الاسم :	مذاكرة أشعة شاملة	BAC MATHS
المدّة :	الدرجة الكاملة : 300	

أوّلاً: أجب عن السؤالين الآتيين : (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : نتأمّل النقطتين : $A(1,0,1)$, $B(5,2,1)$. **المطلوب** :

1) اكتب معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة [AB] .
2) صف مجموعة النقاط $M\,(x,y,z)$ من الفراغ التي تحقّق $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=0$.

السؤال الثاني: نتأمّل النقاط $A\ (0,1,-2)$, $B\ (1,2,0)$, $C\ (3,4,7)$. **المطلوب** :

1) اكتب تمثيلاً وسيطيّاً للمستقيم (AB) .
2) أوجد إحداثيّات النقطة C' المسقط القائم للنقطة C على المستقيم (AB) .

ثانياً: حل التمرينين الآتيين : (60 درجة لكل تمرين)

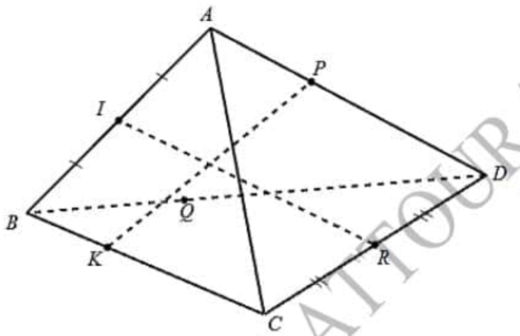
التمرين الأول: ليكن لدينا المستويان $Q: x-y+z+4\sqrt{3}=0$, $P: x+2y+z-3\sqrt{6}=0$

1) تيقّن أنّ المستويين متعامدان . 2) احسب بعد مبدأ الإحداثيات عن كلٍ من المستويين .
3) استنتج بعد المبدأ O عن الفصل المشترك للمستويين (Δ) .
4) اكتب معادلة الكرة التي مركزها O و تمسّ (Δ) .

التمرين الثاني: $ABCD$ رباعي وجوه , النقاط P , Q , R , K , I تحقّق : $\overrightarrow{CK}=\frac{2}{3}\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{AP}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{BQ}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BD}$,

G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقّلة $(D,1)$, $(C,1)$, $(B,2)$, $(A,2)$,

R منتصف $[CD]$, I منتصف $[AB]$ **و المطلوب :**



1) أثبت أنّ المستقيمَين (IR) , (PK) متقاطعان .
2) عيّن موضع النقطة J مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين المثقّلتين $(C,1)$, $(A,2)$.
3) عيّن مجموعة النقاط M التي تحقّق :

$$\left\|2\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{CM}\right\|=\left\|2\overrightarrow{BM}+\overrightarrow{DM}\right\|$$

ثالثاً: حل المسألة الآتية : (100 درجة)

نتأمّل في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقاط $A\ (1,0,1)$, $B\ (2,1,-1)$, $C\ (0,1,1)$, $D\ (1,1,3)$. **المطلوب** :

1) أثبت أنّ النقاط A , B , C ليست على استقامة واحدة .
2) أثبت أنّ المثلث ABC قائم و احسب مساحته .
3) اكتب معادلة المستوي ABC .
4) احسب بعد النقطة D عن المستوي ABC .
5) احسب حجم رباعي الوجوه $D\text{-}ABC$.

-------- انتهت الأسئلة --------

حل مذاكرة الأشعة الشاملة "1-2022"

أولاً: السؤال الأول:

1) $M(x,y,z)$ نقطة من المستوي المحوري:

$$\Rightarrow MA = MB$$

$$MA^2 = MB^2$$

$$(x-1)^2+y^2+\cancel{(z-1)^2} = (x-5)^2+(y-2)^2+\cancel{(z-1)^2}$$

$$\cancel{x^2}-2x+1+\cancel{y^2} = \cancel{x^2}-10x+25+\cancel{y^2}-4y+4$$

$$8x+4y-28=0$$

$$\boxed{2x+y-7=0}$$

طريقة ثانية: المستوي المحوري للقطعة $[AB]$ يمر بمنتصف $[AB]$ ويقبل الشعاع $\overrightarrow{AB}$ ناظماً له.

$$I(3,1,1) \quad , \quad \overrightarrow{AB}(4,2,0)$$

$$a(x-x_I)+b(y-y_I)+c(z-z_I)=0$$

$$4(x-3)+2(y-1)=0$$

$$2x+y-7=0$$

2) $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=0$

$$\begin{pmatrix}1-x\\-y\\1-z\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}5-x\\2-y\\1-z\end{pmatrix}=0$$

$$(1-x)(5-x)-y(2-y)+(1-z)^2=0$$

$$x^2-6x+5+y^2-2y+(z-1)^2=0$$

$$(x^2-6x+9)+(y^2-2y+1)+(z-1)^2=5$$

$$(x-3)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=5$$

تمثل كرة مركزها $I(3,1,1)$

ونصف قطرها $r=\sqrt{5}$

السؤال الثاني:

1) $\overrightarrow{AB}(1,1,2)$, $(AB): \begin{cases} x=1+t \\ y=2+t \quad ; t\in\mathbb{R} \\ z=2t \end{cases}$

2) $c'(1+t,2+t,2t)$

$$\overrightarrow{CC'}\cdot\overrightarrow{AB}=0$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix}t-2\\t-2\\2t-7\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\1\\2\end{pmatrix}=0$$

$$t-2+t-2+4t-14=0$$

$$6t=18$$

$$\boxed{t=3}$$

$$\boxed{c'(4,5,6)}$$

ثانياً: التمرين الأول:

1) $\vec{n}_P(1,2,1)$, $\vec{n}_Q(1,-1,1)$

$$\vec{n}_P\cdot\vec{n}_Q=(1,2,1)\cdot(1,-1,1) = 1-2+1=0$$

$$\Rightarrow P\perp Q$$

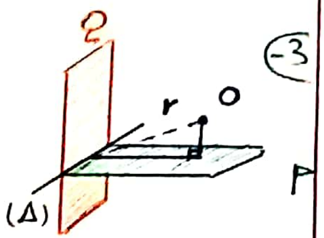
2) $d_P = dist(O,P) = \dfrac{|-3\sqrt{6}|}{\sqrt{1+4+1}} = 3$

$$d_Q = dist(O,Q) = \frac{|4\sqrt{3}|}{\sqrt{1+1+1}} = 4$$

3) $r^2 = d_P^2 + d_Q^2$

$$= 9+16=25$$

$$\boxed{r=5}$$



وهو بعد المبدأ (O) عن المستقيم (Δ).

4) $x^2+y^2+z^2=25$

التمرين الثاني :

1) من العلاقة $\vec{CK}=\frac{2}{3}\vec{CB}$

K مركز أبعاد متناسبة للنقطتين المثقلتين $(B,2)$ و $(C,1)$

من العلاقة $\vec{AP}=\frac{1}{3}\vec{AD}$

P مركز أبعاد متناسبة للنقطتين المثقلتين $(D,1)$ $(A,2)$

ولكن : G مركز أبعاد متناسبة للنقاط المثقلة $\underbrace{(D,1)\ (A,2)}\ \underbrace{(B,2)\ (C,1)}$

فهي (حسب الخاصة التجميعية) مركز أبعاد متناسبة للنقطتين $(P,3)$ $(K,3)$

$\Leftarrow$ G تقع على القطعة $[PK]$ ——(*)

G م.أ.م لـ $\underbrace{(A,2)\ (B,2)}_{(I,4)}\ \underbrace{(C,1)\ (D,1)}_{(R,2)}$

$\Leftarrow$ G تقع على القطعة $[IR]$ ——(**)

من (*) و (**) نستنتج أن المستقيمين (IR) و (PK) متقاطعان.

2) $\vec{AJ}=\frac{1}{3}\vec{AC}$

3) Q مركز أبعاد متناسبة للنقطتين $(D,1)$, $(B,2)$

$\Rightarrow 2\vec{BQ}+\vec{DQ}=\vec{0}$

$\Rightarrow 2\vec{BM}+\vec{DM}=3\vec{QM}$ ——(1)

J مركز أبعاد متناسبة لـ $(A,2)$,$(C,1)$

$2\vec{AM}+\vec{CM}=3\vec{JM}$ ——(2)

$\|3\vec{JM}\|=\|3\vec{QM}\|$

$JM=QM$

M تتحرك على المستوي المحوري للقطعة $[JQ]$

ثالثا :

1) $\vec{AB}(1,1,-2)$, $\vec{AC}(-1,1,0)$ $\Big\}$ $\frac{1}{-1}\neq\frac{1}{1}$

المركبات غير متناسبة

فالشعاعان $\vec{AB}$ و $\vec{AC}$ غير مرتبطين خطيا.

فالنقاط A, B, C ليست على استقامة واحدة.

2) $AB=\|\vec{AB}\|=\sqrt{1^2+1^2+(-2)^2}=\sqrt{6}$

$AC=\|\vec{AC}\|=\sqrt{(-1)^2+1^2+0^2}=\sqrt{2}$

$BC=\sqrt{2^2+0^2+2^2}=\sqrt{8}$

$BC^2=AB^2+AC^2$

فالمثلث ABC قائم في A.

$S_{ABC}=\frac{1}{2}AB\cdot AC=\frac{1}{2}\cdot\sqrt{6}\cdot\sqrt{2}=\sqrt{3}$

3) $\vec{n}(a,b,c)$

$\vec{n}\cdot\vec{AB}=0 \Rightarrow \begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\1\\-2\end{pmatrix}=0$

$a+b-2c=0$ ......(1)

$\vec{n}\cdot\vec{AC}=0 \Rightarrow \begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1\\1\\0\end{pmatrix}=0 \Rightarrow \boxed{a=b}$

بفرض $a=1$ عندئذ $b=1$ و $c=1$

$\vec{n}(1,1,1)$

$a(x-x_A)+b(y-y_A)+c(z-z_A)=0$

$\boxed{ABC:\ x+y+z=2}$

4) $dist_{(D-ABC)}=\frac{|1+1+3-2|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}}=\frac{3}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}$

5) $V=\frac{1}{3}S\cdot h=\frac{1}{3}(\sqrt{3})(\sqrt{3})=1.$

BAC MATHS