السؤال الأول

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على المجال $I =]0, +\infty[$ وفق العلاقة:

$$f(x) = x - 4 + \ln\left(\frac{x}{x+1}\right)$$

1- أثبت أن f متزايد تماماً على I

2- أثبت أن المستقيم d الذي معادلته $y = x - 4$ مقارب ل C في جوار $+\infty$

3- ادرس الوضع النسبي ل C ومقاربه d

4- ارسم في معلم واحد d ثم الخط البياني C .

السؤال الثاني

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]0, +\infty[\cup]-\infty, -2[$ وفق :

$$f(x) = \ln\left(\frac{x+2}{x}\right)$$

1- احسب نهاية f عند أطراف مجموعة تعريفه

2- أوجد f' ثم ادرس إشارة المشتق ثم نظم جدولاً بتغيراته

3- ارسم الخط البياني C في معلم متجانس

السؤال الثالث

ليكن f التابع المعرف على المجال $I =]-1,1[$ وفق : $f(x) = \ln\left(\frac{x+1}{1-x}\right)$

1- أثبت أن f تابع فردي

2- ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها

3- ارسم الخط البياني C في معلم متجانس

السؤال الرابع

جد الحل المشترك لجملة المعادلتين :

$$\begin{cases} 2\ln x + \ln y = 7 \\ 3\ln x + 5\ln y = 14 \end{cases}$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

حل مذكرة لوغاريتم "3"

السؤال الأول :

i) $f'(x) = 1 + \frac{\frac{x+1-x}{(x+1)^2}}{\frac{x}{x+1}} = 1 + \frac{1}{x(x+1)} > 0$ (تحقق موجبين)

ii) $f - y = \ln\left(\frac{x}{x+1}\right)$

$\lim_{x \to +\infty} (f - y) = 0$ ⇒ $y = x - 4$ مقارب مائل لـ $+\infty$

ولدراسة الوضع النسبي ندرس إشارة الفرق

$f(x) - y = \ln\left(\frac{x}{x+1}\right)$

$x = 1$ ⇒ $\ln\left(\frac{1}{2}\right) < 0$ ⇒ $f - y < 0$ تحت Δ.

$\lim_{x \to 0} f(x) = -\infty$

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

x	0	$+\infty$
f'	$+$	
f	$-\infty$ ↗	$+\infty$

x	0	4
y	-4	0

السؤال الثاني :

i) $\lim_{x \to +\infty} f(x) = \ln(1) = 0$

$\lim_{x \to -2} f(x) = -\infty$

$\lim_{x \to 0} f(x) = +\infty$

$f'(x) = \frac{\frac{x-x-2}{x^2}}{\frac{x+2}{x}} = \frac{-2}{x(x+2)}$

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
f'	$-$	‖	$-$	
f	0 ↘	‖ $-\infty$	$+\infty$ ↘	0

السؤال الثالث :

$f(x) = \ln(x+1)^{-1} = -\ln(x+1)$

f تابع فردي

$\lim_{x \to -1} f(x) = -\infty$

$\lim_{x \to 1} f(x) = +\infty$

$f' = \frac{\frac{1-x+x+1}{(1-x)^2}}{\frac{x+1}{1-x}} = \frac{2}{(1-x)(1+x)} = \frac{2}{1-x^2}$

x	-1		1
f'	$+$	‖	$+$
f	$-\infty$ ↗	‖	↗ $+\infty$

السؤال الرابع :

نفرض $\ln x = X$

$\ln y = Y$

$2X + Y = 7$ ... ①

$3X + 5Y = 14$ ... ②

من ① نجد $Y = 7 - 2X$ ... ③

نعوض ③ في ②

$3X + 35 - 10X = 14$

$-7X = -21$ ⇒ $X = 3$

$\ln x = 3$ ⇒ $x = e^3$

نعوض $X = 3$ في ③

$Y = 7 - 6 = 1$

$\ln y = 1$ ⇒ $y = e$

انتهى الحل.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner