحدثين ، الحدث B : " الطالب ذكر " والحدث M : " الطالب متفوق في الرياضيات " والمطلوب:

	B	B'	
M			
M'			

1) أكمل الجدول المجاور.

2) ما احتمال أن يكون الطالب المختار أنثى متفوقة في الرياضيات.

3) لقد اخترنا طالبة أنثى ، ما احتمال أن تكون متفوقة في الرياضيات.

اقلب الصفحة

التمرين الرابع: لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرّفة بالعلاقة $u_{n+1} = \dfrac{4u_n + 3}{u_n + 2}$ و $u_0 = 0$ والمطلوب:

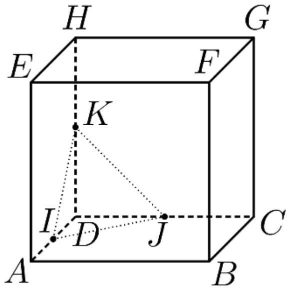
1) أثبت أن المتتالية u_n متزايدة.

2) أثبت أن المتتالية $-1 \leq u_n \leq 3$.

3) استنتج تقارب المتتالية u_n و احسب نهايتها.

ثالثاً : حل المسألتين الآتيتين : ($100°$ درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: $ABCDEFGH$ مكعب طول ضلعه 3 ، و فيه النقاط I و J و K تحقق $\overrightarrow{DI} = k\overrightarrow{DA}$ و $\overrightarrow{DJ} = k\overrightarrow{DC}$ و $\overrightarrow{DK} = k\overrightarrow{DH}$ بالترتيب و M المسقط القائم للنقطة D على المستوي IJK ، والمطلوب:



1) باختيار معلم مناسب ، احسب احداثيات I و J و K بدلالة k.

2) أثبت أن المثلث IJK متساوي الأضلاع واحسب مساحته.

3) أثبت أن (DF) عمودي على المستوي IJK ، ثم اكتب معادلة المستوي IJK .

4) جد إحداثيات النقطة M ثم استنتج أن M مركز ثقل المثلث IJK أياً كانت k.

5) أوجد قيمة k التي تجعل النقطة M منتصف القطعة المستقيمة $[DF]$.

المسألة الثانية: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ بالعلاقة $f(x) = (x+1)e^{-x}$ والمطلوب:

1) أوجد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ واستنتج معادلة المقارب الأفقي للخط C وادرس وضعه النسبي.

2) أوجد $f'(x)$ واستنتج جدول تغيرات التابع f وحدد قيمته الحدية .

3) أثبت أن للمعادلة $f(x)+1=0$ حل وحيد أياً كانت x من $\mathbb{R}$.

4) ارسم ما وجدته من مقاربات ثم ارسم C.

5) احسب مساحة السطح المحصور بين C والمستقيمين $x=0$ و $x=-1$.

6) استنتج رسم C_1 الخط البياني للتابع $f_1(x) = (x-1)e^{x}$.

انتهى الاختبار الأول

الشامل

أولاً: أجب عن الأسئلة التالية : ($40°$ درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: نتأمل في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ المستوي $P: ax+by+cz=1$ والمطلوب:

أثبت أن h بعد النقطة O عن المستوي P يحقق العلاقة $\frac{1}{h^2}=\frac{1}{(bc)^2}+\frac{1}{(ac)^2}+\frac{1}{(ab)^2}$.

السؤال الثاني: حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $4^{x+1}=5^{x-1}$.

السؤال الثالث: $(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية حسابية تحقق $u_7=31$ و $u_{11}=51$ ، احسب u_{20}.

السؤال الرابع: لتكن المجموعة $S=\{0,1,3,5,8\}$ والمطلوب:

1) بكم طريقة يمكن تشكيل رقم مكون من منزلتين من عناصر المجموعة S.

2) بكم طريقة يمكن تشكيل عدد فردي مؤلف من منزلتين من عناصر المجموعة S.

ثانياً: حل التمرينات التالية : ($60°$ درجة لكل تمرين)

التمرين الأول: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ بالعلاقة $f(x)=\sqrt{x^2+1}-2x$ والمطلوب:

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

2) عيّن العددين الحقيقيين a و b التي تحقق $a=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}$ و $b=\lim\limits_{x\to-\infty}(f(x)-ax)$.

3) استنتج معادلة المقارب المائل للخط C وادرس وضعه النسبي.

التمرين الثاني: ليكن كثير الحدود $P(z)=z^3-(2+2i)z^2+(2+4i)z-4i$ والمطلوب:

1) أثبت أن $z_0=2i$ جذر لكثير الحدود $P(z)$.

2) عيّن كثير حدود من الدرجة الثانية $Q(z)$ يحقق $P(z)=(z-2i)Q(z)$

3) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z)=0$.

التمرين الثالث: نتأمل في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقاط التالية

$A(1,5,4)$ و $B(10,4,3)$ و $C(4,3,5)$ و $D(0,4,5)$

والمطلوب: 1) أثبت أن النقاط A و B و C ليست على استقامة واحدة.

2) أثبت أن النقاط A و B و C و D تقع في مستوٍ واحد.

3) عيّن α و β و γ لتكون D مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط (A,α) و (B,β) و (C,γ).

اقلب الصفحة

التمرين الرابع: نضع $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\sin^2 x\,dx$ و $J=\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\cos^2 x\,dx$ والمطلوب:

1) أثبت أن $J-I=\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\cos 2x\,dx$ ، ثم احسب $J-I$

2) احسب $I+J$ ثم استنتج قيمة كل من I و J .

ثالثاً: حل المسألتين التاليتين: ($100°$ درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: صندوق يحوي أربع كرات حمراء وكرتين سوداوين، نسحب عشوائياً كرة من الصندوق نسجل لونها ثم نعيدها إلى الصندوق ونضاعف عدد الكرات من لونها في الصندوق ونسحب مجدداً كرة من الصندوق والمطلوب:

1) اعطِ تمثيلاً شجرياً للتجربة.

2) ما احتمال أن تكون الكرة المسحوبة في المرة الثانية حمراء.

3) إذا كانت الكرة المسحوبة في المرة الثانية حمراء، ما احتمال أن تكون الكرة المسحوبة في المرة الأولى حمراء.

4) ليكن X المتحول العشوائي الذي يعطي نقطتين عند كل كرة حمراء مسحوبة و يخسر نقطة عند كل كرة سوداء مسحوبة

a) اكتب مجموعة قيم X وقانونه الرياضي.

b) احسب التوقع الرياضي والتباين.

المسألة الثانية: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على المجال $[0,+\infty[$ بالعلاقة $f(x)=\begin{cases} x-x\ln x : x>0 \\ 0 \quad\quad : x=0 \end{cases}$

والمطلوب: 1) أثبت أن f مستمر عند الصفر.

2) ادرس قابلية اشتقاق التابع f عند الصفر، ما طبيعة المماس في المبدأ.

3) ادرس تغيرات التابع f وحدد قيمته الحدية ثم ارسم C.

4) احسب مساحة السطح المحصور بين f والمستقيمين $x=1$ و $x=e$.

5) نعرف المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ بالعلاقة التدريجية $u_{n+1}=f(u_n)$ و $u_0=\frac{1}{e}$ والمطلوب:

a) أثبت مستعملاً البرهان بالتدريج أن $0<u_n<1$ أياً كان العدد الطبيعي n.

b) أثبت أن المتتالية u_n متزايدة ثم استنتج أنها متقاربة واحسب نهايتها.

انتهى الاختبار الثاني

الشامل