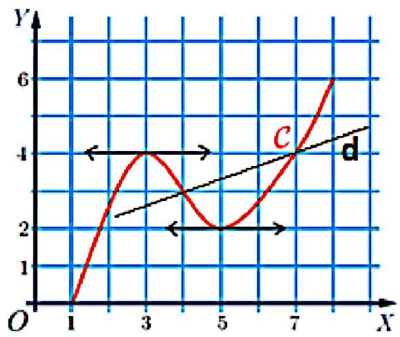
اسم الطالب/ة : ....
مدة الاختبار : ساعتان

◊مركز أونلاين التعليمي◊
اختبار الاشتقاق والنهايات
بكالوريا 2019

أجب عن الأسئلة التالية :

السؤال الأول : في الشكل المجاور نجد الخط البياني للتابع f ..المطلوب :



1. أوجد مجموعة التعريف .
2. أوجد المستقر الفعلي .
3. أوجد $f(1), f(3), f(5)$.
4. أوجد $f'(3), f'(5)$.
5. أوجد معادلة المماس في نقطة فاصلتها 3 .
6. أوجد معادلة المستقيم d .

السؤال الثاني : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]1, +\infty[$ وفق : $f(x) = 2\sqrt{x-1} - x$

1. ادرس قابلية الاشتقاق عند $a = 1$ و استنتج معادلة المماس d في النقطة $(a, f(a))$.
2. ادرس تغيرات التابع ونظم جدولاً بها مبيناً القيم الحدية .
3. ارسم C الخط البياني للتابع وارسم المماس d .

السؤال الثالث : ليكن التابع f المعرف على $]0, +\infty[$ وفق : $f(x) = x - 2\sqrt{x} + 2$ .. و المطلوب :

1. ادرس قابلية الاشتقاق عند $a = 0$ و فسر النتيجة هندسياً .
2. ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها ، استنتج ما لها من قيم كبرى أو صغرى محلياً .
3. اكتب معادلة المماس d للخط البياني للتابع في نقطة فاصلتها $\frac{1}{4}$.
4. ارسم C الخط البياني للتابع وارسم المماس d .

السؤال الرابع : تأمل جدول تغيرات التابع f.. و المطلوب :

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	
$f(x)$	0	$\searrow$	$\frac{-1}{2}$	$\nearrow$	$+\infty \;\|\|\; +\infty$	$\searrow$	0

1. جد $\lim_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.
2. اكتب معادلات المقاربات الأفقية و الشاقوليه للتابع f .
3. ما عدد حلول المعادلة $f(x) = 0$.
4. دل على القيمة الحدية الصغرى للتابع f .

السؤال الخامس : ليكن التابع f المعرّف على $]2, +\infty[$ وفق : $f(x) = x - 4 + \sqrt{x-2}$ .. **والمطلوب :**

1. ادرس تغيرات f على المجال $]2, +\infty[$ ونظم جدولاً بها .
2. أثبت أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً .
3. اكتب معادلة المماس للخط C في النقطة التي فاصلتها 3 .

السؤال السادس : ليكن التابع f المعرف على R وفق : $f(x) = \frac{1}{3+\cos x}$ .. **والمطلوب :**

1. أثبت محدودية f .
2. استنتج $\lim_{x\to+\infty} \frac{x^3}{3+\cos x}$.

أ.فارس جقل .. دورات (ر ف ك)... اللاذقية 0955186517

سلم تصحيح الاشتقاق والنهايات.

السؤال الأول:

1) $D_f=[1,8]$

2) $[0,6]$

3) $f(1)=0\ ,\ f(3)=4\ ,\ f(5)=2$

4) $f'(3)=0\ ,\ f'(5)=0$

5) $y=4$

6) $y=\frac{1}{3}x+\frac{5}{3}$ [أو ما يكافئها]

السؤال الثاني:

1) $f(a)=f(1)=-1$

$$\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{2\sqrt{x-1}-x+1}{x-1}$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{2\sqrt{x-1}}{x-1}-\frac{x-1}{x-1}$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{2}{\sqrt{x-1}}-\frac{x-1}{x-1}=+\infty-1=+\infty$$

⇐ غير قابل للاشتقاق.

⇐ معادلة نصف المماس [أو معادلة المماس]

$x=a \Rightarrow x=1$

2) التابع مستمر على المجال $[1,+\infty[$

والاشتقاق على المجال $]1,+\infty[$

$f(1)=-1$ قيمة حدية صغرى

$$\lim_{x\to+\infty}f(x)=\lim_{x\to+\infty}2\sqrt{x-1}-x$$

$$=\lim_{x\to+\infty}2\sqrt{x^2\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}\right)}-x$$

$$=\lim_{x\to+\infty}2x\sqrt{\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}}-x$$

$$=\lim_{x\to+\infty}x\left(2\sqrt{\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}}-1\right)$$

$$=+\infty\left(2(0)-1\right)=-\infty$$

[أو الضرب بالمرافق والوصول الصحيح للنتيجة]

$$f'(x)=\frac{2}{2\sqrt{x-1}}-1=\frac{1}{\sqrt{x-1}}-1=0$$

$$\Rightarrow x=2$$

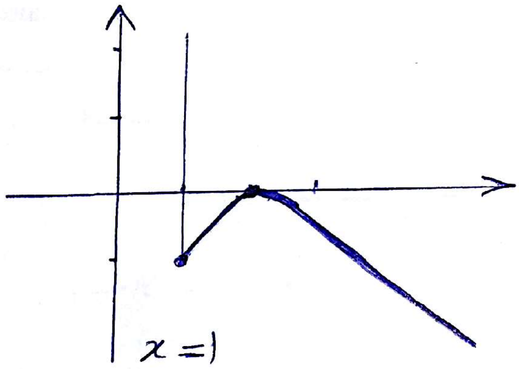
x	1		2		$+\infty$
$f'(x)$	▨	$+$	0	$-$	
$f(x)$	-1	↗	0	↘	$-\infty$

$f(2)=0$

الرسم:

$x=1 \Rightarrow y=-1\ \ (1,-1)$

$x=2 \Rightarrow y=0\ \ (2,0)$



السؤال الثالث:

1

$$\lim_{x \to a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$

$f(a) = f(0) = 2$

$$\Rightarrow \lim_{x \to 0} \frac{x - 2\sqrt{x} + 2 - 2}{x - 0}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{x - 2\sqrt{x}}{x}$$

$$= \lim_{x \to 0} \left[\frac{x}{x} - \frac{2\sqrt{x}}{x} \right] = \lim_{x \to 0} \left[1 - \frac{2}{\sqrt{x}} \right]$$

$$= 1 - \infty = -\infty$$

← التابع ليس اشتقاقي عند الصفر

أي أنّ C_f يقبل نصف مماس شاقولي

يتجه نحو oy^-

2 التابع مستمر واشتقاقي على المجال $]0,+\infty[$

$f(0) = 2$ قيمة حدّية كبرى

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} x - 2\sqrt{x} + 2$$

$$= \lim_{x \to +\infty} x \left[1 - \frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{2}{x} \right]$$

$$= +\infty [1 - 0 + 0] = +\infty$$

$$f'(x) = 1 - \frac{2}{2\sqrt{x}} = 1 - \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 1 - \frac{1}{\sqrt{x}} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{x}} = 1 \Rightarrow \sqrt{x} = 1 \Rightarrow x = 1$$

$$f(1) = 1 - 2(1) + 2 = 1$$

قيمة حدّية صغرى.

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	2	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

3

$x = \frac{1}{4} \Rightarrow y = \frac{5}{4} \quad \left(\frac{1}{4}, \frac{5}{4}\right)$

$m = f'\left(\frac{1}{4}\right) = -1$

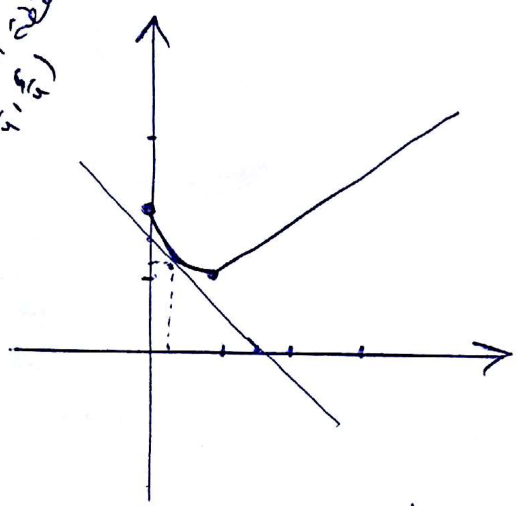
$y - y_1 = m(x - x_1)$

$y - \frac{5}{4} = -1\left(x - \frac{1}{4}\right)$

$$\boxed{y = -x + \frac{6}{4}}$$

أو ما يكافئه.

4



السؤال الرابع:

1 $\lim_{x \to -\infty} f(x) = 0 \quad , \lim_{x \to +\infty} f(x) = 0$

2 $y = 0$ [أفقي] ; $x = 1$ [شاقولي]

3 حل وحيد

4 $f(\ ) = -\frac{1}{2}$

السؤال الخامس:

$\boxed{1}$ التابع مستمر على المجال $]2, +\infty[$

$$\lim_{x \to 2^{>}} f(x) = -2$$

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$$

$$f'(x) = 1 + \frac{1}{2\sqrt{x-2}} > 0$$

x	2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

$\boxed{2}$ f مستمر ومتزايد تماما

$$f([2, +\infty[) = [-2, +\infty[$$

$$0 \in [-2, +\infty[$$

$\Leftarrow$ للمعادلة حل وحيد .

$\boxed{3}$

$$x = 3 \Rightarrow y = 0 \quad (3, 0)$$

$$f'(3) = \frac{3}{2}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$\Rightarrow y = \frac{3}{2}(x - 3)$$

$$y = \frac{3}{2}x - \frac{9}{2}$$

السؤال السادس:

$\boxed{1}$

$$-1 \leq \cos x \leq +1$$

$$\overset{+3}{\Rightarrow} \quad 2 \leq 3 + \cos x \leq 4$$

$$\overset{\text{نقلب}}{\Rightarrow} \frac{1}{2} \geq \frac{1}{3+\cos x} \geq \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \geq f(x) \geq \frac{1}{4}$$

$\boxed{2}$

$$\frac{1}{2} \geq \frac{1}{3+\cos x} \geq \frac{1}{4}$$

$$\overset{\times x^3}{\Rightarrow} \frac{x^3}{2} \geq \frac{x^3}{3+\cos x} \geq \frac{x^3}{4}$$

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{x^3}{2} = +\infty$$

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{x^3}{4} = +\infty$$

فحسب مبرهنة الإحاطة يكون:

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{x^3}{3+\cos x} = +\infty$$

انتهى السؤال .....

مع أطيب التمنيات بالتفوق ♥

[redacted] أ. وعاد كافي