

السؤال الأول : جد نهاية كل من التوابع التالية عند a المُعطاة :

1) $f(x) = \frac{\sin^2(2x)}{x^3 - x^2}$; $a = 0, +\infty$

2) $f(x) = \frac{-x^2 + x + 2}{x^3 + 1}$; $a = -1, -\infty$

السؤال الثاني :

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} (3 + \frac{3x - \cos(3x)}{3-x})$ ، واستنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. حيث : $|f(x) + 3| < 3 + \frac{3x - \cos(3x)}{3-x}$

(2) أثبت أن : $\frac{1-x}{x} \geq \cos^2(\frac{1}{x})$ أيًا تكن $x \in R_+^*$ ، ثم استنتج $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\frac{1}{x} - \cos^2(\frac{1}{x}))$

السؤال الثالث : يرمز $E(x)$ إلى الجزء الصحيح للعدد الحقيقي x .

ليكن f هو التابع المُعرَّف بالعلاقة : $f(x) = (x - E(x)).E(x) + 1$ **المطلوب :**

(1) احسب $f(-1.7)$. (2) اكتب f بصيغة مستقلة عن $E(x)$ على المجال $I = [0, 2[$

(3) في معلم متجانس ارسم الخط البياني للتابع f على I . (4) هل f مستمر على I ؟ علّل إجابتك .

السؤال الرابع : ليكن C الخط البياني للتابع f المُعرَّف على $R \setminus \{-1, 1\}$ وفق : $f(x) = \frac{9x^3 - 7x^2 - 10x + 6}{1 - x^2}$. **المطلوب :**

(1) اكتب التابع بالشكل : $f(x) = ax + b + \frac{cx+d}{1-x^2}$ ، حيث a, b, c, d أعداد حقيقية يُطلب تعيينها .

(2) تَحَقِّقْ أَنْ المستقيم Δ الذي معادلته $y = ax + b$ مقارب مائل للخط C .

(3) ادرس الوضع النسبي بين Δ و C .

السؤال الخامس : ليكن f تابعاً مُعرِّفاً على $]2, +\infty[$ وفق : $f(x) = \frac{3-5x}{2-x}$. **المطلوب :**

(1) احسب نهاية التابع عند أطراف مجموعة تعريفه ، واستنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(f(x))$

(2) اكتب معادلة كل مقارب يقبله التابع . (3) ادرس الوضع النسبي بين التابع ومقاربه الأفقي .

(4) أعد حساب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(f(x))$ بعد كتابة $f(f(x))$ بدلالة x .

(5) أوجد عدداً حقيقياً A يحقُّ الشرط : إذا كان $x > A$ ، كان $f(x)$ في المجال $]4.7; 5.3[$.

السؤال السادس : ليكن C الخط البياني للتابع f المُعرَّف على R وفق : $f(x) = \sqrt{x^2 + 2}$. **المطلوب :**

(1) أثبت أن التابع زوجي ، وفسّر النتيجة هندسياً .

(2) احسب $a = \lim_{x \rightarrow +\infty} (\frac{f(x)}{x})$ ، و $b = \lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - ax)$ ، واكتب معادلة المقارب المائل لـ C في جوار $+\infty$.

(3) استنتج معادلة المقارب المائل لـ C في جوار $-\infty$. (4) أثبت أن C يقع فوق مقاربيه .

(5) ادرس تغيّرات التابع f على المجال $[0, +\infty[$ ، ونظّم جدولاً بها .

(6) أثبت أن للمعادلة $f(x) = 2$ حل وحيد على المجال $[0, +\infty[$ ، ثم احسب جبرياً القيمة الحقيقية لذلك الجذر .

(7) في معلم متجانس ارسم C مع مقارباته على R .

(8) ناقش بحسب قيم $m \in R$ عدد حلول المعادلة $f(x) = m$.