أسهل عن بعد

الإحصاء التحليلي

لعام ١٤٣٩هـ

الفصل الدراسي الثاني

هذا الملف لايغني عن اللقائات الحيه وملخص الدكتور

الملف متحدث بعد كل محاضره

لاتنسونا من دعواتكم ..

NÒN❤

الفهرس

المحاضرة الأولى

تعريف علم الإحصاء

علم الإحصاء هو علم يهتم بعملية جمع وتنظيم وعرض البيانات ثم تحليل وتفسير النتائج .

فروع علم الإحصاء

ينقسم علم الاحصاء الى قسمين:

1/ الإحصاء الوصفي أو ما يسمى بمبادئ الإحصاء .

2/ الإحصاء التحليلي .

سؤال /:

ينقسم علم الإحصاء الى قسمين:

- **الإحصاء الوصفي والإحصاء الكلي**
- **الإحصاء الوصفي والإحصاء التحليلي**
- **الإحصاء الوصفي و علم الإحصاء**

ملاحظة /: لو كتب مبادئ الإحصاء والإحصاء التحليلي ايضاً صحيحة

مصطلحات علم الإحصاء :

1/ المجتمع : (أي أرقام تجمع عن أي ظاهرة) , أرقام أو بيانات تشترك في خاصية معينه تسمي مجتمع ، فعندما أسجل أطوال طلاب المستوى الأول ل 300 طالب وأسجل أطوالهم يظهر لدي 300 رقم هذي ال300 رقم اسميهم مجتمع الأطوال .

2/ العينة : هي جزء من المجتمع نختارها لأجل تعميمها على المجتمع (الشرط أن تكون العينة عشوائية).

العشوائية : أي الاختيار بدون قصد .

(علم الاحصاء التحليلي يهتم باستنتاج معلومات عن المجتمع عن طريق العينة)

سؤال /:

علم الإحصاء التحليلي يهتم باستنتاج معلومات عن العينة عن طريق المجتمع(صح/خطأ)؟

الجواب خطأ; علم الإحصاء التحليلي يهتم باستنتاج معلومات المجتمع عن طريق العينة

الباب الأول: مبادئ الإحتمالات

المقدمة/

تلعب الاحتمالات دوراً هاماً في الحياة اليومية وفي كثير من العلوم لأنها تساعد متخذي القرارات في اتخاذ قراراتهم في ظروف من عدم التأكد وحتى يكون اتخاذ القرار على أساس علمي سليم كان لزاما وضع اسس علمية لتقدير الاحتمال لأي ظاهرة وبالتالي اصبحت الاحتمالات الان علم له اسسه العلمية والرياضية.

بعض المصطلحات الخاصة بالإحتمالات/

١- **التجربة العشوائية**: تجربة معروفة جميع النتائج الممكنة ليها مسبقا ،لكن غير معروف لها النتيجة الفعلية لها بشكل حتمي

مثال/: عند رمي قطعة النقود فإن جميع نتائجها معروفة مقدماً وهي اما ظهور صورة او ظهوركتابة لكن لا نعرف اياً منها سيظهر عند رميها.

٢- **فراغ المعاينة**: هو جميع النتائج الممكنة للتجربة العشوائية يرمز لها S (مهم جداً)

مثال/ فراغ معاينة تجربة إلقاء زهرة النرد مرة واحدة هي :(1,2,3,4,5,6) = س

فراغ المعاينة لو زاد واحد فلا يمثل فراغ المعاينة(1,2,3,4,5,6,7) = س

فراغ المعاينة لو نقص واحد فلا يمثل فراغ المعاينة(1,2,3,4,5) = س

سؤال/

فراغ المعاينة هو عبارة عن مجموعة جزئية من التجربة العشوائية(صح/خطأ)؟

خطأ; فراغ المعاينة جميع النتائج التي يمكن الحصول عليها للتجربة العشوائية .

٣- **الحادثة**: تعرف الحادثة على انها جزء أو مجموعة جزئية من فراغ المعاينة وقد تكون الحادثة بسيطة وقد تكون الحادثة مركبة.

٤- **الحادثة البسيطة**: هي الحادثة التي تحتوي على عنصر واحد أو عناصر متجانسة من فراغ المعاينة لأي تجربة عشوائية.

٥- **الحادثة المركبة**: هي الحادثة التي تحتوي على عناصر مختلفة من فراغ المعاينة لأي تجربة عشوائية.

توضيح/:

حادثة مركب (لإتخلاف العملتين صورة وكتابة) TH/ HT

حادثة بسيطة (لتشابه العملتين كتابة وكتابة) TT/ HH

أنواع الحوادث : (نوعين)

1/ الحدث البسيط

وهو عبارة عن حدث واحد فقط ويمكن (س) مثل : احتمال ظهور الصورة حدث واحد

2/ الحوادث المركبة

هي عبارة عن **عدة حوادث في وقت واحد** فاحتمال اختيار المهندس حدث بسيط لكن اختيار المهندس أو المحاسب هنا حدثين المهندس أو المحاسب فهو حدث مركب . ومثال احتمال اختيار مهندس حاملا للدكتوراه هنا حادثين أن يكون مهندسا وأن يكون حاملا للدكتوراه ، .

مثال/ تجربة إلقاء قطعة العملة مرتين فإن فراغ المعاينة التجربة هو:

كتابتين،كتابة وصورة ،صورة وكتابة، صورتين.

S{(HH), (HT) ,(TH), (TT)}

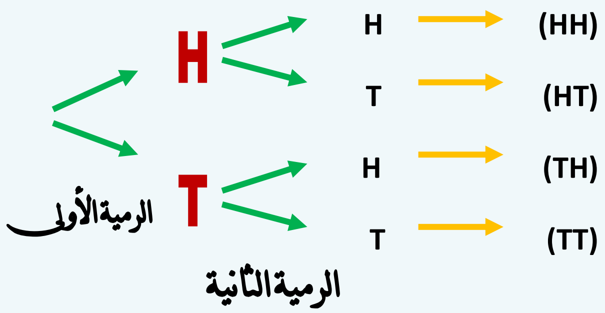
- فراغ معاينة التجربة السابقة يمكن تمثيله بيانياً أما في شكل فن او في شكل شجرة كتالي:

شكل فن : هو شكل هندسي مغلق مثل المستطيل او المربع او الدائرة فإن كنا بصدد التجربة السابقة (إلقاء قطعة العملة مرتين) فإن شكل فن ممكن يكون:

(ص ص) (ص ك)

(ك ك) (ك ص)

وممكن رسمة في شكل الشجرة كتالي:



فإذا كانت الحادثة Aتعبر عن ظهور صورتين فإن: A={(HH)}

وهذه الحادثة بسيطة لانها تحتوي على نتيجة واحدة فقط من فراغ المعاينة

واذا كانت الحادثة B يشير إلى ظهور صورة واحدة فقط فإن:B={(HT),(TH)}

وبالتالي فإن الحادثة تحتوي على أكثر من نتيجة فهي حادثة مركبة.

مثال للتوضيح/:

- عند رمي عملتين مرتين فإنها تكون : 2^2 =4

التوضيح: العملة الواحدة مكونة من وجهين والقيت مرتين فتكون 2مرفوعة للقوة 2 .

- عند رمي عملتين 3 مرات فإنها تكون : 2^3=8

التوضيح: العملة الواحدة مكونة من وجهين و القيت 3 مرات فتكون 2مرفوعة للقوة 3.

القوة او الأس تكون على اساس عدد الرميات

٦- الحادثة المستحيلة: هو الحادثة التي لا تحتوي على أي نتائج ويرمز لها ϕ (فاي) وبالتالي فهي حادثة مستحيلة الحدوث. احتمال وقوعها يساوي 0

مثال/: رمي زهرة النرد مرة واحدة و المطلوب الحصول على الرقو 7 وهذا أمر مستحيل.

٧- الحادثة المؤكدة: هو الحادثة التي يكون احتمال وقوعها 100% وهذه الحادثة هي فراغ المعاينة.

احتمال وقوعها يساوي1 ← 100% =1

اسئلةومقارنة بين الحادثة المؤكدة والمستحيلة/:

الحادثة المؤكدة هي الحادثة التي يكون احتمال وقوعها هو 1 ؟ صح

الحادثة المؤكدة هي الحادثة التي يكون احتمال وقوعها هو 100% ؟ صح

الحادثة المؤكدة هي الحادثة التي يكون احتمال وقوعها هو 100 ؟ خطأ ; يجيب وضع علامة %

الحادثة المؤكدة هي الحادثة التي يكون احتمال وقوعها هو 9.9999% ؟ خطأ ; يجيب ان تكون 100% مؤكدة الوقوع.

الحادثة المستحيلة هو الحادثة التي يكون احتمال وقوعها هو 1 ؟ خطأ ; احتمال وقوعها =0

الاحتمال: الإمكانية النسبية لوقوع الحادثة و النسبة يعني كسر و الكسر يعني ان الإتحمال محصور بين 0 و 1

إذا كان لدينا حادثة A من فراغ المعاينة لتجربة عشوائية ما فإن احتمال وقوع A يرمز له بالرمز ح(س) حيث : ح

$$ح(س) = \frac{\text{عدد نواتج الحادثة أ}}{\text{عدد النواتج الكلية الممكنة للتجربة}}$$

مثال/: في تجربة إلقاء زهرة النرد مرة واحدة فإن : S= {1,2,3,4,5,6}

فإن كانت الحادثة تعبر عن ظهور عدد زوجي فإن: احتمال وقوعها هو ح (س)= $\frac{3}{6}$

- إذا كانت الحادثة تساوي 0 فإنها حادثة مستحيلة الوقوع اصغر قيمة يأخذها الاحتمال هي 0
- إذا كانت الحادثة تساوي 1 فإنها حادثة مؤكدة الوقوع أكبر قيمة يأخذها الإحتمال هي 1

بما أنها محصورة بين 0 و 1 فذلك يعني بأنها كسور والمقام اكبر من البسط مثال $\frac{2}{4}$ ولا يوجد احتمال بالسالب اطلاقاً

ولا يمكن ان يكون الإحتمال اكبر من 1 إذا الاحتمال هو نسبة محصورة بين 0 و 1

سؤال/:

الإحتمال يقع بين 1+ و 1- (صح/خطأ)؟ خطأ بين 0 و 1

ح احتمال // ح(س)= احتمال وقوع الحادثة س // م التكرار // ن عدد مرات وقوع الحدث هي حجم العينة

نظرية حساب الاحتمال : إذا كان هناك حدث ما (س) وهذا الحدث يتكرر حدوثه (م) من المرات في تجربة حجمها (ن) من المرات فإن احتمال وقوع هذا الحدث وفق القانون التالي : ح (س) = $\frac{م}{ن}$ قانون حساب الإحتمالات بالطريقة البسيطة

ح تعني احتمال , احتمال وقوع الحدث س ، (م) تعني عدد مرات وقوع الحدث (ن) عدد الحالات الكلية للتجربة .

مثال : عند ألقاء قطعة نرد سليمة ماهو احتمال ظهور الوجه 3 ؟

الحل / ح (3) = $\frac{م}{ن}$ = $\frac{1}{6}$

(ن) عدد الحالات الكلية للتجربة وتساوي 6 ، (م) عدد مرات ظهور الوجه(3) تساوي 1 .

سؤال/:

ماهو احتمال ظهور الرقم 5؟ $\frac{1}{5}$ / ماهو احتمال ظهور الرقم6؟ $\frac{1}{6}$ / ماهو احتمال ظهور الرقم7؟ 0 لأنه حدث مستحيل

مثال/ يضم المستوى الأول 80 طالباً منهم 20 طالباً متزوجاً , أختير أحد الطلبة , ماهو احتمال أن يكون :

1/ متزوجاً ؟ 2/ يتحدث اللغة العربية ؟ 3/ يتحدث اللغة اليابانية ؟

الحل/ 1 / ح (متزوج)= $\frac{م}{ن} = \frac{20}{80} = \frac{1}{4}$

2/ ح (اللغة العربية) = $\frac{م}{ن} = \frac{80}{80} = 1$ ويسمى حدثاً مؤكداً .

3/ح (اللغة اليابانية)= $\frac{م}{ن} = \frac{0}{80} = (0)$ ويسمى حدثاً مستحيلاً .

فنلاحظ (أن جميع الاحتمالات عبارة عن كسر (بسط ومقام) ودائماً البسط أقل من المقام ، وأقصى قيمة للاحتمال هي (1)

ويسمى حدث مؤكد ، وأصغر قيمة للاحتمال (0) ويسمى حدث مستحيل . يعني الاحتمال محصور بين (صفر و موجب واحد)

سؤال/:

اذا كان هناك عينة مكونة من 50شاب منهم 10 متزوجين احسب احتمال وجود شاب متزوج داخل هذه العينة؟ $\frac{10}{50}$

مثال / يتكون مجلس إدارة إحدى الشركات من 5 محاسبين و6 مهندسين و4 اقتصاديين أختير أحدهم عشوائياً لأداء العمرة , ماهو احتمال أن يكون مهندساً ؟

الحل / (مجموع أعضاء المجلس 15) .

ح (مهندس) = $\frac{م}{ن} = \frac{6}{15}$

ح (اقتصادي)= $\frac{م}{ن} = \frac{4}{15}$

سؤال/:

مجموع احتمالات جميع النتائج الممكنة للتجربة العشوائية =1

- الاحتمال دائما محصور بين 0و1؟ صح
- الاحتمال دائما محصور بين 1-و1+؟ خطأ
- الاحتمال دائما محصور بين 0و1-؟ خطأ
- اذا كانت قيمة الاحتمال لحدث ما يساوي 1 فإن هذا الحدث يسمى؟

أ/مؤكد الوقوع ج/بسيط

ب/مستحيل الوقوع د/مؤكد او مستحيل

- اذا كانت قيمة الاحتمال لحدث ما يساوي 0 فإن هذا الحدث يسمى؟

أ/مؤكد الوقوع ج/بسيط

ب/مستحيل الوقوع د/مؤكد او مستحيل

بعض المصطلحات الخاصة بالإحتمالات

- **الحوادث المتنافية**: يقال ان B,A حادثتين متنافيتين اذا حدث الاول يلغي حدوث الثاني اذاً استحال حدوثهما معاً أي حدوث ايهما يلغي حدوث الإخر .

مثال/: في تجربة رمي قطعة العملة مرة واحدة فإذا ظهرت الصورة تنفي ظهور الكتابة.

مثال/: عند رمي زهرة النرد هل ظهور الـ 6 يجي معاها 1؟ لا اذا استحالة ظهور رقم 1 و 6 معاً .

الحوادث المتنافية حوادث غير متقاطعة أي ان احتمال تقاطعهما ∩ = 0 ؛ لانه لا يوجد بينهم شي مشترك ولا توجد علاقة بينهم واذا ضربت في بعض تساوي صفر

ح(س ص)=صفر

سؤال/: اذا كانت (س ص) حادثتان متنافيتان فإن التقاطع بينهما يساوي؟

0   10   5   1

- **الحوادث المستقلة**: يقال ان A,B حادثان مستقلتان إذا كان وقوع احدهما لا يعتمد على وقوع الاخر.

مثال/: عند رمي قطعة العملة مرتين فظهور الصورة في الرمية الاولى لا يؤثر على ظهور الصورة في الرمية الثانية

مثال/: اذا كان هناك طالبين احمد وعبد الرحمن يختبران الاحصاء احمد حصل على+A هل هذا يمنع عبدالرحمن ان يحصل على +A؟ طبعاً لا الاول لايؤثر على وقوع الثاني

ويعبر عنه احتمالياً كتالي:

ح(س ص)=ح(س)*ح(ص) يتحول التقاطع ∩ الى ضرب

سؤال /:

عينة من 100 شاب اذا سحبنا شخص بطريقة عشوائية ماهوا احتمال ان يكون متزوج و عازب؟ متنافية ومستحيلة

اخذنا عينة عشوائية من مطار الملك خالد وسحبنا شخص من بين50راكب ما هوا احتمال ان يكون اجنبي و سعودي؟ متنافية ومستحيلة

اذا اخذنا شخص بطريقة عشوائية ماهوا احتمال ان يكون اجنبي او متزوج؟ مستقلة

اذا اخذنا شخص بطريقة عشوائية ماهوا احتمال ان يكون سعودي او متزوج؟ مستقلة

قواعد الإحتمالات

- **قاعدة جمع الإحتمالات** : الجمع في الاحتمالات يعني الإتحاد ∪ فإذا كان لدينا حادثتين س ص فإن حدوث س أو ص يعرف بقانون جمع الإحتمالات:

ح(س او ص)=ح(س+ص)=ح(س)+ح(ص)-ح(س ص)

هذا قانون الجمع كلمة" أو " تعني قانون الجمع ، س ص غير متنافيان

احتمال س او ص ← اتحاد ← جمع

اذا اخذنا شخص بطريقة عشوائية ماهوا احتمال ان يكون سعودي او متزوج (أو)تعني قاعدة جمع الاحتمالات تسمى بالاتحاد و غير متنافية.

احتمال الأول ح(س) + احتمال الثاني ح(ص) – احتمال التقاطع بينهما ح(س ص).

اذا كان س و ص حادثتين متنافيتين فإن:

ح(س+ص)=ح(س) + ح(ص)

قانون جمع الاحتمالات : و في هذه الحالة يجب التفرقه بين الحوادث المتنافية وغير المتنافية .

الحوادث المتنافية : هي التي لا يمكن إن تقع معاً في وقت واحد ، فعند رمي قطعة العملة فإن ظهور الصورة ينفي ظهور الكتابة .

الحوادث غير المتنافية : هي تلك الحوادث التي يمكن إن تقع معاً في وقت واحد ، فاحتمال اختيار محاسب لا ينفي إن يكون متزوجاً .

قوانين الجمع : 1/ احتمال ظهور الحدث (س) أو الحدث (ص) .

نظرية : إذا كان لدينا حدثين (س) و (ص) فإن احتمال وقوع (س) أو (ص) أو كلاهما هو :

ح(س أو ص) = ح (س+ص) = ح (س) + ح (ص) − ح (س ص) (هذا قانون الجمع) (كلمة (أو) تعني قانون الجمع) (س،ص غير متنافيان) .

ولو كان (س) و (ص) حوادث متنافية ، فالقانون الثاني : ح (أس+ ص) = ح (س) + ح (ص) .

ملحوظة : اذا كان

(س ،ص) حوادث متنافية فان ح(س ص) = صفر

المحاضرة الثالثة

قاعدة الإحتمال الشرطي

نفترض ان الحادثتين س و ص الحادثة ص وقعت بالفعل ويرد ايجاد احتمال الحادثة س بمعلومية وقوع الحادثة ص مثل هذه الاحتمالات تسمى بالاحتمالات الشرطية احتمال وقوع س بشرط وقوع ص يرمز له بالرمز – اما اذا كانت حادثان مستقلتان فإن: ح (س ص)=ح(س)×ح(س/ص)

قاعدة الحدث هي وقوع الحدث مشروط بوقوع الحدث الاخر معها

لا تذهب المرأة الى السوبر ماركت الا بشرط ذهاب زوجها معها

لا ينجح الطالب الا بمشاهدة اللقاء الحي ف شرط النجاح هو رؤية اللقاء

اذا كانت الحادثتان مستقلتان فإن ح(س ص)"ضرب" = ح(س)×ح(س علماً بأن ص قد وقع فعلاً .

قانون الضرب:

قانون الضرب للحوادث المستقلة: ح(س ص)=ح(س)×ح(ص)

أما اذا كان س،ص حادثتان متناقيتان فإن:(س و ص)=(س×ص)=صفر

امثلة:

مثال : (مجلس إداره احدى الشركات يضم 6 مهندس , 4 محاسب , 8 اقتصادي واختير أحدهم لاداء العمرة ماهو :

1) احتمال أن يكون محاسباً ؟
2) احتمال أن يكون اقتصادياً ؟

$\Big\}$ 6+4+8=18 =ن ⟵ بسيط

3) احتمال أن يكون محاسباً أو اقتصادياً ؟
4) احتمال أن يكون محاسباً أو مهندساً ؟

$\Big\}$ "أو" جمع

الإجابة : لمطلوب الأول والثاني يتكلم عن حدث واحد أي احتمال (محاسب) (اقتصادي) فهذه حوادث بسيطة لا يمكن تقسيمها .

والمطلوب الثالث والرابع (محاسب أو اقتصادي) فهذه حوادث مركبة فنستخدم قانون الجمع أو قانون الضرب ؟ فما دام ظهر في المسألة كلمة (أو) تستخدم مباشرة قانون الجمع ، والحل :

1/ ح (محاسب)= $\frac{\text{م}}{\text{ن}} = \frac{4}{18}$.

2/ ح (اقتصادي) = $\frac{\text{م}}{\text{ن}} = \frac{8}{18}$.

3/ ح (محاسب أو اقتصادي) القانون = ح (س+ ص) = ح (س) + ح (ص) − ح (س ص)

$= \frac{4}{18} + \frac{8}{18} - \frac{0}{18} = \frac{12}{18}$ (4 محاسب ، 8 اقتصادي) (الصفر لأنه حدث متنافي محاسب و اقتصادي)

4) ح (محاسب أو مهندس) = ح (س+ ص) = ح (س) + ح (ص) − ح (س ص)

$= \frac{4}{18} + \frac{6}{18} - \frac{0}{18} = \frac{10}{18}$

أظهرت نتائج العام الماضي ان نسبة النجاح في مادة الرياضيات هي 70% ونسبة النجاح في مادة المحاسبة هي 80% اما نسبة النجاح في مادتي الرياضيات والمحاسبة معاً هي 60% ، اختير احد الطلبة عشوائياً ما احتمال ان يكون ناجحاً في الرياضيات او المحاسبة ؟

(س: الرياضيات ، ص : المحاسبة)

نحول ال 70%و 80% و 60% لاعداد عشرية

$\frac{70}{100}=0.7/ \quad \frac{80}{100}=0.8/ \quad \frac{60}{100}=0.6$

بينهما تقاطع (نسبة النجاح في مادتي الرياضيات والمحاسبة معاً هي 0.6)

(الرياضيات او المحاسبة) جمع

ح(س ص)=ح(س)+ح(ص)−ح(س ص)

0.7+ 0.8 − (التقاطع) 0.6 = 0.9

امثلة:

اذا كان احتمال ذهاب الرجل إلى الهايبر ماركت هو 0.4 واحتمال ذهاب المرأة إلى الهايبر ماركت بشرط ان زوجها معها هو 0.7 فما هوا احتمال ذهابهما معاً ؟ (س: الرجل ص:المرأة)

بشرط = ضرب لانه حادثة مستقلة"الحوادث الشرطية"

ح(س ص)=ح(س)×ح(ص)

الاجابة: ح(س ص)=0.7×0.4= 0.28

مثال : احتمال ذهاب الأب إلى المزرعة 0,5 واحتمال ذهاب الابن بشرط أن يسبقه الأب 0,9 , ما هو احتمال ذهاب الأب والابن معاً ؟

الجواب : الأب : س ، الابن : ص

احتمال ذهاب الأب : ح (س) = 0,5 ، احتمال ذهاب الابن ولكن بشرط أن يذهب الأب : ح (ص/س) = 0,9

إذاً احتمال ذهاب الأب والابن : ح (س ص) = ح (س) × ح (ص/س)

= 0,5 × 0,9 = 0,45

يتكون مجلس ادارة احدى الشركات من 3محاسبين و 5مهندسين و 2اقتصاديين. اختير احدهم بطريقة عشوائية ما هو احتمال ان يكون محاسباً او مهندساً ؟ (س محاسب ص مهندس)

الاجابة: ح(س +ص)= $\frac{3}{10}$+ $\frac{5}{10}$ = $\frac{8}{10}$ (5+3=8 / المقام موحد10)

اسئلة نهاية اللقاء

- يتكون مجلس ادارة احدى الشركات من 2محاسب 4 مهندسين و 4اقتصاديين اختير احدهم بطريقة عشوائية فما احتمال ان يكون محاسباً او مهندساً؟

الاجابة: ح(س +ص)= $\frac{2}{10}$+ $\frac{4}{10}$ = $\frac{6}{10}$

- ينقسم علم الاحصاء الى الاحصاء الوصفي والتحليلي ؟ (صح)
- يهتم علم الاحصاء التحليلي بايجاد معلومات عن العينة عن طريق المجتمع ؟ (خطأ، العكس)
- الحوادث المستقلة هي حوادث لا يمكن ان تقع معاً ؟ (خطأ ، المتنافية)
- اذا كانت قيمة الاحتمال لحدث ما يساوي 0 فإن الحدث يسمى ؟ (مستحيل الوقوع)
- اذا كانت قيمة الاحتمال لحدث ما يساوي 1يسمى؟ (حدث مؤكد الوقوع)
- تقع قيمة الاحتمال بين ؟ (1و 0)
- فراغ العينة هو ؟ عدد الحالات الكلية للتجربة – عدد الحوادث المتنافية– عدد الحوادث المستقلة – حوادث بسيطة وحوادث مستقلة
- فراغ العينة هو ؟ عدد الحوادث الكلية للتجربة – عدد الحوادث المتنافية –عدد الحوادث الجزئية للتجربة – عدد الحوادث المستقلة

ملاحظة هامة /:

او = اتحاد =متنافية=∪=جمع

و =تقاطع=مستقلة=∩=ضرب

الباب الثاني:المتغيرات العشوائية والتوزيعات الإحتمالية

المحاضرة الرابعة

المتغيرات العشوائية: تنقسم الي قسمين:-

1- المتغيرات العشوائية المتقطعة : وهي المتغيرات التي تأخذ قيماً صحيحة مثل اعداد الطلاب ، وعدد الجامعات وعدد الموظفين.**1,2,3,4....**

مثال لمتغير عشوائي متقطع او منفصل : عدد السيارات عدد المكاتب عدد الاسواق

المتغير العشوائي المتقطع هو الذي يأخذ قيماَ كسرية (صح / خط)؟ خطأ : قيماً صحيحة

2- المتغيرات العشوائية المتصلة : وهي المتغيرات التي تأخذ قيماً صحيحة وكسور مثل الطول ، والوزن ، والسعر . **.... 0,1 / 2,5**

مثال لمتغير عشوائي متصل او مستمر : الأعمار / عدد الرواتب / درجة الحرارة....

الدالة الاحتمالية : الدالة الاحتمالية علاقة بين متغيرين متغير مستقل (متغير عشوائي ورمزه س) ، ومتغير تابع (احتمالات الحدوث لهذه القيم ورمزه ح (س)) ، و (ح) معناها احتمال (س) ،

فدالة الاحتمال علاقة بين س ، ح (س). علاقة بين المتغير س والقيم الاحتمالية للمتغير يرمز لها ح(س)

والعلاقة بين س و ح (س)   إما أن تكون في شكل جدول أو في شكل قانون (التوزيع الاحتمالي))

- **المتغير العشوائي (س)**
- **القيمة الاحتمالية ح(س)**

} العلاقة بين المتغير والقيمة الاحتمالية يسمى بالدالة الإحتمالية

التوزيع الاحتمالي او الدالة الإحتمالية للمتغير العشوائي المتقطع: هو عبارة عن جدول به كل القيم الممكنة للمتغير العشوائي (س) واحتمالاتها ح(س)

التوزيع الإحتمالي للمتغير العشوائي المتقطع لا بد ان يحقق الشروط التالية:

- **القيمة ال؛تمالية دائماً محصورة بي 0 و 1 (يعني لا يمكن ان تكون سالب او اكبر من الواحد ولا تكون اصغر من الصفر)**
- **مجموع القيم الإحتمالية ح (س) يساوي 1**

مثال : ألقيت قطعتي عملة مرة واحدة (إلقاء قطعتي عملة مرة واحدة = إلقاء قطعة واحدة مرتين متتاليتين) ، والمطلوب :

أولاً : أوجد فراغ العينة .

ثانياً : أوجد دالة الاحتمال للمتغير (س) , حيث إن (س) ترمز لعدد مرات ظهور الصورة .

الحل :

1/ يقصد بفراغ العينة عدد الحالات الكلية للتجربة , عند ألقاء قطعتي عملة مرة واحدة فإن فراغ العملة للعينه = 2 حالة للقطعة الأولى وَ2 حالة للقطعة الثانية أي = 2 × 2 = 4 حالات كلية ، ونواتج رمي قطعتي العملة :

القطعة الأولى	القطعة الثانية	ملاحظات
ص	ص	تظهر الصورة مرتين
ص	ك	صورة وكتابة
ك	ص	كتابة وصورة
ك	ك	لا تظهر الصورة

فالحالات الاربع هي فراغ العينة ، وهو المطلوب الاول .

2/ دالة الاحتمال : علاقة بين متغير س وَ ح (س)

(س) تعني عدد مرات ظهور الصورة ح (س) أي احتمال وقوع الحدث

س (عدد مرات ظهور الصورة)	ح (س)
2	1 ÷ 4
1	2 ÷ 4
صفر	1 ÷ 4
المجموع	1

دائماً تكون كسور

مجموع الاحتمالات =١ ، إذاً تحقق الشرط

شرح الجدول ح (س):

- **كم مرة ظهرت الصورة في المرة الأولى ؟ مرة واحدة ، يعني لما رمينا العملتين طلعت صورة وصورة يعني مرة واحدة.**
- **كم مرة ظهرت الصورة في المرة الثانية؟ مرتين، يعني لما رمينا العملتين طلعت صورة وكتابة وكتابة وصورة يعني مرتين.**
- **كم مرة ظهرت الصورة في المرة الثالثة؟ صفر، يعني لما رمينا العملتين طلعت كتابة كتابة يعني مرة واحدة.**

اهم م يجب معرفته بالجدول :

- **كل قيمة لـ(س) لها قيمة مقابلة لها وهي ح(س)**
- **مجموع القيم الإحتمالية = 1**

مثال : بين ما اذا كانت الدالة احتمالية ام لا مع ذكر السبب :

س	1	2	3	4	5
ح (س)	0,2	0,4	0,3	0	0,1

لقيم الإحتمالية

الحل : الدالة السابقة دالة احتمالية لتحقق الشرطين وهما : 1/ جميع قيم الاحتمالات ح (س) موجبة تقع بين (0 ، 1) .

2/ مجموع الاحتمالات أي مجـ ح (س) =1 ، (0.2+0.4+0.3+0.1= 1) .

س	-2	-1	0	1	2
ح(س)	0.2	0.4	0.3	0.5	0.2

الحل/: ليست دالة احتمالية لان الشرط الثاني غير متحقق فمجموع الإحتمالات اكبر من ١

0.2+0.4+0.3+0.5+0.2 = 1.6

س	-2	-1	0	1	2
ح(س)	0.2	0.3	ك 0.2	0.2	0.1

{ =1

اوجد حاصل مايلي :

- **قيمة ك/: القيمة الاحتمالية كلها تساوي 1 اذاً اجمع القيم الاحتمالية كلها والقيمة والفرق بينها وبين الـ 1 هيا القيمة المفقودة (0.8=0.2+0.3+0.2+0.1) الناتج نطرحه من 1 ونحصل على قيمة (ك) 1 - 0.8 =0.2 ك = 0.2**
- **ح(س = 0) /: ماهو احتمال قيمة س تساوي 0 (انظر العدد المقابل لـ 0 في العمود(س) من العمود ح (س) وهو 0.2**
- **ح(س=1) /: ابحث للقيمة الاحتمالية المقابلة لـ 1 وهي 0.2**
- **ح(س≤ 1) (ح س اصغر من او تساوي 1) /: نجمع الأعداد الأصغر من الـ 1 والتي تساويه : 0.2+0.3+0.2+0.2=0.9**
- **ح(س =2) /: 0.1 * ح(س=-1) /: 0.3 * ح(س=-2) /: 0.2**
- **ح(س=5)/: صفر و لا يوجد لانه لا يوجد في الدالة**
- **ح (1 > س ≤ -1) /:(س اكبر من او يساوي -1/ س اصغر من 1) الأعداد المحصورة بين -1 و 1 نحسب المقابل لـ -1 و 0 (1+لا نحسبه لان المطلوب اصغر من 1) يصبح الجواب 0.2+0.3 = 0.5**

القيمة المتوقعة والتباين

س	ح (س)	س ح (س)
0	0,4	0
1	0,3	0,3
2	0,2	0,4
3	0,1	0,3
المجموع	1	1

ضرب

معطى بالمسألة

القيمة المتوقعة

- قيمة الاحتمال :/ مجموع ح(س) = 1 / 0.4+0.3+0.2+0.1
- القيمة المتوقعة هي حاصل جمع العمود س×ح(س) :/ مجموع س×ح(س) = 1 / 0.3+0.4+0.3 (مو شرط يكون مجموعها = 1 الأن طلع بالصدفة ممكن يكون 2 ,30,4 ....

من الجدول السابق :

- اوجد ح(س=2) = 0.2   * اوجد ح(س=0) = 0.4   * اوجد ح(س=5) = صفر لا يوجد

المحاضرة الخامسة

تابع القيمة المتوقعة والتباين

القيمة المتو قعة /:هي الوسط الحسابي (صيغة السؤال اوجد الوسط الحسابي للمتغير العشوائي س او اوجد القيمة المتوقعة للمتغير العشوائي س)اذا القيمة المتوقعة للمتغير العشوائي س هي الوسط الحسابي للمتغير العشوائي س.

- رمز القيمة المتوقعة µ (مِيو)
- قانون القيمة المتوقعة µ = مج (س) × ح(س)
- رمز التباين :σ^2 (سقمة تربيع)
- قانون التباين σ^2 = مج س^2 × ح(س) − µ^2

مثال/: افترض ان لدينا التوزيع الإحتمالي للمتغير العشوائي المتقطع س كالتالي:

س	ح(س)	ح(س)×س القيمة المتوقعة	ح(س)× $س^2$ التباين
-2	0.2	-0.4	0.8
-1	0.3	-0.3	0.3
0	0.2	0	0
1	0.2	0.2	0.2
2	0.1	0.3	0.4
	مج ح(س)=1	مج = -0.3	مج = 1.7

معطى

احسب مايلي:

- **القيمة التوقعة : تضرب كل قيمة في س بالقيمة المقابلة لها في ح(س) ونجمع كل النتائج = 0.3 -**
  الحل يمكن يكون سالب ولا يوجد اشكال
- **التباين: تضرب كل قيمة في س وتربيع $س^2$ بالقيمة المقابلة لها في ح(س) ونجمع كل النتائج =**
  $1.7-(-0.3) = 1.61$

مثال : في الجدول التالي : المتغير العشوائي (س) يمثل عدد السيارات المباعة في اليوم الواحد اما ح (س) فتمثل احتمال ان يتم بيع هذا العدد من السيارات :

س : عدد السيارات المباعة يومياً	0	1	2	3
ح (س)	0,4	0,3	ك	0,1

•

وعلى فرض أن المتغير س يحقق شروط دالة الاحتمال ، فالمطلوب كالتالي :

1/ أوجد قيمة المجهول ك : بما أنها دالة احتمالية فإن ك هي القيمة التي تجعل مجموع الاحتمالات = 1 فيكون ك = 0.2

0.4+0.3+0,1 =0.8   1- 0.8=2.0

عدد السيارات	0	1	2	3
ح (س)	0,4	0,3	0,2	0,1

2/ قيمة ح (س =1) : من الجدول ح (س=1) هي = 0,3

3/ قيمة ح (س = 0) = 0,4

8/اوجد القيمة المتوقعة ، 9/ اوجد قيمة التباين ، 10/ اوجد الانحراف المعياري :

س	ح (س)	س ح (س)	$س^2$ ح (س)
0	0,4	0	0
1	0,3	0,3	0,3
2	0,2	0,4	0,8
3	0,1	0,3	0,9
المجموع	1	1	2

معطى

8/ القيمة المتوقعة : = مجـ س ح (س) = 1   مج س× ح(س) =0.3+0.4+0.3+0 =1

9/ التباين = $س^2$ = مجـ $س^2$ ح (س) – $(1)^2$ = 2- (1) = 1   مج $س^2$ × ح(س) – μ^2 = 2 - 1^2 = 1

10/ الانحراف المعياري = جذر التباين = جذر 1 = 1 $\sqrt{1}=1$

- **الانحراف المعياري رمزه**: σ
- **قانون الانحراف المعياري** = √ التباين (جذر التباين)

القيمة المتوقعة يمكن ان تكون سالب او موجب اما االتباين فلا يمكن ان يكون سالب

بفرض ان له الدالة الإحتمالية التالية :

س	ح(س)	μ	σ^2
1	0.2	$0.2\times1=0.2$	$0.2\times1^2=0.2$
2	0.3	$0.3\times2=0.6$	$0.3\times2^2=1.2$
3	0.4	$0.4\times3=1.2$	$0.4\times3^2=3.6$
4	0.1	$0.1\times4=0.4$	$0.1\times4^2=1.6$
	مج=1	مج=2.4	مج=6.6

احسب القيمة المتوقعة μ : 2.4 = 0.2+0.6+102+0.4

احسب التباين σ^2 : 6.6 = 0.2+1.2+3.6+1.6 / **$0.84 = 6.6 - (2.4^2)$** z

احسب الإنحراف المعياري σ: $0.916 = \sqrt{0.84}$

المحاضرة السادسة

التوزيعات الإحتمالية/:

دالة الاحتمال هي علاقه بين س و ح(س) هذه العلاقة عندما تكون في شكل جدول نسميها دالة الاحتمال ، وعندما تكون في شكل قانون نسميها التوزيع الاحتمالي .

التوزيعات الاحتمالية :

1_ توزيع ذو حدين .

2_ توزيع بواسون .

3_ التوزيع الطبيعي .

١- **توزيع ذو الحدين**: هو احد التوزيعات الاحتمالية المتقطعة (توزيع ذو الحدين من التوزيع الاحتمالي متقطعاً) يستخدم عندما يكون المتغير العشوائي س متقطعاً وتكون نتيجة التجربة العشوائية نتيجتين اما نجاح او فشل ، ذو الحدين يعني التجربة تحتمل حدين

مثلاً: مريض اعطيناه دواء يمكن يستجيب ويمكن لا يستجيب - يمكن ان تكون معيبة او غير معيبة

س/توزيع ذو الحدين من التوزيعات الاحتمالية المتصلة (صح/خطأ)؟ خطأ المتقطعة

- الحدث محل اهتمام يسمى نجاح (يعني الحالة التي يتحقق فيها الحدث)
- الفشل (الحدث غير محل الاهنمام يعني الحالة التي لا يتحقق فيها الحدث).

احتمال النجاح واحتمال الفشل يساوون 100%

احتمال ان تكون هذه الوحدات معيبة = 10% اذا الاحتما ل ان تكون معيبة هو 90% و احتمال 10% هو احتمال النجاح.

يرمز لإحتمال النجاح بـ : ل يرمز لإحتمال الفشل بــ: (1 – ل)

الأسس التي يقوم عليها توزيع ذو الحدين:

- التجربة العشوائية يرمز لها بالرمز : ن (5 محاولات / 5 طلاب /5 وحدات ....) ، اذا ن هي التجربة او عدد الوحدات.
- لكل محاولة احتمال نجاح او فشل
- (اذا كانت نسبة الوحدات المعيبة = 5% ع طول هذي ل ، اذا كان نسبة الوحدات المعيبة = 10% اذاً ل هي % 10اذاً ل هي ثابت في كل محاولة واذا ل = 10% اذاً (100- 10%)= 90% إذا مجموها يساوي 100%
  احتمال النجاح =80% فما هوا احتمال عدم النجاح؟ 80-100=20% مجموعا 100%=80%+20%
- ل + (1 – ل) =1 (مجموع جميع الاحتمالات = 1)

قانون ذو الحدين او توزيع ذو الحدين:

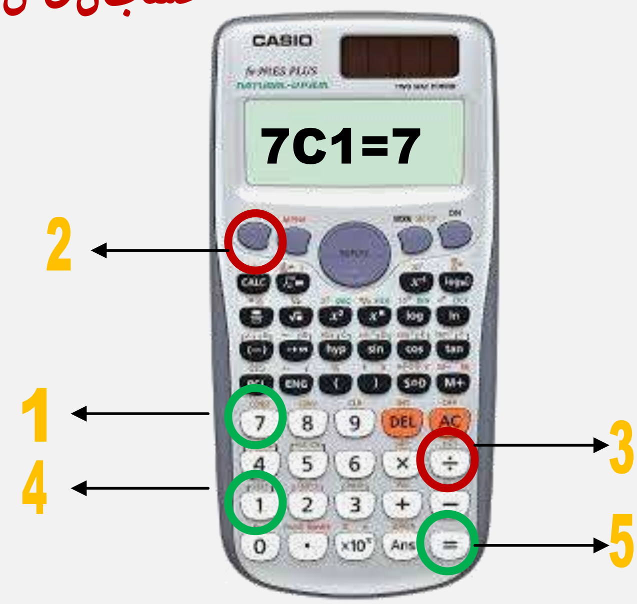
احتمال ان نحصل على س = التوافيق × نسبة النجاح × نبة الفشل

$ح(س) = {}^{ن}ق_{س} \times ل^{س} \times (1 - ل)^{ن-س}$

- س هي متغير ويكون موجود بالمسألة و ن و ل معطيات بالمسالة

ماهو احتمال عدم وجود ،، اذاً س=صفر / ماهو احتمال وجود واحدة اذاً س =1 / ماهو احتمال وجود اثنين اذاً س =2

حساب ن ق س بالألة:



احسب 3 ق 2 = 3

الخصائص الاحصائية لتوزيع ذو الحدين :

يقصد بالخصائص الإحصائية : القيمة المتوقعة والتباين ، والانحراف المعياري

فإذا كان س متغير عشوائي يتبع توزيع ذو الحدين فإن القيمة المتوقعة والتباين لهذا المتغير على الصورة التالية :

- القيمة المتوقعة μ = ن × ل μ= ن = حجم العينة / ل = نسبة النجاح لو كان ن = 5 و ل =0.2 اذاً 5×0.2 = 1
- التباين = σ^2 = ن × ل × (1− ل)
- الإنحراف المعياري

مثال : اذا كانت نسبة المعيب في انتاج احد المصانع هي 20% , سحبت عينه عشوائية (تجربة) حجمها 5 وحدات , ما هو احتمال :

1/ ألا نجد وحدات معيبه بالعينة .

2/ أن نجد وحده واحده معيبه .

3/ أن نجد وحده واحدة على الأكثر .

4/ اوجد القيمة المتوقعة .

5/ احتمال وحدتين معيبتين

- ن= 5
- ل=0,2
- (1-ل) =0.8

١- س= 0

٢- س=1

٣- س بين ص و ١

الحل : التجربة خاضعه لقانون ذو حدين , لأن أي وحده في العينة نفحصها تصنف الى معيب او سليم ,

المعطيات :

ن = 5 (حجم العينة) , نسبة المعيب ل = 0,20 ، 1 - ل = 0,80

وحسب قانون ذو الحدين : ح (س) = $ق_{س}^{ن}$ × $(ل)^{س}$ × $(1-ل)^{ن-س}$

ح (س) : تعني احتمال وقوع الحدث س من المرات .

اما ن ق س : س هنا هي متغير عشوائي يرمز لعدد الوحدات المعيبة أي تأخذ القيم المطلوبة بالمسألة :

*__ الا نجد وحدات معيبه بالعينة . (هنا تكون س = صفر)

*__ ان نجد وحده واحده معيبه . (هنا تكون س = 1)

*__ ان نجد وحده معيبه واحده على الأكثر (هنا تكون س = 1 أو صفر)

ح (س) = $ق_{س}^{ن}$ × $(ل)^{س}$ × $(1-ل)^{ن-س}$

المطلوب الاول (الا نجد وحدات معيبه بالعينة) :

ح (س= صفر) = $ق_{0}^{5}$ × $(0.2)^{0}$ × $(1-ل)^{5-0}$

= 1×1× $(0,8)^{5}$ = 0,3277

اي معطي تكون الـ س= صفر يكون ناتج =1دائما

المطلوب الثاني (ان نجد وحده واحده معيبه) :

ح (س= 1) = $ق_{1}^{5}$ × $(0.2)^{1}$ × $(1-ل)^{5-1}$

= 5 ×0,2 × 0,4096 = 0,4096

اي معطي تكون الـ س= 1 يكون ناتج =الرقم نفسه دائما

المطلوب الثالث (ان نجد وحده معيبه واحده على الأكثر) : أي أن ح (س ≤ 1) أقل من أو تساوي 1.

وعندما س = 1 (استخرجنا الناتج في المطلوب الثاني وكان الإجابة 0,4096)

عندما س = صفر (استخرجنا الناتج في المطلوب الاول وكانت الإجابة 0,3277)

إذاً : ح (س ≤ 1) = ح (س = 1) + ح (س = صفر)

= 0,4096 + 0,3277 = 0,7373

1على الأكثر يعني اكثر شي 1ف نأخذ نواتج 0و 1

اما اذا كانت الصيغة اكثر من 1 فنجمع نواتج الاكثر من 1

المطلوب الخامس ح (س= 2) = $ق_{2}^{5}$ × $(0.2)^{2}$ × $(1-ل)^{5-2}$

= 10 × 0.04 × 0.512 = 0.2048

القيمة المتوقعة μ = ن × ل = 5 × 0,2 = 1

احسب التباين =5× 0.2(1-0.2) =0.8 احسب الانحراف المعياري: √0.8 = 0.89

ملاحظة:/ يكون حجم العينة في ذو الحدين صغير اصغر من 30 (حجم العينة ن صغير و حجم ل كبير)

من 1 الى 29 يكون توزيع ذو الحدين و الالم كبرة 20% او 15% او -20% او 15%-

يستخدم توزيع ذو الحدين عندما يكون حجم العينة صغيرة و نسبة النجاح كبيرة

امثلة:

إذا كانت نسبة الانتاج المعيب في أحد المصانع هي 15%سحبت عينة عشوائية من 3 وحدات ،وعلي فرض أن الانتاج هو متغير عشوائي يتبع ذو الحدين

- ماهو احتمال أن نجد في العينة وحدة واحدة تالفة ؟

أ).ح(س=1)= 1.4096% مستبعد لأن الاحتمال لايكون أن يكون أكبر من 1

ب).ح (س=1)= 0.325%

ج).ح (س=1)= 0.233%

طريقة الحل:

$$ح(س = 3) = {}^{3}ق_{1} \times (0.15)^{1} \times (1-ل)^{3-1}$$

$$= 3 \times 0.15 \times 0.7225 = 0.325$$

- ماهو احتمال أن لانجد في العينة أي وحدة تالفة ؟

أ).ح (س=صفر)=1

ب).ح(س=صفر)=0.502

ج).ح (س=صفر)=0.750

د).ح(س=صفر)= 0.6141

$$ح(س = 0) = {}^{3}ق_{0} \times (0.15)^{0} \times (1-ل)^{3-0}$$

$$= 1 \times 1 \times 0.6141 = 0.6141$$

اوجد القيمة المتوقعة = 3×0.15 =0.45

اوجد التباين= 3×0.15 (1-0.15)=0.3825

اوجد الانحراف المعياري= √0.3825 =0.618

توزيع بوسون/:

توزيع بواسون :

هو توزيع آخر للمتغيرات المنفصلة أو المتقطعة ويستخدم هذا التوزيع في حالة المتغيرات العشوائية التي تتصف بالندرة ، أي احتمال تحققها ضعيف جداً لذلك يسمى التوزيع البواسوني توزيع الحوادث النادرة ، وحالة خاصة من توزيع ذو الحدين يستخدم بشروط هي نفسها شروط ذو الحدين مع تعديل بسيط وهو أن حجم التجربة يكون أكبر من 30 عينه .

العينة الصغيرة أقل من أو يساوي 30 ، العينة الكبيرة أكبر من 30 .

يفضل أن يستخدم توزيع بواسون إذا تحقق الآتي : أن (ن) اكبر من 30 واحتمال وقوعها (ل) ضئيل جداً أقل من 1% أو 1 من 100 (قانون الحوادث النادرة) مثال : في أحد الاحياء 100 منزل واحتمال وقوع حريق في احدها احتمال ضعيف فهنا ن اكبر من 100 و(ل) أقل من 10% ، ومثال آخر : احتمال وقوع حادث سيارة احتمال ضعيف ، ومن الامثلة الشهيرة : أخطاء الطباعة ، والمعيب في إنتاج السيارات والاجهزة الكهربائيه بصفه عامه الانتاج حجمه كبير لكن احتمال تجد وحدات معيبه قليله اقل من 1% قانون بوسون

ح (س) =

٢- توزيع بوسون

هو من التوزيعات الاحتمالية المتقطعة

- **التوزيعات المتقطعة (ذو الحدين و توزيع بوسون)**
- **في ذو الحدين ن (تكون صغيرة من ١ الى ٣٠) و ل (تكون كبيرة)**
- **في توزيع بوسون ن (تكون كبيرة من ٣٠ الى مال نهاية) و ل (تكون صغيرة)**

مثال/: عينة من 3 وحدات كانت نسبة التالف 20% : ن=3 و ل= 20% اذا توزيع ١و الحدين (كلمة نسبة تعني ل)

اذا كان الحدث نادر تكون ل"النسبة" صغيرة

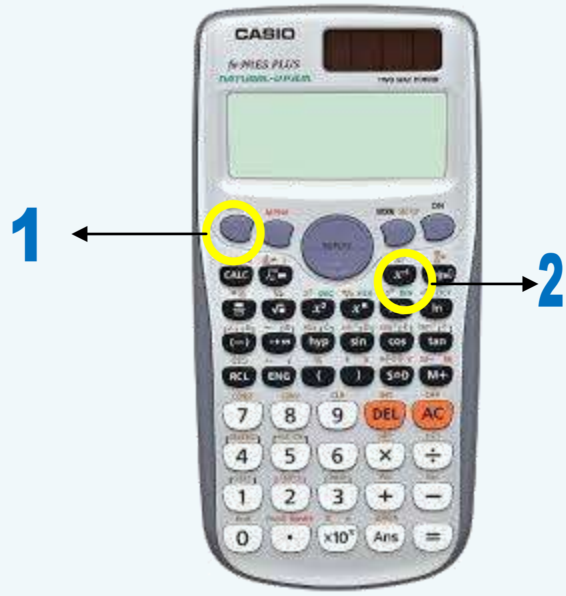
- **تصنيف عينة من العمال الى المدخنين وغير المدخنين هذه التجربة خاضعة لتوزيع ؟ (ذو الحدين)**
- **الحوادث المرورية هذه خاضعة لتوزيع ؟ (بوسون)**

ملاحظة/: يمكن ان يستعمل توزيع بوسون بدلا عن توزيع ذو الحدين اذا كان حجم العينة كبيرة وحجم النسبة صغيرة.

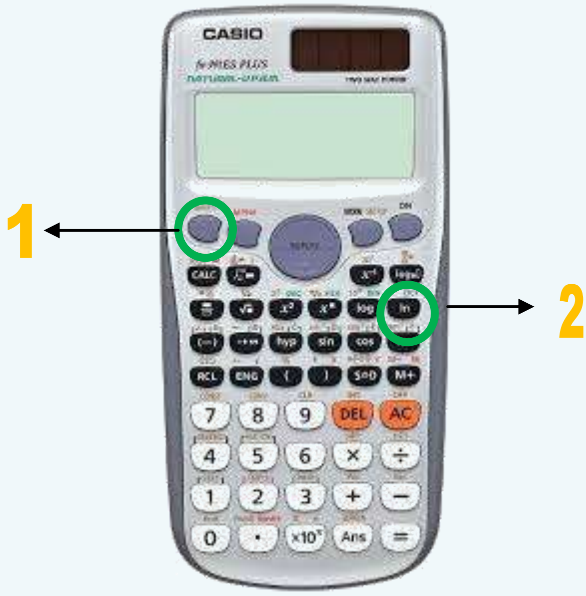
دالة بوسون:

$$ح(س) = \frac{هـ^{-م} \times م^{س}}{س!}$$

- س متغير : ماهوا احتمال الا نجد يعني س=0 / ماهو احتمال ان نجد وحدة واحد يعني س= 1
- هـ : الدالة الأسية موجودة بالألة shit+ln
- التعجب : علامة المفكوك موجود بالالة الحاسبة shift + x^{-1}
- م : متوسط عدد مرات وقوع الحدث، م قد تكون معطى وقد تكون مجهولة
- م معطى :اذا كان معد وقوع الطائرات 3 اذاً م = 3 / اذا كان متوسط وجود الاخطاء بالاختبار يساوي 2 اذا م =2
- اذا كانت م مجهولة نوجدها بالقانون : م=ن×ل (نفس التوقع في ذو الحدين) ، التوقع هو نفسه الوسط الحسابي.



ايجاد الـ !



ايجاد الـ هـ

الخصائص الاحصائية لتوزيع بواسون :

يقصد بالخائص الاحصائية كل من : التوقع والتباين ، والتوقيع والتباين لأي متغير عشوائي يتبع بواسون يكونان على الصورة :

القيمة المتوقعة : μ= م

1- التباين : σ^2 = م ، حيث م = ن ل

2- أي أنه في توزيع بواسون نجد أن : التوقع = التباين = م

3- احسب الانحراف المعياري σ : الانحراف المعياري هو جذر التباين = $\sqrt{\sigma^2}$

من خصائص توزيع بوسون :/

١–القيمة المتوقعة الكبر من التباين 	٢– القيمة المتوقعة اكبر من المنوال

٣– القيمة المتوقعة اصغر من المنوال 	٤– القيمة المتوقعة تساوي من التباين

التوزيع اللي وسطه يساوي التباين هو ؟ بوسون

اذا كان $\sigma^2 = \cancel{5}$ ← اذاً $\mu = 5$

مثال : إذا كانت نسبه المعيب في انتاج أحد المصانع هي 0,01 سحبت عينه عشوائية من انتاج المصنع حجمها 50 وحدة ما هو احتمال :

1/ ألا نجد بها وحدات معيبه ؟ س= 0

2/ أن نجد بها وحده واحدة معيبه ، (حيث : هـ $^{-5}$ = 0,61)

3/ اوجد القيمة المتوقعة والتباين

- ن=50
- ل=0.01
- م= ن×ل = 50×0.01 = 0.5

الحل: المسألة تأخذ قانون ذو الحدين ، وإذا كانت شروط البوسون متحققة يكون أدق استخدام بواسون ف(ن) كبيره =50 و (ل) أقل من 0,01 فالشرطين متحققين ، ولكي أستخدام البواسون يجب معرفة (س) ، ف س ترمز للوحدات المعيبة فنجد أن :

س = صفر أو س = 1 وفق المطلوب بالسؤال

حيث إن م = متوسط عدد مرات الحدوث مجهولة فعلينا حسابها عن طريق القاعدة : م = ن × ل = 50 × 0,01 = 0,5

1/ ح (س) =(س= صفر) = $\dfrac{هـ^{-0.5} (0.5)^{صفر}}{صفر !}$ = هـ $^{-0,5}$ = 0,61

- هـ $^{-0.5}$ =0.61

لاحظ أن : (صفر ! =1) , $(0.5)^{صفر}$ = 1

إذا : هـ $^{-0,5}$ = 0,61 وهي قيمة معطاه بالسؤال

2/ (ب) ح (س=1) = $\dfrac{هـ^{-0.5} (0.5)^1}{1 !}$, (1! =1)

= هـ $^{-0.5}$ (0.5)= 0.61 × 0.5 = 0.305

3/ القيمة المتوقعة هي :

μ= م = ن × ل

50 × 0.01 = 0.5

التباين هو :

σ^2 = م = 0.5

- الانحراف المعياري = $\sqrt{0.5}$= 0.707

- ن= 100 – ل= 0.03 نستخدم:

توزيع ذو الحدين   توزيع بوسون   التوزيع الطبيعي

- في توزيع بوسون ن = 50 ل= 0.03 القيمة المتوقعة = 05×0.03 =

15   0.03   1.5

- في توزيع بوسون ن = 100 ل= 0.03 القيمة المتوقعة = 100×0.03 =

2.1   1.5   3

- في توزيع بوسون كانت ن = 3000 ل =0.001 ، فإن القيمة المتوقعة هي :

3000×0.001 = 3   التباين = التوقع =3

- في توزيع ذو الحدين كانت ن = 10 ل = 0.3 ، فإن القيمة المتوقعة هي:

10×0.3 = 3

- اذا كانت ن = 8 ل=0.2 نستخدم توزيع ؟

ذو الحدين (ن صغيرة لم تتجاوز الـ 30)

- اذا كانت ن = 120 ل=2% نستخدم توزيع؟   اوجد التوقع و التباين

بوسون (ن كبيرة تتجاوز الـ 30)   120×0.02 = 2.4

التوزيع الطبيعي

وهو توزيع يتعامل مع المتغيرات الكميه المتصلة او المستمرة ، والتوزيع الطبيعي من اهم التوزيعات في علم الاحصاء ، ويعتبر من اهم التوزيعات الاحتمالية والأكثر شيوعاً واستخداما في علم الاحصاء .

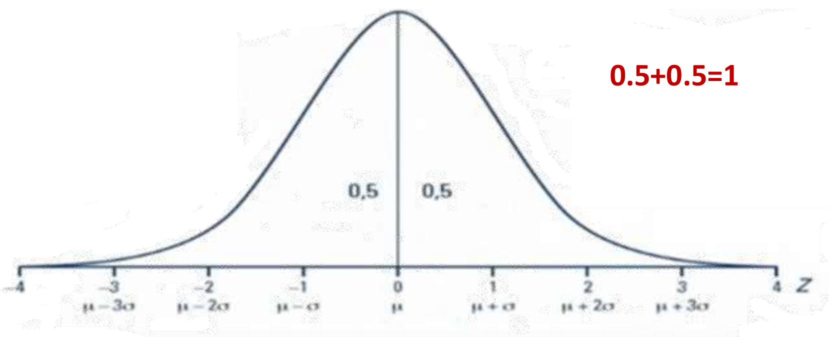
والدالة الاحتمالية للتوزيع الطبيعي على الصورة التالية :

⚠ **دالة الكثافة الإحتمالية غير مطالب بحفظ القانون**

- التوزيع **الطبيعي** من التوزيعات الاحتمالية **المتصلة**
- توزيع **ذو الحدين وبوسون** من التوزيعات الاحتمالية **المتقطعة**

التوزيع الطبيعي من التوزيعات الاحتمالية المتقطعة صح/ خطأ؟ خطأ، للمتصلة

0.5+0.5=1

$-\infty$  ∞

بعض خصائص المنحنى :

1) منحنى متماثل : وه ا يعني أن المساحة تحت المنحنى تنقسم الى قسمين متساويين ومتطابقين .

2) المساحة تحت المنحنى (الفراغ) هو الاحتمالات , إجمالي المساحة تحت المنحنى اجمالي الاحتمالات تحت المنحنى = (1) واحد صحيح ، وبالتالي مساحه النصف الايمن تكون 0.5 ومساحه النصف الايسر 0.5

3) من خصائص المنحنى : أنه يصل للقمه (اعلى نقطه فيه) اذا كانت قيمه المتغير العشوائي (س) على المحور = الوسط الحسابي ، فقمه المنحنى تتحقق عندما (س = ميو) . **قبلها يكون في نجاح(اذا كان الإتجاه للاعلى) وبعدها في رسوب (اذا كان الاتجاه لأسفل)**

4) أنه عند قمة المنحنى وعند المحور الافقي (النقطة التي في النصف أسفل) عندها تتساوى مقاييس الموضع الثلاث (المتوسطات : الوسط الحسابي = الوسيط = المنوال) .

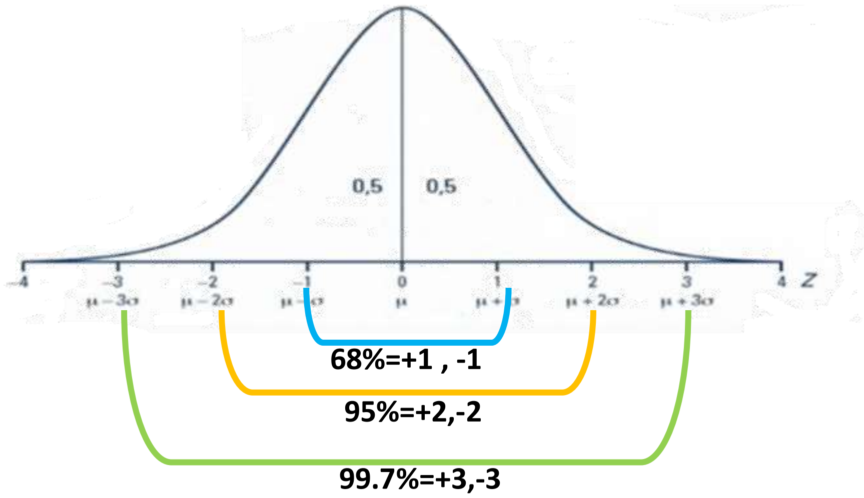
5) أنه منحنى ناقوسي على شكل ناقوس او جرس .

6) هناك بعض المساحات الأخرى التي تقع تحت المنحنى الطبيعي المعيارى ولها أهمية خاصة في التحليل الاحصائي منا : (لازم تحفظ هذه الخصائص)

أ. المساحة التي تقع بين $\sigma \pm \mu$ تعادل 68% تقريباً من إجمالي مساحة المنحنى. (أي أن المساحة المحصورة بين -1 و $+1$ = 68%)

ب. المساحة التي تقع بين $2\sigma \pm \mu$ تعادل 95% تقريباً من إجمالي مساحة المنحنى. (المساحة المحصورة بين -2 و $+2$ = 95%)

ج. المساحة التي تقع بين $3\sigma \pm \mu$ تعادل **99.7%** تقريباً من إجمالي مساحة المنحنى . **(المساحة المحصورة بين -3,+3 = 99.7%)**



التوزيع الطبيعي المعياري : هو حالة خاصة من التوزيع الطبيعي ، حيث ان:

متوسط هذا التوزيع $\mu = 0$

الانحراف المعياري $\sigma = 1$

- المساحة في من حنى التوزيع الكبيعي المعياري المساحة المحصورة بين 1+, 1- هي ؟

0.100 0.99 0 .68

المساحة تحت منحنى التوزيع الطبيعي المعياري = 1

منحنى التوزيع الطبيعي المعياري متماثل حول متوسطه وهو صفر

- المساحة المحصورة بن 2+,2- هي؟ 95%

1) حساب قيمة الاحتمال : نحول قيم المتغير (س) الي قيمة معيارية بالقانون:

القيمة المعيارية : $ي = \frac{س - \mu}{\sigma}$

مثال : اذا كان $\mu = 100$ و $\sigma = 10$ ، فإن القيمة المعيارية المقابلة للقيمة الاصلية س = 90 هي :

الحل :

س = المتغير العشوائي

μ = الوسط الحسابي

σ = الانحراف المعياري

القيمة المعيارية : ي = $\dfrac{\text{س} - \mu}{\sigma}$

القيمة المعيارية : ي = $\dfrac{90-100}{10} = -1$

مثال : اذا كان $\mu = 100$ و $\sigma = 10$ ، فإن القيمة المعيارية المقابلة للقيمة الاصلية س =100هي :

الحل :

القيمة المعيارية : ي = $\dfrac{100-100}{10} = 0$

مثال : اذا كان $\mu = 100$ و $\sigma = 10$ ، فإن القيمة المعيارية المقابلة للقيمة الاصلية س =110هي :

الحل :

القيمة المعيارية : ي = $\dfrac{110-100}{10} = 1$

المحاضرة التاسعة

القيمة المعيارية يمكن ان تكون 0 او موجب او سالب

اذا كان 0 يعني اعلى قيمة

اذا كان +1 كانه فشل

اذا كان -1 فهذا يعني رسوب

- **من خصائص التوزيع الطبيعي اجمالي المساحد تحت المنحنى = 1**
- **المساحة المحصورة ين -1,+1 في منحنى التوزيع الطبيعي المعياري = 68%**
- **من خصائص التوزيع الطبيعي انه :**

منحنى ملتوي لليسار   منحنى متماثل   منحنى ملتوي لليمين

مثال : اذا كان μ = 70 و σ = 10 ، فإن القيمة المعيارية المقابلة للقيمة الاصلية س = 60 هي :

الحل :

القيمة المعيارية : $ي = \frac{60 - 70}{10} = -1$

مثال : اذا كان μ = 70 و σ = 10 ، فإن القيمة المعيارية المقابلة للقيمة الاصلية س = 80 هي :

الحل :

القيمة المعيارية : $ي = \frac{80 - 70}{10} = 1$

مثال : اذا كان μ = 100 و σ = 10 ، فإن القيمة المعيارية المقابلة للقيمة الاصلية س = 90 هي :

الحل :

القيمة المعيارية : $ي = \frac{90 - 100}{10} = -1$

التقدير الاحصائي او انشاء فترة الثقة للوسط الحسابي للمجتمع μ

كيفية تقدير متوسط المجتمع عن طريق العينة ن الوسط الحسابي $\bar{س}$ و σ الانحراف المعياري

التقدير ينقسم الى قسمين:

- **التقدير بنقطة : اقدر متوسط المجتمع عن طريق العينة مباشرة احسب الوسط الحسابي $\bar{س} = \mu$**

مثلاً : عندي عينة وكان متوسط البيع لهذي العينة 50 الف ريال اذا متوسط البيع للمجتمع كله = 50الف ريال .

عينة من 100طالب وسطهم الحسابي = 70 درجة اذا μ = 70

- **التقدير بفترة : اقدر متوسط المجتمع μ بالقاعدة $\mu = \bar{س} \pm ي \times (\frac{ع}{\sqrt{ن}})$**

- **س : الوسط الحسابي للعينة**
- **(+ تعني حد اعلى) (– تعني حد ادنى)**
- **ي: مستوى الثقة**
- **ع هي الانحراف المعياري σ**
- **ن معطى**

(كلها معطيات)

س : الوسط الحسابي في العينة ، ع : الانحراف المعياري للعينه وهو الجذر التربيعي للتباين ، ن : حجم العينه ، ي : قيم أو درجات معيارية شائعة الاستخدام لها 3 قيم وهي :

عند درجة ثقه 90% (أي ميوا تكون بـ 90%) ي = 1.65

عند درجة ثقه 95% (أي ميوا تكون بـ 95%) ي = 1.96

عند درجة ثقه 99% (أي ميوا تكون بـ 99%) ي = 2.58

ن

مثال : تم تكليفك بتقدير متوسط الانتاج اليومي للعامل في أحد المصانع . قمت بسحب عينه عشوائيه من 64 عامل فوجدت فيها متوسط الانتاج اليومي 21 بأنحراف معياري 3, قدر بدرجة ثقه 95% متوسط الانتاج اليومي للعامل في المصنع ؟

ع ي 1.96

الحل : من المثال نجد أن : حجم العينة (ن=64) ، والوسط الحسابي (= 21) ، والانحراف المعياري (ع=3) ، و(ي = 1,96)

$\mu = 21 \pm 1,96 \times 0,375$

$21 \pm 0,735$

$21+1.96 \times [\frac{3}{\sqrt{64}}] = 21.735$

$21-1.96 \times [\frac{3}{\sqrt{64}}] = 20.265$

.: متوسط الانتاج اليومي يقع بين (20.265 ، 21.735)

فالناتج $\mu = 21$ بخطأ قدره 0.735 فمرة نضيف (+) فتصبح 21.735 الحد الاعلى ومره نطرح (-) فتكون20.265 الحد الادنى ، إذاً μ متوسط المجتمع بين 20.265 و 21.735 وهذا عند مستوى ثقة 95%.

تم تكليفك بتقدير متوسط ساعات عمل موظفي شركة مقاولات وقمت بسحب عينة عشوائية حجمها 64 موظف ووجدت فيها ان متوسط الساعات يساوي 10 بانحراف معياري 2 ساعة ما هو تقدير لمتوسط ساعات العمل كلها مستخدماً درجة ثقة 95%

- ن = 64
- ع= 2
- $\bar{س}$ = 10
- ي=1.96
- الحد الاعلى + = 10.49 (لا يوجد اعلى منه 11, 12,13....)
- الحد الادنى – = 9.51(لا يوجد اقل منه 8,7,6 ....)

$10 \pm 1.96 \times [\frac{2}{\sqrt{64}}]$

$10 + 1.96 \times [\frac{2}{\sqrt{64}}]$

$10 - 1.96 \times [\frac{2}{\sqrt{64}}]$

تحديد حجم العينة

ما هو حجم العينية الذي يجيب ان تختاره لتحديد نسبة

ما هو حجم العينية الذي يجب ان تختاره لتحديد متوسط

تحديد حجم العينة : (٣ معايير)

- درجة تباين: الظاهر في مجتمع فالعلاقة بين حجم العينة ودرجة التباين(علاقه طرديه)
  (كلما كان حجم العينة كبير كلما كان التباين كبير)
- درجة االخطاء في التقدير : (فالعلاقة عكسيه بين درجة الخطاء في التقدير (د) وحجم العينة ن
  (كلما كان حجم العينة كبير كلما كان الخطأ صغير)
- درجة الثقة في التقدير (فالعلاقة طرديه بين درجة الثقة) (كلما كان حجم العينة كبير كلما كان التباين غالية)
  س/ العلاقة بين الخطأ في التقدير و حجم العينة هي علاقة؟ عكسية
  س/العلاقة بين مستوى الثقة في التقدير وحجم العينة هي علاقة ؟ طردية
  س/العلاقة بين حجم العينة ودرجة التباين؟ علاقة طردية

حجم العينية يرمز له بحرف (ن) = $\frac{ي^{2} \times \theta^{2}}{د^{2}}$

(ي) هي الدرجة المعيارية

الدرجات المعيارية

- اذ كان مستوى الثقة ٩٩٪ الدرجة المقابلة لها ٢,٥٨
- اذ كان مستوى الثقة ٩٥٪ الدرجة المعيارية المقابلة لها ١,٩٦
- اذ كان مستوى الثقة ٩٠٪ الدرجة المقابلة لها هي ١,٦٥

كلها معطيات

مثال : أوجد حجم العينه العشوائيه اللازمه لتقدير متوسط العمر لعينه من الطلبه إذا كنا نرغب في ألا يزيد الخطأ في التقدير عن 2 سنه وبدرجة ثقه 95% ، بفرض ان تباين الأعمار في المجتمع $\sigma^2 = 50$.

التباين لا يربع ، يربع الانحراف المعياري

الحل: د=2 ، درجة الثقة95% .:. ي=1,96 , $\sigma^2=50$.

ن = ي^2 × σ^2 ÷ د^2 : = $(1,96)^2 \times 50 \div (2)^2 = 48$ طالب .

مثال : ماهو حجم العينه اللازم سحبها من طلاب جامعة الإمام لتقدير متوسط وزن الطالب ، بشرط ألا يتجاوز الخطأ في تقدير متوسط الوزن عن 4 كجم وبدرجة ثقه 99% بفرض أن الانحراف المعياري للأوزان في المجتمع هو 8 كجم .

الحل : د = 4 , $\sigma = 8$ ، ي = 2,58

ن = ي^2 × σ^2 ÷ د^2 = $(2,58)^2 \times (8)^2 \div (4)^2 = 26,6$ وتقرب النتيجة لتصبح = 27 طالب .

مثال : ماهو حجم العينه العشوائيه اللازم سحبها من طلاب جامعة الإمام لتقدير نسبة الطلبه كبار السن ، بشرط الأ يتجاوز الخطأ في التقدير (د) عن 2% ، وبدرجة ثقه 95% ، بفرض أن هذه النسبه من دراسات سابقه هي 25% .

الحل : ل (النسبه في المجتمع) = 25% = 0,25 ، (د = 0,2) ، (ي = 1,96)

قانون النسبة : ن = ي^2 × ل × (1− ل) ÷ د^2 = $(1,96)^2 \times 0,25 \times 0,75 \div (0,02)^2 = 1801$ طالب

حجم العينة العشوائية البسيطة لتقدير عمر الطالب بجامعة الامام بشرط لا يتجاوز الخطاء في التقدير عن ٢ سنة وبدرجة ثقة ٩٥٪ ذالك بفرض ان الانحراف المعياري بالأعمار من دراسات سابقة يساوي ٥ سنوات؟

حجم العينة الواجب سحبها من طلاب التعليم عن بعد لتقدير متوسط عمر الدارس بشرط الا يتجاوز الخطاء بالتقدير عن ٣ سنوات بدرجة ثقه ٩٥ ٪ على فرض الانحراف المعياري=٨

مثال : ماهو حجم العينه العشوائيه اللازم سحبها من طلاب جامعة الإمام لتقدير نسبة الطلبه كبار السن ، بشرط الأ يتجاوز الخطأ في التقدير (د) عن 2% ، وبدرجة ثقه 95% ، بفرض أن هذه النسبه من دراسات سابقه هي 25% .

الحل : ل (النسبه في المجتمع) = 25% = 0,25 ، (د = 0,2) ، (ي = 1,96)

قانون النسبة : ن = ي^2 × ل × (1− ل) ÷ د^2 = $(1,96)^2 \times 0,25 \times 0,75 \div (0,02)^2 = 1801$ طالب

اختبارات الفروض الاحصائية

الفرضية الاحصائية : الادعاء حول معلمة المجتمع

μ = الوضع الراهن (الحالي)

$\bar{س}$ = بعد المعلاجة (في العينة)

خطوات الاختبار:

١- تحديد الفروض الاحصائية (الفرض العدمي والفرض البديل):

س/ تنقسم الفروض الاحصائية الى قسمين / نوعين؟ العدمي والبديل

- الفرض العدمي هو الوضع الاراهن (نتخذ عليه قرار قبول او رفض)
- الفرض البديل هو البديل للفرض العدمي

واما الفرض المقابل للفرض العدمي يسمى (الفرض البديل) وهو تفسير مغاير او معاكس للفرض العدمي وكنتيجة لتطبيق خطوات الاختبار الاحصائي نصل الى قرار اما بقبول الفرض العدمي و هذا يعني رفض الفرض البديل ،و العكس بأن نصل الى قرار رفض الفرض العدمي وهذا يعني قبول الفرض البديل.

٢- تحديد مستوى المعنوية . (مستوى المعنوية مكمل لمستوى الثقةالفا α)

	مستوى المعنوية	درجة الثقة
1.65	10	90%
1.96	5	95%
2.58	1	99%

٣- القانون (الاحصاء)

٤- حسابة zالجدولية.(اذ كان مستوى المعنوية ٥٪ فيكون zالمقابلة تكون z الجدولية ١,٩٦)

٥- اتخاذ القرار (مقارنه بين الخطوة رقم ٣ والخطوة رقم ٤)

(اذ كانت قيمة z المحسوبة اكبر من قيمة z الجدولية فأن نرفض فرض العدم)

دااااااااائمااااا القرار على فرض العدم

الاختبار:

- اتجاهين (اختبر ما اذا كان هنالك اثر – اختبر ما اذا كان هنالك فرث احصائي– اختبر ما اذا كان هنالك اختلاف)

الفرض العدمي = الفرض البديل ≠ تحفظ وثابتة لا تتغير

- اتجاه اختبار واحد يمين (كلمات دلالية بالاتجاه واحد يمين ، زيادة، تحسن ، فاعليه كلما دل على ايجابيه فهوا اتجاه واحد يمين)

الفرض العدمي ≥ الفرض البديل > تحفظ وثابتة لا تتغير

- اتجاه اختبار واحد يسار (كلمات دلالية بالاتجاه واحد يسار ، انخفاض، تدهور، نقص)

الفرض العدمي≤الفرض البديل< تحفظ وثابتة لا تتغير

مستوى المعنوية:

يقصد به رفض الفرض العدمي على الرغم من انه صحيح ويجب قبوله (الخطأ من النوع الاول) ومستوى المعنوية له عدة قيم شائعه الاستخدام (١٠٪،٥٪،١٪)

فعندما يتخذ الباحث قرار بقبول او رفض الفرض العدمي فأنه يضع نفسه حدودا للخطاء الذي يمكن تحمله كنتيجة لاتخاذ قرار خاطئ .

(قبول الفرض العدمي وكان المفروض ان يرفضه او العكس انه يرفض الفرض العدمي رغم انه الصح)

المنطقة الحرجة:(وهي التي تفصل بين منطقة الرفض والقبول)

Zالجدولية هي القيمة الحرجة

- منطقة الرفض اذا كانت المحسوبة اكبر من الجدولية
- واذا كانت اصغر منها تقع في منطقة القبول

مثال : اذا كان متوسط انتاجية العامل هي 80 وحده , جرب نظام للحوافز المادية على عينه من 100 عامل لمدة معينة ، وفي نهاية العام وجد ان متوسط انتاجية العامل في هذه العينه اصبح 85 وحده بأنحراف معياري 7 وحدات ، اريد اختبار أثر الحوافز المادية على انتاجية العامل ؟ استخدم مستوى معنوية ($\alpha = 5\%$)

الحل :

المعطيات

متوسط انتاجية العامل $\mu = 80$ ، ن حجم العنيه = 100 ، سَ متوسط العينه = 85 ، ع الانحراف المعياري = 7

α مستوى المعنويه = 5% (يعني نسبة الخطأ المسموح فيه) .

خطوات الاختبار : تضع انواع الفروض (العدمي والبديل) :

1/ الفرض العدمي : $\mu = 80$.

2/ الفرض البديل : $\mu \neq 80$

3/ وسيلة الاختبار الاحصائي : هي قانون (يجب حفظه) تضع فيه كل ماتوفر لدينا من بيانات ، والقانون :

ي المحسوبة

$$ي = \frac{(سَ - \mu) \times ن}{ع} =$$

4/ تحديد القيمة الجدولية عند مستوى معنوية $\alpha = 5\%$

الرقم 7,14 اما ان يقع في منطقة القبول او منطقة الرفض ، واختبار الطرفين (مستوى المعنويه هو احتمال ان القيمه الجدوليه عند مستوى المعنويه 5% يصبح (ي = 1.95).

5/ للمقارنة (اتخاذ القرار الاحصائي) : هنا نقارن القيمة المحسوبة من وسيلة الاختبار الاحصائي ، وتسمى عادة (ي) المحسوبة ، مع القيمة الجدولية عند مستوى المعنوية وتسمى عادة (ي) الجدولية ، فإذا وقعت ي المحسوبة في منطقة القبول ، كان القرار قبول الفرض العدمي ، وإذا وقعت ي المحسوبة في منطقة الرفض كان القرار رفض الفرض العدمي ، وفي هذا المثال نجد أن ي المحسوبة = 7,14 وهي تتعدى القيمة الجدولية أي تقع في منطة الرفض ، (اذا كانت القيمة المحسوبة اكبر من الجدولية نرفض فرض العدم).

6/ القرار الاحصائي : هو رفض الفرض العدمي وبالتالي قبول الفرض البديل

- القيمة الحرجة هي القيمة التي تفصل بين منطقة؟ القبول والرفض
- اذا كانت القيمة المحسوبة ١٠ والقيمة الحرجة = ١,٩٦ فإن القرار هو ؟ رفض الفرض العدمي
- على فرض ان القيمة الجدولية عند مستوى معنوية ١٪ هي ٢,٥٨ اذا كانت ي المحسوبة =٢ ؟ يكون القرار الاحصائي قبول الفرض العدمي (اذا كانت القيمة المحسوبة اقل من الجدولية يكون قبول)

اذا كان متوسط درجة الطالب بمادة الاحصاء ٨٠ درجة استخدم طريقة حديثة في تدريس هذه المادة. على عينة حجم الطلاب ١٠٠ وجد متوسط درجة الطالب ٨٥ درجة بانحراف معياري ٥ درجات اختبر اثر الطريقة الحديثة على التدريس عند مستوى معنوية ١٪؟

١- الفرض العدمي = الفرض البديل ≠

٢- $\frac{(85-80)\times\sqrt{100}}{5} = 10$

٣- القرار الاحصائي رفض الفرض العدمي وقبول الفرض البدل(ي المحسوبة اكبر من ي الجدولية ١٠ اكبر من ٢,٥٨)

أسئلة الدكتور

الأجوبة من اجتهادي الشخصي فإن أصبت فمن الله وان أخطأت فمن نفسي والشيطان . .

NÒN❤

تمارين حول مبادئ الاحتمالات(الباب الاول)

ضع علامة (✓) أمام الأجوبة الصّحيحة وعلامة (X) أمام الأجوبة الخاطئة

- الحوادث المستقلّة هي حوادث لا يمكن أن تقع معا خطأ "المتنافية"
- الحوادث المستقلّة هي حوادث لا يؤثر حدوث إحداها على احتمال حدوث الأخرى صح
- التّجربة العشوائيّة هي تجربة لا نعرف نتائجها المحتملة خطأ"لا نعرف نتيجتها الفعلية"
- التّجربة العشوائيّة هي تجربة نعرف نتائجها المحتملة و لا نعرف نتيجتها الفعليّة مسبقا صح
- فراغ العيّنة لتجربة عشوائيّة هو المجموعة الفارغة الّتي يرمز لها بالرّمز ф خطأ الحادثة المستحيلة
- فراغ العيّنة لتجربة عشوائيّة هو مجموعة الحوادث الممكنة لهذه التّجربة صح
- الحوادث المتنافية تكون دائما غير مستقلّة خطأ غير متقاطعة
- الحادثة المتمّمة لحادثة ما تكون أيضا منافية لها صح
- ينقسم علم الإحصاء الي : . الإحصاء الوصفي والإحصاء التحليلي صح
- يهتم الإحصاء التحليلي باستنتاج معلومات عن المجتمع عن طريق العينة صح

أكمل ما يلي :

- تقع قيمة الاحتمال بين :.....،.........1.......... ، ....0.............
- إذا كانت قيمة الاحتمال لحدث ما = صفر، فإن هذا الحدث يسمى : مستحيلة الوقوع
- إذا كانت قيمة الاحتمال لحدث ما = ١ ، فإن هذا الحدث يسمى : مؤكدة الوقوع
- تنقسم الحوادث في الاحتمالات الى حوادث :حادثة بسيطة ، حادثة مركبة
- يرتبط قانون الجمع في الاحتمالات بمفهوم الحوادث:المتنافية وغير المتنافية
- يرتبط قانون الضرب في الاحتمالات بمفهوم الحوادث:المستقلة وغير المستقلة
- الحوادث المتنافية هي تلك الحوادث التي : حدث الاول يلغي حدوث الثاني
- الحوادث المستقلة هي تلك الحوادث التي: وقوع احدهما لا يعتمد على وقوع الاخر.
- إذا كان هناك حدث ما وليكن (أ) يتكرر ظهوره أو وقوعه (م) من المرات في تجربة حجمها (ن) من المرات ، فإن احتمال وقوع أو ظهور هذا الحدث ح (ا) يساوي : $\frac{م}{ن}$
- إذا كان س ، ص حدثان غير متنافيان، فإن: ح(س+ ص) = ح(س) + ح(ص)−ح(س ص)
- إذا كان س ، ص حدثان متنافيان ،فإن : ح (س ص) = صفر
- ح(س+ ص) = ح(س) + ح(ص) − ح(س ص) يستخدم هذا القانون للحوادث غير المتنافية

- إذا كان س ، ص حدثان مستقلان ، فإن : ح(س ص) =ح(س)×ح(ص)
- إذا كان س ، ص حدثان غير مستقلان ، فإن : ح(س ص) = ح(س)×ح(ص /س)
- إذا كان أ ، ب حدثان غير مستقلان ، فإن : ح(أ / ب) =الاحتمال الشرطي أي احتمال وقوع

	متزوج	غير المتزوج	المجموع
سعودي	80	40	120
اجنبي	45	15	60
المجموع	125	55	180

أ علماً بأن ب قد وقع فعلاً.

على إحدى الرحلات الجوية كان هناك ١٢٠ راكبا سعوديا منهم ٨٠ راكبا متزوجا والباقي غير متزوج . أيضا كان يوجد على نفس الرحلة ٦٠ راكبا اجنبيا منهم ٤٥ متزوجا والباقي غير متزوج. اختير أحد الركاب عشوائيا ، ما هو احتمال أن يكون :

- سعوديا (حدث بسيط) = $\frac{م}{ن}$ = $\frac{120}{180}$ =0,6
- متزوجا. (حدث بسيط) 45+80=125 / $\frac{125}{180}$ =0.69
- سعوديا او متزوجا : (قانون الجمع) ح(س) + ح(ص)−ح(س ص) − $\frac{80}{180} = \frac{165}{180} = 0.91$
  $\frac{120}{180} + \frac{125}{180}$
- سعوديا او اجنبيا(قانون الجمع) ح(س) + ح(ص)$\frac{120}{180} + \frac{60}{180} = \frac{180}{180} = 1$
- سعوديا بشرط أن يكون متزوجا (غير مستقلة)

ح(س ص)=ح(س)×ح(ص/س). $\frac{80}{180} = \frac{120}{180}$×؟؟؟

ح(ص/س) = $\frac{ح(ص/س)}{ح(س)} = \frac{80 \div 180}{120 \div 180}$ =0.666

إذا كان احتمال نجاح احمد في المحاسبة هو ٠,٧ واحتمال نجاح خالد في المحاسبة هو ٠,٩ فما هو احتمال نجاح احمد وخالد معا في المحاسبة ؟ ح(س ص)=ح(س)×ح(ص) 0.7×0.9 =0.63

إذا كان احتمال ذهاب خالد إلى جدة هو ٠,٤ واحتمال ذهاب كمال إلى جدة بشرط أن يسبقه خالد هو ٠,٦ فما هو احتمال ذهاب خالد وكمال معا إلى جدة ؟ ح(س ص)=ح(س)×ح(ص/س) 0.6×0.4
=0.24

الجدول التالي يوضح توزيع موظفي شركة ما حسب الحالة الاجتماعية و حسب المستوى التعليمي (جامعي أو غير جامعي)

	جامعي	غير جامعي	المجموع
أعزب	20	10	30
متزوج	60	30	90
المجموع	80	40	120

إذا سُحب موظف بشكل عشوائي

- ما احتمال أن يكون هذا الموظّف جامعيا ؟ $\frac{80}{120}$= 0.666
- ما احتمال أن يكون اعزبا أو متزوجا؟ $\frac{30}{120}+\frac{90}{120}-$ صفر $=1$
- ما احتمال أن يكون متزوجا و جامعيا؟ $\frac{60}{120}$=0.5
- ما احتمال أن يكون أعزبا أو جامعيا ؟ $\frac{30}{120}+\frac{80}{120}-\frac{20}{120}=0.75$
- اذا علمت أنّه قد تمّ اختيار أحد المتزوّجين، ما احتمال أن يكون جامعيا ؟ $\frac{60}{90}$=0.6

إذا كان س ، ص حدثان متنافيان ، فان: ح (س+ ص) =.......الإجابة :

أ . ح(س+ص) = ح (س) + ح (ص)

ب . ح(س+ص) = ح (س) + ح (ص) – ح (س ص)

ج . ح(س+ص) = ح (س) – ح (ص)

إذا كان س ، ص حدثان غير متنافيان ، فان: ح(س+ ص) =.......الإجابة :

أ . ح(س+ ص) = ح (س) + ح (ص)

ب . ح(س+ ص) = ح (س) + ح (ص) – ح (س ص)

ج . ح(س+ ص) = ح (س) – ح (ص)

الحوادث المتنافية هي تلك الحوادث التي :الإجابة :

أ . يمكن أن تقع معا في وقت واحد . ب . لا يمكن أن تقع معا في وقت واحد .

ج . يقع بعضها ولا يقع البعض الأخر .

الحوادث غير المتنافية هي تلك الحوادث التي :الإجابة :

أ . يمكن أن تقع معا في وقت واحد . ب . لا يمكن أن تقع معا في وقت واحد .ج . يقع بعضها ولا يقع البعض الأخر .

وجهي قطعة العملة (الصورة والكتابة) تمثل :الإجابة :

أ . حوادث متنافية . ب .حوادث غير متنافية . ج . حوادث مستحيلة .

الأوجه الستة لقطعة النرد تمثل : الإجابة :

أ . حوادث متنافية . ب . حوادث غير متنافية . ج .حوادث مستحيلة .

عند اختيار موظف متزوج ويعمل محاسب : فإن الحدثان : متزوج ، يعمل محاسب ، تمثل حوادث : ...الإجابة :

أ . حوادث متنافية .   ب . حوادث غير متنافية .   ج . حوادث مستحيلة .

صندوق بداخلة ٢٥ ورقة متماثلة في الشكل واللون والحجم ، مرقمة من ١ إلى ٢٥، اختيرت من الصندوق ورقة واحدة عشوائيا ، ما هو احتمال أن يكون عليها رقم زوجي؟ الإجابة :

أ . ح(رقم زوجي)=١٢ ÷ ٢٥   ب . ح(رقم زوجي) =٢ ÷ ١٠   ج . ح(رقم زوجي)= ١ ÷ ٢٥

صندوق بداخلة ١٥ ورقة متماثلة مرقمة من ١ إلى ١٥، اختيرت من الصندوق ورقة واحدة عشوائيا، ما هو احتمال أن يكون عليها رقم يقبل القسمة على٣ ؟ الإجابة :

أ . ح(رقم يقبل القسمة علي ٣) = ٣ ÷ ١٥   ب . ح(رقم يقبل القسمة علي ٣) = ٥ ÷ ١٥

ج . ح(رقم يقبل القسمة علي ٣) =١ ÷ ١٥

صندوق بداخلة ٢٠ ورقة متماثلة مرقمة من١ إلى ٢٠ ، اختيرت من الصندوق ورقة واحدة عشوائيا ، ما هو احتمال أن يكون عليها رقم يقبل القسمة على ٧ ؟

الإجابة :

أ . ح(رقم يقبل القسمة علي ٧) = ٧ ÷ ٢٠

ب . ح(رقم يقبل القسمة علي ٧) = ١٤ ÷ ٢٠

ج . ح(رقم يقبل القسمة علي ٧) = ٢ ÷ ٢٠ **تمارين حول مبادئ الاحتمالات(الباب الاول)**

ضع علامة (✓) أمام الأجوبة الصّحيحة وعلامة (X) أمام الأجوبة الخاطئة

- الحوادث المستقلّة هي حوادث لا يمكن أن تقع معا خطأ "المتنافية"

- الحوادث المستقلّة هي حوادث لا يؤثر حدوث إحداها على احتمال حدوث الأخرى صح
- التّجربة العشوائيّة هي تجربة لا نعرف نتائجها المحتملة خطأ"لا نعرف نتيجتها الفعلية"
- التّجربة العشوائيّة هي تجربة نعرف نتائجها المحتملة و لا نعرف نتيجتها الفعليّة مسبقا صح
- فراغ العيّنة لتجربة عشوائيّة هو المجموعة الفارغة الّتي يرمز لها بالرّمز ϕ خطأ الحادثة المستحيلة
- فراغ العيّنة لتجربة عشوائيّة هو مجموعة الحوادث الممكنة لهذه التّجربة صح
- الحوادث المتنافية تكون دائما غير مستقلّة خطأ غير متقاطعة
- الحادثة المتمّمة لحادثة ما تكون أيضا منافية لها صح
- ينقسم علم الإحصاء الي : . الإحصاء الوصفي والإحصاء التحليلي صح
- يهتم الإحصاء التحليلي باستنتاج معلومات عن المجتمع عن طريق العينة صح

أكمل ما يلي :

- تقع قيمة الاحتمال بين :.....،..........1.......... ، ....0.............
- إذا كانت قيمة الاحتمال لحدث ما = صفر، فإن هذا الحدث يسمى : مستحيلة الوقوع
- إذا كانت قيمة الاحتمال لحدث ما = ١ ، فإن هذا الحدث يسمى : مؤكدة الوقوع
- تنقسم الحوادث في الاحتمالات الى حوادث :حادثة بسيطة ، حادثة مركبة
- يرتبط قانون الجمع في الاحتمالات بمفهوم الحوادث:المتنافية وغير المتنافية
- يرتبط قانون الضرب في الاحتمالات بمفهوم الحوادث:المستقلة وغير المستقلة
- الحوادث المتنافية هي تلك الحوادث التي : حدث الاول يلغي حدوث الثاني
- الحوادث المستقلة هي تلك الحوادث التي: وقوع احدهما لا يعتمد على وقوع الاخر.
- إذا كان هناك حدث ما وليكن (أ) يتكرر ظهوره أو وقوعه (م) من المرات في تجربة حجمها (ن) من المرات ، فإن احتمال وقوع أو ظهور هذا الحدث ح (ا) يساوي : $\frac{م}{ن}$
- إذا كان س ، ص حدثان غير متنافيان، فإن: ح(س+ ص) = ح(س) + ح(ص)−ح(س ص)
- إذا كان س ، ص حدثان متنافيان ،فإن : ح (س ص) = صفر
- ح(س+ص) = ح(س) + ح(ص) − ح(س ص) يستخدم هذا القانون للحوادث غير المتنافية
- إذا كان س ، ص حدثان مستقلان ، فإن : ح(س ص) =ح(س)×ح(ص)
- إذا كان س ، ص حدثان غير مستقلان ، فإن : ح(س ص) = ح(س)×ح(ص /س)
- إذا كان أ ، ب حدثان غير مستقلان ، فإن : ح(أ / ب) =الاحتمال الشرطي أي احتمال وقوع أ علماً بأن ب قد وقع فعلاً.

على إحدى الرحلات الجوية كان هناك ١٢٠ راكبا سعوديا منهم ٨٠ راكبا متزوجا والباقي غير متزوج .

	متزوج	غير المتزوج	المجموع
سعودي	80	40	120
اجنبي	45	15	60
المجموع	125	55	180

أيضا كان يوجد على نفس الرحلة ٦٠ راكبا اجنبيا منهم ٤٥ متزوجا والباقي غير متزوج. اختير أحد الركاب عشوائيا ، ما هو احتمال أن يكون :

- سعوديا (حدث بسيط) = $\frac{م}{ن}$ = $\frac{120}{180}$ =0,6
- متزوجا. (حدث بسيط) 45+80=125 / $\frac{125}{180}$ =0.69
- سعوديا **او** متزوجا : (قانون الجمع) ح(س) + ح(ص)−ح(س ص) $- \frac{80}{180} = \frac{165}{180} = 0.91$
  $\frac{120}{180} + \frac{125}{180}$
- سعوديا او اجنبيا (قانون الجمع) ح(س) + ح(ص) $\frac{120}{180} + \frac{60}{180} = \frac{180}{180} = 1$
- سعوديا **بشرط** أن يكون متزوجا (غير مستقلة)

ح(س ص)=ح(س)×ح(ص/س). $\frac{80}{180} = \frac{120}{180}$×؟؟؟

ح(ص/س) = $\frac{ح(ص/س)}{ح(س)}$ = $\frac{80 \div 180}{120 \div 180}$ =0.666

إذا كان احتمال نجاح احمد في المحاسبة هو ٠,٧ واحتمال نجاح خالد في المحاسبة هو ٠,٩ فما هو احتمال نجاح احمد وخالد معا في المحاسبة ؟ ح(س ص)=ح(س)×ح(ص) 0.9×0.7 =0.63

إذا كان احتمال ذهاب خالد إلى جدة هو ٠,٤ واحتمال ذهاب كمال إلى جدة بشرط أن يسبقه خالد هو ٠,٦ فما هو احتمال ذهاب خالد وكمال معا إلى جدة ؟ ح(س ص)=ح(س)×ح(ص/س) 0.6×0.4 =0.24

جدول التالي يوضح توزيع موظفي شركة ما حسب الحالة الاجتماعية و حسب المستوى التعليمي (جامعي أو غير جامعي)

	جامعي	غير جامعي	المجموع
أعزب	20	10	30
متزوج	60	30	90
المجموع	80	40	120

إذا سُحب موظف بشكل عشوائي

- ما احتمال أن يكون هذا الموظّف جامعيا ؟ $\frac{80}{120}= 0.666$
- ما احتمال أن يكون اعزبا أو متزوجا؟ $\frac{30}{120}+\frac{90}{120}-$ صفر $=1$
- ما احتمال أن يكون متزوجا و جامعيا؟ $\frac{60}{120}=0.5$
- ما احتمال أن يكون أعزبا أو جامعيا ؟ $\frac{30}{120}+\frac{80}{120}-\frac{20}{120}=0.75$
- اذا علمت أنّه قد تمّ اختيار أحد المتزوّجين، ما احتمال أن يكون جامعيا ؟ $\frac{60}{90}=0.6$

إذا كان س ، ص حدثان متنافيان ، فان: ح (س+ ص) =......الإجابة :

أ . ح(س+ص) = ح (س) + ح (ص)

ب . ح(س+ص) = ح (س) + ح (ص) – ح (س ص)

ج . ح(س+ص) = ح (س) – ح (ص)

إذا كان س ، ص حدثان غير متنافيان ، فان: ح(س+ ص) =......الإجابة :

أ . ح(س+ص) = ح (س) + ح (ص)

ب . ح(س+ص) = ح (س) + ح (ص) – ح (س ص)

ج . ح(س+ص) = ح (س) – ح (ص)

الحوادث المتنافية هي تلك الحوادث التي :الإجابة :

أ . يمكن أن تقع معا في وقت واحد .   ب . لا يمكن أن تقع معا في وقت واحد .

ج . يقع بعضها ولا يقع البعض الأخر .

الحوادث غير المتنافية هي تلك الحوادث التي :الإجابة :

أ . يمكن أن تقع معا في وقت واحد .   ب . لا يمكن أن تقع معا في وقت واحد . ج . يقع بعضها ولا يقع البعض الأخر .

وجهي قطعة العملة (الصورة والكتابة) تمثل :الإجابة :

أ . حوادث متنافية .   ب .حوادث غير متنافية .   ج . حوادث مستحيلة .

الأوجه الستة لقطعة النرد تمثل : الإجابة :

أ . حوادث متنافية .   ب . حوادث غير متنافية .   ج .حوادث مستحيلة .

عند اختيار موظف متزوج ويعمل محاسب : فإن الحدثان : متزوج ، يعمل محاسب ، تمثل حوادث : ...الإجابة :

أ . حوادث متنافية .   ب .حوادث غير متنافية .   ج . حوادث مستحيلة .

صندوق بداخلة ٢٥ ورقة متماثلة في الشكل واللون والحجم ، مرقمة من ١ إلى ٢٥، اختيرت من الصندوق ورقة واحدة عشوائيا ، ما هو احتمال أن يكون عليها رقم زوجي؟ الإجابة :

أ .ح(رقم زوجي)=١٢ ÷ ٢٥ ب . ح(رقم زوجي) =٢ ÷ ١٠ ج . ح(رقم زوجي)= ١ ÷ ٢٥

صندوق بداخلة ١٥ ورقة متماثلة مرقمة من ١ إلى ١٥، اختيرت من الصندوق ورقة واحدة عشوائيا، ما هو احتمال أن يكون عليها رقم يقبل القسمة على٣ ؟ الإجابة :

أ . ح(رقم يقبل القسمة علي ٣) = ٣ ÷ ١٥ ب . ح(رقم يقبل القسمة علي ٣) = ٥ ÷ ١٥

ج . ح(رقم يقبل القسمة علي ٣) =١ ÷ ١٥

صندوق بداخلة ٢٠ ورقة متماثلة مرقمة من ١ إلى ٢٠ ، اختيرت من الصندوق ورقة واحدة عشوائيا ، ما هو احتمال أن يكون عليها رقم يقبل القسمة على ٧ ؟

الإجابة :

أ . ح(رقم يقبل القسمة علي ٧) = ٧ ÷ ٢٠

ب . ح(رقم يقبل القسمة علي ٧) = ١٤ ÷ ٢٠

ج . ح(رقم يقبل القسمة علي ٧) = ٢ ÷ ٢٠

أ . ح(رقم يقبل القسمة علي ٧) = ٧ ÷ ٢٠

(الاحتمالات +المتغيرات العشوائية والتوزيعات الاحتمالية)

- عرف علم الإحصاء : هو علم يهتم بعملية جمع وتنظيم وعرض البيانات ثم تحليل وتفسير النتائج
- ما هي فروع علم الإحصاء ؟ ١- الاحصاء الوصفي(مبادئ الاحصاء) ٢- الاحصاء التحليلي
- ما هي مصادر البيانات الإحصائية ؟ ١-تاريخية ٢- ميدانية
- ما هي أنواع البيانات الإحصائية ؟ ١- كمية ٢- وصفية
- ما هي أنواع البيانات الوصفية ؟ -اسمية ٢- ترتيبية
- و ما هي أنواع البيانات الكمية ؟ ١-منفصلة ٢- متقطعة
- ما هي أساليب جمع البيانات ؟ ١-خصر شامل ٢-عينة

حدد نوعية المتغيرات التالية (وصفي اسمي ، وصفي ترتيبي ، كمي متصل ، كمي متقطع)

١- عدد الكليات في الجامعات السعودية. (كمية منفصلة)

٢- أطوال عينة من الطلاب.(كمية متصلة)

٣- جنسيات العاملين بإحدى الشركات. (وصفي اسمي)

٤- ألوان السيارات لعينة من الطلاب (وصقي اسمي).

٥- أعداد المساجد في مدن المملكة. (كمية منفصلة)

٦- درجات الحرارة اليومية.(كمية متصلة)

٧- المستوى التعليمي للعاملين. (وصفي ترتيبي)

٨- الحالة الاجتماعية للموظفين.(وصفي اسمي)

٩- أسماء أندية الدوري العام لكرة القدم.(وصفي اسمي)

١٠- رواتب العاملين بجامعة الإمام.(وصفي ترتيبي)

صندوق بداخلة ٢٠ ورقة متماثلة في الشكل واللون مرقمة من ١ إلى ٢٠ اختيرت من الصندوق ورقة واحدة عشوائيا، ما هو احتمال أن يكون عليها :

- رقم زوجي؟ $\frac{10}{20}$
- رقم يقبل القسمة على ٥؟ $\frac{4}{20}$
- رقم يقبل القسمة على ٧؟ $\frac{13}{20}$
- رقم يقبل القسمة على ٣ ؟ $\frac{6}{20}$
- رقم يقبل القسمة على ٥؟ $\frac{4}{20}$
- رقم يقبل القسمة على ٩؟ $\frac{2}{20}$
- رقم يقبل القسمة على ٣ او ٥ ؟ $\frac{6}{20}+\frac{4}{20}-\frac{1}{20}=\frac{9}{20}$
- رقم يقبل القسمة على ٣ او ٧ ؟ $\frac{6}{20}+\frac{2}{20}=\frac{2}{5}$
- رقم يقبل القسمة على ٥ او ٩ ؟ $\frac{4}{20}+\frac{2}{20}=\frac{3}{10}$
- رقم يقبل القسمة على ٤ او ٨ ؟ $\frac{5}{20}+\frac{2}{20}-\frac{2}{20}=\frac{1}{4}$
- رقم يقبل القسمة على ٣ او ٨ ؟ $\frac{6}{20}+\frac{2}{20}=\frac{2}{5}$

أكمل ما يلي :

- دالة الاحتمال هي علاقة بين : س و ح(س)
- دالة الاحتمال إما ان تكون على شكل جدول أو على شكل قانون
- شروط دالة الاحتمال هي ١- تقع بين 0و1 ٢-مجموع القيمة الاحتمالية ح(س)=1
- عند ألقاء قطعة عملة سليمة ٥ مرات ، فإن فراغ العينة يساوي: $2^5 = 32$
- عند إلقاء قطعة نرد سليمة مرة واحدة ، فإن فراغ العينة يساوي : ٦ حالات
- وجهي قطعة العملة (الصورة والكتابة) تمثل حوادث متنافية ام غير متنافية ؟ متنافية

- الأوجه الستة في قطعة النرد تمثل حوادث متنافية ام غير متنافية ؟ متنافية

وضح ما اذا كانت الدوال التالية هي دوال احتمالية ام غير احتمالية ؟ ولماذا؟

س	١	٢	٣	٤
ح(س)	٠,٤	٠,٣	٠,١	صفر

ليست دالة احتمالية

0.4+0.3+0.1+0=0.8

الناتج لازم يكون 1

س	٠	١	٢	٣
ح(س)	٠,٤	٠,٢	٠,٣	٠,١

دالة احتمالية

0.1+0.3+0.2+0.4=1

س	١-	٠	١	٢
ح(س)	٠	٠,٤ -	٠,٣	٠,٢ -

ليست دالة احتمالية

-0.2+0.3+-0.4+0= -0.3

القيمة الاحتمالية لا يمكن ان تكون

س	٣-	٢-	١-	٠
ح(س)	٠,٣	٠,١	٠,٥	٠,٤

ليست دالة احتمالية

القيمة الاحتمالية لا يمكن ان تكون

اكبر من ال 1

بفرض أن المتغير س له الدالة الاحتمالية التالية ، اوجد كل من القيمة المتوقعة والتباين.

س	١	٢	٣	٤
ح(س)	٠,١	٠,٢	٠,٣	٠,٤
ح س×س	0.1	0.4	0.9	1.6

القيمة المتوقعة =

0.1+0.4+0.9+1.6=3

التباين =

$1= 10 - 3^2$

$ح_س × س^2$	0.1	0.8	2.7	6.4

من الدالة الاحتمالية التالية اوجد قيمة ك ثم أوجد كل من القيمة المتوقعة والتباين.

س	−٢	−١	٠	١
ح(س)	٠,٤	٠,٢	ك 0.1	٠,٣
ح س×س	-0.8	-0.2	0	0.3
$ح_س × س^2$	1.6	0.2	0	0.3

ك = 0.1

القيمة المتوقعة:

-0.8+-0.2+0+0.3= -0.7

التباين:

1.61= 2.1- $(-0.7)^2$

التباين لا يمكن ان يكون سالب

في دالة الاحتمالية الجدولية حصلنا على النتائج التالية :

مجـ س = ٤ ، مجـ [س × ح(س)] = ٣ ، مجـ [س٢ × ح(س)] =١٤

، ما هي قيمة كل من القيمة المتوقعة μ والتباين $σ^2$ ؟

- القيمة المتوقعة =مجـ ح(س)× س = 3
- التباين = مجـ $س^2$ × ح(س) − μ^2 =(3^2)-14 = 5

أكمل ما يلي :

- في دالة الاحتمال الجدولية ، تكون القيمة المتوقعة للمتغير العشوائي س هي:

مجـ]س×ح(س) [

- في دالة الاحتمال الجدولية ، يكون التباين للمتغير العشوائي س هو :

مج [$س^2$ ×ح(س) − $(\mu)^2$]

- القانون: حِ(س) = $^{ن}ق_{س}$ × $ل^{س}$ × $(١-ل)^{ن-س}$ يسمى **بتوزيع ذو الحدين**
- إذا كانت ن = ٨ ، ل = 0.2 فإننا نستخدم توزيع **ذو الحدين**
- إذا كانت ن = ١٢٠ ، ل = ٢٪ فإننا نستخدم توزيع **بوسون**
- في توزيع ذو الحدين ، تكون القيمة المتوقعة والتباين على الصورة

القيمة المتوقعة: ن×ل التباين : ن×ل×(ل−1)

- تصنيف عينة من العمال إلى مدخنين وغير مدخنين، هي تجربة خاضعة لتوزيع: **ذو الحدين**

في توزيع ذو الحدين كانت ن = ١٠ ، ل = 0.2 فإن القيمة المتوقعة μ والتباين σ^2:

μ= 10× 0.2 = 2

σ^2= 10 × 0.2 (1-0.2)= 1.6

- الأحداث النادرة تتبع توزيع **بوسون**
- من خصائص توزيع بواسون أن القيمة المتوقعة **تساوي** التباين.
- حوادث السيارات على الطرق السريعة ، هي ظاهرة خاضعة لتوزيع : **بوسون**
- حوادث حرائق المنازل ، هي ظاهرة خاضعة لتوزيع: **بوسون**
- يستخدم توزيع بواسون بدلا من توزيع ذو الحدين إذا كانت :

(ن)اكبر من 30 و (ل) صغيرة.

إذا كانت نسبة الإنتاج المعيب في احد المصانع هي٢٠٪ ، سحبت عينة عشوائية من ٥ وحدات ، وعلى فرض أن الإنتاج المعيب هو متغير عشوائي يتبع توزيع ذو الحدين ، ما هو احتمال أن نجد بالعينة :

- وحدة واحدة معيبة ؟ 0.4096
- لا شئ من الوحدات المعيبة ؟0.32768
- العينة كلها وحدات معيبة؟ 0.00032
- أقل من وحدة واحدة معيبة ؟ 0.32768
- ثلاث وحدات معيبة؟ 0.0512
- القيمة المتوقعة والتباين لعدد الوحدات المعيبة؟

a. μ = 5×0.2 = 1 $\qquad$ σ^2 = × 0.2 (1 −0.2)= 0.8

إذا كانت نسبة الإنتاج المعيب في احد المصانع هي ١ ٪ ، سحبت عينة عشوائية من ١٠٠ وحدة ، وعلي فرض أن الإنتاج المعيب هو متغير عشوائي يتبع توزيع بواسون , ما هو احتمال أن نجد بالعينة:

م= ن× ل 100×0.01 = 1

- ثلاث وحدات معيبة ؟ $\frac{e^{-1} \times 1^3}{3!}$=0.0613
- وحدة واحدة معيبة؟ $\frac{e^{-1} \times 1^1}{1!}$=0.367
- العينة خالية من اية وحدات معيبة؟ $\frac{e^{-1} \times 1^0}{0!}$ =0.367
- القيمة المتوقعة والتباين . 100×0.01= 1

إذا كان متوسط عدد السفن التي تصل لأحد الموانئ في اليوم الواحد هو ٣ سفينة ، مستخدما توزيع بواسون

ما هو احتمال ان تصل في احد الأيام ٤ سفن ؟ $\frac{e^{-3} \times 3^4}{4!}$=0.1680

وما هو احتمال عدم وصول اية سفينة ؟ $\frac{e^{-3} \times 3^0}{0!}$ =0.497

شرح العينة كلها وحدات معيبة؟ 0.00032

عدد الوحدات = 5 (عددها كلها 5) اذاً س = 5

$5C5 \times 0.2^5 \times (1-0.2)^{5-5}$

$1 \times 0.2^5 \times 1$

بالألة shift+ENG الى ان تكون $\times 10^{-0}$

0.00032×10^{-0} هذا الناتج

القوانين

القَوانين مَنقُولَة مِن قُروبَاتْ مَياسِينْ كَتَبَ اللهُ أجْرَهُم . . .

قوانين مقرر الاحصاء التحليلي / الفصل الأول – 1439

الباب الأول
الاحتمـــــــــــــالات

أولا: الحدث البسيط:

ح(س) = م / ن

ثانيا الحوادث المركبة:

أ- قانون الجمع في الاحتمالات

- **الحوادث المتنافية:**

ح(س + ص) = ح(س) + ح(ص)

- **الحوادث غير المتنافية:**

ح (س + ص) = ح(س) + ح(ص) – ح (س ص)

ب- قانون الضرب في الاحتمالات

- **الحوادث المستقلة:**

ح (س ص) = ح (س) × ح (ص)

- **الحوادث غير المستقلة / الشرطية:**

ح (س ص) = ح (س) × ح (ص / س)

الباب الثاني
دالة الاحتمال الجدولية

- شروط الدالة الاحتمالية:

أ- 1 ≥ ح(س) ≥ 0

ب- مجـ ح(س)= 1

القيمة المتوقعة والتباين:

1- القيمه المتوقعه (الوسط الحسابي):

μ = مجـ [س × ح(س)]

2- التباين:

σ^2 = مجـ [س² × ح(س)] - μ^2

3- الانحراف المعياري:

$\sqrt{\sigma^2}$

الباب الثالث
التوزيعات الاحتمالية

أولا: توزيع ذي الحدين:

شروط تحقق ذي الحدين:

حجم العينة ن صغيرة (أصغر من 30)

قيمة الاحتمال ل كبيرة (أكبر من 10%)

ح(س) = ن ق س × ل س × (1 – ل) ن – س

طريقة استخراج قيمة الحد الأول في الالة:

القيمة المتوقعة =

μ = ن × ل

التباين =

σ^2 = ن × ل × (1 – ل)

الانحراف المعياري= $\sqrt{\sigma^2}$

ثانيا: توزيع بواسون:

شروط تحقق بوسون:

حجم العينة ن كبيرة (أكبر من 30)

قيمة الاحتمال ل صغيرة (أصغر من او تساوي 10%)

من خصائص توزيع بوسون:

(القيمة المتوقعة = التباين = الوسط الحسابي)

= ن × ل

قانون بوسون: ح(س) = (هـ ^-م × م ^س) / س!

ثالثا التوزيع الطبيعي:

خصائص منحنى التوزيع الطبيعي:

1. منحنى متماثل.
2. الوسط الحسابي = الوسيط-= المنوال
3. اجمالي المساحه الاحتماليه تحت منحنى التوزيع الطبيعي = واحد
4. المساحه تحت منحنى التوزيع الطبيعي والمحصوره بين: $\mu \pm \sigma$ = 68% تقريبــا.
5. المساحه تحت منحنى التوزيع الطبيعي والمحصوره بين: $\mu \pm 2\sigma$ = 95% تقريبا.
6. المساحه تحت منحنى التوزيع الطبيعي والمحصوره بين: $\mu \pm 3\sigma$ = 99% تقريبا

قانـــــون إيجـــاد القيمـــة المعياريه للتوزيع الطبيعي

ى = (س – μ) / σ

الباب الرابع
نظـــــرية التقديــــــــر

- تقدير متوسط المجتمع بفترة ثقة:

$$\mu = \bar{\text{س}} \pm \text{ى} \times \left[\frac{\text{ع}}{\sqrt{\text{ن}}}\right]$$

- تقدير النسبة في المجتمع بفترة ثقة:

$$\text{ل} = \hat{\text{ل}} \pm \text{ى} \times \left[\sqrt{\left(\frac{\hat{\text{ل}}(1-\hat{\text{ل}})}{\text{ن}}\right)}\right]$$

- تقدير الفرق بين متوسطي مجتمعين بفترة ثقة:

لا يوجد قانون

- تقدير حجم العينة:

أ. تقدير حجم العينة لتقدير متوسط:

$$\text{ن} = [\text{ى}^2 \times \sigma^2] \div \text{د}^2$$

ب. تقدير حجم العينة لتقدير نسبة:

$$\text{ن} = [\text{ى}^2 \times \text{ل}\,(1 - \text{ل})] \div \text{د}^2$$

❖ ملاحظة:

للتميز بين تقدير حجم العينة لتقدير نسبة وتقدير متوسط نلاحظ الاتي:

- في تقدير المتوسط نلاحظ وجود الانحراف المعياري في المجتمع σ من ضمن المعطيات.
- في تقدير النسبة نلاحظ وجود النسبة في المجتمع ل من ضمن المعطيات.

الباب الخامس
اختبارات الفروض الإحصائية

- الفرض العدمي له صيغة واحدة
- الفرض البديل له ثلاثة صيغ:
  - μ / ل أكبر من >>> اختبار الطرف الأيمن
  - μ / ل أقل من >>> اختبار الطرف الأيسر
  - μ / ل لا يساوي >>> اختبار الطرفين

- نقوم بتسمية الاختبار بناء علي:

أ. إذا ورد في السؤال كلمة إيجابية مثل (زادت – حسنت – رفعت – نمو – ارتفعت) فان الاختبار هذا يكون:

اختبار الطرف الأيمن

ب. إذا ورد في السؤال كلمة سلبية مثل (نقصت – خفضت – قللت – انكماش – تدنت) فان الاختبار هذا يكون:

اختبار الطرف الأيسر

ج. إذا لم يرد في السؤال أي كلمة إيجابية أو سلبية فان الاختبار هذا يكون:

اختبار الطرفين

- قانون حساب ى لمتوسط:

$$\boxed{\text{ى} = \frac{\left[(\bar{\text{س}} - \mu) \times \sqrt{\text{ن}}\right]}{\text{ع}}}$$

- قانون حساب ى لمتوسطين:

$$\boxed{\text{ى} = \frac{[\bar{\text{س}}_1 - \bar{\text{س}}_2]}{\sqrt{\left(\frac{\text{ع}_1^{\,2}}{\text{ن}_1}\right) + \left(\frac{\text{ع}_2^{\,2}}{\text{ن}_2}\right)}}}$$

توزيع ذو الحدين

عند الحل في التوزيع ذو الحدين نقوم بالخطوات التالية:

معلومات مهمه عن التوزيع ذو الحدين:

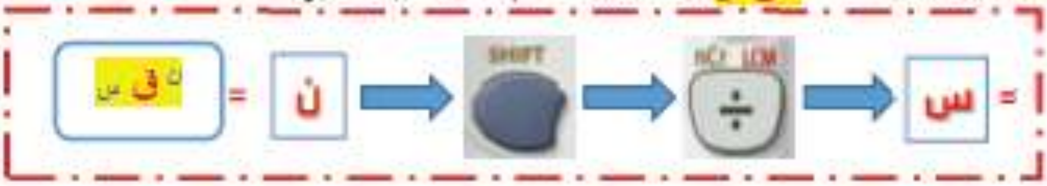
- توزيع ذو الحدين: يتعامل مع المتغيرات الكمية المتقطعة او المنفصلة والتي لها حدين فقط.
- في توزيع ذو الحدين: تكون حجم العينة ن صغيرة (أصغر من 30)
- في توزيع ذو الحدين: تكون قيمة الاحتمال ل كبيرة (أكبر من 10%)

1- نستخرج المعطيات والمطلوب من السؤال.

- المعطيات \\
  - حجم العينة ن ← معطى في السؤال.
  - الاحتمال ل ← معطى السؤال.
  - قيمة ل (س) ← معطى في نص الفرضية.
- المطلوب \\ توجد قيمة ح(س)

**2- خطوات الحل **

- أولا: توجد قيمة ح(س) باستخدام القانون: ح(س) = ^{ن}ق$_{س}$ × ل^{س} × (1 – ل)$^{ن - س}$
- ثانيا: توجد قيمة هذا الحد ^{ن}ق$_{س}$ من القانون باستخدام الالة الحاسبة كما يلي:



- ثالثا: توجد قيمة القيمة المتوقعة μ باستخدام القانون μ = ن × ل
- رابعا: توجد قيمة التباين σ^2 باستخدام القانون σ^2 = ن × ل × (1 – ل)
- خامسا: توجد قيمة الانحراف المعياري σ (الانحراف المعياري = الجذر التربيعي للتباين)

توزيع بوســــون

- معلومات مهمة عن توزيع بوســـون:

❖ توزيع بوسون: يتعامل مع المتغيرات الكمية المتقطعة او المنفصلة نادرة الحدوث مثل (البراكين – الحرائق – الزلازل – الفيضانات – حوادث المرور).

❖ توزيع بوسون: حالة خاصة من حالات التوزيع ذو الحدين.

❖ في توزيع بوسون: تكون حجم العينة ن كبيرة (أكبر من 30).

❖ في توزيع بوسون: تكون قيمة الاحتمال ل صغيرة (أصغر من او تساوي 10%).

❖ من خصائص توزيع بوسون: (القيمة المتوقعة = التباين = الوسط الحسابي) = ن × ل

عند الحل في توزيع بوسون نقوم بالخطوات التالية:

- قبل المباشرة في الحل يجب الانتباه الى حجم العينة (ن) وقيمة الاحتمال (ل) هل انطبقت عليها شروط توزيع بوسون ام لا وبناء على ذلك نقوم بتحديد نوع القانون المطلوب هل هو قانون ذو الحدين ام قانون بوسون.

شروط ذو الحدين:	شروط بوسون:
- حجم العينة ن صغيرة (أصغر من 30)	- حجم العينة ن كبيرة (أكبر من 30).
- قيمة الاحتمال ل كبيرة (أكبر من 10%)	- قيمة الاحتمال ل صغيرة (أصغر من او تساوي 10%).

قانون بوسون: $ح(س) = \frac{هـ^{-م} \times م^{س}}{س!}$

1- نستخرج المعطيات والمطلوب من السؤال.

❖ المعطيات \\

- م = متوسط عدد مرات الحدوث
  - معطى وجاهز في السؤال
  - مجهول وغير معطى (سنستخرجه بقانون م=ن × ل)
- $هـ^{-م}$ = اما معطى جاهز في السؤال او يتم حلها بالآلة الحاسبة كما يلي:

بعد الضغط كما سبق يظهر امامك على الآلة هذا الرمز $e^{\square}$
ثم بعد ذلك نقوم بوضع قيمة م في داخل المربع.

- س = ← معطى في نص الفرضية
- س! = مضروب س ← يستخرج عن طريق الاله العلمية كالتالي:

 س

تمّ ولله الحمد