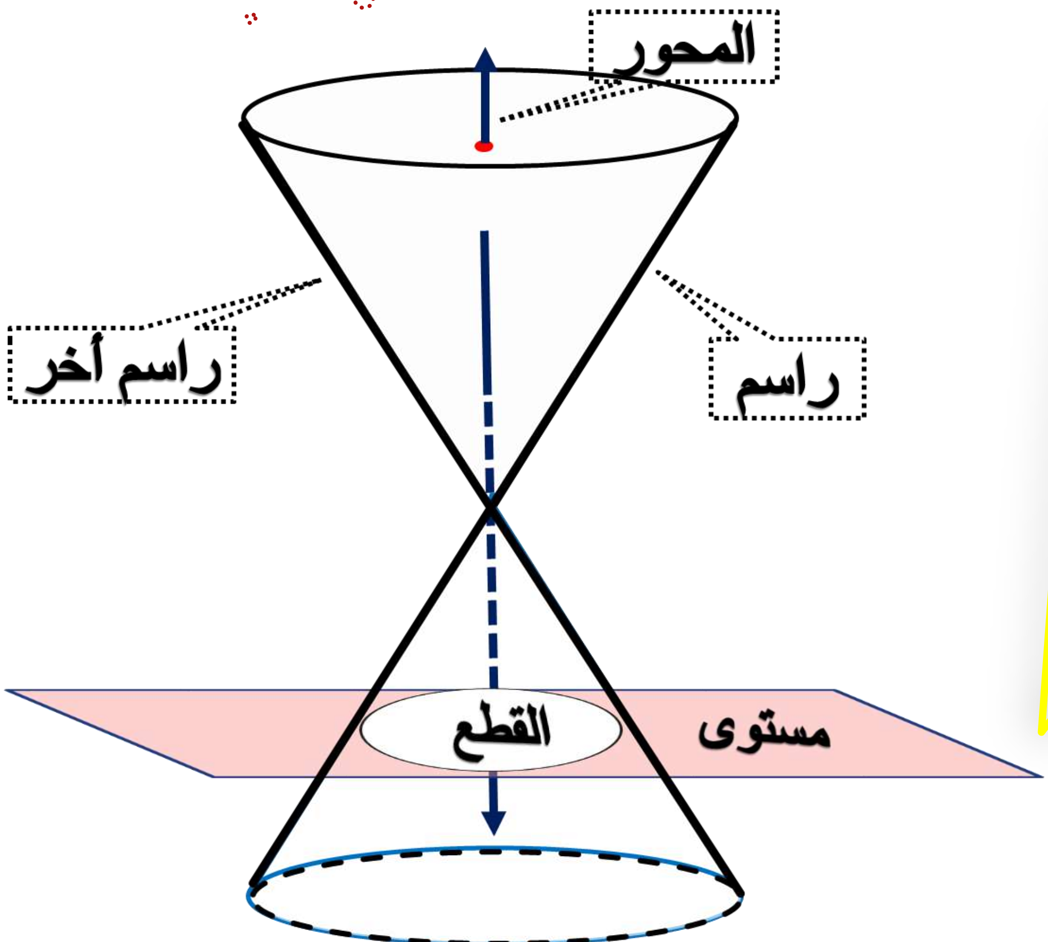
القطوع المخروطية

لماذا سميت القطوع المخروطية بهذا الاسم ؟



إعداد ا/ يعقوب الصلوي

لأنها ناتجة
عن قطع مستوى لمخروط
دائري قائم مزدوج

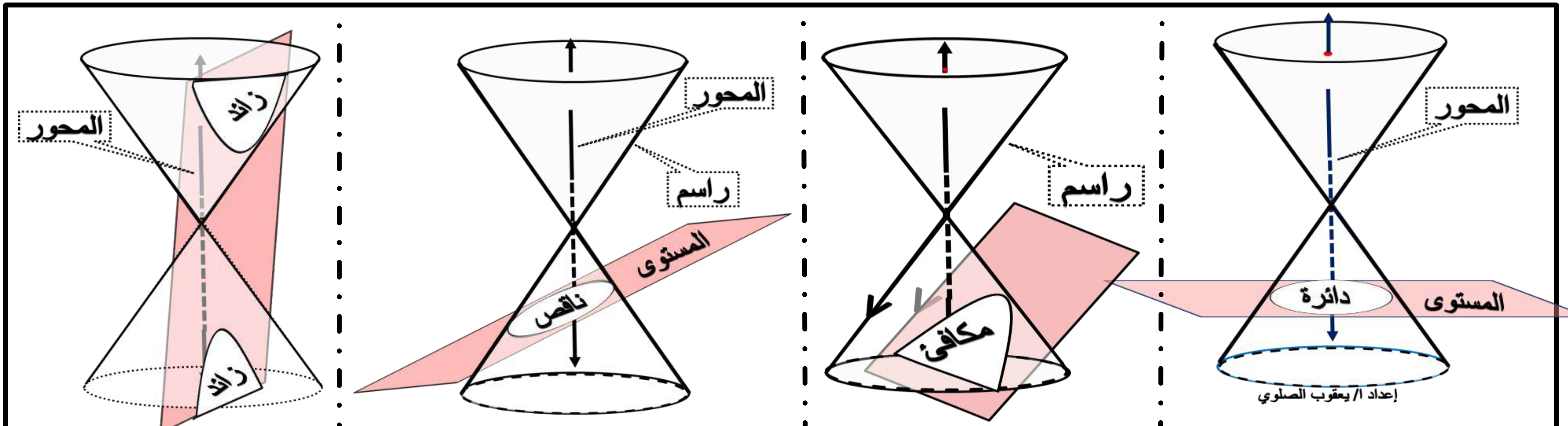
مخروط دائري قائم مزدوج

أنواع القطوع المخروطية

زائد | ناقص | مكافئ | دائرة

سيتم دراستهم في هذه الوحدة

تم دراسته



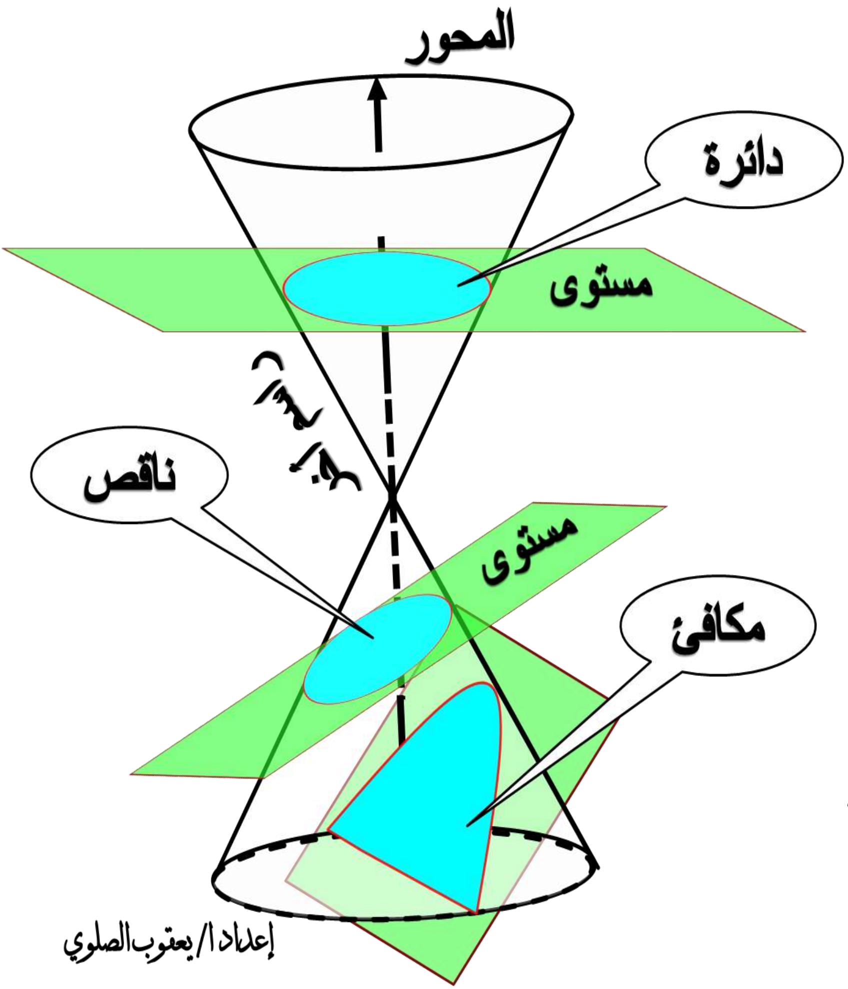
المستوى قطع المخروط بشكل عمودي على المحور

المستوى قطع المخروط بشكل يوازي أحد الرواسم

المستوى قطع المخروط بشكل مائل

المستوى قطع المخروط بشكل يوازي المحور

ملخص ما سبق



إعداد ا/ يعقوب الصلوي

عندما يكون المستوى القاطع عمودي على المحور يكون القطع الناتج دائرة

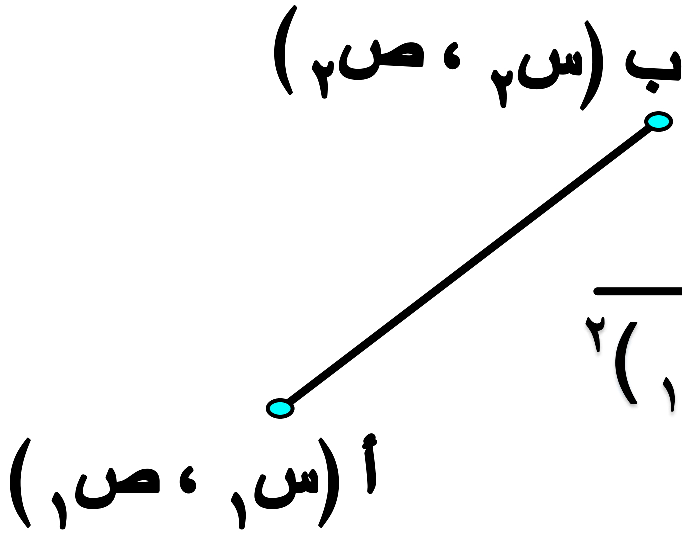
وعندما يكون موازيا لأحد رواسم المخروط يكون القطع الناتج مكافئ

وعندما يكون مائلا على المحور ولا يوازي أي راسم من رواسم المخروط يكون القطع الناتج ناقص

وعندما يكون موازيا لمحور المخروط يكون القطع الناتج زائد

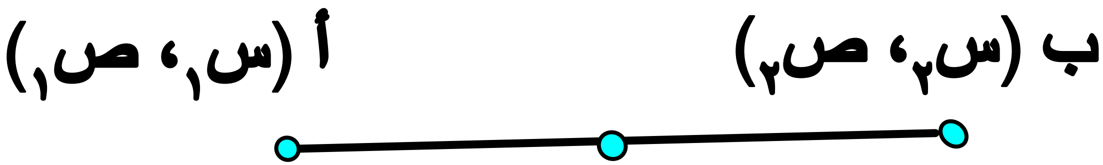
مراجعة مهمة

قانون البعد بين نقطتين:-



$$|\text{أ ب}| = \sqrt{(\text{س}_٢ - \text{س}_١)^٢ + (\text{ص}_٢ - \text{ص}_١)^٢}$$

منتصف القطعة المستقيمة :-



إحداثي منتصف القطعة المستقيمة أب = $\left(\dfrac{\text{س}_١ + \text{س}_٢}{٢} \text{ ، } \dfrac{\text{ص}_١ + \text{ص}_٢}{٢} \right)$

لتكن ن(١ ، -١) ، ق(٤ ، ٣) أوجد | ن ق | ومنتصف ن ق

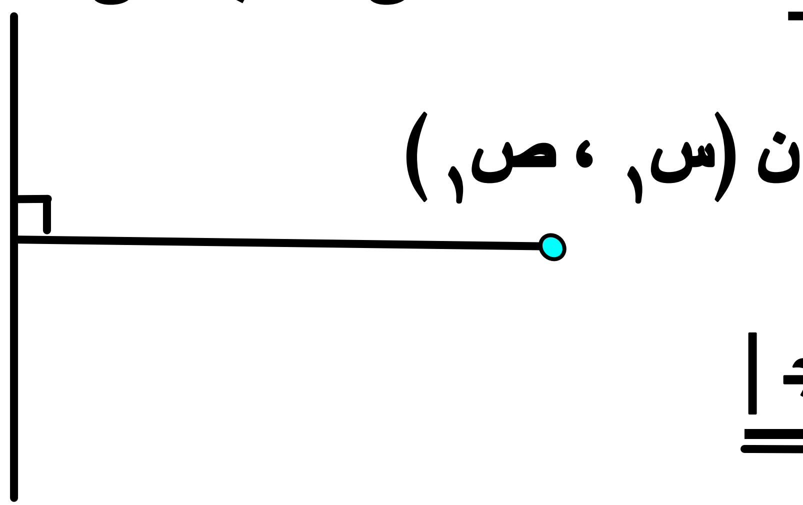
الحل

$$|\text{ن ق}| = \sqrt{(٤-١)^٢ + (٣-(-١))^٢} = \sqrt{(٣)^٢ + (٤)^٢} = \sqrt{٩+١٦} = \sqrt{٢٥} = ٥$$

$$\text{إحداثي منتصف القطعة ن ق} = \left(\frac{١ + ٤}{٢} ، \frac{(-١) + ٣}{٢}\right) = \left(\frac{٥}{٢} ، ١\right)$$

قانون بعد نقطة عن مستقيم:-

أس + ب ص + ج = ٠



$$\text{ف} = \frac{|\text{أ}س_١ + \text{ب}ص_١ + \text{ج}|}{\sqrt{\text{أ}^٢ + \text{ب}^٢}}$$

أوجد بعد النقطة (١ ، ٢) عن المستقيم ٤س - ٣ ص + ٥ = ٠

الحل

٤س - ٣ ص + ٥ = ٠

قانون بعد نقطة عن مستقيم:-

$$= \frac{|\text{أ س}_{١} + \text{ب ص}_{١} + \text{جـ}|}{\sqrt{\text{أ}^{٢} + \text{ب}^{٢}}} = \frac{|٤(١) + (-٣)٢ + ٥|}{\sqrt{(٤)^{٢} + (-٣)^{٢}}}$$

أ = ٤

ب = -٣

جـ = ٥

$$= \frac{|٤ - ٦ + ٥|}{\sqrt{١٦ + ٩}} = \frac{|٣|}{\sqrt{٢٥}} = \frac{٣}{٥}$$

أوجد بعد النقطة (١ ، -١) عن المستقيم ٣س = ٢

الحل

٣س - ٢ = ٠

أ = ٣

ب = ٠

جـ = -٢

$$\text{البعد} = \frac{|٣(١) + ٠(-١) - ٢|}{\sqrt{(٣)^{٢} + (٠)^{٢}}} = \frac{|٣ - ٢|}{\sqrt{(٣)^{٢}}} = \frac{١}{٣}$$

الدائرة

التعريف

هي مجموعة كل النقاط في مستوى

التي بعدها عن نقطة ثابتة يساوي

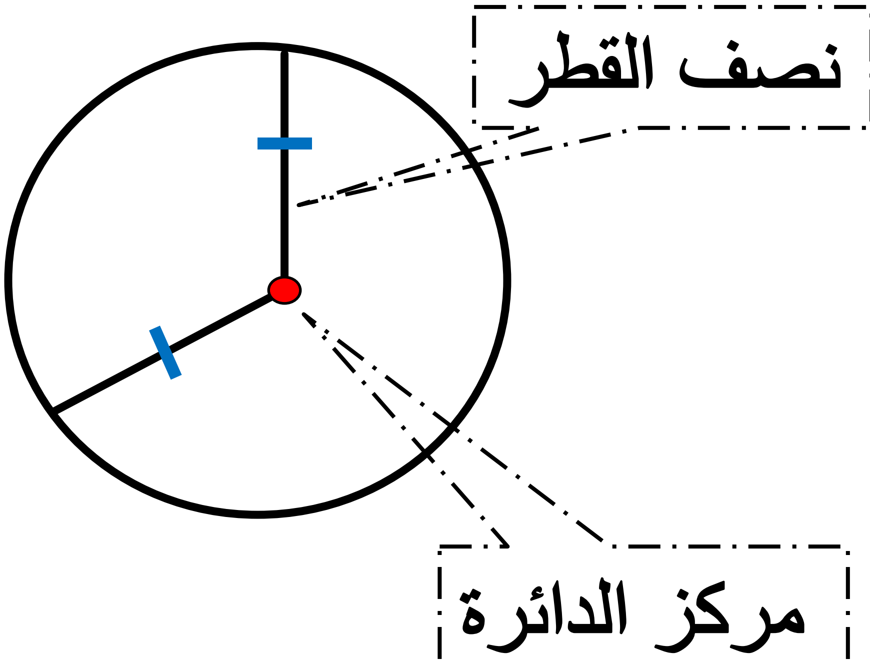
مقدار ثابت

النقطة الثابتة تسمى

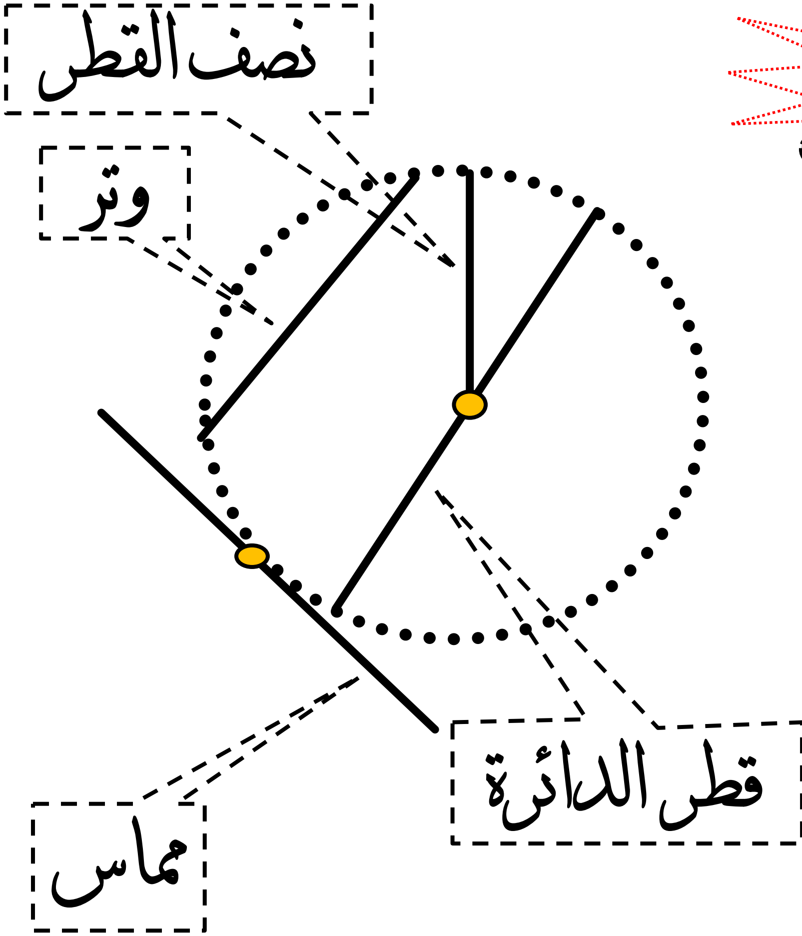
<u>مركز الدائرة</u>

والمستقيم الثابت يسمى

<u>نصف قطر الدائرة</u>



ملاحظات في الدائرة



تسمى القطعة المستقيمة الواصلة بين مركز الدائرة وأي نقطة على الدائرة **نصف القطر**

تسمى القطعة المستقيمة الواصلة بين نقطتين على الدائرة **وتر الدائرة**

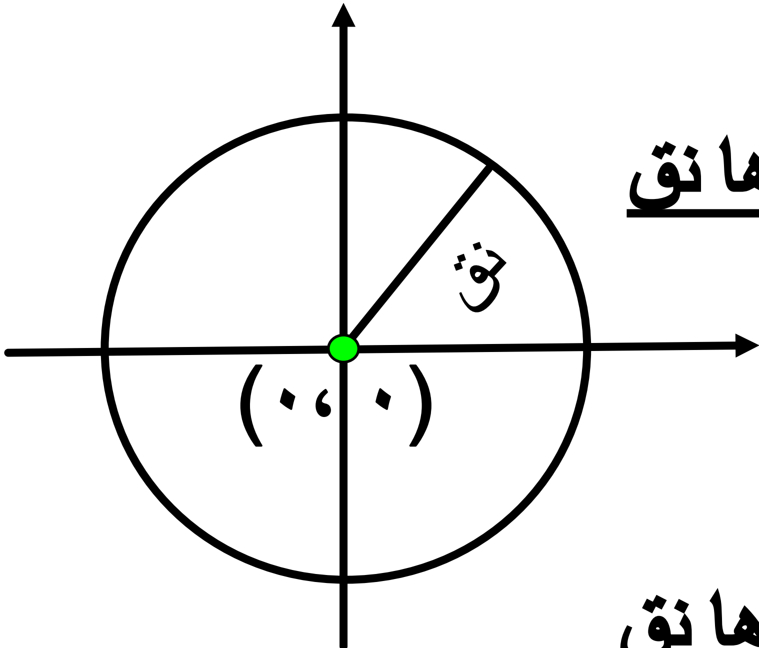
يسمى الوتر الذي يمر بمركز الدائرة **قطر الدائرة** (أكبر وتر)

يسمى المستقيم الذي يمس الدائرة في نقطة واحدة فقط **مماس**

إعداد ا/ يعقوب الصلوي

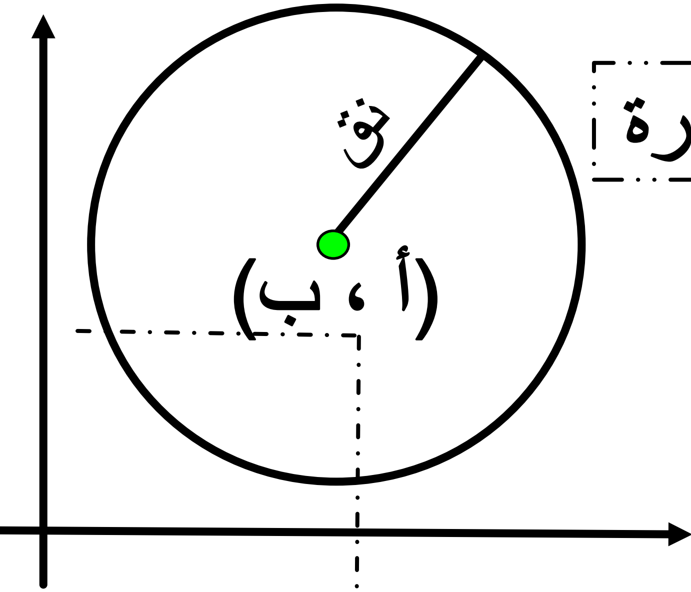
معادلة الدائرة

معادلة دائرة مركزها (٠ ، ٠) ونصف قطرها نق



$$\text{س}^{٢} + \text{ص}^{٢} = \text{نق}^{٢}$$

معادلة دائرة مركزها (أ ، ب) ونصف قطرها نق



$$(\text{س} - \text{أ})^{٢} + (\text{ص} - \text{ب})^{٢} = \text{نق}^{٢}$$

أو بالصورة

$$\text{س}^{٢} + \text{ص}^{٢} - ٢\text{أ س} - ٢\text{ب ص} + \text{جـ} = ٠$$

$$\text{، جـ} = \text{أ}^{٢} + \text{ب}^{٢} - \text{نق}^{٢}$$

وهذه الصورة تسمى المعادلة العامة للدائرة مركزها (أ ، ب) ونصف قطرها نق

ملاحظات في الدائرة

في معادلة الدائرة

(س – أ)^{٢} + (ص – ب)^{٢} = نق^{٢}

إذا كان

نق > صفر
المعادلة تمثل دائرة حقيقية مركزها (أ ، ب)

نق = صفر
المعادلة تمثل نقطة هي (أ ، ب)

نق < صفر
المعادلة تمثل دائرة تخيلية

إعداد ا/ يعقوب الصلوي

خواص في الدائرة

س^{٢} + ص^{٢} − ٢أ س − ٢ب ص + جـ = ٠

المعادلة فيها س ، ص من الدرجة الثانية

المعادلة فيها معامل س^{٢} = معامل ص^{٢}

المعادلة لا تحوي الحد س ص

بالتالي المعادلات التالية لا تمثل معادلات دائرة

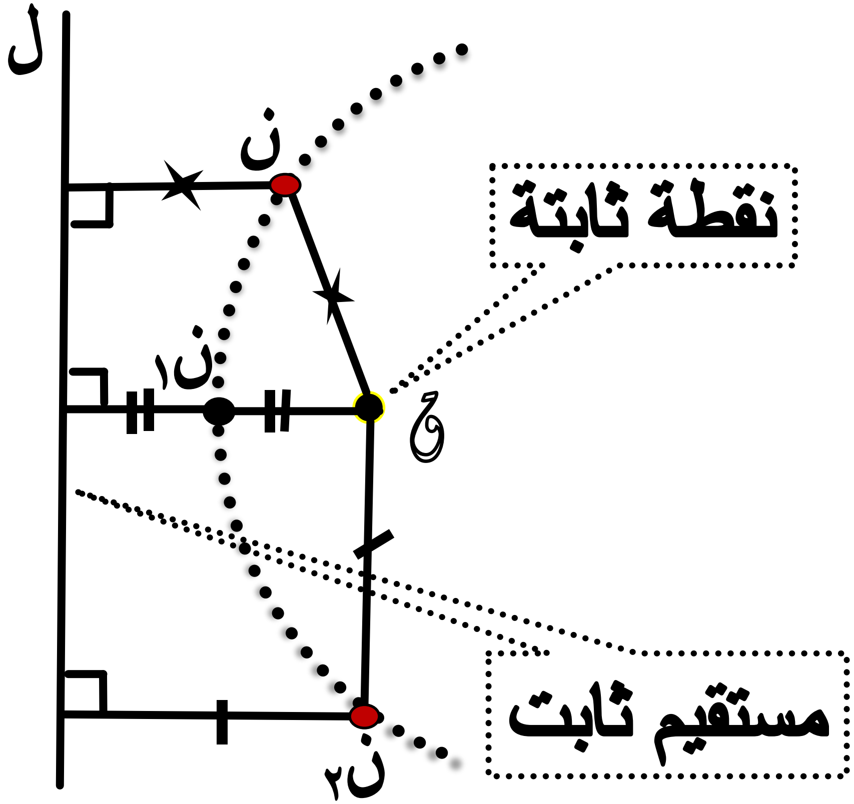
ص^{٢} + ٢ س = ٠ ، ص^{٢} − س^{٢} = ٤ ، ٣ص^{٢} + ٢س^{٢} = ٤

لكنها تمثل معادلات قطوع أخرى تابع لاحقا

إعداد ا/ يعقوب الصلوي

القطع المكافئ

إعداد/ يعقوب الصلوي



لتكن ع نقطة ثابته ، ل مستقيم ثابت
و ن نقطة في مستوهما
فإذا تحركت النقطة ن بحيث أن
بعدها عن النقطة الثابتة
<u>يساوي</u>
بعدها عن المستقيم الثابت
فإنها ترسم منحنى يسمى قطع مكافئ

<u>التعريف</u>

القطع المكافئ هو مجموعة كل النقاط في المستوى
التي بعدها عن نقطة ثابته يساوي بعدها عن مستقيم ثابت .
النقطة الثابتة تسمى <u>البؤرة</u> و المستقيم الثابت يسمى <u>الدليل</u>

ملاحظات في القطع المكافئ

إعداد ا/ يعقوب الصلوي

محور تماثل القطع

المستقيم الذي يمر بالبؤرة ويكون عموديا على الدليل يسمى (محور القطع)

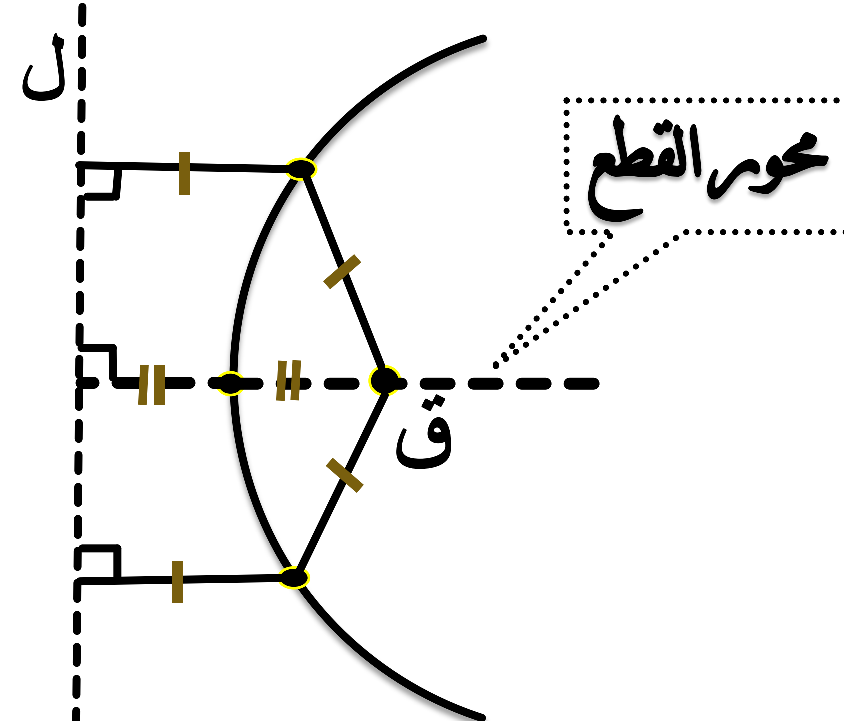
رأس القطع

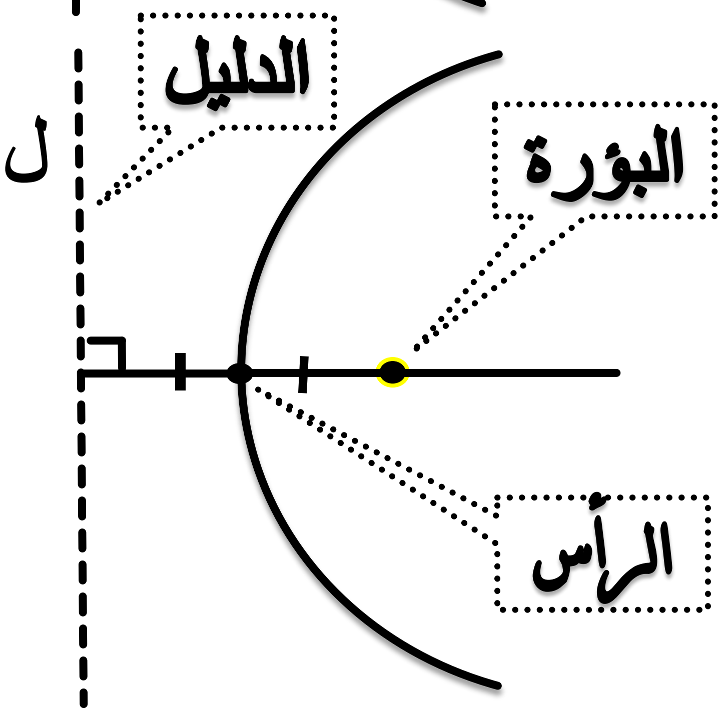
نقطة تقاطع القطع مع محوره تسمى (رأس القطع)

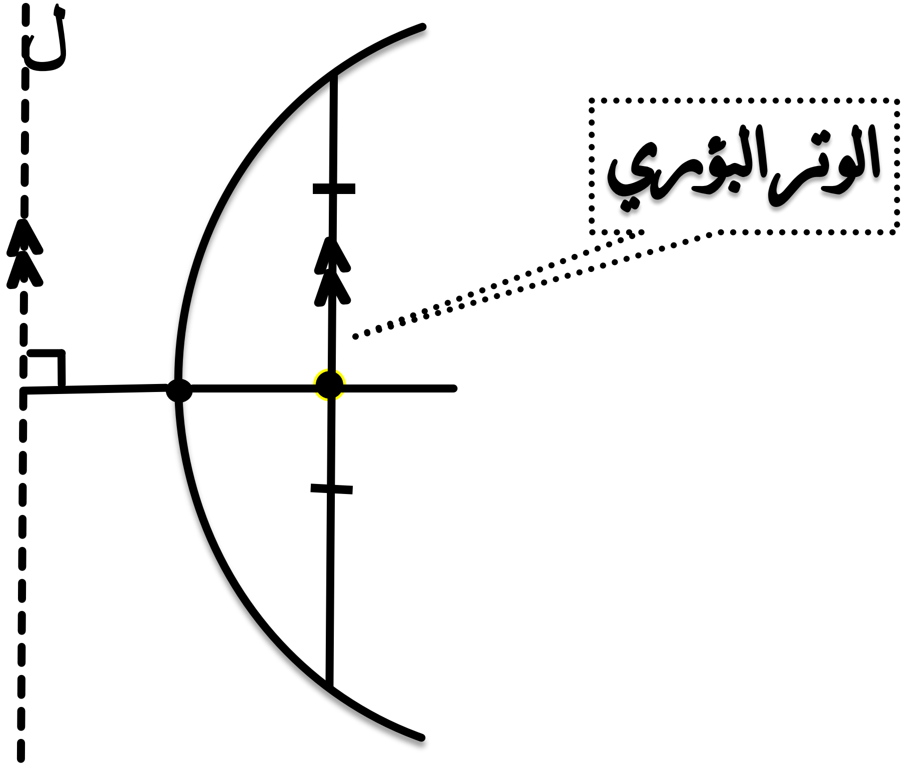
منتصف المسافة بين البؤرة والدليل تسمى (رأس القطع)

➢ الرأس و البؤرة يقعان على محور القطع.

➢ اتجاه فتحة القطع من الرأس الى البؤرة.







وتر القطع الأساسي (البؤري)

العمود الواصل بين نقطتين في القطع مار بالبؤرة بحيث تكون البؤرة في المنتصف ويوازي الدليل يسمى

(*وتر القطع الأساسي*)

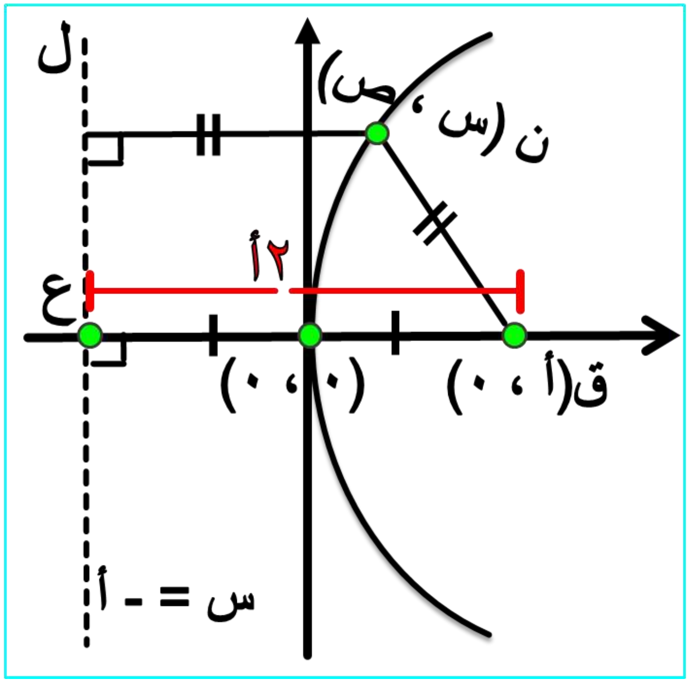
وطوله = ضعف بعد البؤرة عن الدليل

(يساعد في رسم القطع)

استنتاج معادلة قطع مكافئ رأسه (٠ ، ٠) وبؤرته تقع على محور السينات الموجب ودليله ل يوازي محور الصادات

ليكن لدينا قطع مكافئ <u>رأسه</u> (٠ ، ٠) و <u>بؤرته</u> تقع على محور السينات الموجب

و <u>دليله</u> ل يوازي محور الصادات



إذا فرضنا أن بعد البورة عن الدليل |ق ع| = ٢أ

فإن إحداثي البورة (أ ، ٠) و معادلة الدليل س = - أ

نفرض نقطة ن(س ، ص) تقع على القطع

∴ بعدها عن البورة = بعدها عن الدليل (تعريف)

$$\sqrt{(\text{س} - \text{أ})^{٢} + (\text{ص} - ٠)^{٢}} = \frac{|\text{س} + \text{أ}|}{\sqrt{١ + ٠}}$$

بالتربيع

$$\sqrt{(\text{س} - \text{أ})^{٢} + \text{ص}^{٢}} = |\text{س} + \text{أ}|$$

$$(\text{س} - \text{أ})^{٢} + \text{ص}^{٢} = (|\text{س} + \text{أ}|)^{٢}$$

$$\cancel{\text{س}^{٢}} - ٢\text{أس} + \cancel{\text{أ}^{٢}} + \text{ص}^{٢} = \cancel{\text{س}^{٢}} + ٢\text{أس} + \cancel{\text{أ}^{٢}}$$

معادلة القطع هي $\boxed{\text{ص}^{٢} = ٤\text{أس} \text{ ، } \text{أ} > ٠}$

<u>تذكر أن</u>

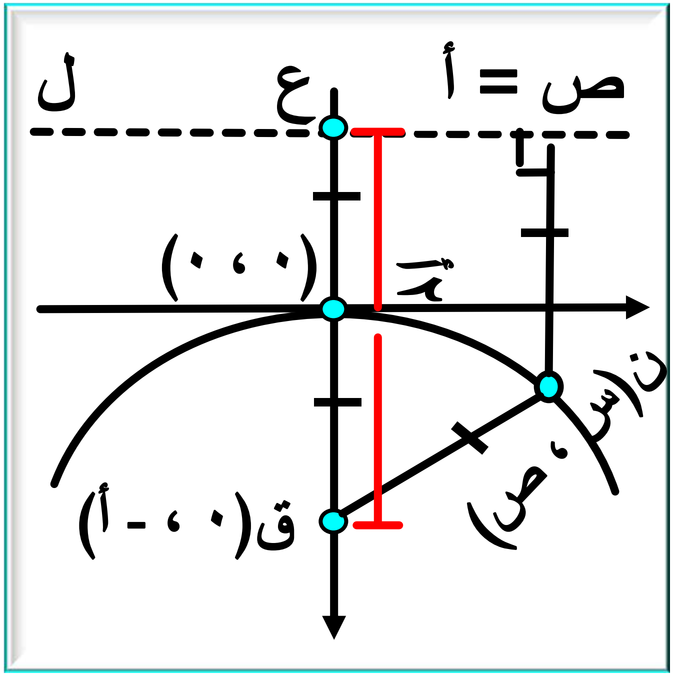
قانون بعد نقطة $(\text{س}_{١} \text{، ص}_{١})$ عن المستقيم أس + ب ص + ج

$$= \frac{|\text{أس}_{١} + \text{ب ص}_{١} + \text{ج}|}{\sqrt{\text{أ}^{٢} + \text{ب}^{٢}}}$$

استنتاج معادلة قطع مكافئ رأسه (٠ ، ٠)
و بؤرته تقع على محور الصادات السالب
و دليله ل يوازي محور السينات

ليكن لدينا قطع مكافئ رأسه (٠ ، ٠) و بؤرته تقع على محور الصادات السالب

و دليله ل يوازي محور السينات



إذا فرضنا أن بعد البورة عن الدليل $|ق ع| = ٢أ$

فإن إحداثي البورة (٠، - أ) و معادلة الدليل ص = أ

نفرض نقطة ن(س ، ص) تقع على القطع

∴ بعدها عن البورة = بعدها عن الدليل (تعريف)

$$\sqrt{(س - ٠)^{٢} + (ص - (-أ))^{٢}} = \frac{|ص - أ|}{\sqrt{٠ + ١}}$$

بالتربيع

$$\sqrt{س^{٢} + (ص + أ)^{٢}} = |ص - أ|$$

$$س^{٢} + (ص + أ)^{٢} = (|ص - أ|)^{٢}$$

$$س^{٢} + \cancel{ص^{٢}} + ٢أص + \cancel{أ^{٢}} = \cancel{ص^{٢}} - ٢أص + \cancel{أ^{٢}}$$

معادلة القطع هي $\boxed{س^{٢} = - ٤أص \quad ، \quad أ > ٠}$

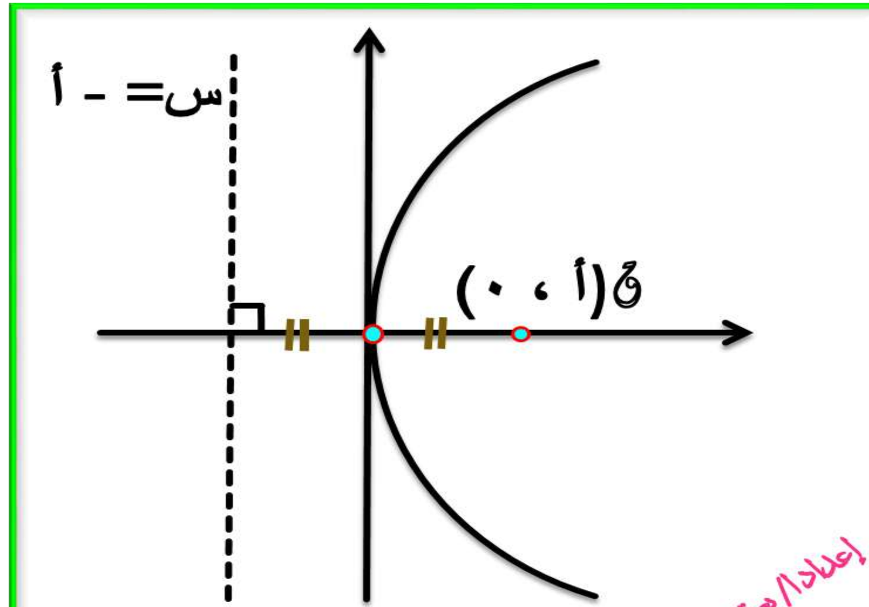
تذكر أن

قانون بعد نقطة $(س_{١}، ص_{١})$ عن المستقيم أس + ب ص + جـ

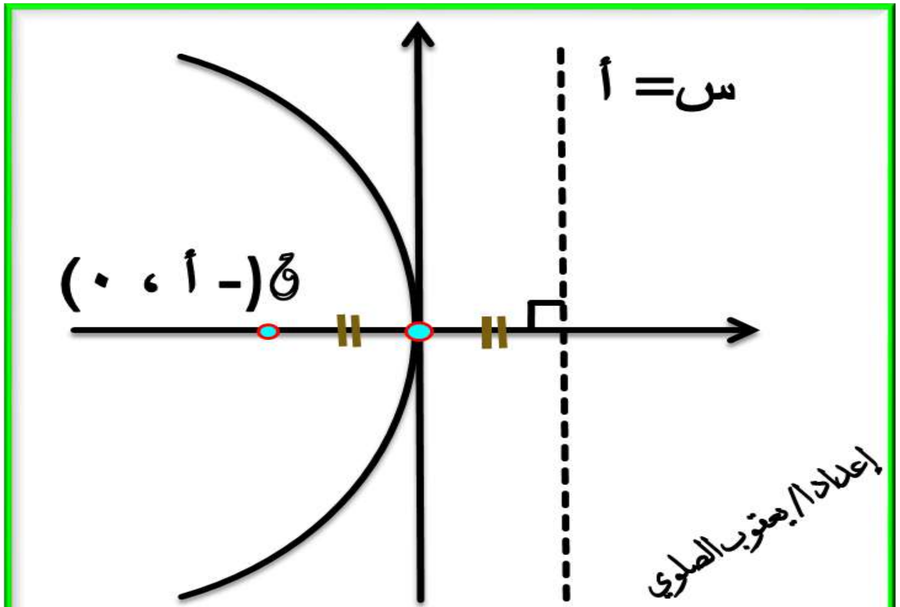
$$= \frac{|أس_{١} + ب ص_{١} + جـ|}{\sqrt{أ^{٢} + ب^{٢}}}$$

الأوضاع القياسية للقطع المكافئ

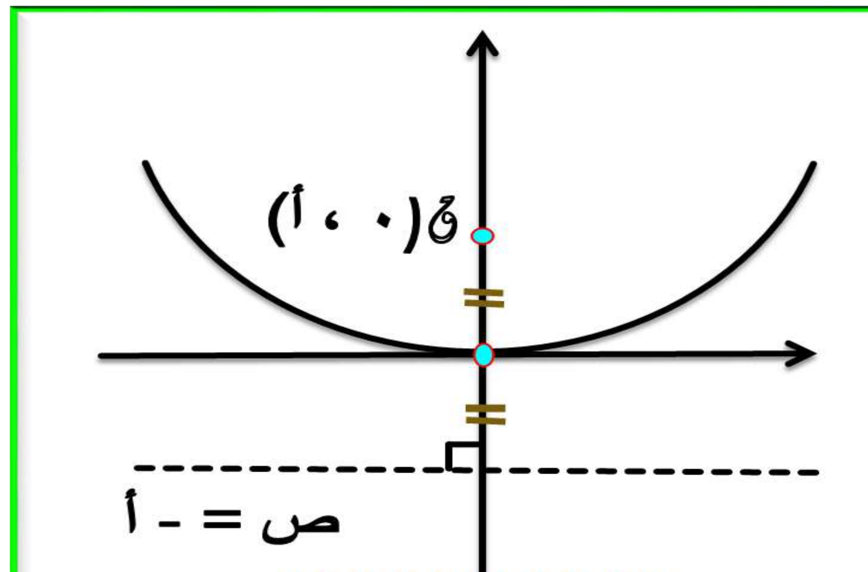
إعداد /أ يعقوب الصلوي



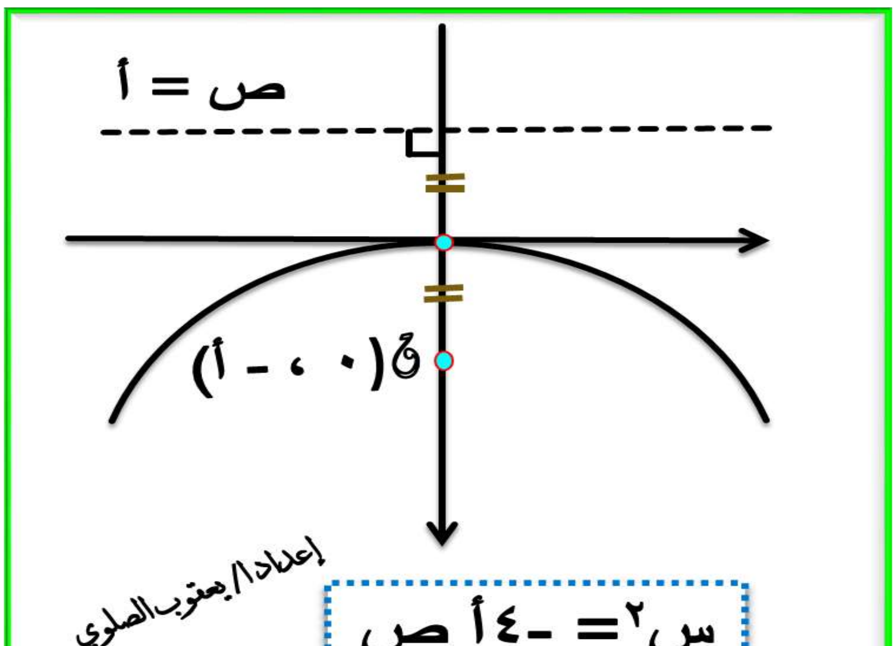
ص٢ = ٤أ س



ص٢ = -٤أ س



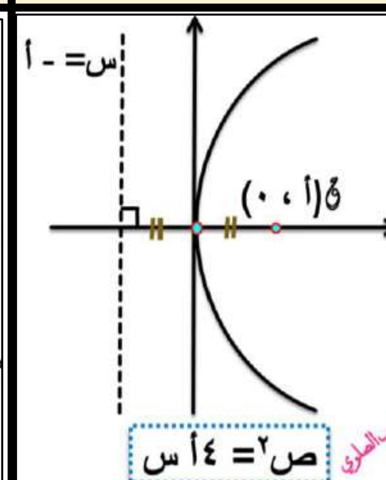
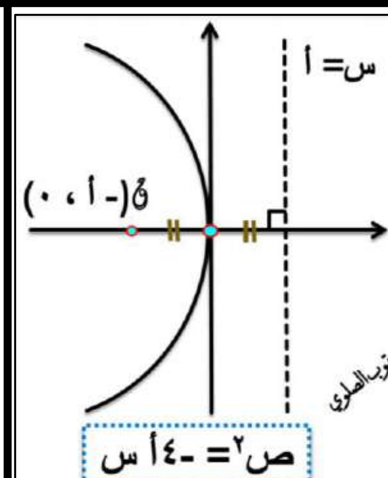
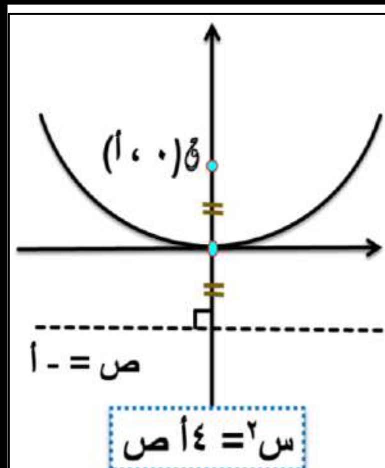
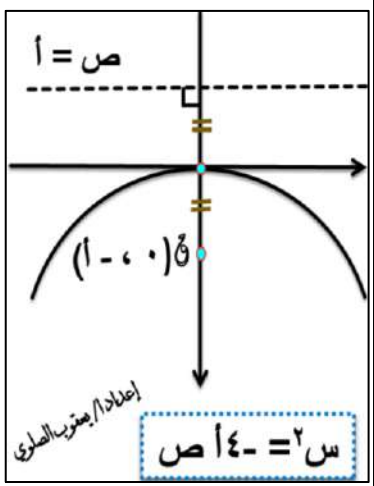
س٢ = ٤أ ص



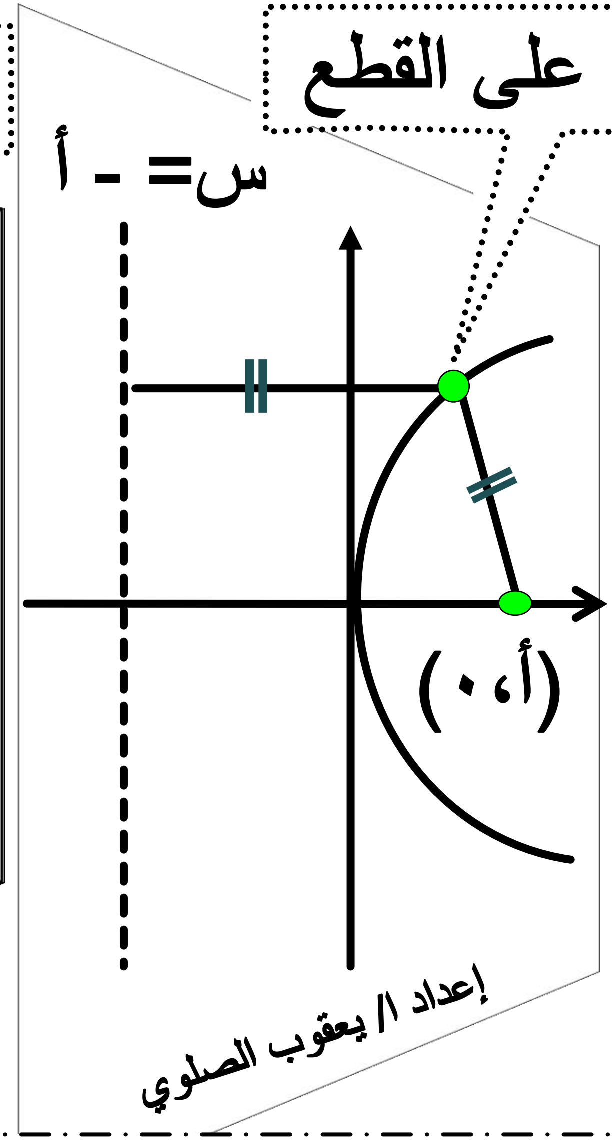
س٢ = -٤أ ص

ملخص الأوضاع القياسية للقطع المكافئ

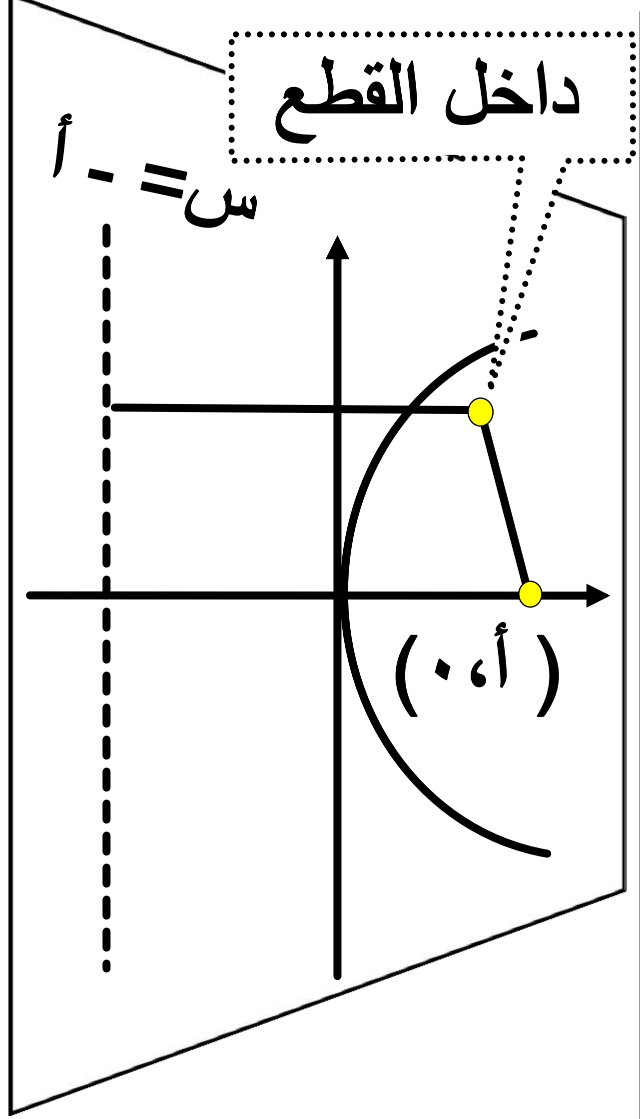
إعداد / يعقوب الصلوي

معادلة القطع	ص^{٢} = ٤أس	ص^{٢} = -٤أس	س^{٢} = ٤أص	س^{٢} = -٤أص
إحداثي الرأس	(٠ ، ٠)	(٠ ، ٠)	(٠ ، ٠)	(٠ ، ٠)
إحداثي البؤرة	(أ ، ٠)	(-أ ، ٠)	(٠، أ)	(٠، - أ)
معادلة الدليل	س = - أ	س = أ	ص = - أ	ص = أ
محور القطع	السينات	السينات	الصادات	الصادات
فتحة القطع	نحو س$^{+}$	نحو س$^{-}$	نحو ص$^{+}$	نحو ص$^{-}$
رسم القطع				

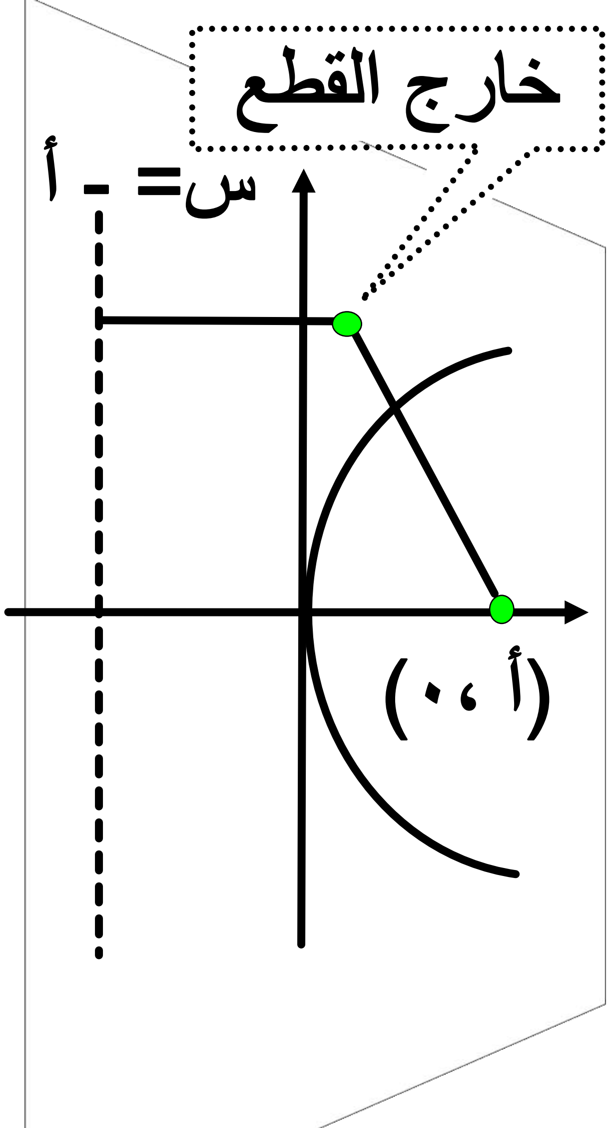
موقع نقطة بالنسبة للقطع



النقطة تقع *<u>على</u>* القطع
إذا كان بعدها
عن البورة = بعدها عن الدليل



النقطة تقع *<u>داخل</u>* القطع
إذا كان بعدها عن البورة
<u>أصغر</u> من بعدها عن الدليل



النقطة تقع *<u>خارج</u>* القطع
إذا كان بعدها عن البورة
<u>أكبر</u> من بعدها عن الدليل

نرسم قطع مكافئ معطى معادلته

تتبع ما يلي :-

- نرسم المحورين.
- نعين الرأس ونرسم محور القطع يمر بالرأس و نعين عليه البؤرة.
- من البؤرة نقيم عمود على محور القطع طوله = ٤أ (الوتر البؤري) بحيث تكون البؤرة في المنتصف
- نرسم القطع يمر بالرأس ونهايته العمود.
- نرسم الدليل خلف القطع بحيث يبعد عن الرأس مسافة تساوي أ وعمودي على المحور

كيف نعرف أن القطع المكافئ في وضع قياسي

مهم

أعداد ا/ يعقوب الصلوي

يكون القطع المكافئ في وضع قياسي

إذا كانت معادلته على أحد الأشكال التالية

- ص^{٢} = ٤أ س
- ص^{٢} = -٤أس
- س^{٢} = ٤أص
- س^{٢} = -٤أص

إذا كان رأسه (٠ ، ٠) و بؤرته على أحد الأشكال التالية

- (أ ، ٠)
- (-أ ، ٠)
- (٠ ، أ)
- (٠ ، -أ)

إذا كان رأسه (٠ ، ٠) و دليله على أحد الأشكال التالية

- س = -أ
- س = أ
- ص = -أ
- ص = أ

إذا تحقق بنفس الوقت أن

البؤرة	و	الدليل
(أ ، ٠)		س = -أ
(-أ ، ٠)		س = أ
(٠ ، أ)		ص = -أ
(٠ ، -أ)		ص = أ

إذا كان رأسه (٠ ، ٠) و محوره أحد المحاور س أو ص

أمثلة متنوعة

في القطع المكافئ

أعداد ا/ يعقوب الصلوي

عين إحداثي البؤرة ومعادلة الدليل للقطع المكافئ الذي معادلته
ص٢ = ٨س ثم مثله بيانيا

الحل

المعادلة ص٢ = ٨س

على الشكل القياسي ص٢ = ٤أس

بالمقارنة

ص٢ = ٨ س

ص٢ = ٤أ س

نجد أن ٤أ = ٨ ⇐ أ =٢

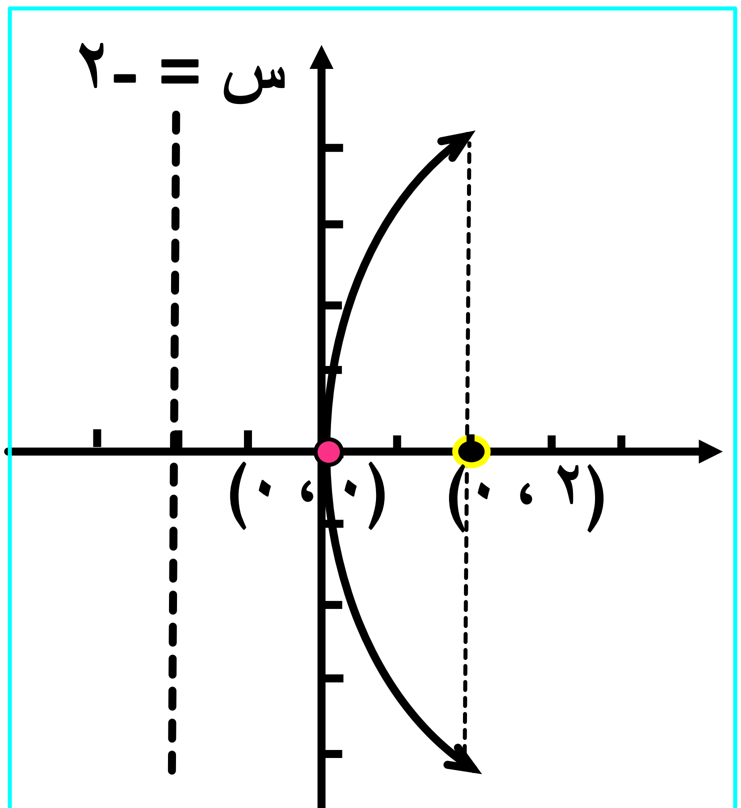
إحداثي البؤرة (أ ، ٠) = (٢ ، ٠)

معادلة الدليل س = - أ ⇐ س = - ٢

تذكر أن

إذا كانت معادلة القطع المكافئ على الشكل ص٢ = ٤أس

فإن إحداثي البؤرة (أ ، ٠) ومعادلة الدليل س = - أ



عين إحداثي البؤرة ومعادلة الدليل للقطع المكافئ الذي معادلته $س^٢ = -١٢ص$ ثم مثله بيانيا

الحل

تذكر أن

إذا كانت معادلة القطع المكافئ على الشكل $س^٢ = -٤أص$

فإن إحداثي البؤرة (٠، - أ) ومعادلة الدليل ص = أ

المعادلة $س^٢ = -١٢ص$

على الشكل القياسي $\boxed{س^٢ = -٤أص}$

بالمقارنة

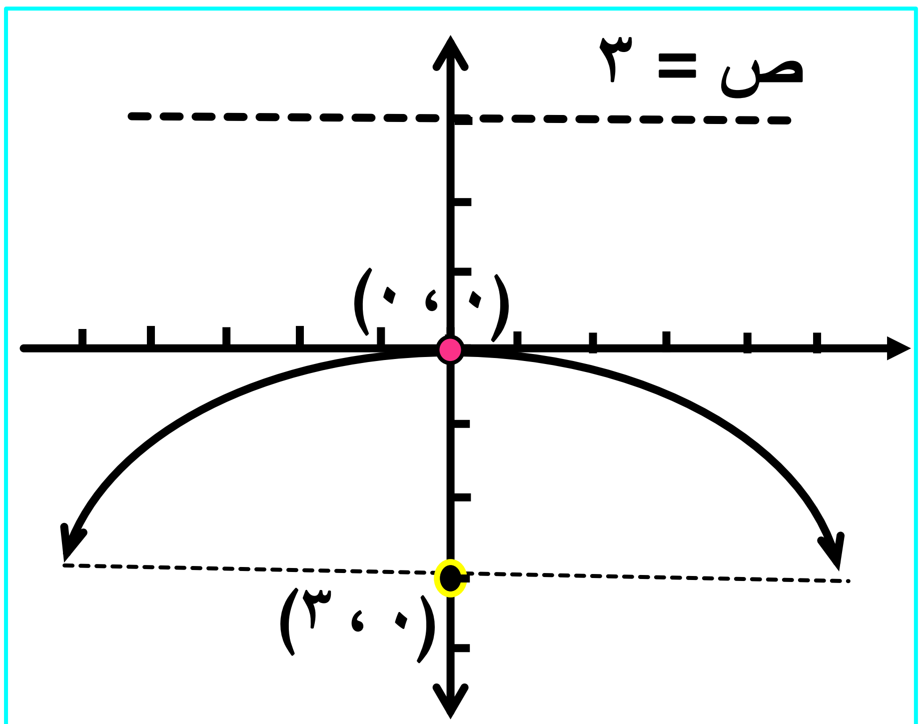
$س^٢ = -١٢ص$

$س^٢ = -٤أ ص$

نجد أن $-٤أ = -١٢ \Leftarrow أ = ٣$

إحداثي البؤرة (٠، - أ) = (٠ ، - ٣)

معادلة الدليل ص = أ ⇐ ص = ٣



عين إحداثي البؤرة ومعادلة الدليل للقطع المكافئ
الذي معادلته ٥س^{٢}-٤٠ص = ٠

الحل

نرتب المعادلة ٥س^{٢} - ٤٠ص = ٠ ⇐ ٥س^{٢} = ٤٠ص ÷٥ ⇐ س^{٢} =٨ص

المعادلة س^{٢} = ٨ص على الشكل القياسي $\boxed{\text{س}^{٢} = ٤\text{أص}}$

س^{٢} = ٨ ص
بالمقارنة
س^{٢} = ٤أ ص

نجد أن ٤أ = ٨ ⇐ أ =٢ $\boxed{\text{أ} = ٢}$

إحداثي البؤرة (٠، أ) = (٠ ، ٢)

معادلة الدليل ص = - أ ⇐ ص - =٢

تذكر أن
إذا كانت معادلة القطع المكافئ
على الشكل
س^{٢} = ٤أص
فإن إحداثي البؤرة (٠، أ)
ومعادلة الدليل ص = - أ

عين إحداثي البؤرة ومعادلة الدليل للقطع المكافئ الذي معادلته $ص^2 = ٦س$

الحل

المعادلة $ص^2 = ٦س$ على الشكل القياسي $\boxed{ص^2 = ٤أس}$

بالمقارنة

$ص^2 = ٦\ ص$

$ص^2 = ٤أ\ س$

نجد أن $٤أ = ٦ \Leftarrow أ = \frac{٦}{٤} = \frac{٣}{٢}$ $\boxed{أ = \frac{٣}{٢}}$

إحداثي البؤرة $(أ ، ٠) = (\frac{٣}{٢} ، ٠)$

معادلة الدليل $س = -أ \Leftarrow س = -\frac{٣}{٢}$

عين إحداثي البؤرة ومعادلة الدليل للقطع المكافئ الذي معادلته $٤س = ٩ص^٢$

الحل

نرتب المعادلة $٤س = ٩ص^٢$ ÷ ٩ $\Leftarrow ص^٢ = \frac{٤}{٩}س$

المعادلة على الشكل القياسي $\boxed{ص^٢ = ٤أس}$

بالمقارنة

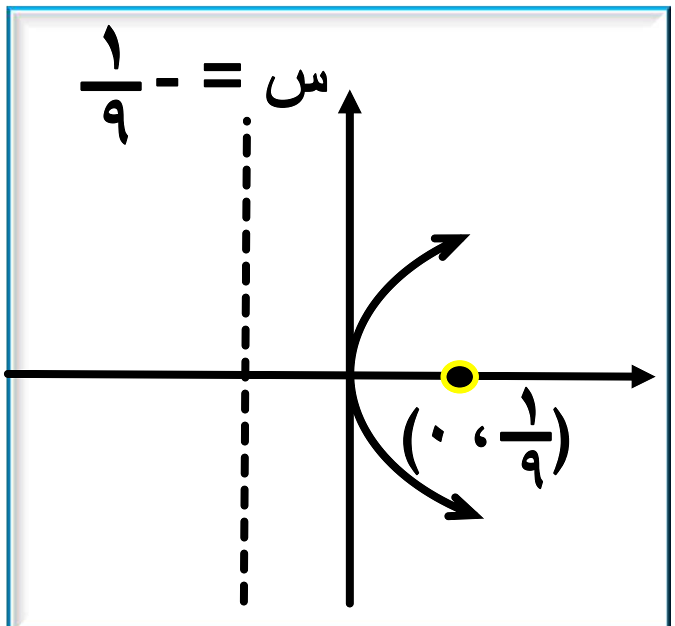
$$ص^٢ = \frac{٤}{٩}س$$

$$ص^٢ = ٤أ س$$

نجد أن $٤أ = \frac{٤}{٩}$ ÷٤ $\Leftarrow أ = \frac{١}{٩}$ $\boxed{أ = \frac{١}{٩}}$

إحداثي البؤرة $(أ ، ٠) = (\frac{١}{٩} ، ٠)$

معادلة الدليل $س = -أ \Leftarrow س = -\frac{١}{٩}$



الرسم تقريبي

مهـم

ضع دائرة حول رقـم الإجابة الصحيحة فيما يلي : -

- إحداثي البؤرة للقطع المكافئ ٢ $س^٢$ = ٨ ص هي ....

أ- (٠، ٢)　　ب - (٢، ٠)　　جـ - (١، ٠)　　د - (٠، ١)

- معادلة الدليل للقطع المكافئ ص^٢ – ١٢س = ٠ هي ....

أ- س = ٣　　ب- ص = ٣　　جـ - ص = -٣　　د- س = -٣

الحل

- (٠، ١)

التوضيح

٢%

نرتب معادلة القطع ٢ س^٢ = ٨ص

⇐ س^٢ = ٤ص

بالمقارنة نجد أن ٤أ = ٤ ⇐ أ = ١

البؤرة على محور الصادات الموجب

وهي (٠ ، ١)

- س = -٣

التوضيح

نرتب معادلة القطع ص^٢ = ١٢س

بالمقارنة نجد أن ٤أ =١٢ ⇐ أ = ٣

البؤرة على محور السينات الموجب

∴ معادلة الدليل س = - ٣

أكمل الفرغات التالية : - . . . . . .

- محور التماثل للقطع المكافئ $ص^2 = 12س$ هو محور ....
- محور التماثل للقطع المكافئ $س^2 = -12ص$ هو محور ....
- البعد بين البؤرة و الدليل للقطع المكافئ $ص^2 = 16س$ = ...

الحل

- السينات
- الصادات

ملاحظة

المتغير المرفوع للقوة واحد
في معادلة القطع المكافئ
هو محور القطع

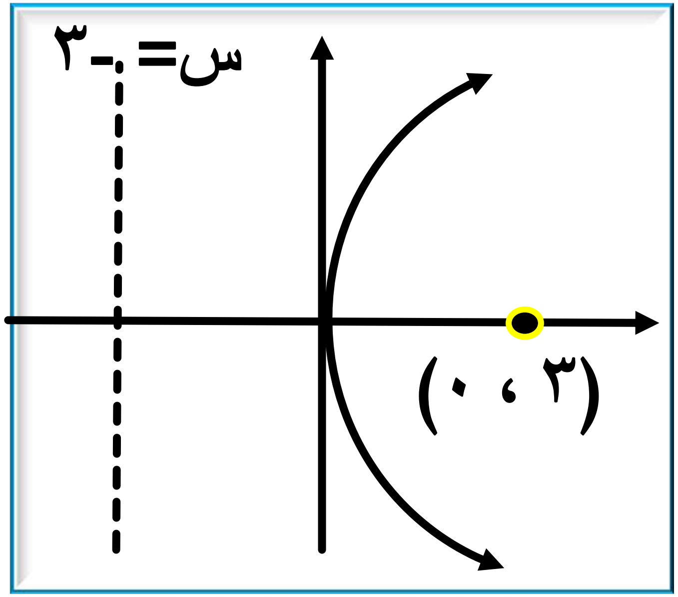
- البعد بين البؤرة و الدليل = ٢أ = ٨

التوضيح ∵ معادلة القطع $ص^2 = 16س$

بالمقارنة نجد أن ٤أ = ١٦ ⇐ أ = ٤ البعد بين البؤرة و الدليل = ٢أ = ٨

أوجد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه (٠ ، ٠) وبؤرته (٣ ، ٠) ثم مثله بيانيا

الحل



∵ الرأس (٠ ، ٠) ، البؤرة (٣ ، ٠)

القطع على الشكل القياسي $\boxed{\text{ص}^2 = ٤\text{أس}}$

∵ البؤرة (٣ ، ٠) ⇐ أ =٣ $\boxed{\text{أ} = ٣}$

معادلة القطع هي $\boxed{\text{ص}^2 = ١٢\text{س}}$

أوجد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه (٠ ، ٠) ومعادلة دليله ص = -٣

الحل

∵ رأسه (٠ ، ٠) ، معادلة دليله ص = -٣ فإن بؤرته (٠ ، ٣) ⇐ أ =٣

القطع على الشكل القياسي $\boxed{\text{س}^2 = ٤\text{أص}}$ معادلة القطع هي $\boxed{\text{س}^2 = ١٢\text{ص}}$

أوجد معادلة القطع المكافئ الذي بؤرته (٠ ، ٢)
و معادلة دليله ص = -٢

الحل

∵ البؤرة (٠ ، ٢) ، ومعادلة الدليل ص = -٢ فإن الرأس (٠، ٠) ⇐ أ =٢

القطع على الشكل القياسي $\boxed{\text{س}^٢ = ٤\text{أص}}$ $\boxed{\text{أ} = ٢}$

معادلة القطع هي $\boxed{\text{س}^٢ = ٨\text{ص}}$

أوجد معادلة القطع المكافئ الذي بؤرته (-٣ ، ٠)
ومعادلة دليله ٢س -٦ = ٠ ثم أوجد البعد بين البؤرة والدليل

الحل

$\boxed{\text{نرتب معادلة الدليل}}$ ٢س -٦ = ٠ ⇐ ٢س =٦ ⇐ س =٣

∵ البؤرة (-٣ ، ٠) ، معادلة الدليل س = ٣ فإن الرأس (٠، ٠) ⇐ أ =٣

∵ البؤرة (-٣ ، ٠) ، معادلة الدليل س = ٣ $\boxed{أ = ٣}$

القطع على الشكل القياسي $\boxed{ص^{٢} = -٤أس}$ معادلة القطع هي $\boxed{ص^{٢} = -١٢س}$

∵ البعد بين البؤرة و الدليل = ٢أ = ٢ × ٣ = ٦

مهم   ضع دائرة حول رقم الإجابة الصحيحة فيما يلي : -

- قطع مكافئ رأسه (٠ ، ٠) وبؤرته على محور الصادات الموجب فإن معادلته **هي** ..

أ- ص^{٢}= ٤أس   ب- ص^{٢}= -٤أس   جـ- س^{٢}= ٤أص   د- س^{٢}= -٤أص

- قطع مكافئ رأسه (٠ ، ٠) وبؤرته (٠ ، -٤) **فإن معادلته هي** ....

أ- ص^{٢}= ١٦س   ب- ص^{٢}= -١٦س   جـ- س^{٢}= ١٦ص   د- س^{٢}= -١٦ص

- قطع مكافئ رأسه (٠ ،٠) ومعادلة دليله ٢ص+ ٨ =٠ فإن معادلته هي...

أ- س^{٢}= ١٦ص   ب- س^{٢}= ٤ص   جـ- س^{٢}= -١٦ص   د- ص^{٢}= -١٦س

الحل

$س^2 = ٤أص$

لان الرأس(٠ ، ٠) ، البؤرة على محور الصادات الموجب

$س^2 = -١٦ص$

<u>التوضيح</u>

∵ الرأس(٠ ، ٠) والبؤرة (٠ ، -٤) ⇐ أ =٤

القطع على الشكل القياسي $س^2 = -٤أص$

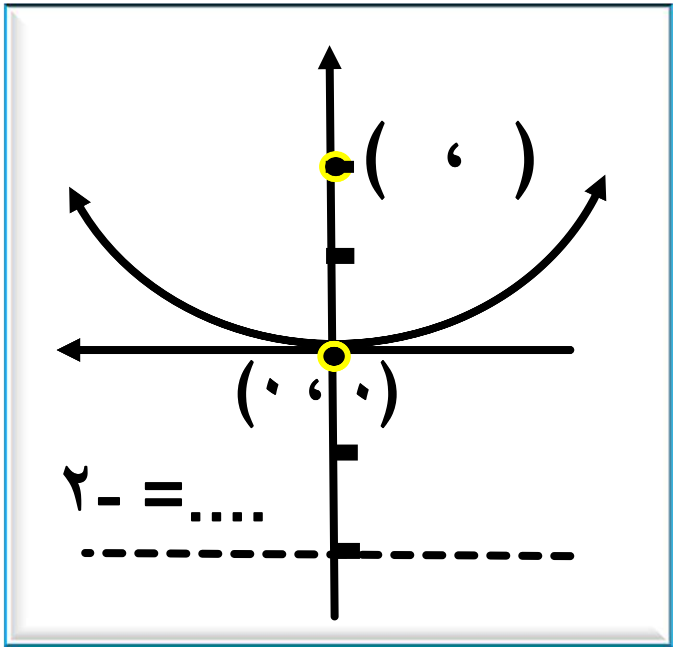
$س^2 = ١٦ص$

<u>التوضيح</u>

∵ الرأس(٠ ، ٠) ومعادلة الدليل ص = -٤ بعد الترتيب ⇐ أ =٤

القطع على الشكل القياسي $س^2 = ٤أص$

الشكل المقابل يمثل منحنى قطع مكافئ رأسه (٠,٠)



أجب عما يلي :-

- **إحداثي البؤرة هي ....**
- **معادلة الدليل هي ....**
- **معادلة القطع هي ....**
- **البعد بين البؤرة والدليل= ....**
- **البعد بين البؤرة والرأس = ...**
- **طول الوتر البؤري = ...**

الحل

إحداثي البؤرة هي (٠ ، ٢)

معادلة الدليل ص = -٢

معادلة القطع س^{٢}= ٨ص

البعد بين البؤرة والدليل = ٢أ = ٤

البعد بين البؤرة والرأس = أ = ٢

طول الوتر البؤري = ٤أ = ١٦

أوجد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه (٠ ، ٠) وبؤرته على محور السينات السالب و تبعد عن دليله ٨ وحدات طولية

الحل

∵ الرأس (٠ ، ٠) ، البؤرة على محور السينات السالب

القطع على الشكل القياسي $\boxed{ص^2 = -٤أس}$

∵ البعد بين البؤرة والدليل = ٢أ ⇐ ٢أ =٨ ⇐ أ =٤ $\boxed{أ = ٤}$

معادلة القطع هي $\boxed{ص^2 = -١٦س}$

أوجد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه (٠ ، ٠) و طول وتره البؤري ١٢ ومعادلة دليله على الشكل س = - أ

الحل

∵ الرأس (٠ ، ٠) ، معادلة الدليل س = - أ فإن البؤرة (أ ، ٠)

القطع على الشكل القياسي $\boxed{ص^2 = ٤أس}$

∵ طول الوتر البؤري = ٤أ ⇐ ٤أ = ١٢ ⇐ أ = ٣

أ = ٣

معادلة القطع هي $\boxed{ص^٢ = ١٢س}$

أوجد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه (٠ ، ٠) وبؤرته على محور الصادات السالب وتبعد عن الرأس ٣ وحدات طولية

الحل

∵ الرأس (٠ ، ٠) ، البؤرة على محور الصادات السالب

القطع على الشكل القياسي $\boxed{س^٢ = -٤أص}$

∵ البعد بين البؤرة والرأس = أ ⇐ أ = ٣

أ = ٣

معادلة القطع هي $\boxed{س^٢ = -١٢ص}$

لإيجاد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه (٠ ، ٠) ومحوره أحد المحاور س أو ص ويمر بنقطة معينة

مهم

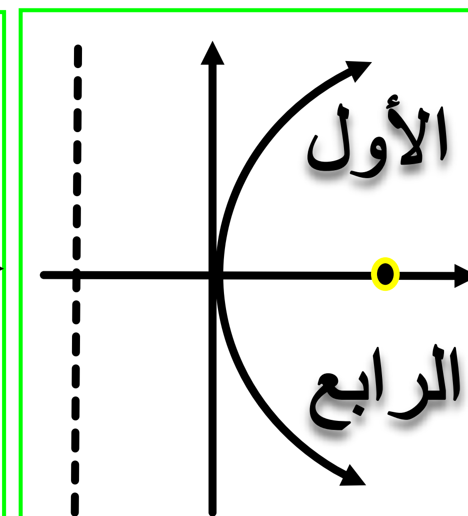
أعداد ا/ يعقوب الصلوي

إذا كان محور القطع
(محور السينات)

نميز حالتين

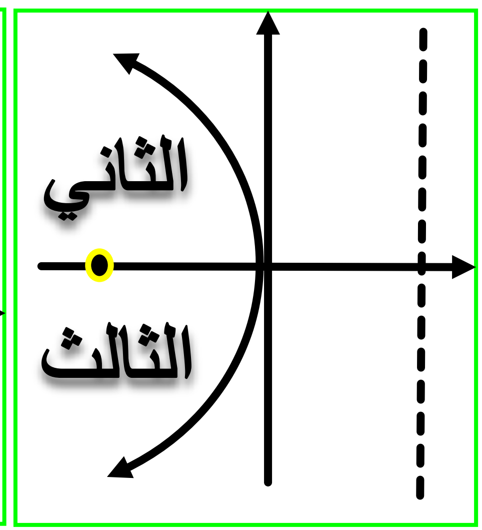
إعداد / يعقوب الصلوي

عندما النقطة تقع في الربع الأول أو الرابع



ص^{٢} = ٤أ س

عندما النقطة تقع في الربع الثاني أو الثالث



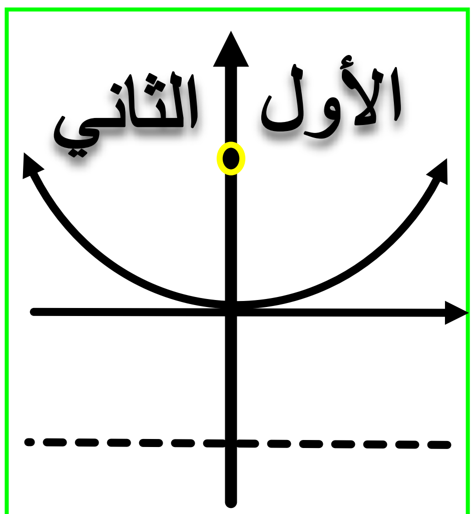
ص^{٢} = -٤أس

إذا كان محور القطع
(محور الصادات)

نميز حالتين

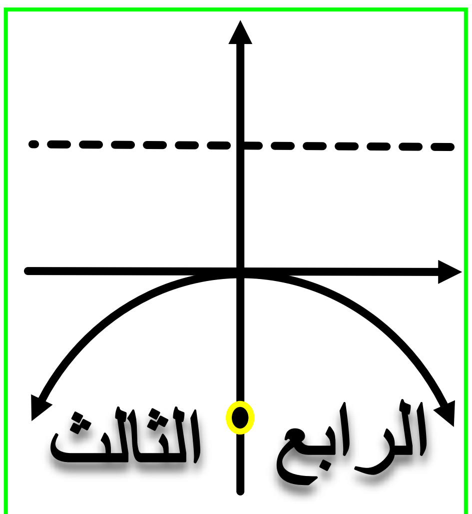
إعداد / يعقوب الصلوي

عندما النقطة تقع في الربع الأول أو الثاني



س^{٢} = ٤أص

عندما النقطة تقع في الربع الثالث أو الرابع



س^{٢} = -٤أص

أوجد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه (٠ ، ٠)
ومحوره هو المحور السيني ويمر بالنقطة (٢ ، ٤)

الحل

∵ محور القطع هو محور السينات ، الرأس (٠ ، ٠)

القطع على أحد الأشكال القياسية

ص^{٢} = ٤أس
أو
ص^{٢} = -٤أس

∵ (٢ ، ٤) تقع في الربع الاول

القطع على الشكل القياسي ص^{٢} = ٤أس

∵ القطع يمر بالنقطة (٢ ، ٤) فهي تحقق معادلته

(٤)^{٢} = ٤أ(٢) ⇐ ١٦ = ٨ أ ٨٪ ⇐ أ = ٢

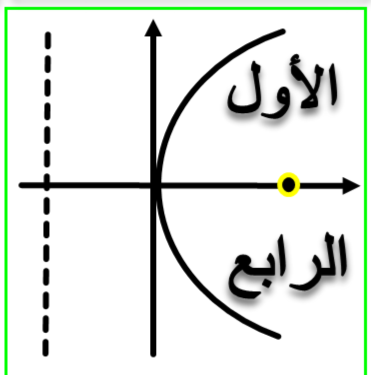
أ = ٢

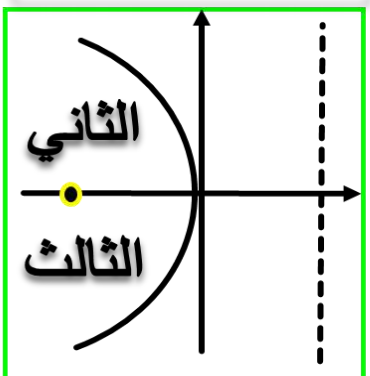
معادلة القطع هي ص^{٢} = ٨س

تذكر أن

إذا كان محور القطع (محور السينات)
نميز حالتين

ص^{٢} = ٤ أ س   ص^{٢} = -٤أس





أوجد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه (٠ ، ٠)
ومحوره هو محور الصادات ويمر بالنقطة (-٤ ، ٢)

الحل

∵ محور القطع هو محور الصادات ، الرأس (٠ ، ٠)

القطع على أحد الأشكال القياسية

س^{٢} = ٤أص
أو
س^{٢} = -٤أص

∵ (-٤ ، ٢) تقع في الربع الثاني

القطع على الشكل القياسي س^{٢} = ٤أص

∵ القطع يمر بالنقطة (-٤ ، ٢) فهي تحقق معادلته

(-٤)^{٢} = ٤أ(٢) ⇐ ١٦ = ٨ أ ٨٪ ⇐ أ = ٢

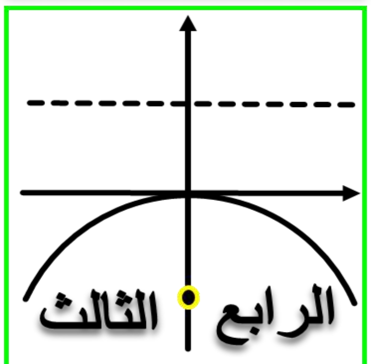
أ = ٢

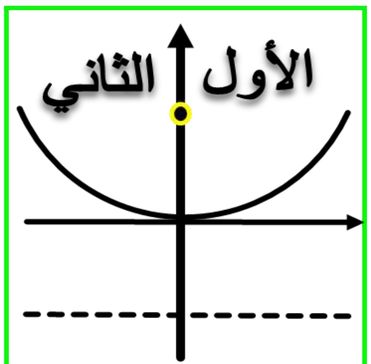
معادلة القطع هي س^{٢} = ٨ص

تذكر أن

إذا كان محور القطع (محور الصادات)
نميز حالتين

س^{٢} = -٤أص	س^{٢} = ٤أص





أوجد قيمة ك إذا علمت أن منحنى القطع
ص٢ = ٤ك س يمر بالنقطة (٣ ، -٢)

الحل

∵ القطع يمر بالنقطة (٣ ، -٢) فهي تحقق معادلته

(-٢)٢ = ٤ك (٣) ⇐ ٤ = ١٢ك ٪ ١٢ ⇐ ك = $\frac{٤}{١٢}$ ⇐ ك = $\frac{١}{٣}$

$\boxed{\text{ك} = \frac{١}{٣}}$

ضع علامة (√) أمام العبارة الصحيحة وعلامة (×) أمام العبارة الخاطئة في كلاً مما يلي : -

- النقطة (٣، -٢) تقع على منحنى القطع المكافئ ٣ص^{٢} = ٤س ( )
- النقطة (٢، ٤) تقع على منحنى القطع المكافئ ص^{٢} = ١٢س ( )

الحل

- (√)

التوضيح

نعوض بالنقطة في معادلة القطع

٣(-٢)^{٢} = ٤(٣) ⇐ ١٢ = ١٢

النقطة تقع على القطع

- (×)

التوضيح

نعوض بالنقطة في معادلة القطع

(٤)^{٢} = ١٢(٢) ⇐ ١٦ ≠ ٢٤

النقطة لا تقع على القطع

ملاحظة

لمعرفة أن النقطة تقع على القطع

نعوض بالنقطة في معادلة القطع

فإذا نتج أن

الطرف الأيمن = الطرف الأيسر

فإن النقطة تقع على القطع

مهم

أكمل الفرغات التالية : - . . . .

- قطع مكافئ معادلته ص^{٢} = ٨ أس يمر بالنقطة (١,٤) فإن أ = ...
- قطع مكافئ معادلته ص^{٢} = $\sqrt{٨}$ س فإن مربع البعد بين الرأس والبؤرة = ..

الحل

- <u>أ = ٢</u>

<u>التوضيح</u> ∵ القطع يمر بالنقطة (١ ، ٤) فهي تحقق معادلته

(٤)^{٢} = ٨ أ (١) ⇐ ١٦ = ٨أ ⇐ أ = ٢

- أ^{٢} = $\frac{١}{٢}$

<u>التوضيح</u> ∵ مربع البعد بين الرأس والبؤرة = أ^{٢}

∵ ٤أ = $\sqrt{٨}$ $\xrightarrow{\text{بالتربيع}}$ ⇐ ١٦أ^{٢} = ٨ ⇐ أ^{٢} = $\frac{٨}{١٦}$ ⇐ أ^{٢} = $\frac{١}{٢}$

أوجد معادلة القطع المكافئ الذي بؤرته (١ ، ٢) ومعادلة دليله س = -٢

الحل

∵ البؤرة (١ ، ٢) ، ومعادلة الدليل س = -٢

القطع ليس في وضع قياسي

∵ إحداثي البؤرة ومعادلة الدليل معلومة نستخدم التعريف

نفرض نقطة (س ، ص) تقع على القطع

∴ بعدها عن البورة = بعدها عن الدليل (تعريف)

$$\sqrt{(\text{س} - ١)^{٢} + (\text{ص} - ٢)^{٢}} = \frac{|\text{س} + ٢|}{\sqrt{١ + ٠}}$$

$$\sqrt{(\text{س} - ١)^{٢} + (\text{ص} - ٢)^{٢}} = |\text{س} + ٢|$$ بالتربيع

$$(\text{س} - ١)^{٢} + (\text{ص} - ٢)^{٢} = (|\text{س} + ٢|)^{٢}$$

$$\cancel{\text{س}^{٢}} - ٢\text{س} + ١ + \text{ص}^{٢} - ٤\text{ص} + \cancel{٤} = \cancel{\text{س}^{٢}} + ٤\text{س} + \cancel{٤}$$

معادلة القطع هي $\text{ص}^{٢} - ٤\text{ص} - ٦\text{س} + ١ = ٠$

تذكر أن

قانون بعد نقطة (س$_١$ ، ص$_١$) عن المستقيم أس + ب ص + جـ

$$= \frac{|\text{أس}_{١} + \text{ب ص}_{١} + \text{جـ}|}{\sqrt{\text{أ}^{٢} + \text{ب}^{٢}}}$$

س + ٢ = ٠

أ = ١

ب = ٠

جـ = ٢

أوجد معادلة القطع المكافئ الذي بؤرته (٠ ، ٣) ومعادلة دليله ص = -٢

الحل

∵ البؤرة (٠ ، ٣) ، ومعادلة الدليل ص = -٢

القطع ليس في وضع قياسي

∵ إحداثي البؤرة ومعادلة الدليل معلومة نستخدم التعريف

نفرض نقطة (س ، ص) تقع على القطع

∴ بعدها عن البورة = بعدها عن الدليل (تعريف)

$$\sqrt{(س - ٠)^{٢} + (ص - ٣)^{٢}} = \frac{|ص + ٢|}{\sqrt{٠ + ١}}$$

بالتربيع

$$\sqrt{(س)^{٢} + (ص - ٣)^{٢}} = |ص + ٢|$$

$$س^{٢} + (ص - ٣)^{٢} = (|ص + ٢|)^{٢}$$

$$س^{٢} + \cancel{ص^{٢}} - ٦ص + ٩ = \cancel{ص^{٢}} + ٤ص + ٤$$

معادلة القطع هي $س^{٢} - ١٠ص + ٥ = ٠$

ركز في الوضع القياسي

البؤرة و **الدليل**

(٠ ، أ) ، ص = - أ

نفس القيمة بإشارة مخالفة

(٠ ، ٣) ، ص = -٣

ص + ٢ = ٠

أ = ٠

ب = ١

جـ = ٢

أوجد معادلة القطع المكافئ الذي بؤرته (٠ ، ٠) ومعادلة دليله ص = ٤

الحل

∵ البؤرة (٠ ، ٠) ، ومعادلة الدليل ص = ٤ **القطع ليس في وضع قياسي**

نفرض نقطة (س ، ص) تقع على القطع

∴ بعدها عن البورة = بعدها عن الدليل (تعريف)

ص - ٤ = ٠

أ = ٠

ب = ١

جـ = -٤

$$\sqrt{(س - ٠)^{٢} + (ص - ٠)^{٢}} = \frac{|ص - ٤|}{\sqrt{٠ + ١}}$$

بالتربيع

$$\sqrt{(س)^{٢} + (ص)^{٢}} = |ص - ٤|$$

$$س^{٢} + ص^{٢} = (|ص - ٤|)^{٢}$$

$$س^{٢} + \cancel{ص^{٢}} = \cancel{ص^{٢}} - ٨ص + ١٦$$

معادلة القطع هي $س^{٢} + ٨ ص - ١٦ = ٠$

أوجد معادلة القطع المكافئ الذي بؤرته (٣ ، ٠) ومعادلة دليله س = -٤

الحل

∵ البؤرة (٣ ، ٠) ، ومعادلة الدليل س = -٤

نفرض نقطة (س ، ص) تقع على القطع

∴ بعدها عن البورة = بعدها عن الدليل (تعريف)

$$\sqrt{(\text{س} - ٣)^{٢} + (\text{ص} - ٠)^{٢}} = \frac{|\text{س} + ٤|}{\sqrt{١ + ٠}}$$

بالتربيع

$$\sqrt{(\text{س} - ٣)^{٢} + (\text{ص})^{٢}} = |\text{س} + ٤|$$

$$(\text{س} - ٣)^{٢} + \text{ص}^{٢} = (|\text{س} + ٤|)^{٢}$$

$$\cancel{\text{س}^{٢}} - ٦\text{س} + ٩ + \text{ص}^{٢} = \cancel{\text{س}^{٢}} + ٨\text{س} + ١٦$$

معادلة القطع هي ص^{٢} -١٤س - ٧ = ٠

القطع ليس في وضع قياسي

ركز في الوضع القياسي

البؤرة و **الدليل**

(أ ، ٠) ، س = - أ

نفس القيمة بإشارة مخالفة

(٣ ، ٠) ، س = -٣

س + ٤ = ٠

أ = ١

ب = ٠

جـ = ٤

٢٠١٠م

أوجد معادلة القطع المكافئ
الذي فتحته نحو محور السينات الموجب وبؤرته (٣ ، ٠)
وتبعد عن دليله ٧ وحدات طولية

الحل

تذكر أن

فتحة القطع دائما تتجه من الرأس الى البؤرة

∵ البؤرة (٣ ، ٠) و فتحة القطع نحو محور السينات الموجب

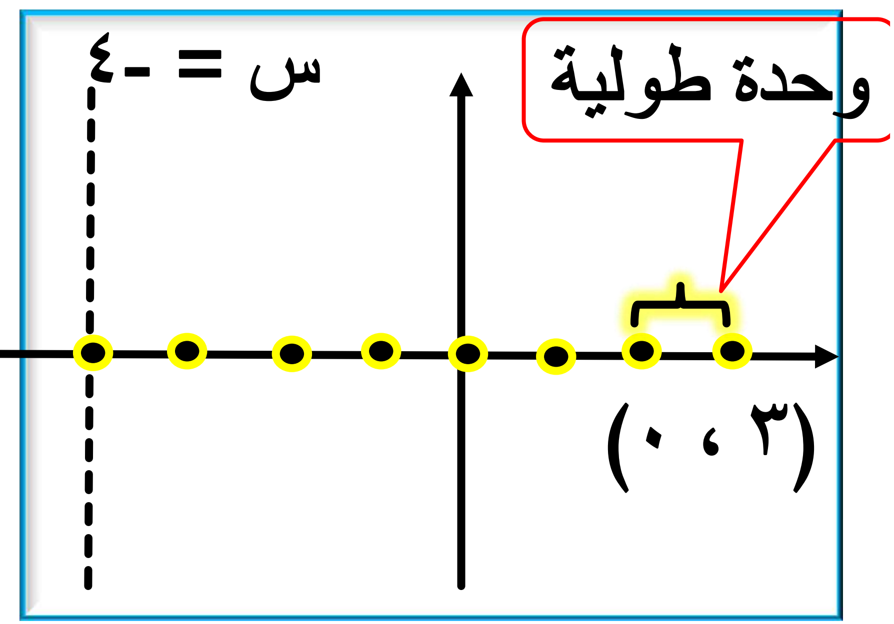
∴ الدليل على يسار البؤرة

ولإيجاد معادلته نتحرك عن يسار البؤرة ٧ وحدات طولية لاحظ الرسم

فنجد أن معادلة الدليل س = - ٤

∴ البؤرة (٣ , ٠) والدليل س = - ٤

نكمل الحل نفس المثال السابق ......



أوجد معادلة القطع المكافئ
الذي فتحته نحو محور الصادات الموجب وبؤرته (٠ ، ٢)
وتبعد عن دليله ٥ وحدات طولية

الحل

∵ البؤرة (٠ ، ٢) و فتحة القطع نحو محور الصادات الموجب

∴ الدليل أسفل البؤرة

ولإيجاد معادلته نتحرك من البؤرة ٥ وحدات طولية من أعلى الى أسفل

لاحظ الرسم

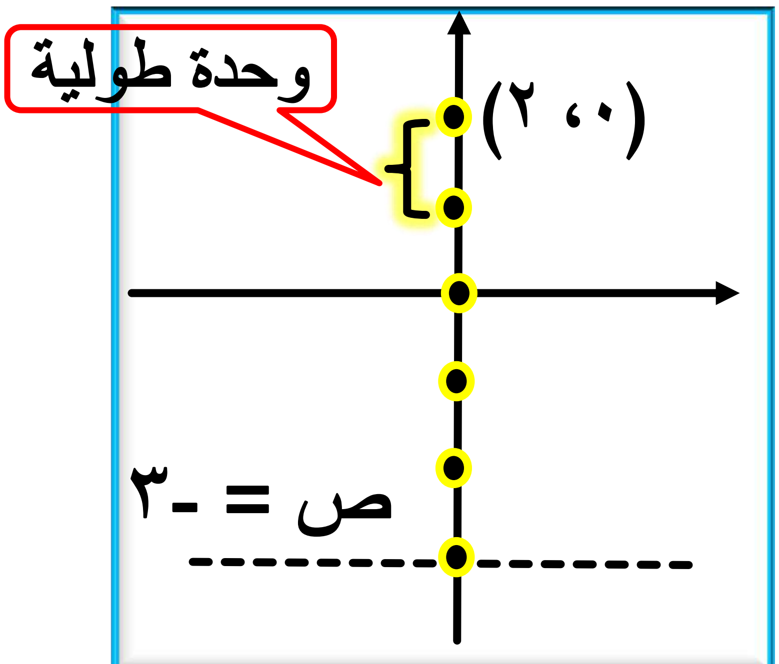
فنجد أن معادلة الدليل ص = - ٣

∴ البؤرة (٠ ,٢) والدليل ص - =٣

نكمل الحل نفس مثال سابق ......

تذكر أن

فتحة القطع دائما تتجه من الرأس الى البؤرة



٢٠١١م

أوجد معادلة القطع المكافئ الذي بؤرته (٣ ، ٣) ومعادلة دليله ص = ٥ ثم أرسمه

الحل

∵ البؤرة (٣ ، ٣) ، ومعادلة الدليل ص = ٥

القطع ليس في وضع قياسي

ص - ٥ = ٠

أ = ٠

ب = ١

جـ = -٥

نفرض نقطة (س ، ص) تقع على القطع

∴ بعدها عن البؤرة = بعدها عن الدليل (تعريف)

$$\sqrt{(\text{س}-٣)^٢+(\text{ص}-٣)^٢}=\frac{|\text{ص}-٥|}{\sqrt{٠+١}}$$ بالتربيع

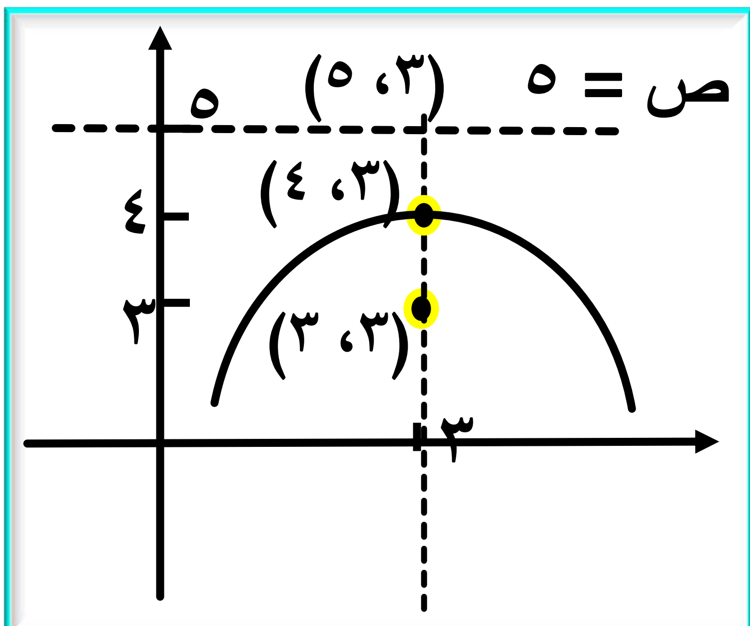
$$(\text{س}-٣)^٢+(\text{ص}-٣)^٢=(|\text{ص}-٥|)^٢$$

$$(\text{س}-٣)^٢+\cancel{\text{ص}^٢}-٦\text{ص}+٩=\cancel{\text{ص}^٢}-١٠\text{ص}$$

$$(\text{س}-٣)^٢=-٤\text{ص}+١٦$$

معادلة القطع هي $(\text{س}-٣)^٢=-٤(\text{ص}-٤)$

إحداثي الرأس للقطع (٣,٤)



أثبت أن النقطة (٢، ٤) تقع على منحنى القطع المكافئ الذي معادلته ص^{٢} = ٨س

الحل

لإثبات أن النقطة (٢ , ٤) تقع على القطع ص^{٢} = ٨س

يجب إثبات أن

بعدها عن البؤرة = بعدها عن الدليل

<u>أولا نوجد إحداثي البؤرة ومعادلة الدليل</u>

المعادلة ص^{٢} = ٨ س على الشكل القياسي

ص^{٢} = ٤أ س

بالمقارنة نجد أن ٤أ = ٨ ⇐ أ =٢

إحداثي البؤرة هي (٢ ، ٠)

معادلة الدليل هي س = -٢

<u>تذكر أن</u>

موقع نقطة بالنسبة للقطع نميز ثلاث حالات

إذا كان

بعدها عن البؤرة ○ بعدها عن الدليل

=	>	<
على القطع	**داخل القطع**	**خارج القطع**

<u>ملاحظة</u> لمعرفة موقع نقطة بالنسبة للقطع علم معادلته أولا <u>نوجد إحداثي البؤرة و معادلة الدليل</u> ثم نوجد بعد النقطة عن البؤرة و بعدها عن الدليل ثم نقارن

بعد النقطة (٢ ، ٤) عن البؤرة (٢ ، ٠) $= \sqrt{(٢ - ٢)^٢ + (٤ - ٠)^٢}$

$= \sqrt{٠ + (٤)^٢} = ٤$ $\boxed{\leftarrow ١}$

بعد النقطة (٢ ، ٤) عن الدليل س = -٢

$= \frac{|١ \times ٢ + ٠ \times ٤ + ٢|}{\sqrt{١ + ٠}}$

$= \frac{|٢ + ٠ + ٢|}{١ + ٠} = ٤$ $\boxed{\leftarrow ٢}$

س + ٢ = ٠

أ = ١

ب = ٠

جـ = ٢

تذكر أن

قانون بعد نقطة (س$_١$، ص$_١$) عن المستقيم أس + ب ص + جـ

$= \frac{|أس_١ + ب ص_١ + جـ|}{\sqrt{أ^٢ + ب^٢}}$

من ١ ، ٢ نجد أن بعد النقطة (٢ ، ٤) عن البؤرة = بعدها عن الدليل

∴ النقطة (٢ ,٤) تقع على القطع

أثبت أن النقطة (٧ ، ٣) تقع خارج القطع المكافئ الذي معادلته $س^٢ = ١٢ص$

الحل

لإثبات أن النقطة (٧,٣) تقع خارج القطع

$س^٢ = ١٢ص$ يجب إثبات أن

بعدها عن البؤرة أكبر من بعدها عن الدليل

<u>أولا نوجد إحداثي البؤرة ومعادلة الدليل</u>

المعادلة $س^٢ = ١٢ص$ على الشكل القياسي

$س^٢ = ٤أ ص$

بالمقارنة نجد أن $٤أ = ١٢ \Leftarrow أ = ٣$

إحداثي البؤرة **هي** (٠ ، ٣)

معادلة الدليل **هي** ص = -٣

<u>بعد النقطة (٧ ، ٣) عن البؤرة (٠ ، ٣)</u>

$$= \sqrt{(٧ - ٠)^٢ + (٣ - ٣)^٢} = \sqrt{(٧)^٢ + ٠}$$

$$= ٧ \quad \boxed{\leftarrow ١}$$

بعد النقطة (٧ ، ٣) عن الدليل ص = -٣

ص + ٣ = ٠

أ = ٠

ب = ١

ج = ٣

$$= \frac{|٧ \times ٠ + ١ \times ٣ + ٣|}{\sqrt{٠ + ١}}$$

$$= \frac{|٠ + ٣ + ٣|}{٠ + ١} = ٦ \quad \boxed{\leftarrow ٢}$$

من ١ ، ٢ نجد أن

بعد النقطة (٧ ، ٣) عن البؤرة أكبر من بعدها عن الدليل

∴ النقطة (٧, ٣) تقع خارج القطع

القطع الناقص

إعداد / يعقوب الصلوي

لتكن ق١ و ق٢ نقطتين ثابتتين

و ن نقطة في مستوهما

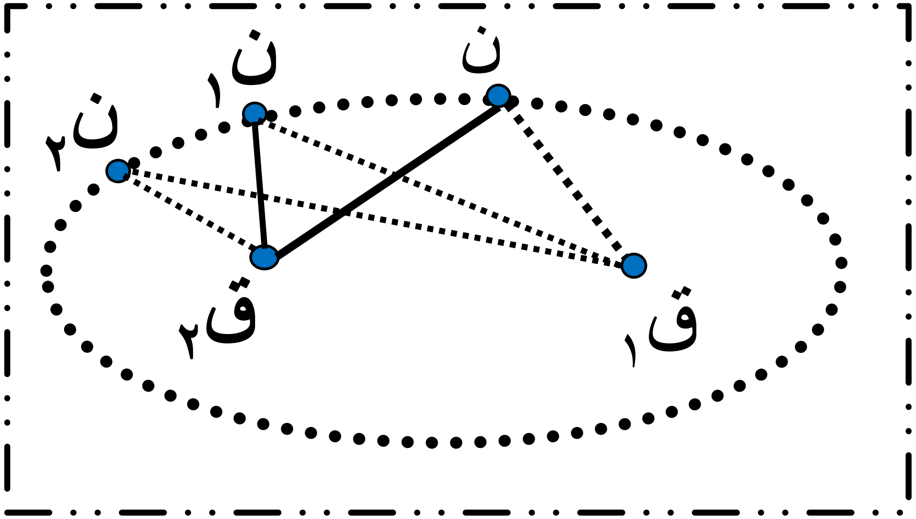
فإذا تحركت النقطة ن بحيث أن

بعدها عن النقطة الأولى + بعدها عن الثانية

= مقدار ثابت

فإنها ترسم منحنى مغلق يسمى

<u>قطع ناقص</u>



إذا فرضنا المقدار الثابت = ٢أ فإن

| ن ق١ | + | ن ق٢ | = ٢أ

| ن١ ق١ | + | ن١ ق٢ | = ٢أ

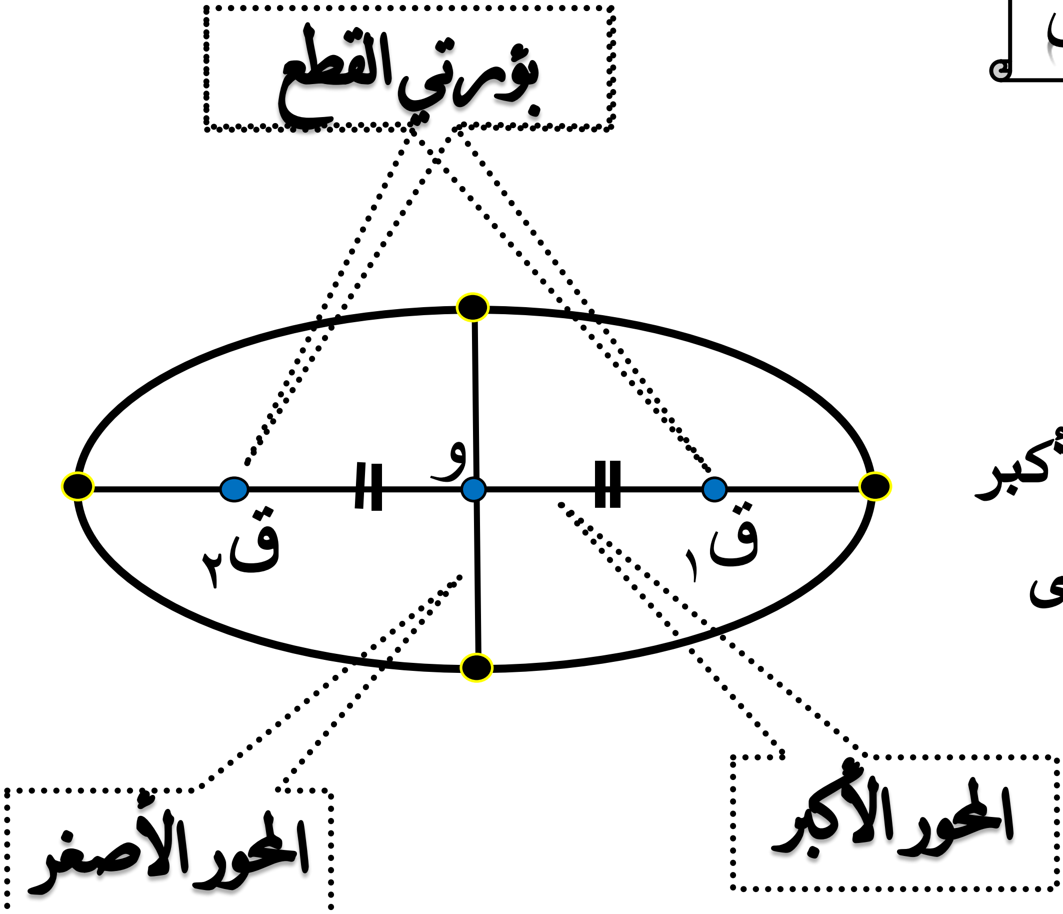
| ن٢ ق١ | + | ن٢ ق٢ | = ٢أ

التعريف

القطع الناقص هو مسار نقطة تتحرك في المستوى بحيث يبقى مجموع بعدها عن نقطتين ثابتتين في نفس المستوى مقدار ثابت دائما ، تسمى النقطتين الثابتين بؤرتي القطع

ملاحظات في القطع الناقص

محوري تماثل القطع الناقص



- المستقيم المار بالبؤرتين يسمى ***المحور الأكبر*** (المحور البؤري)
- المستقيم العمودي على المحور الأكبر عند منتصف البعد بين البؤرتين يسمى ***المحور الأصغر*** (المحور الغير بؤري)

ملاحظة

البؤرتين في القطع الناقص تقع على المحور الأكبر

رأسي القطع الناقص

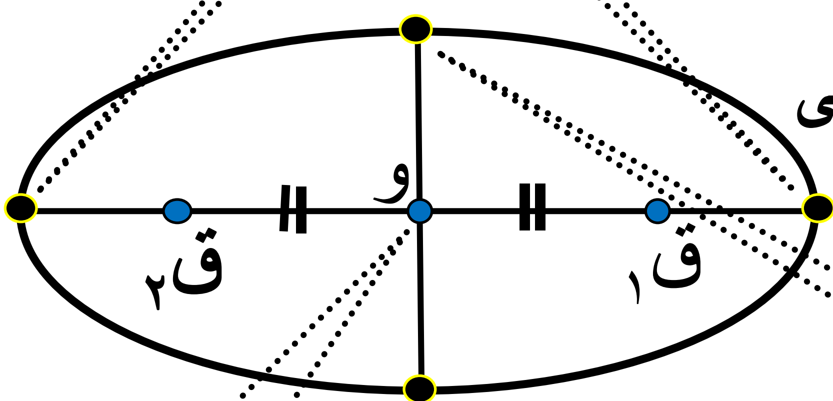
نقطتي تقاطع القطع مع محورهِ الأكبر تسمى

(رأسي القطع)

نقطتي تقاطع القطع مع محورهِ الأصغر تسمى

(رأسي القطع المرافقين)

رأسي القطع



رأسي القطع المرافقين

مركز القطع

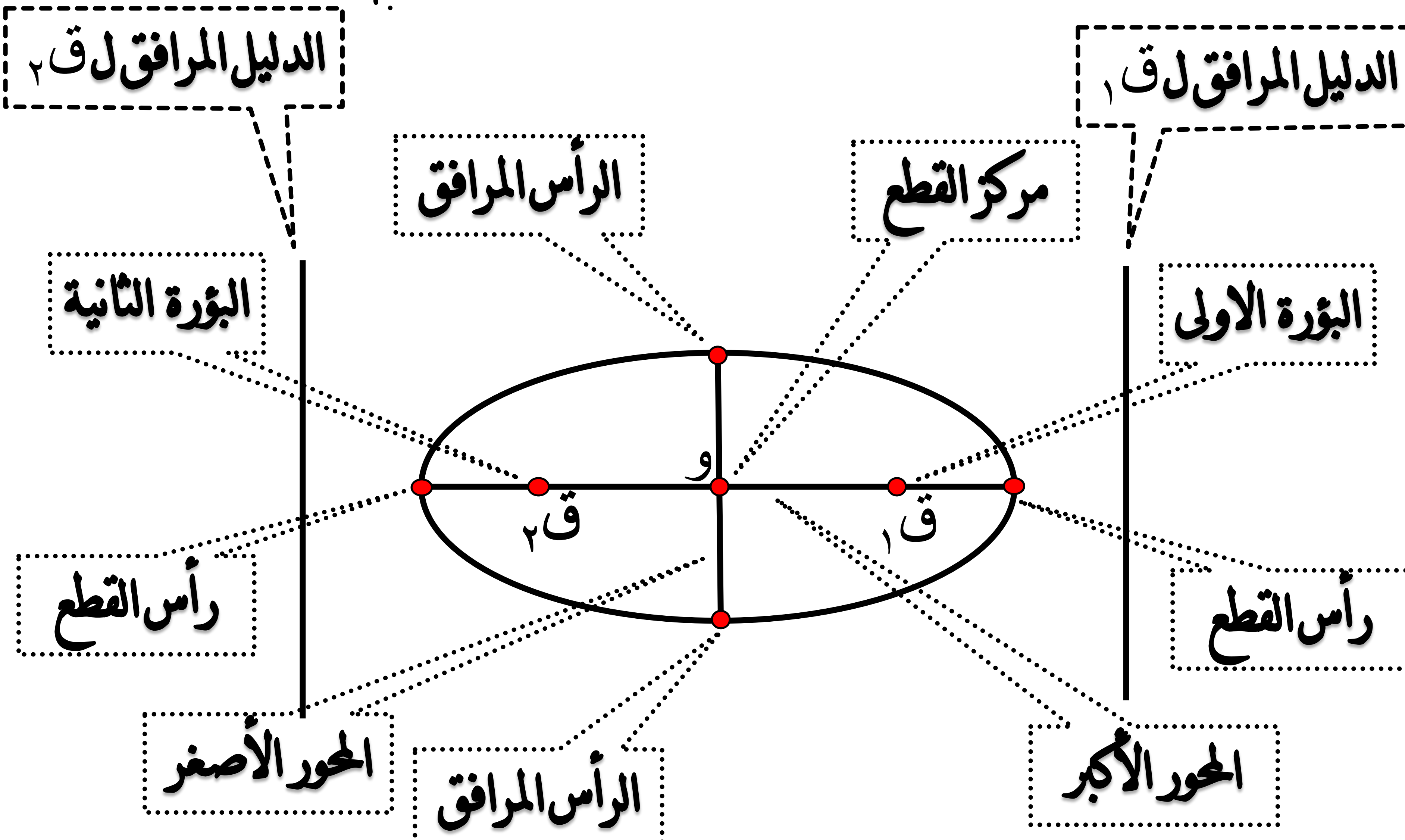
مركز القطع الناقص

تسمى منتصف المسافة بين البؤرتين (مركز القطع)

تسمى منتصف المسافة بين الرأسين (مركز القطع)

تسمى نقطة تقاطع محوري القطع (مركز القطع)

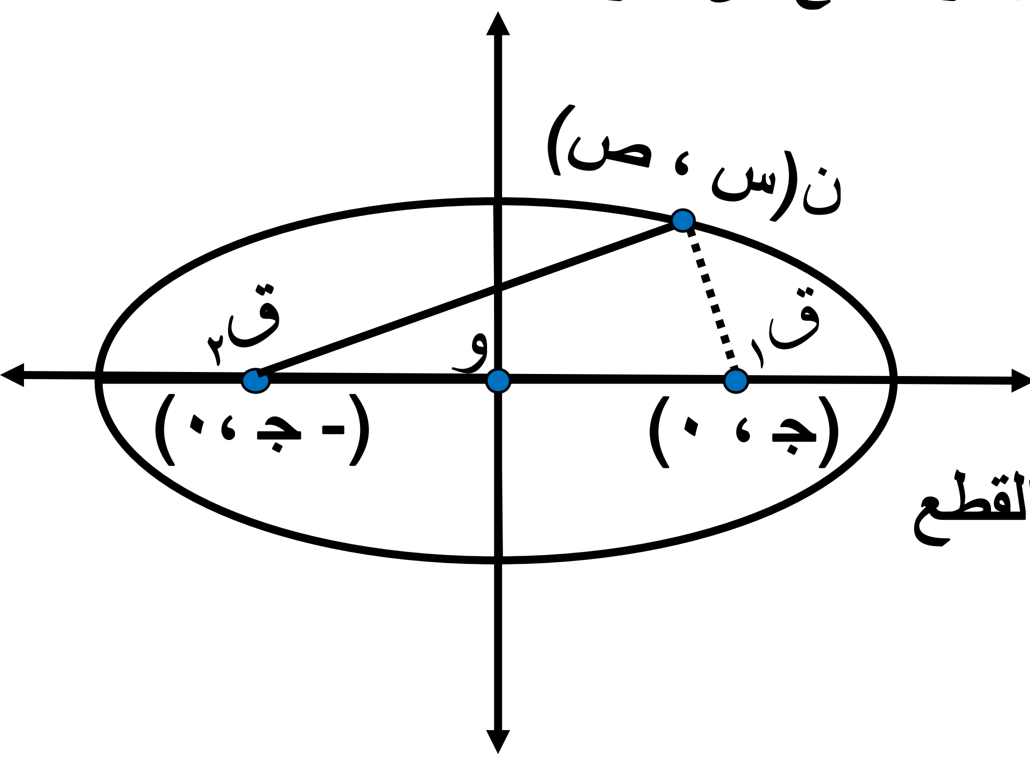
ملخص عناصر القطع الناقص



إعداد / يعقوب الصلوي

استنتاج معادلة قطع ناقص مركزه (٠ ، ٠) وبؤرتاه تقع على محور السينات

ليكن لدينا قطع ناقص مركزه (٠ ، ٠) و بؤرتاه تقع على محور السينات



إذا كان $|$ ق١ق٢ $|$ = ٢جـ

فإن إحداثي البورتين يكون

ق١ (جـ ، ٠)   ، ق٢ (- جـ ، ٠)

نفرض نقطة ن(س ، ص) تقع على القطع

فإن $|$ ن ق١ $|$ + $|$ ن ق٢ $|$ = ٢أ

حيث ٢أ هو المقدار الثابت (تعريف)

$$\sqrt{(\text{س} - \text{ج})^{٢} + (\text{ص} - ٠)^{٢}} + \sqrt{(\text{س} - (-\text{ج}))^{٢} + (\text{ص} - ٠)^{٢}} = ٢\text{أ}$$

$$\Leftarrow \sqrt{(\text{س} - \text{ج})^{٢} + \text{ص}^{٢}} + \sqrt{(\text{س} + \text{ج})^{٢} + \text{ص}^{٢}} = ٢\text{أ}$$

$$\Leftarrow \sqrt{(\text{س} - \text{ج})^{٢} + \text{ص}^{٢}} = ٢\text{أ} - \sqrt{(\text{س} + \text{ج})^{٢} + \text{ص}^{٢}}$$

بالتربيع

$$\Leftarrow (\text{س} - \text{ج})^{٢} + \text{ص}^{٢} = \left(٢\text{أ} - \sqrt{(\text{س} + \text{ج})^{٢} + \text{ص}^{٢}}\right)^{٢}$$

$$\Leftarrow (\text{س} - \text{ج})^{٢} + \cancel{\text{ص}^{٢}} = ٤\text{أ}^{٢} - ٤\text{أ}\sqrt{(\text{س} + \text{ج})^{٢} + \text{ص}^{٢}} + (\text{س} + \text{ج})^{٢} + \cancel{\text{ص}^{٢}}$$

$$\cancel{\text{س}^{٢}} - ٢\text{ج}\,\text{س} + \cancel{\text{ج}^{٢}} = ٤\text{أ}^{٢} - ٤\text{أ}\sqrt{(\text{س} + \text{ج})^{٢} + \text{ص}^{٢}} + \cancel{\text{س}^{٢}} + ٢\text{ج}\,\text{س} + \cancel{\text{ج}^{٢}}$$

$$\Leftarrow ٤\text{أ}\sqrt{(\text{س} + \text{ج})^{٢} + \text{ص}^{٢}} = ٤\text{أ}^{٢} + ٤\text{ج}\,\text{س} \qquad ٤\%$$

$$\Leftarrow \text{أ}\sqrt{(\text{س} + \text{ج})^{٢} + \text{ص}^{٢}} = \text{أ}^{٢} + \text{ج}\,\text{س}$$

بالتربيع

$$\Leftarrow \text{أ}^{٢}\left((\text{س} + \text{ج})^{٢} + \text{ص}^{٢}\right) = (\text{أ}^{٢} + \text{ج}\,\text{س})^{٢}$$

$$\Leftarrow\ أ^{٢}(س^{٢} + ٢جـ\,س + جـ^{٢} + ص^{٢}) = أ^{٤} + ٢أ^{٢}جـ\,س + جـ^{٢}س^{٢}$$

$$\Leftarrow\ أ^{٢}س^{٢} + \cancel{٢أ^{٢}جـ\,س} + أ^{٢}جـ^{٢} + أ^{٢}ص^{٢} = أ^{٤} + \cancel{٢أ^{٢}جـ\,س} + جـ^{٢}س^{٢}$$

$$\Leftarrow\ أ^{٢}س^{٢} - جـ^{٢}س^{٢} + أ^{٢}ص^{٢} = أ^{٤} - أ^{٢}جـ^{٢}$$

$$\Leftarrow\ (أ^{٢} - جـ^{٢})\,س^{٢} + أ^{٢}ص^{٢} = أ^{٢}(أ^{٢} - جـ^{٢})$$

نضع

$$\boxed{أ^{٢} - جـ^{٢} = ب^{٢}}$$

$$ب^{٢}س^{٢} + أ^{٢}ص^{٢} = أ^{٢}ب^{٢} \quad \div\ أ^{٢}ب^{٢}$$

$$\frac{\cancel{ب^{٢}}س^{٢}}{\underset{أ^{٢}}{أ^{٢}\cancel{ب^{٢}}}} + \frac{\cancel{أ^{٢}}ص^{٢}}{\underset{ب^{٢}}{\cancel{أ^{٢}}ب^{٢}}} = \frac{أ^{٢}\cancel{ب^{٢}}}{أ^{٢}\cancel{ب^{٢}}}$$

$\Leftarrow$ معادلة القطع هي $\boxed{\dfrac{س^{٢}}{أ^{٢}} + \dfrac{ص^{٢}}{ب^{٢}} = ١}$

ملاحظات في الوضع القياسي الاول للقطع الناقص

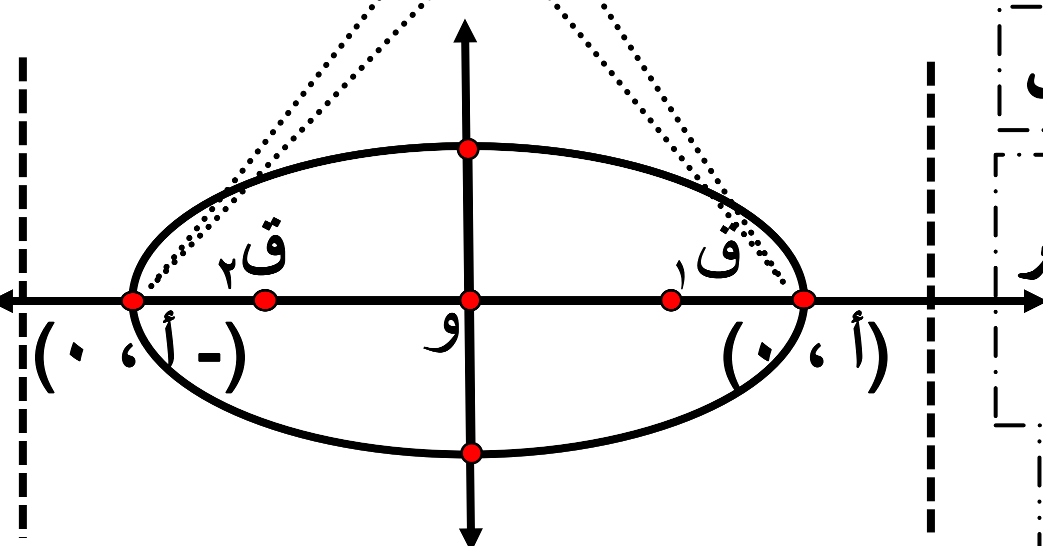
معادلة القطع $\frac{\text{س}^{٢}}{\text{أ}^{٢}} + \frac{\text{ص}^{٢}}{\text{ب}^{٢}} = ١$

المحور الأكبر يقع على محور السينات

لإيجاد نقاط تقاطع القطع مع المحور الأكبر (رأسي القطع)

نضع ص = ٠ في معادلة القطع

إحداثي رأسي القطع

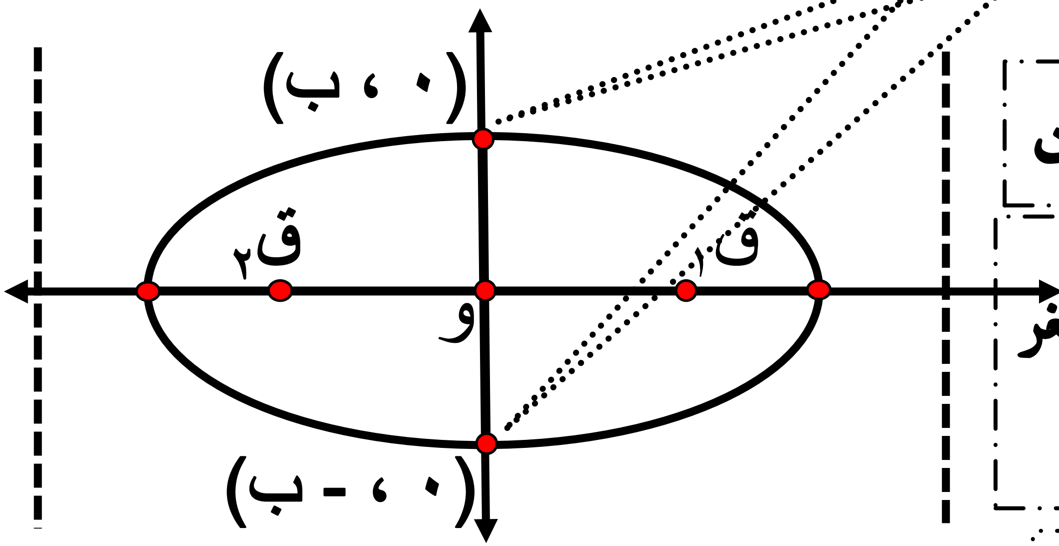


$\Leftarrow \frac{\text{س}^{٢}}{\text{أ}^{٢}} + \frac{٠}{\text{ب}^{٢}} = ١ \Leftarrow \frac{\text{س}^{٢}}{\text{أ}^{٢}} = ١ \Leftarrow \text{س}^{٢} = \text{أ}^{٢} \Leftarrow \boxed{\text{س} = \pm \text{أ}}$

$\therefore$ إحداثي الرأسين (أ ، ٠) ، (- أ ، ٠)

طول المحور الأكبر = ٢أ

إحداثي رأسي القطع المرافقين



المحور الأصغر يقع على محور الصادات

لإيجاد نقاط تقاطع القطع مع المحور الأصغر (رأسي القطع المرافقين)

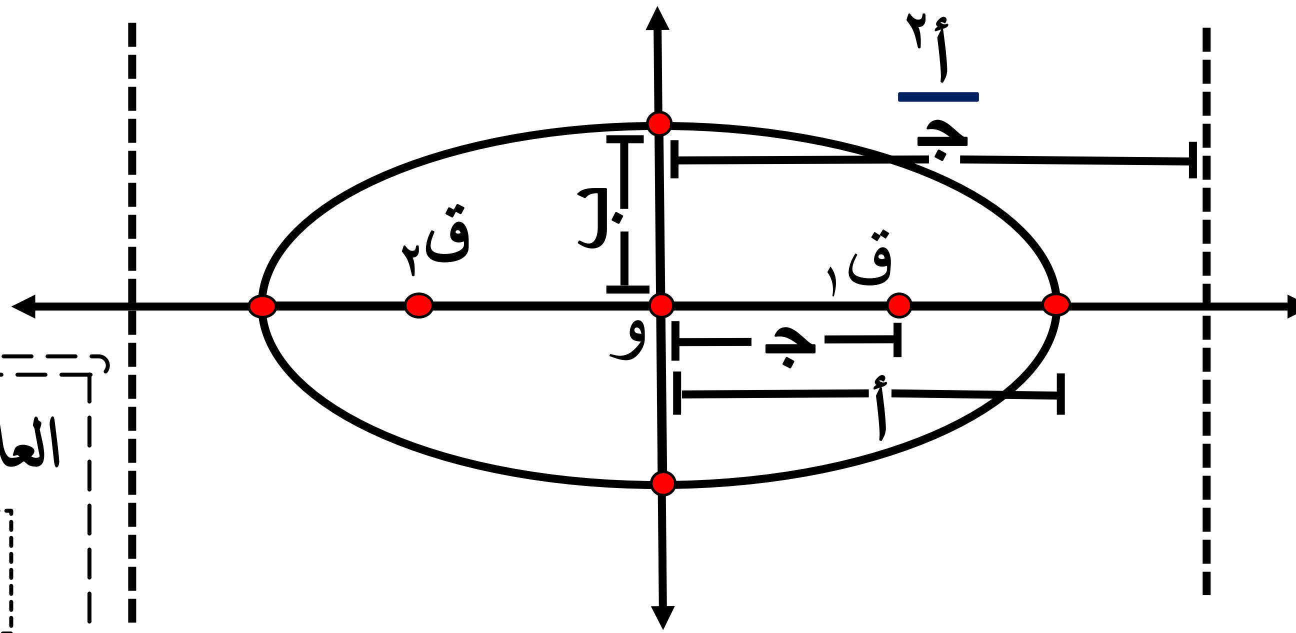
نضع س = ٠ في معادلة القطع

$$\Leftarrow \frac{٠}{أ^٢} + \frac{ص^٢}{ب^٢} = ١ \Leftarrow \frac{ص^٢}{ب^٢} = ١ \Leftarrow ص^٢ = ب^٢ \Leftarrow \boxed{ص = \pm ب}$$

∴ إحداثي الرأسين المرافقين (٠ ، ب) ، (٠ ، - ب)

طول المحور الأصغر = ٢ب

الأطوال في القطع الناقص



ج < أ

العلاقة بين أ ، ب ، ج

$$\text{ج}^{٢} = \text{أ}^{٢} - \text{ب}^{٢}$$

البعد البؤري = ٢ج

طول المحور الأكبر = ٢أ

طول المحور الأصغر = ٢ب

البعد بين الدليلين = $\frac{\text{٢أ}^{٢}}{\text{ج}}$

بعد المركز عن

البؤرة = ج

الرأس = أ

الرأس المرافق = ب

الدليل = $\frac{\text{أ}}{\text{ي}} = \frac{\text{أ}^{٢}}{\text{ج}}$

إعداد ا/ يعقوب الصلوي

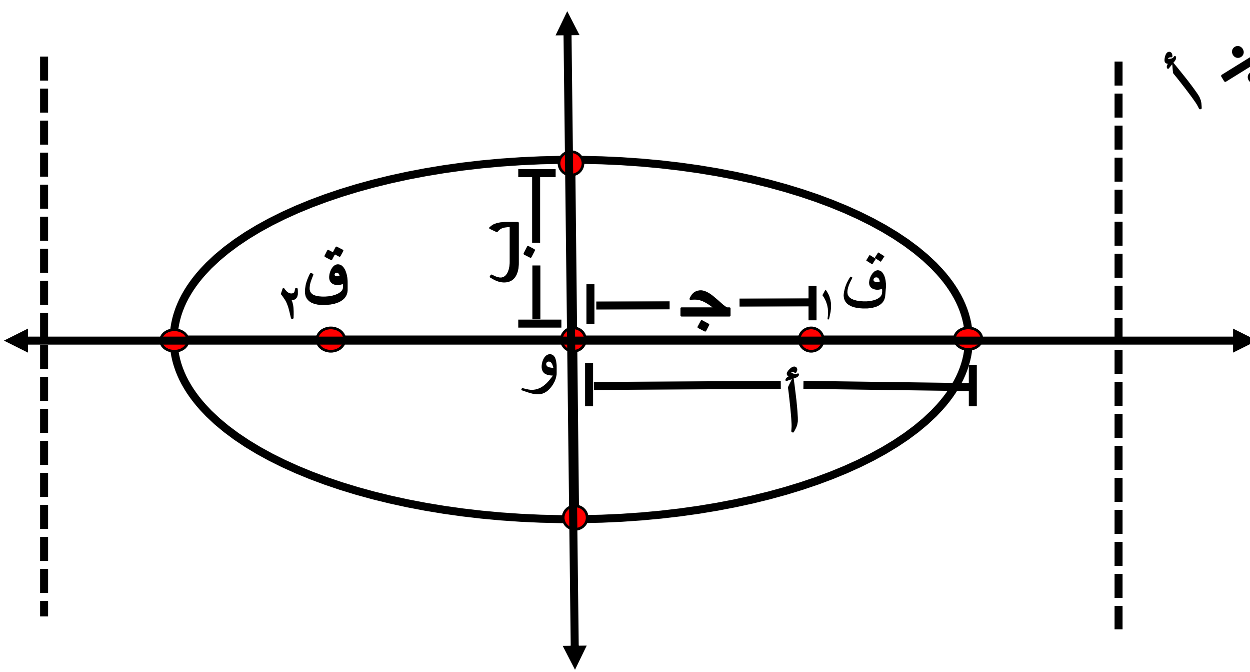
التخالف المركزي (ي) في القطع الناقص

$$\text{التخالف المركزي (ي)} = \frac{\text{جـ}}{\text{أ}}$$

ملاحظة

التخالف المركزي (ي) في القطع الناقص أقل من الواحد

التوضيح



١٪أ

$$\because\ ٠ < \text{جـ} < \text{أ}$$

$$\frac{٠}{\text{أ}} < \frac{\text{جـ}}{\text{أ}} < \frac{\text{أ}}{\text{أ}}$$

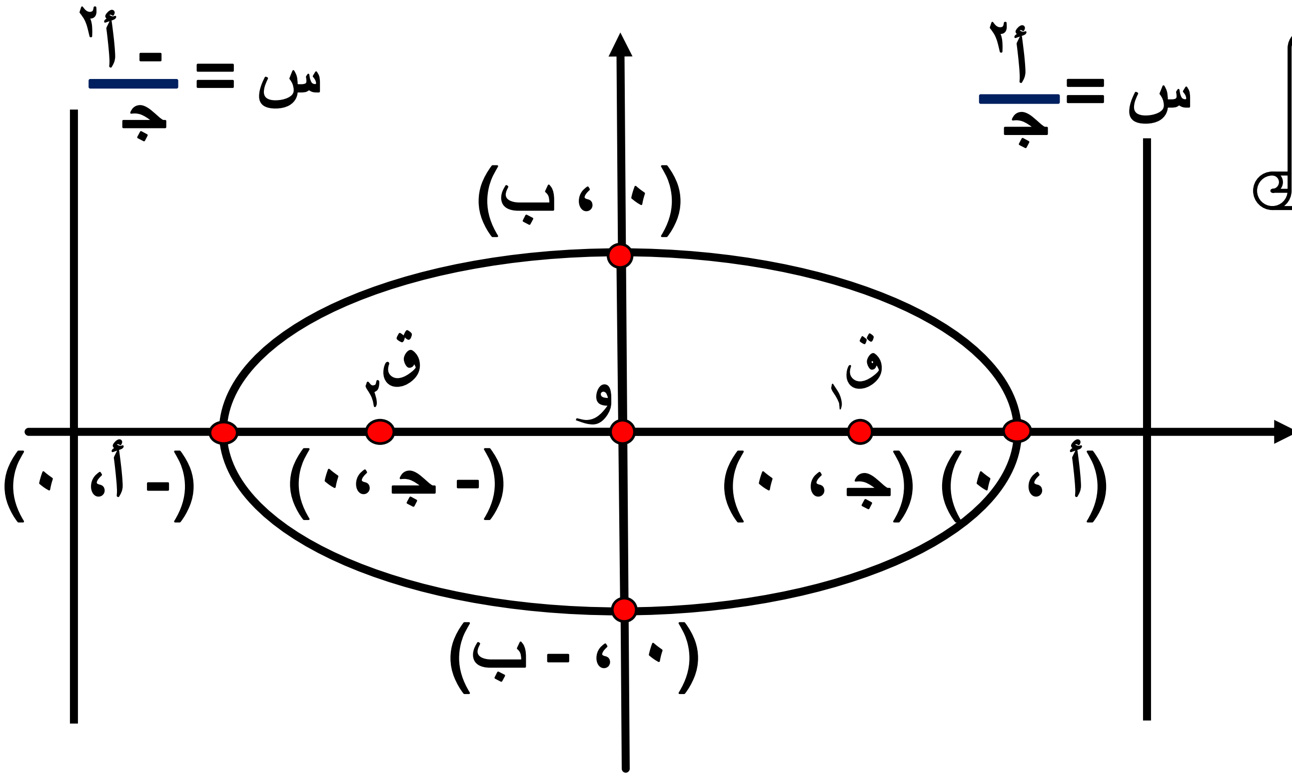
$$٠ < \frac{\text{جـ}}{\text{أ}} < ١$$

$$٠ < \text{ي} < ١$$

الأوضاع القياسية للقطع الناقص

إعداد ا/ يعقوب الصلوي

الوضع القياسي الاول



المعادلة

$$\frac{\text{س}^{٢}}{\text{أ}^{٢}} + \frac{\text{ص}^{٢}}{\text{ب}^{٢}} = ١$$

المركز (٠ ، ٠)

إحداثي البؤرتين (± جـ ، ٠)

إحداثي الراسين (± أ ، ٠)

إحداثي الراسين المرافقين (٠ ، ± ب)

معادلة دليلاه س = ± $\frac{\text{أ}}{\text{ي}}$ = ± $\frac{\text{أ}^{٢}}{\text{جـ}}$

البعد البؤري = ٢جـ

طول المحور الأكبر = ٢أ

طول المحور الأصغر = ٢ب

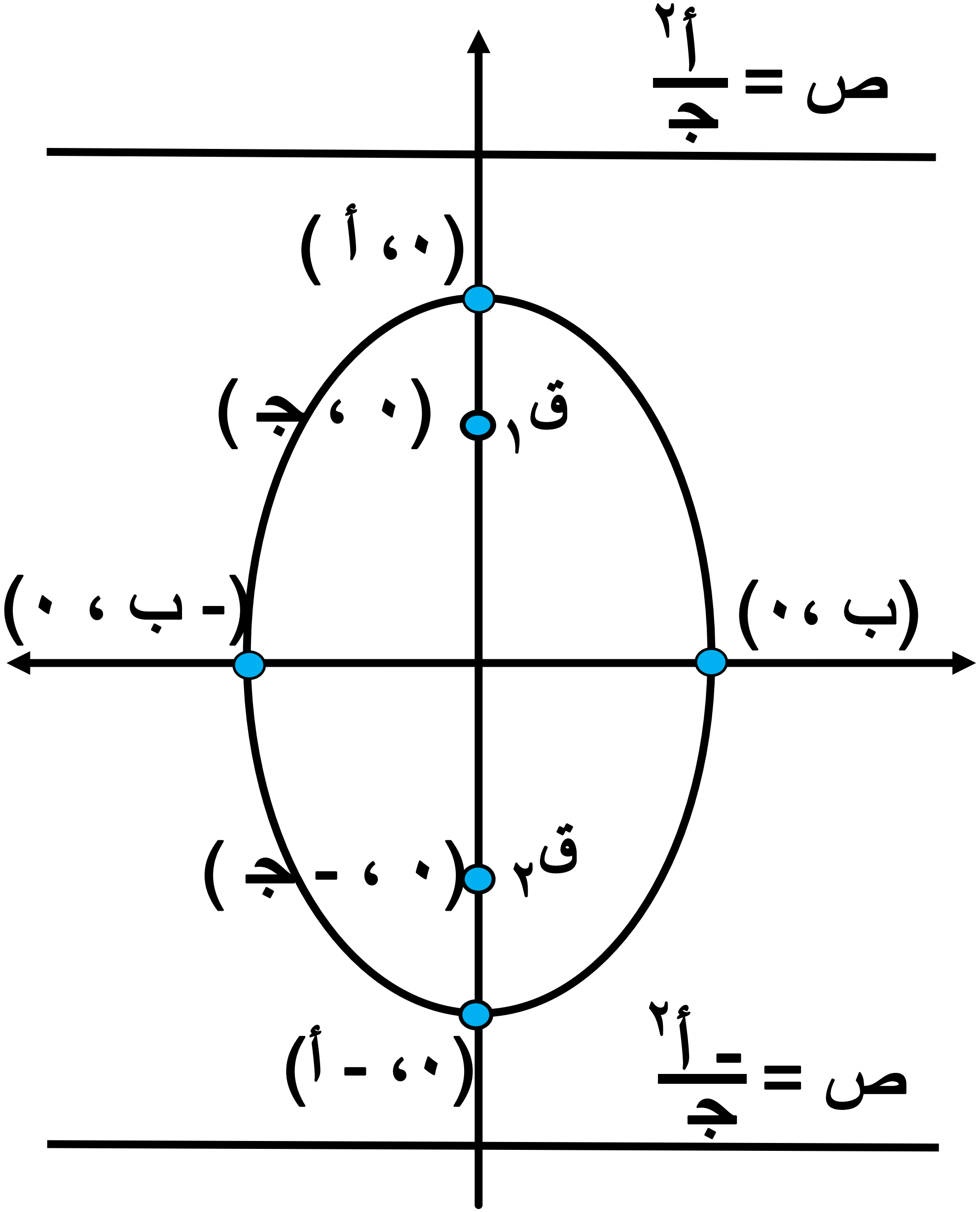
التخالف المركزي = $\frac{\text{جـ}}{\text{أ}}$

البعد بين الدليلين = $\frac{٢\text{أ}^{٢}}{\text{جـ}}$

الوضع القياسي الثاني

المعادلة

$$\frac{\text{س}^2}{\text{ب}^2}+\frac{\text{ص}^2}{\text{أ}^2}=1$$



المركز (٠ ، ٠)

إحداثي البؤرتين (٠ ، ± جـ)

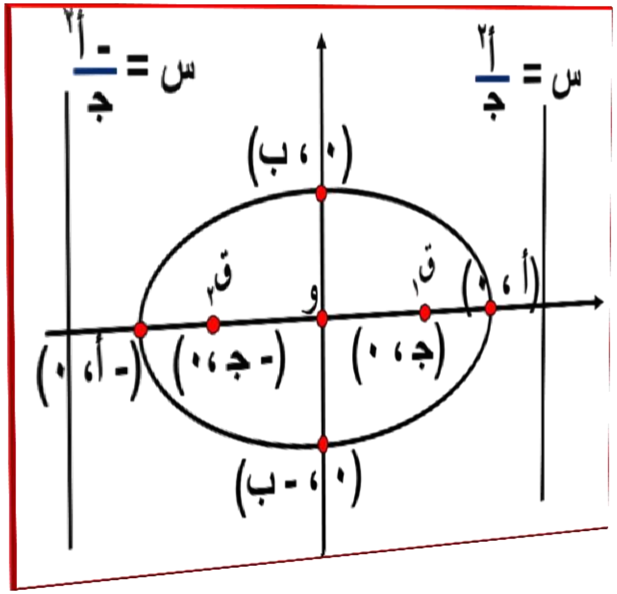
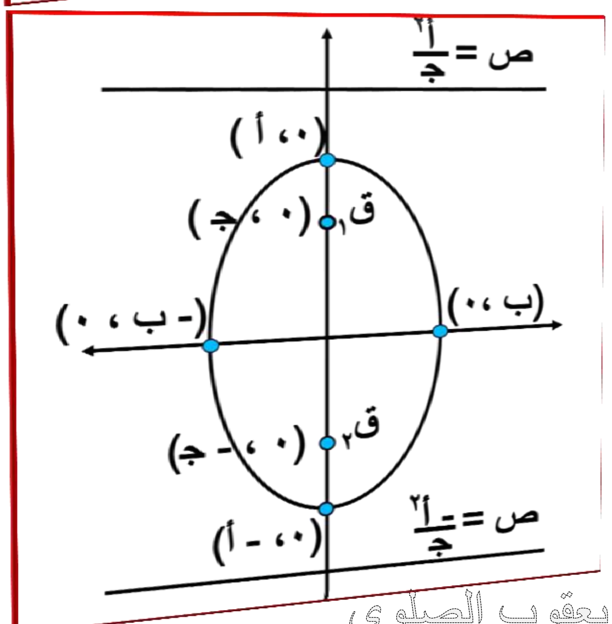
إحداثي الرأسين (٠ ، ± أ)

إحداثي الراسين المرافقين (± ب ، ٠)

معادلة دليلاه $\text{ص} = \pm \frac{\text{أ}}{\text{ي}} = \pm \frac{\text{أ}^2}{\text{جـ}}$

أعداد ا/ يعقوب الصلوي

ملخص الأوضاع القياسية للقطع الناقص

معادلة القطع	$\frac{س^{٢}}{أ^{٢}} + \frac{ص^{٢}}{ب^{٢}} = ١$	$\frac{س^{٢}}{ب^{٢}} + \frac{ص^{٢}}{أ^{٢}} = ١$	رسم القطع
مركز القطع	(٠ ، ٠)	(٠ ، ٠)	
إحداثي البؤرتين	(± ج ، ٠)	(٠ ، ± ج)	
إحداثي الرأسين	(± أ ، ٠)	(٠ ، ± أ)	
إحداثي الرأسين المرافقين	(٠ ، ± ب)	(± ب ، ٠)	
موقع المحور الأكبر	على السينات	على الصادات	
موقع المحور الأصغر	على الصادات	على السينات	
معادلة دليلاه	$س = \pm \frac{أ^{٢}}{ج}$	$ص = \pm \frac{أ^{٢}}{ج}$	

أمثلة متنوعة
في القطع الناقص

إعداد ا/ يعقوب الصلوي

لتكن $١٦س^٢ + ٢٥ص^٢ = ٤٠٠$ معادلة قطع ناقص أوجد ما يلي :-

- إحداثي البؤرتين
- البعد البؤري
- التخالف المركزي
- إحداثي الراسين
- طولا محوريه
- معادلتي دليلاه
- ارسم القطع

الحل

نرتب المعادلة (أي نجعلها على الشكل القياسي $\frac{س^٢}{عدد} + \frac{ص^٢}{عدد} = ١$ ، العدد ≠ صفر)

$١٦س^٢ + ٢٥ص^٢ = ٤٠٠$ ٪ ٤٠٠

$$\frac{\cancel{١٦}س^٢}{\cancel{٤٠٠}_{٢٥}} + \frac{\cancel{٢٥}ص^٢}{\cancel{٤٠٠}_{١٦}} = \frac{\cancel{٤٠٠}}{\cancel{٤٠٠}} \Leftarrow \boxed{\frac{س^٢}{٢٥} + \frac{ص^٢}{١٦} = ١}$$

في القطع الناقص

أ^٢ = المقام الأكبر

ب^٢ = المقام الأصغر

لأن أ > ب ، أ > جـ

∵ مقام س^٢ أكبر من مقام ص^٢ المعادلة على الشكل القياسي

$$\boxed{\frac{س^٢}{أ^٢} + \frac{ص^٢}{ب^٢} = ١}$$

بالمقارنة نجد أن

أ^٢ = ٢٥ $\Leftarrow$ $\boxed{أ = ٥}$

ب^٢ = ١٦ $\Leftarrow$ $\boxed{ب = ٤}$

∵ $ج^2 = أ^2 - ب^2$ ⇐ $ج^2 = ٢٥ - ١٦ = ٩$ ⇐ $ج = ٣$

$أ = ٥$ $ب = ٤$ $ج = ٣$

إحداثي البؤرتين $(\pm ج ، ٠) = (\pm ٣ ، ٠)$

إحداثي الرأسين $(\pm أ ، ٠) = (\pm ٥ ، ٠)$

البعد البؤري $= ٢ج = ٢ \times ٣ = ٦$

طول المحور الأكبر $= ٢أ = ٢ \times ٥ = ١٠$

طول المحور الأصغر $= ٢ب = ٢ \times ٤ = ٨$

التخالف المركزي $ي = \frac{ج}{أ} = \frac{٣}{٥}$

معادلة دليلاه $س = \frac{\pm أ^2}{ج} = \frac{\pm ٢٥}{٣}$

في القطع الناقص

العلاقة بين أ ، ب ، ج هي

$ج^2 = أ^2 - ب^2$

تذكر أن

في معادلة القطع

$\frac{س^2}{أ^2} + \frac{ص^2}{ب^2} = ١$

إحداثي البؤرتين

$(\pm ج ، ٠)$

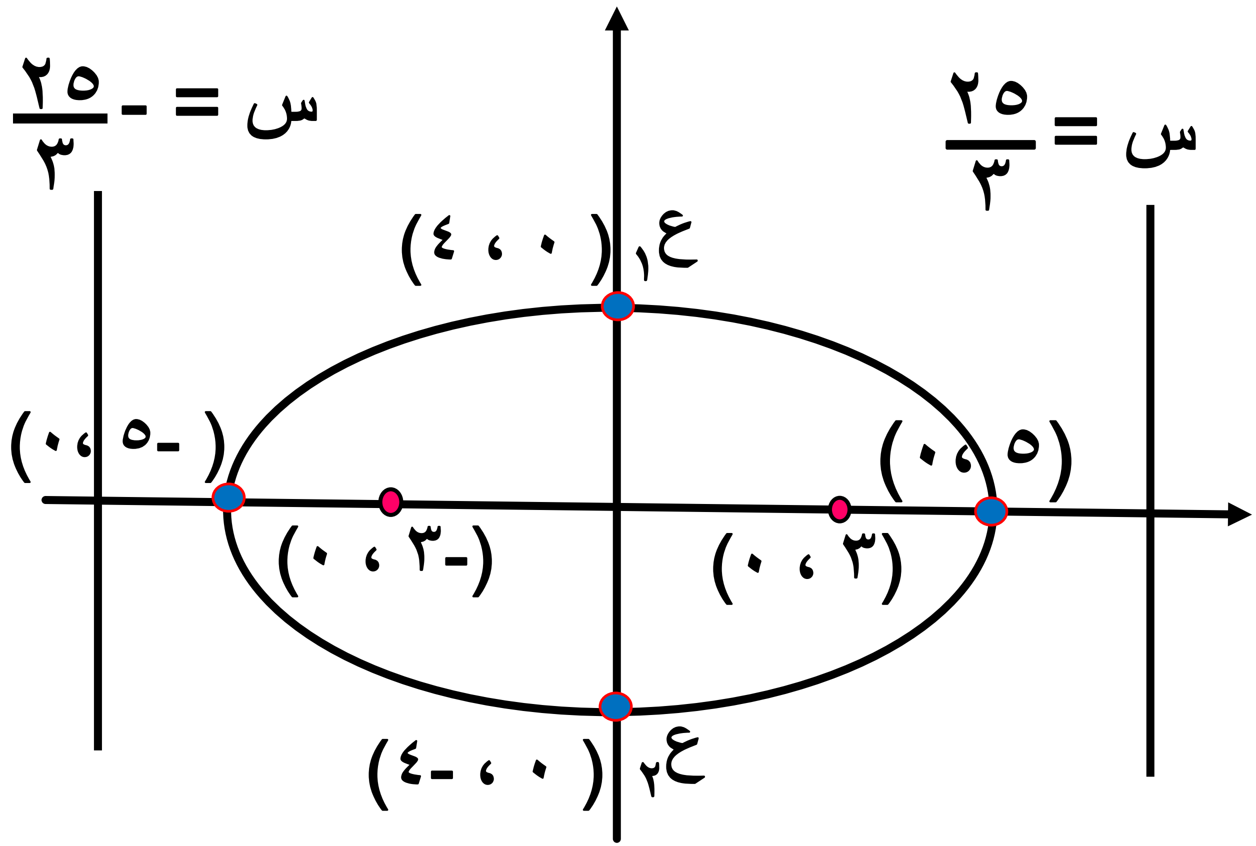
إحداثي الرأسين

$(\pm أ ، ٠)$

إحداثي الرأسين المرافقين

$(٠ ، \pm ب)$

أ = ٥ ب = ٤ ج = ٣



أعداد ا/ يعقوب الصلوي

لتكن ٢٥س^{٢} = ٢٢٥ - ٩ص^{٢} معادلة قطع ناقص أوجد ما يلي :-

- إحداثي البؤرتين
- البعد البؤري
- التخالف المركزي
- إحداثي الراسين
- طولا محوريه
- معادلتي دليلاه
- ارسم القطع

الحل

نرتب المعادلة (أي نجعلها على الشكل القياسي $\frac{\text{س}^{٢}}{\text{عدد}} + \frac{\text{ص}^{٢}}{\text{عدد}} = ١$ ، العدد ≠ صفر)

٢٥س^{٢} + ٩ص^{٢} = ٢٢٥ ÷ ٢٢٥

$$\frac{\cancel{٢٥}^{١}\,\text{س}^{٢}}{\cancel{٢٢٥}_{٩}} + \frac{\cancel{٩}^{١}\,\text{ص}^{٢}}{\cancel{٢٢٥}_{٢٥}} = \frac{\cancel{٢٢٥}}{\cancel{٢٢٥}} \Leftarrow \boxed{\frac{\text{س}^{٢}}{٩} + \frac{\text{ص}^{٢}}{٢٥} = ١}$$

في القطع الناقص

أ^{٢} = المقام الأكبر

ب^{٢} = المقام الأصغر

لأن أ > ب ، أ > جـ

∵ مقام ص^{٢} أكبر من مقام س^{٢} المعادلة على الشكل القياسي

$$\boxed{\frac{\text{س}^{٢}}{\text{ب}^{٢}} + \frac{\text{ص}^{٢}}{\text{أ}^{٢}} = ١}$$

بالمقارنة نجد أن

أ^{٢} = ٢٥ ⇐ $\boxed{\text{أ} = ٥}$

ب^{٢} = ٩ ⇐ $\boxed{\text{ب} = ٣}$

∵ ج^{٢} = أ^{٢} - ب^{٢} ⇐ ج^{٢} = ٢٥ - ٩ = ١٦ ⇐ ج = ٤

$\boxed{\text{أ = ٥}}$ $\boxed{\text{ب = ٣}}$ $\boxed{\text{ج = ٤}}$

إحداثي البؤرتين (٠ ، ± ج) = (٠ ، ± ٤)

إحداثي الرأسين (٠ ، ± أ) = (٠ ، ± ٥)

البعد البؤري = ٢ج = ٢ × ٤ = ٨

طول المحور الأكبر = ٢أ = ٢ × ٥ = ١٠

طول المحور الأصغر = ٢ب = ٢ × ٣ = ٦

التخالف المركزي ي = $\frac{\text{ج}}{\text{أ}}$ = $\frac{٤}{٥}$

معادلة دليلاه ص = $\frac{\pm \text{أ}^{٢}}{\text{ج}}$ = $\frac{\pm ٢٥}{٤}$

في القطع الناقص

العلاقة بين أ ، ب ، ج هي

ج^{٢} = أ^{٢} ـ ب^{٢}

تذكر أن

في معادلة القطع

$\frac{\text{س}^{٢}}{\text{ب}^{٢}} + \frac{\text{ص}^{٢}}{\text{أ}^{٢}} = ١$

إحداثي البؤرتين

(٠ ، ± ج)

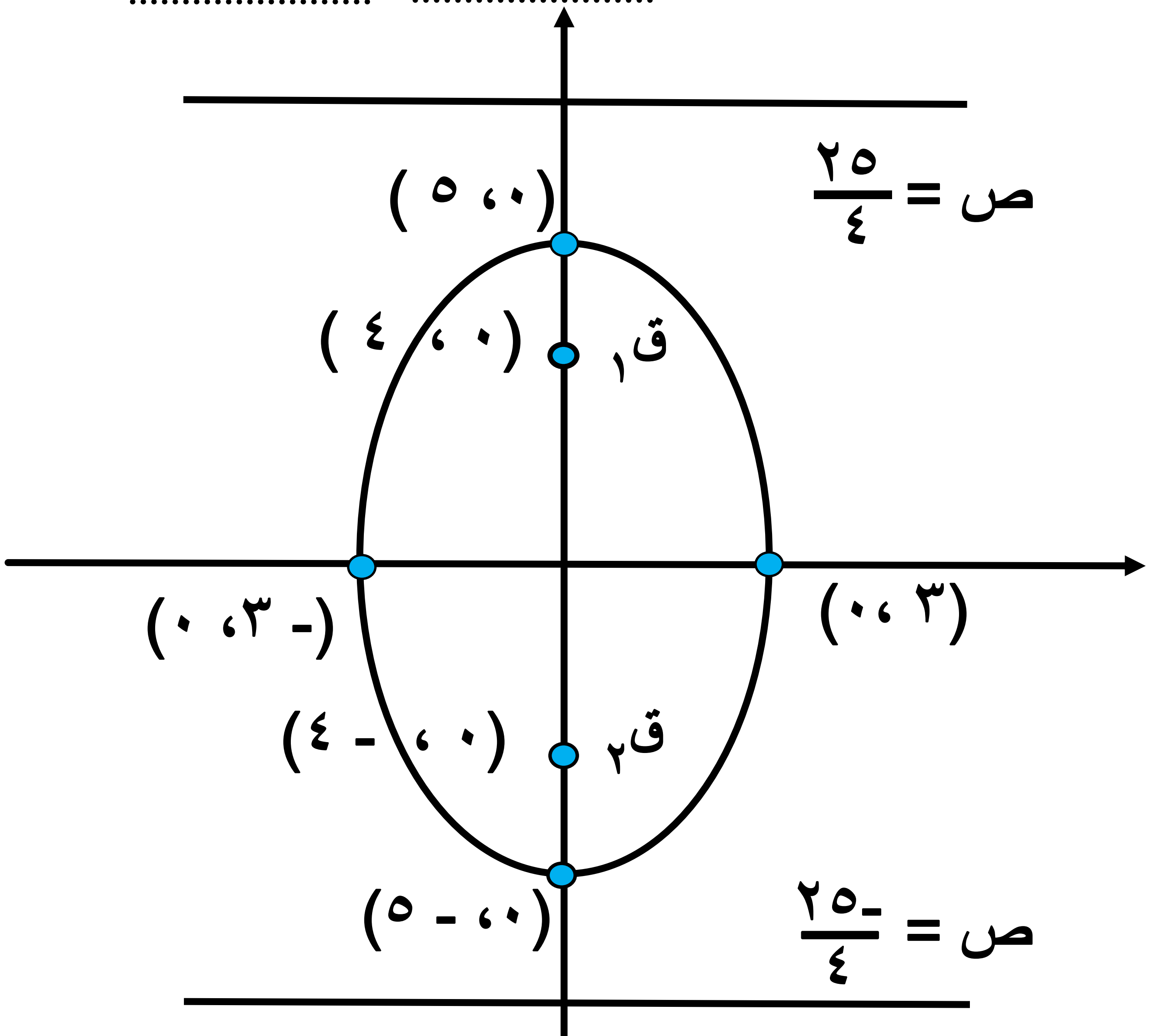
إحداثي الرأسين

(٠ ، ± أ)

إحداثي الرأسين المرافقين

(± ب ، ٠)

أ = ٥ | ب = ٣ | ج = ٤



أعداد ا/ يعقوب الصلوي

لتكن $\text{١٥س}^{٢} = ٢٢٥ - \text{٢٥ص}^{٢}$ معادلة قطع ناقص أوجد ما يلي :-

- إحداثي البؤرتين
- إحداثي الرأسين المرافقين
- إحداثي الرأسين
- البعد بين طرفي المحورين
- البعد بين الدليلين

الحل

نرتب المعادلة (أي نجعلها على الشكل القياسي $\frac{\text{س}^{٢}}{\text{عدد}} + \frac{\text{ص}^{٢}}{\text{عدد}} = ١$ ، العدد ≠ صفر)

$$\text{١٥س}^{٢} + \text{٢٥ص}^{٢} = ٢٢٥ \qquad \div ٢٢٥$$

$$\boxed{\frac{\cancel{١٥}^{\,١}\,\text{س}^{٢}}{\cancel{٢٢٥}_{\,١٥}} + \frac{\cancel{٢٥}^{\,١}\,\text{ص}^{٢}}{\cancel{٢٢٥}_{\,٩}} = \frac{\cancel{٢٢٥}}{\cancel{٢٢٥}}} \Leftarrow \boxed{\frac{\text{س}^{٢}}{١٥} + \frac{\text{ص}^{٢}}{٩} = ١}$$

∵ مقام $\text{س}^{٢}$ <u>أكبر من</u> مقام $\text{ص}^{٢}$ المعادلة على الشكل القياسي

$$\boxed{\frac{\text{س}^{٢}}{\text{أ}^{٢}} + \frac{\text{ص}^{٢}}{\text{ب}^{٢}} = ١}$$

بالمقارنة نجد أن

$$\text{أ}^{٢} = ١٥ \Leftarrow \boxed{\text{أ} = \sqrt{١٥}}$$

$$\text{ب}^{٢} = ٩ \Leftarrow \boxed{\text{ب} = ٣}$$

∵ ج² = أ² − ب² ⟸ ج² = ١٥ − ٩ = ٦ ⟸ ج = $\sqrt{٦}$

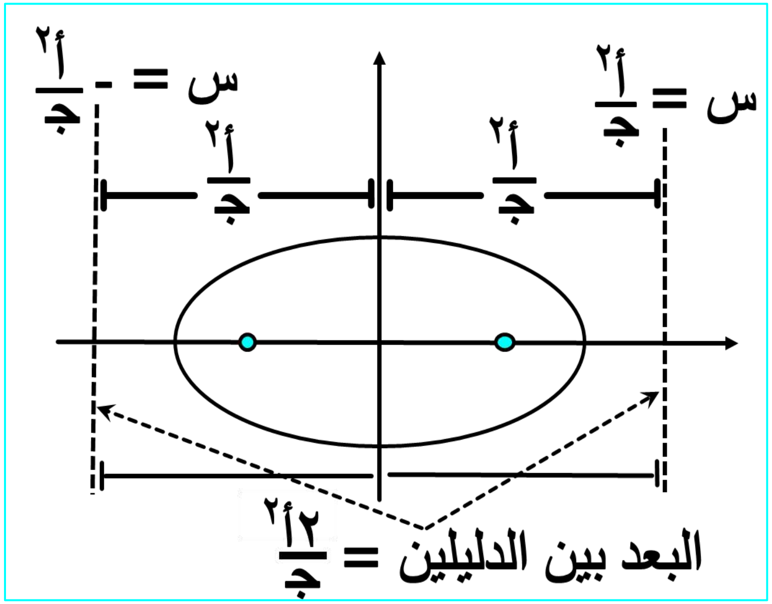
أ = $\sqrt{١٥}$ ب = ٣ ج = $\sqrt{٦}$

توضيح

إحداثي البؤرتين (± ج ، ٠) = (± $\sqrt{٦}$ ، ٠)

إحداثي الرأسين (± أ ، ٠) = (± $\sqrt{١٥}$ ، ٠)

البعد بين الدليلين = $\frac{٢أ^٢}{ج}$ = $\frac{٢ \times ١٥}{\sqrt{٦}}$ = $\frac{٣٠}{\sqrt{٦}}$

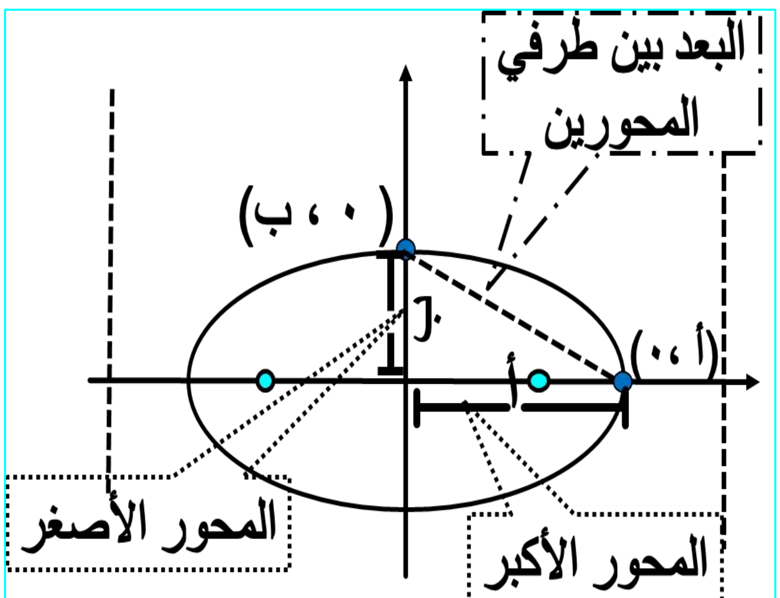


إحداثي الرأسين المرافقين (٠ ، ± ب)

= (٠ ، ± ٣)

البعد بين طرفي المحورين =

$\sqrt{أ^٢ + ب^٢}$ = $\sqrt{١٥ + ٩}$ = $\sqrt{٢٤}$



لتكن $٤س^٢ + ٩ص^٢ = ١$ معادلة قطع ناقص أوجد ما يلي :-

- إحداثي البؤرتين
- التخالف المركزي

الحل

نرتب المعادلة (أي نجعلها على الشكل القياسي $\frac{س^٢}{عدد} + \frac{ص^٢}{عدد} = ١$ ، العدد ≠ صفر)

$$٤س^٢ + ٩ص^٢ = ١ \Leftarrow \boxed{\frac{س^٢}{\frac{١}{٤}} + \frac{ص^٢}{\frac{١}{٩}} = ١}$$

نعلم أن

$$٩ = \frac{١}{\frac{١}{٩}}$$

$$٤ = \frac{١}{\frac{١}{٤}}$$

∵ مقام س^٢ <u>أكبر من</u> مقام ص^٢ المعادلة على الشكل القياسي

$$\boxed{\frac{س^٢}{أ^٢} + \frac{ص^٢}{ب^٢} = ١}$$

بالمقارنة نجد أن $أ^٢ = \frac{١}{٤} \Leftarrow \boxed{أ = \frac{١}{٢}}$

$ب^٢ = \frac{١}{٩} \Leftarrow \boxed{ب = \frac{١}{٣}}$

$\because$ جـ^2 = أ^2 - ب^2 $\Leftarrow$ جـ^2 - $\frac{١}{٤}$ = $\frac{١}{٩}$ $\Leftarrow$ جـ^2 = $\frac{٥}{٣٦}$ $\Leftarrow$ جـ = $\frac{\sqrt{٥}}{٦}$

أ = $\frac{١}{٢}$ ب = $\frac{١}{٣}$ جـ = $\frac{\sqrt{٥}}{٦}$

إحداثي البؤرتين ($\pm$ جـ ، ٠) = ($\pm \frac{\sqrt{٥}}{٦}$ ، ٠)

التخالف المركزي ي = $\frac{\text{جـ}}{\text{أ}}$ = $\frac{\frac{\sqrt{٥}}{٦}}{\frac{١}{٢}}$ = $\frac{\sqrt{٥}}{٣}$

لتكن ٤س^٢ + ١٦ص^٢ = ٤ معادلة قطع ناقص أوجد ما يلي :-

- إحداثي البؤرتين
- إحداثي الرأسين المرافقين
- التخالف المركزي
- معادلة دليلاه

الحل

نرتب المعادلة (أي نجعلها على الشكل القياسي $\frac{س^٢}{عدد} + \frac{ص^٢}{عدد} = ١$ ، العدد ≠ صفر)

٤س^٢ + ١٦ص^٢ = ٤ ÷ ٤

$$\boxed{\frac{\cancel{٤}^{١}س^٢}{\cancel{٤}_{١}} + \frac{\cancel{١٦}^{٤}ص^٢}{\cancel{٤}_{١}} = \frac{\cancel{٤}}{\cancel{٤}}} \Leftarrow \boxed{س^٢ + ٤ص^٢ = ١} \Leftarrow \boxed{\frac{س^٢}{١} + \frac{ص^٢}{\frac{١}{٤}} = ١}$$

نكمل الترتيب

∵ مقام س^٢ أكبر من مقام ص^٢ المعادلة على الشكل القياسي

$$\boxed{\frac{س^٢}{أ^٢} + \frac{ص^٢}{ب^٢} = ١}$$

بالمقارنة نجد أن

أ^٢ = ١ ⇐ $\boxed{أ = ١}$

ب^٢ = $\frac{١}{٤}$ ⇐ $\boxed{ب = \frac{١}{٢}}$

$\because$ $\boxed{ج^٢ = أ^٢ - ب^٢}$ $\Leftarrow$ $ج^٢ = ١ - \frac{١}{٤}$ $\Leftarrow$ $ج^٢ = \frac{٣}{٤}$ $\Leftarrow$ $ج = \frac{\sqrt{٣}}{٢}$

$\boxed{أ = ١}$ $\boxed{ب = \frac{١}{٢}}$ $\boxed{ج = \frac{\sqrt{٣}}{٢}}$

إحداثي البؤرتين $(\pm ج ، ٠) = (\pm \frac{\sqrt{٣}}{٢} ، ٠)$

التخالف المركزي $ي = \frac{ج}{أ} = \frac{\frac{\sqrt{٣}}{٢}}{١} = \frac{\sqrt{٣}}{٢}$

إحداثي الراسين المرافقين $(٠ ، \pm ب) = (٠ ، \pm \frac{١}{٢})$

معادلة دليلاه $س = \frac{\pm أ^٢}{ج} = \frac{\pm ١}{\frac{\sqrt{٣}}{٢}} = \pm \frac{٢}{\sqrt{٣}}$

لتكن ك $س^٢$ + ٤$ص^٢$ = ٣٦ معادلة قطع ناقص مركزه (٠،٠)
و إحدى بؤرتيه ($\sqrt{٥}$ ، ٠) أوجد قيمة ك ؟

الحل

نرتب المعادلة (أي نجعلها على الشكل القياسي $\frac{س^٢}{عدد} + \frac{ص^٢}{عدد} = ١$ ، العدد ≠ صفر)

ك $س^٢$ + ٤$ص^٢$ = ٣٦ ÷ ٣٦ نكمل الترتيب

$$\frac{ك\, س^٢}{٣٦} + \frac{\cancel{٤}^{١} ص^٢}{\cancel{٣٦}_{٩}} = \frac{\cancel{٣٦}}{\cancel{٣٦}} \Leftarrow \frac{ك\, س^٢}{٣٦} + \frac{ص^٢}{٩} = ١ \Leftarrow \frac{س^٢}{\frac{٣٦}{ك}} + \frac{ص^٢}{٩} = ١$$

∵ المركز (٠ ، ٠) ، إحدى البؤرتين ($\sqrt{٥}$ ، ٠) ⇐ $\boxed{جـ = \sqrt{٥}}$

المعادلة على الشكل القياسي $\boxed{\frac{س^٢}{أ^٢} + \frac{ص^٢}{ب^٢} = ١}$ بالمقارنة نجد أن $أ^٢ = \frac{٣٦}{ك}$

$ب^٢ = ٩$

$\text{أ}^2 = \frac{36}{\text{ك}}$ $\text{ب}^2 = 9$ $\text{ج}^2 = 5$ $\because \text{ج}^2 = \text{أ}^2 - \text{ب}^2$

$\Leftarrow 5 = \frac{36}{\text{ك}} - 9$ $\Leftarrow 14 = \frac{36}{\text{ك}}$ $\Leftarrow \text{ك} = \frac{36}{14}$ $\boxed{\text{ك} = \frac{18}{7}}$

تدريب للطالب ٢٠١٣م

لتكن ١١س^2 + ٣٦ص^2 = ٣٩٦ معادلة قطع ناقص أوجد ما يلي :-

- إحداثي البؤرتين • إحداثي الراسين • معادلتي دليلاه • ارسم القطع

لتكن ٤س^2 = ٣٦ - ١٨ص^2 معادلة قطع ناقص أوجد ما يلي :-

- إحداثي البؤرتين • البعد بين الدليلين • البعد البؤري

لتكن ٣٦س^2 - ٩ = - ٤ص^2 معادلة قطع ناقص أوجد ما يلي :-

- إحداثي البؤرتين • البعد بين طرفي محوري القطع

مهم

أكمل الفرغات التالية : - ....

١- في القطع $\frac{س^٢}{٩} + \frac{ص^٢}{٢٥} = ١$ طول المحور الأكبر = ... ، طول المحور الأصغر = ...

٢- في القطع $\frac{س^٢}{٩} + \frac{ص^٢}{١٦} = ١$ إحداثي البؤرتين = ...

٣- في القطع $\frac{ص^٢}{٨} + \frac{س^٢}{٩} = ١$ التخالف المركزي = ...

تذكر أن

في القطع الناقص

أ^٢ = المقام الأكبر

ب^٢ = المقام الأصغر

الحل

١- طول المحور الأكبر = ١٠ ، طول المحور الأصغر = ٦

التوضيح

في القطع $\frac{س^٢}{٩} + \frac{ص^٢}{٢٥} = ١$

أ^٢ = ٢٥ ⇐ $\boxed{أ = ٥}$

ب^٢ = ٩ ⇐ $\boxed{ب = ٣}$

طول المحور الأكبر = ٢أ = ١٠ ، طول المحور الأصغر = ٢ب = ٦

٢- إحداثي البؤرتين = (٠ ، ± $\sqrt{٧}$)

تذكر أن في القطع الناقص

جـ^{٢} = أ^{٢} - ب^{٢}

التوضيح

في القطع $\frac{\text{س}^{٢}}{٩} + \frac{\text{ص}^{٢}}{١٦} = ١$

أ^{٢} = ١٦ ، ب^{٢} = ٩ ⇐ جـ^{٢} = ١٦ ـ ٩ = ٧ ⇐ جـ = $\sqrt{٧}$

إحداثي البؤرتين (٠ ، ± جـ) = (٠ ، ± $\sqrt{٧}$)

٣- التخالف المركزي (ي) = $\frac{\text{جـ}}{\text{أ}} = \frac{١}{٣}$

التوضيح

في القطع $\frac{\text{ص}^{٢}}{٨} + \frac{\text{س}^{٢}}{٩} = ١$

أ^{٢} = ٩ ، ب^{٢} = ٨ ⇐ جـ^{٢} = ٩ ـ ٨ = ١ ⇐ جـ = ١

أ = ٣

التخالف المركزي (ي) = $\frac{\text{جـ}}{\text{أ}} = \frac{١}{٣}$

مهم

أكمل الفرغات التالية : - ....

١- في القطع $\frac{س^2}{أ^2} + \frac{ص^2}{١٦} = ١$ إذا كان طول المحور الأكبر = ١٠ فإن إحداثي البؤرتين . . .

٢- في القطع $\frac{س^2}{ل} + \frac{ص^2}{٢٥} = ١$ إذا كان إحداثي البؤرتين (٠ ، ± ٣) فإن ل = ...

٣- في القطع $\frac{س^2}{أ^2} + \frac{ص^2}{١٦} = ١$ إذا كان إحداثي البؤرتين (± ٣، ٠) فإن أ = ...

٤- طول المحور الأكبر للقطع ٤$س^2$ + ٩$ص^2$ = ٣٦ يساوي ....

الحل

١- إحداثي البؤرتين = (± ٣، ٠)

التوضيح

في القطع $\frac{س^2}{أ^2} + \frac{ص^2}{١٦} = ١$ $ب^2$ = ١٦ طول المحور الأكبر = ٢أ = ١٠ ⇐ $\boxed{أ = ٥}$

$ج^2$ = ٢٥ ــ ١٦ = ٩ ⇐ $\boxed{ج = ٣}$ إحداثي البؤرتين = (± ٣، ٠)

٢ـ ل = ١٦

التوضيح

∵ إحداثي البؤرتين (٠ ، ± ٣) ⇐ $\boxed{\text{ج} = ٣}$

في القطع $\frac{\text{س}^٢}{\text{ل}} + \frac{\text{ص}^٢}{٢٥} = ١$ أ^٢ = ٢٥ ، ب^٢ = ل

∵ ج^٢ = أ^٢ ـ ب^٢ ⇐ ٩ = ٢٥ ـ ل

⇐ ل = ١٦

٣ـ أ = ٥

التوضيح

∵ إحداثي البؤرتين (± ٣ ، ٠) ⇐ $\boxed{\text{ج} = ٣}$

في القطع $\frac{\text{س}^٢}{\text{أ}^٢} + \frac{\text{ص}^٢}{١٦} = ١$ أ^٢ = أ^٢ ، ب^٢ = ١٦

∵ ج^٢ = أ^٢ ـ ب^٢ ⇐ ٩ = أ^٢ ـ ١٦

⇐ أ^٢ = ٢٥ ⇐ $\boxed{\text{أ} = ٥}$

٤ـ طول المحور الأكبر = ٦

التوضيح نرتب معادلة القطع كالتالي $\frac{\text{س}^٢}{٩} + \frac{\text{ص}^٢}{٤} = ١$

أ^٢ = ٩ ⇐ $\boxed{\text{أ} = ٣}$

ب^٢ = ٤ ⇐ $\boxed{\text{ب} = ٢}$

طول المحور الأكبر = ٢أ = ٦

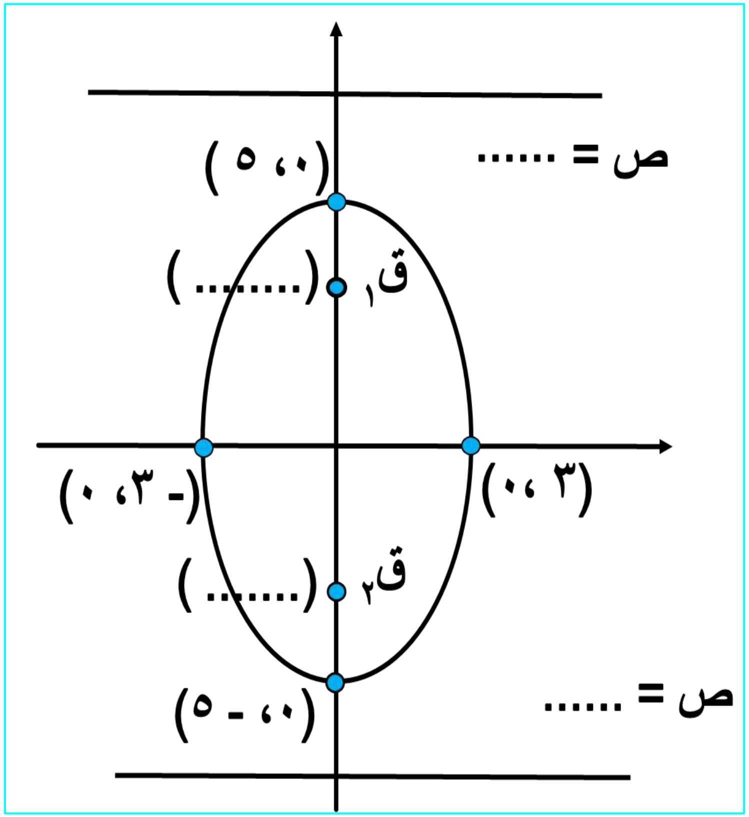
تدريب للطالب

أكمل الفرغات التالية : - . . . .

في القطع $س^{٢} + \frac{٤ص^{٢}}{٩} = ١$ طول المحور الأكبر = ... ، طول المحور الأصغر = ...

في القطع $\frac{س^{٢}}{أ^{٢}} + \frac{٢ص^{٢}}{أ^{٢}} = ١$ إذا كانت النقطة (٤ ، ٠) تقع على منحنى القطع فإن إحداثي الرأسين . . .

الشكل المقابل يمثل منحنى قطع ناقص مركزه (٠,٠)



أجب عما يلي :-

- **معادلة القطع هي ....**
- **إحداثي البؤرتين هي ....**
- **معادلة دليلاه هي ....**
- **طول المحور البؤري = ...**

الحل

إحداثي الرأسين (٠ ، ± ٥) ⇐ أ =٥

الرأسين المرافقين (± ٣ ، ٠) ⇐ ب =٣

∴ معادلة القطع هي $\boxed{\frac{س^2}{٩} + \frac{ص^2}{١٦} = ١}$

∴ جـ² = أ² - ب² ⇐ جـ² = ٢٥ - ٩ = ١٦

⇐ جـ = ٤

إحداثي البؤرتين (٠ ، ± ٤)

طول المحور الأكبر = ٢أ = ١٠

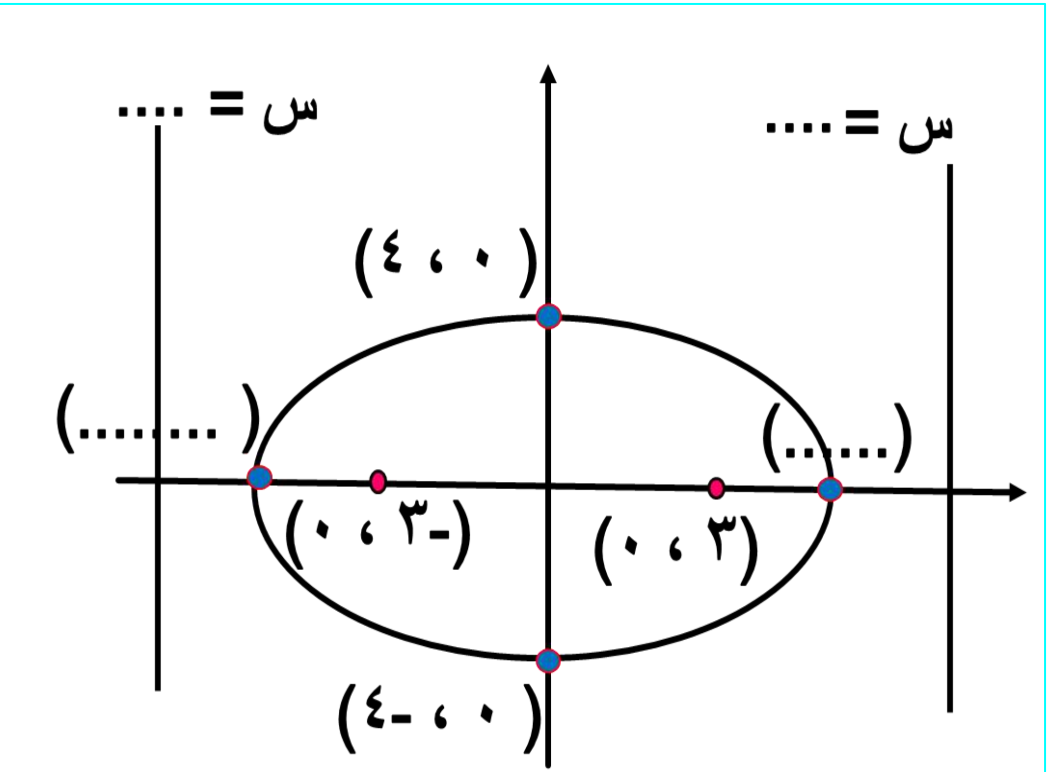
∴ معادلة دليلاه = $\pm \frac{أ^2}{جـ} = \pm \frac{٢٥}{٤}$

تدريب للطالب

الشكل المقابل يمثل
منحنى قطع ناقص مركزه (٠,٠)

أجب عما يلي :-

- معادلة القطع هي . . . .
- إحداثي الرأسين هي . . . .
- معادلة دليلاه هي . . . .
- طول المحور الغير بؤري = ...



أوجد معادلة القطع الناقص الذي رأساه (± ٥ ، ٠)
وبؤرتاه (± ٤ ، ٠) ثم مثله بيانيا

الحل

∵ إحداثي الرأسين (± ٥ ، ٠) ، إحداثي البؤرتين (± ٤ ، ٠)

القطع على الشكل القياسي $\boxed{\frac{س^٢}{أ^٢} + \frac{ص^٢}{ب^٢} = ١}$

∵ الرأسين (± أ ، ٠) = (± ٥ ، ٠) ⇐ $\boxed{أ = ٥}$

∵ البؤرتين (± جـ ، ٠) = (± ٤ ، ٠) ⇐ $\boxed{جـ = ٤}$

$\boxed{∵ جـ^٢ = أ^٢ - ب^٢}$ ⇐ ١٦ = ٢٥ - ب^٢ ⇐ ب^٢ = ٢٥ - ١٦ = ٩

⇐ $\boxed{ب = ٣}$

∴ معادلة القطع هي $\boxed{\frac{س^٢}{٢٥} + \frac{ص^٢}{٩} = ١}$

تذكر أن

في معادلة القطع

$\boxed{\frac{س^٢}{أ^٢} + \frac{ص^٢}{ب^٢} = ١}$

إحداثي البؤرتين

$\boxed{(± جـ ، ٠)}$

إحداثي الرأسين

$\boxed{(± أ ، ٠)}$

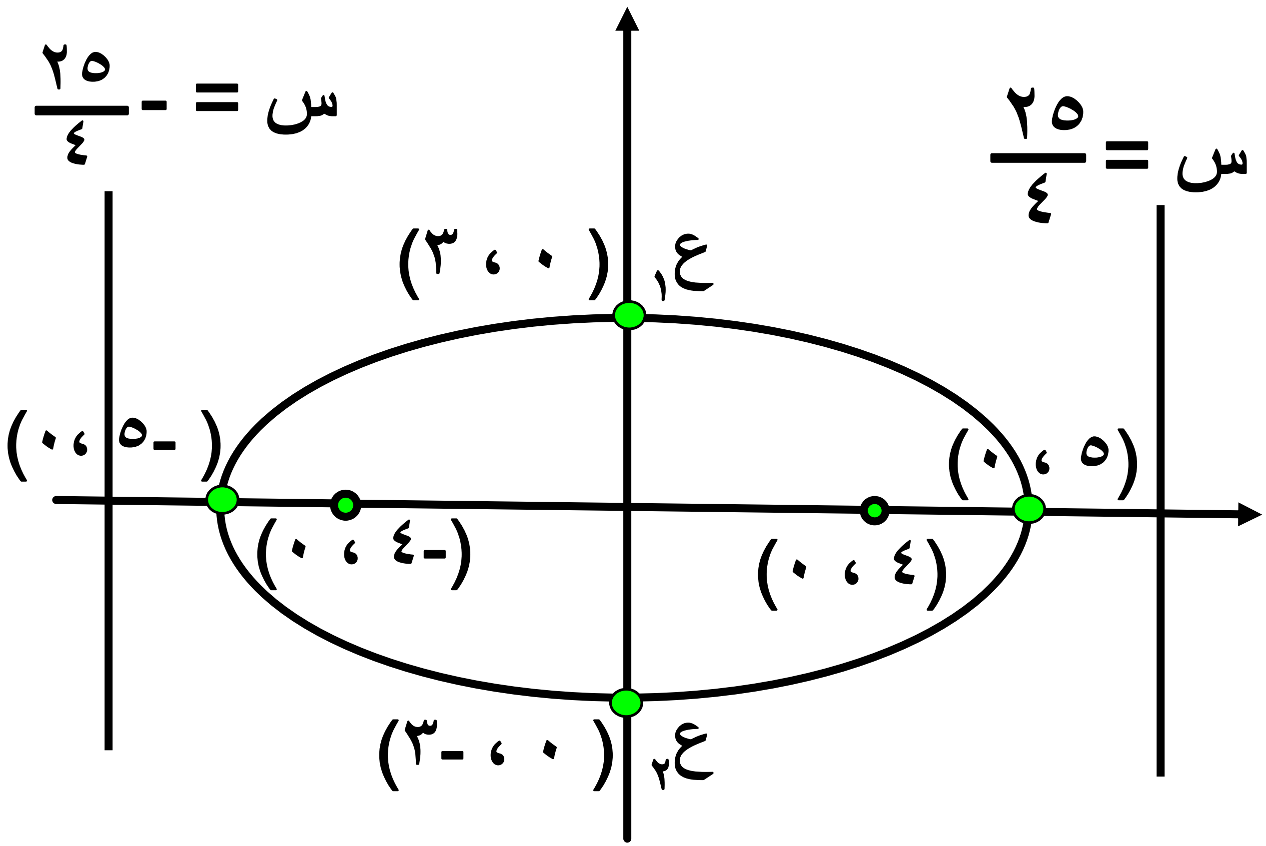
إحداثي الرأسين المرافقين

$\boxed{(٠ ، ± ب)}$

أ = ٥

ب = ٣

جـ = ٤



أوجد معادلة القطع الناقص الذي رأساه (٠ ، ± ٥)
وبؤرتاه (٠ ، ± ٤) ثم مثله بيانيا

الحل

∵ إحداثي الرأسين (٠ ، ± ٥) ، إحداثي البؤرتين (٠ ، ± ٤)

القطع على الشكل القياسي $\frac{س^٢}{ب^٢} + \frac{ص^٢}{أ^٢} = ١$

∵ الرأسين (٠ ، ± أ) = (٠ ، ± ٥) ⇐ أ = ٥

∵ البؤرتين (٠ ، ± جـ) = (٠ ، ± ٤) ⇐ جـ = ٤

∵ جـ^٢ = أ^٢ - ب^٢ ⇐ ١٦ = ٢٥ - ب^٢ ⇐ ب^٢ = ٢٥ - ١٦ = ٩

⇐ ب = ٣

∴ معادلة القطع هي $\frac{س^٢}{٩} + \frac{ص^٢}{٢٥} = ١$

تذكر أن

في معادلة القطع

$\frac{س^٢}{ب^٢} + \frac{ص^٢}{أ^٢} = ١$

إحداثي البؤرتين

(٠ ، ± جـ)

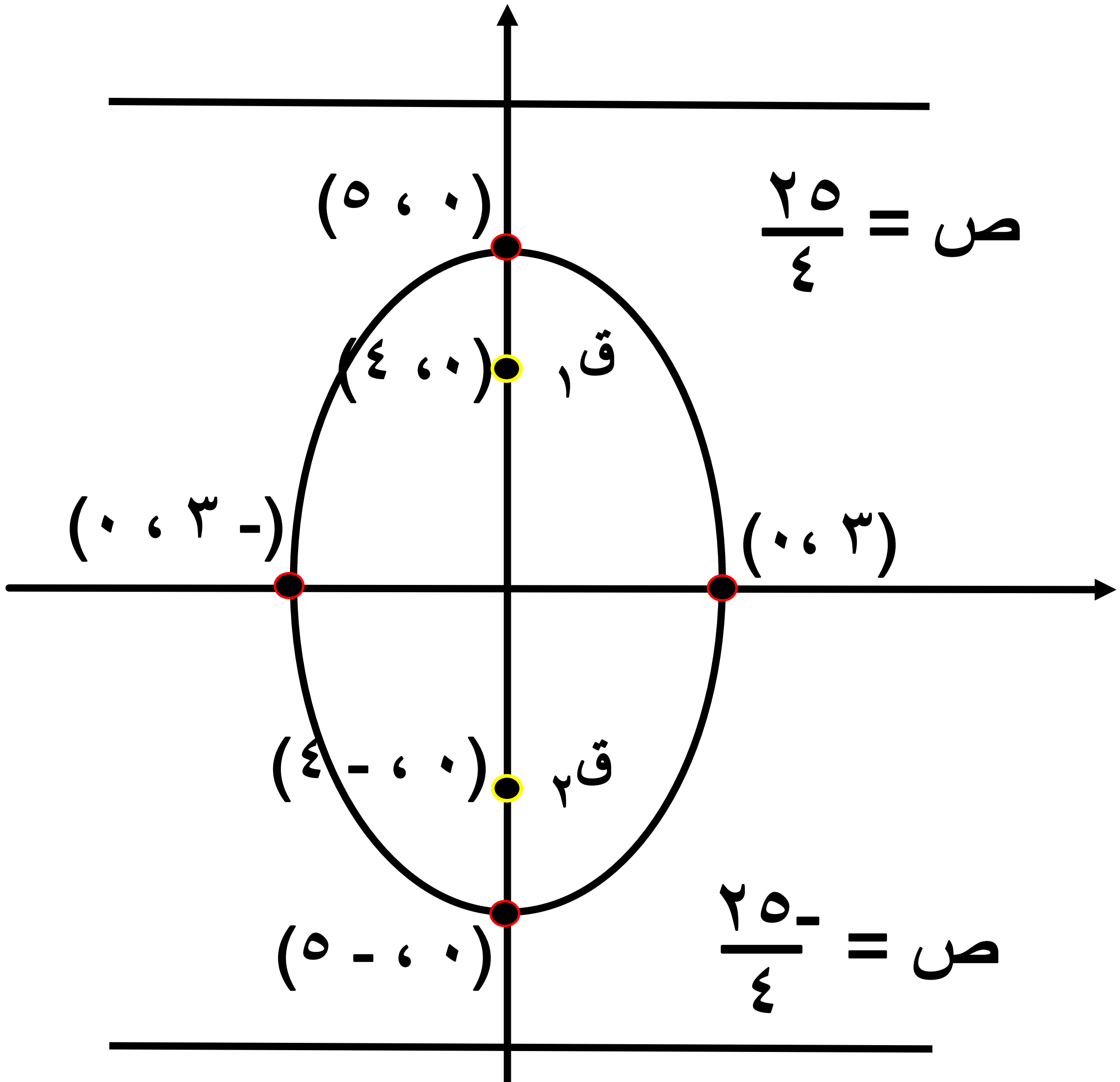
إحداثي الرأسين

(٠ ، ± أ)

إحداثي الرأسين المرافقين

(± ب ، ٠)

أ = ٥ 	ب = ٣ 	جـ = ٤



أوجد معادلة القطع الناقص الذي محوره الأكبر يقع على محور السينات و طوله ١٠ و طول محوره الأصغر ٨ و مركزه (٠ ، ٠)

الحل

∵ المركز (٠ ، ٠) ، المحور الأكبر يقع على محور السينات

القطع على الشكل القياسي $\boxed{\frac{\text{س}^{٢}}{\text{أ}^{٢}} + \frac{\text{ص}^{٢}}{\text{ب}^{٢}} = ١}$

∵ طول المحور الأكبر = ٢أ = ١٠ ⇐ ٢أ = ١٠ ⇐ $\boxed{\text{أ} = ٥}$

∵ طول المحور الأصغر = ٢ب = ٨ ⇐ ٢ب = ٨ ⇐ $\boxed{\text{ب} = ٤}$

∴ معادلة القطع هي $\boxed{\frac{\text{س}^{٢}}{٢٥} + \frac{\text{ص}^{٢}}{١٦} = ١}$

أوجد معادلة القطع الناقص الذي مركزه (٠،٠) و محوره الأصغر يقع على محور السينات و طوله ٤ وبعده البؤري ٦

الحل

∵ المركز (٠ ، ٠) ، المحور الأصغر يقع على محور السينات

∴ المحور الأكبر يقع على محور الصادات القطع على الشكل القياسي $\boxed{\frac{س^2}{ب^2} + \frac{ص^2}{أ^2} = ١}$

∵ طول المحور الأصغر = ٢ب = ٤ ⇐ ٢ب = ٤ ⇐ $\boxed{ب = ٢}$

∵ البعد البؤري = ٢ جـ = ٦ ⇐ ٢ جـ = ٦ ⇐ $\boxed{جـ = ٣}$

∵ $\boxed{جـ^2 = أ^2 - ب^2}$ ⇐ ٩ = $أ^2$ - ٤ ⇐ $أ^2$ = ٩ + ٤ = ١٣

∴ معادلة القطع هي $\boxed{\frac{س^2}{٤} + \frac{ص^2}{١٣} = ١}$

أوجد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه $(\pm ٢ ، ٠)$ وتخالفه المركزي $\frac{١}{٢}$

الحل

$\because$ البؤرتين $(\pm ٢ ، ٠)$ القطع على الشكل القياسي $\boxed{\frac{س^٢}{أ^٢} + \frac{ص^٢}{ب^٢} = ١}$

$\because$ البؤرتين $(\pm جـ ، ٠) = (\pm ٢ ، ٠) \Leftarrow \boxed{جـ = ٢}$

$\because$ التخالف المركزي (ي) $= \frac{جـ}{أ}$ ، ي $= \frac{١}{٢}$ (معطى) $\Leftarrow \frac{١}{٢} = \frac{٢}{أ} \Leftarrow \boxed{أ = ٤}$

$\because \boxed{جـ^٢ = أ^٢ - ب^٢} \Leftarrow ٤ = ١٦ - ب^٢ \Leftarrow ب^٢ = ١٦ - ٤ = ١٢$

$\therefore$ معادلة القطع هي $\boxed{\frac{س^٢}{١٦} + \frac{ص^٢}{١٢} = ١}$

أوجد معادلة القطع الناقص الذي رأساه (٠ ، ±٦) وتخالفه المركزي $\frac{١}{٣}$

الحل

∵ الرأسين (٠ ، ±٦)

القطع على الشكل القياسي

$$\boxed{\frac{\text{س}^{٢}}{\text{ب}^{٢}} + \frac{\text{ص}^{٢}}{\text{أ}^{٢}} = ١}$$

∵ الرأسين (٠ ، ± أ) = (٠ ، ±٦) ⇐ $\boxed{\text{أ} = ٦}$

∵ التخالف المركزي (ي) = $\frac{\text{جـ}}{\text{أ}}$ ، ي = $\frac{١}{٣}$ (معطى) ⇐ $\frac{١}{٣} = \frac{\text{جـ}}{٦}$ ⇐ $\boxed{\text{جـ} = ٢}$

∵ $\boxed{\text{جـ}^{٢} = \text{أ}^{٢} - \text{ب}^{٢}}$ ⇐ $٤ = ٣٦ - \text{ب}^{٢}$ ⇐ $\text{ب}^{٢} = ٣٦ - ٤ = ٣٢$

∴ معادلة القطع هي

$$\boxed{\frac{\text{س}^{٢}}{٣٢} + \frac{\text{ص}^{٢}}{٣٦} = ١}$$

موقع نقطة بالنسبة للقطع الناقص

لمعرفة موقع نقطة (م ، ن) بالنسبة للقطع الناقص $\frac{\text{س}^{٢}}{\text{عدد}} + \frac{\text{ص}^{٢}}{\text{عدد}} = ١$ ، العدد ≠ صفر

نعوض بالنقطة (م ، ن) في معادلة القطع ونميز ثلاث حالات :-

إذا كان ناتج التعويض

- $= ١$ ← على القطع
- < ١ ← داخل القطع
- > ١ ← خارج القطع

بين موقع النقطة (٢، ٣) بالنسبة للقطوع الناقصة التالية:-

١) $\frac{س^{٢}}{١٦}+\frac{ص^{٢}}{١٢}=١$ ٢) $\frac{س^{٢}}{٩}+\frac{ص^{٢}}{٨١}=١$

الحل

نعوض بالنقطة (٢ ، ٣) في معادلة القطع (١)

١) $\frac{(٢)^{٢}}{١٦}+\frac{(٣)^{٢}}{١٢}=١ \Rightarrow \frac{\cancel{٤}^{\,١}}{\cancel{١٦}_{\,٤}}+\frac{\cancel{٩}^{\,٣}}{\cancel{١٢}_{\,٤}}=١ \Rightarrow \frac{١}{٤}+\frac{٣}{٤}=١ \Rightarrow ١=١$

∴ النقطة (٢ ,٣) تقع على القطع

نعوض بالنقطة (٢ ، ٣) في معادلة القطع (٢)

٢) $\frac{(٢)^{٢}}{٩}+\frac{(٣)^{٢}}{٨١}=١ \Rightarrow \frac{٤}{٩}+\frac{\cancel{٩}^{\,١}}{\cancel{٨١}_{\,٩}}=١ \Rightarrow \frac{٤}{٩}+\frac{١}{٩}=١ \Rightarrow \frac{٥}{٩}<١$

∴ النقطة (٢ ,٣) تقع داخل القطع

مهم

أكمل الفرغات التالية : - ....

١- قطع ناقص طولا محوريه ١٠ ، ٨ فإن إحداثي بؤرتيه (± جـ ، ٠) = ...

٢- قطع ناقص رأساه (٠ ، ± ٥) وبؤرتاه (٠ ، ± ٤) فإن التخالف المركزي = ...

٣- قطع ناقص رأساه (٠ ، ± ٤) وتخالفه المركزي $\frac{٣}{٤}$ فإن البعد البؤري = ...

الحل

١- إحداثي البؤرتين = (± ٣، ٠)

التوضيح

∵ طول المحور الأكبر = ٢أ = ١٠ ⇐ ٢أ = ١٠ ⇐ أ = ٥

∵ طول المحور الأصغر = ٢ب = ٨ ⇐ ٢ب = ٨ ⇐ ب = ٤

جـ^{٢} = ٢٥ ـ ١٦ = ٩ ⇐ جـ = ٣

إحداثي البؤرتين = (± ٣، ٠)

$\because$ الرأسين $(\cdot \text{ ، } \pm ٥)$ $\Leftarrow$ $\boxed{\text{أ} = ٥}$

٢- $\because$ التخالف المركزي $= \frac{\text{جـ}}{\text{أ}} = \frac{٤}{٥}$

$\because$ البؤرتين $(\cdot \text{ ، } \pm ٤)$ $\Leftarrow$ $\boxed{\text{جـ} = ٤}$

$\boxed{\text{٣- البعد البؤري} = ٦}$

<u>التوضيح</u>

$\because$ الرأسين $(\cdot \text{ ، } \pm ٤)$ $\Leftarrow$ $\boxed{\text{أ} = ٤}$

، ي $= \frac{٣}{٤}$ (معطى) ، أ $= ٤$ $\because$ ي $= \frac{\text{جـ}}{\text{أ}}$ $\Leftarrow$ $\frac{٣}{٤} = \frac{\text{جـ}}{٤}$ $\Leftarrow$ $\boxed{\text{جـ} = ٣}$

$\boxed{\text{البعد البؤري} = ٢\text{جـ} = ٦}$

تدريب للطالب

أكمل الفرغات التالية : ـ . . . .

قطع ناقص بعده البؤري ٦ وطول محوره الأكبر ١٠ فإن طول محوره الأصغر =.....

قطع ناقص بؤرتاه (٠ ، ± ٤) وتخالفه المركزي $\frac{٤}{٥}$ فإن طول المحور الأكبر = . . .

قطع ناقص رأساه (٠ ، ± ٥) وبؤرتاه (٠ ، ± ٤) فإن معادلة دليلاه هي . . .

أوجد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه $(\text{٠} \text{ ، } \pm\text{٣})$

ومعادلة دليلاه $\text{ص} = \pm \frac{\text{١٠}}{\text{٣}}$

الحل

$\because$ البؤرتين $(\text{٠} \text{ ، } \pm\text{٣})$ **القطع على الشكل القياسي** $\boxed{\frac{\text{س}^{\text{٢}}}{\text{ب}^{\text{٢}}} + \frac{\text{ص}^{\text{٢}}}{\text{أ}^{\text{٢}}} = \text{١}}$

$\because$ البؤرتين $(\text{٠} \text{ ، } \pm \text{جـ}) = (\text{٠} \text{ ، } \pm \text{٣}) \Leftarrow \boxed{\text{جـ} = \text{٣}}$

$\because$ معادلة الدليلين $\text{ص} = \pm \frac{\text{أ}^{\text{٢}}}{\text{جـ}}$ ، $\text{ص} = \pm \frac{\text{١٠}}{\text{٣}}$ (معطى) $\Leftarrow \frac{\text{١٠}}{\text{٣}} = \frac{\text{أ}^{\text{٢}}}{\text{٣}} \Leftarrow \boxed{\text{أ}^{\text{٢}} = \text{١٠}}$

$\because \boxed{\text{جـ}^{\text{٢}} = \text{أ}^{\text{٢}} - \text{ب}^{\text{٢}}} \Leftarrow \text{٩} = \text{١٠} - \text{ب}^{\text{٢}} \Leftarrow \text{ب}^{\text{٢}} = \text{١٠} - \text{٩} = \text{١}$

$\therefore$ **معادلة القطع هي** $\boxed{\frac{\text{س}^{\text{٢}}}{\text{١}} + \frac{\text{ص}^{\text{٢}}}{\text{١٠}} = \text{١}}$

أوجد معادلة القطع الناقص الذي مركزه (٠ ، ٠) و بؤرتاه على محور السينات والمسافة بينهما ٦ سم و الفرق بين طولي المحورين وحدتين

الحل

∵ المركز (٠ ، ٠) ، البؤرتين على محور السينات

القطع على الشكل القياسي

$$\boxed{\frac{س^{٢}}{أ^{٢}} + \frac{ص^{٢}}{ب^{٢}} = ١}$$

∵ **البعد البؤري** = ٢ جـ = ٦ ⇐ ٢ جـ = ٦ ⇐ $\boxed{جـ = ٣}$

∵ **الفرق بين طولي المحورين** = ٢ ⇐ ٢أ ــ ٢ب = ٢ ⇐ أ ــ ب = ١ ⇐ <u>أ = ب +١</u>

∵ جـ^{٢} = أ^{٢} - ب^{٢} ⇐ ٩ = (ب + ١)^{٢} - ب^{٢} ⇐ ٩ = ب^{٢} + ٢ب + ١ - ب^{٢}

⇐ ٢ب = ٨ ⇐ $\boxed{ب = ٤}$ ∵ أ = ب +١ ⇐ $\boxed{أ = ٥}$

∴ **معادلة القطع هي**

$$\boxed{\frac{س^{٢}}{٢٥} + \frac{ص^{٢}}{١٦} = ١}$$

أوجد معادلة القطع الناقص الذي مركزه (٠ ، ٠)
وتخالفه المركزي $\frac{١}{٣}$ و معادلة دليلاه ص = ± $\frac{٥}{٢}$

الحل

∵ المركز (٠ ، ٠) ، معادلة دليلاه ص = ± $\frac{٥}{٢}$

القطع على الشكل القياسي

$$\boxed{\frac{س^٢}{ب^٢} + \frac{ص^٢}{أ^٢} = ١}$$

∵ معادلة الدليلين ص = ± $\frac{أ}{ي}$ ، ص = ± $\frac{٥}{٢}$ (معطى) ، ي = $\frac{١}{٣}$ (معطى)

$$\Leftarrow \frac{٥}{٢} = \frac{أ}{\frac{١}{٣}} \Leftarrow \frac{٥}{٢} = \frac{٣أ}{١} \Leftarrow \boxed{أ = \frac{٥}{٦}}$$

، ∵ ي = $\frac{جـ}{أ}$ $\Leftarrow \frac{١}{٣} = \frac{جـ}{\frac{٥}{٦}} \Leftarrow \frac{١}{٣} = \frac{٦جـ}{٥} \Leftarrow \boxed{جـ = \frac{٥}{١٨}}$

$$\because \text{ج}^{٢} = \text{أ}^{٢} - \text{ب}^{٢} \Leftarrow \frac{٢٥}{٣٢٤} = \frac{٢٥}{٣٦} - \text{ب}^{٢} \Leftarrow \text{ب}^{٢} = \frac{٢٥}{٣٦} - \frac{٢٥}{٣٢٤}$$

$$\Leftarrow \text{ب}^{٢} = \frac{٢٢٥ - ٢٥}{٣٢٤} \Leftarrow \text{ب}^{٢} = \frac{٢٠٠}{٣٢٤}$$

$\therefore$ معادلة القطع هي

$$\boxed{\frac{\text{س}^{٢}}{\frac{٢٥}{٣٦}} + \frac{\text{ص}^{٢}}{\frac{٢٠٠}{٣٢٤}} = ١}$$

$$\boxed{\frac{٣٦\,\text{س}^{٢}}{٢٥} + \frac{٣٢٤\,\text{ص}^{٢}}{٢٠٠} = ١}$$

أوجد معادلة القطع الناقص الذي محوره الأكبر يقع على محور الصادات و طوله ١٠ و مركزه (٠،٠) ويمر بالنقطة (٣ ، ٣)

الحل

∵ المركز (٠ ، ٠)

، المحور الأكبر على محور الصادات

القطع على الشكل القياسي

$$\frac{س^٢}{ب^٢} + \frac{ص^٢}{أ^٢} = ١$$

∵ طول المحور الأكبر = ٢أ = ١٠ ⇐ $\boxed{أ = ٥}$

∵ القطع يمر بالنقطة (٣ ، ٣) فهي تحقق معادلته ، أ =٥

$$\frac{(٣)^٢}{ب^٢} + \frac{(٣)^٢}{(٥)^٢} = ١ \Leftarrow \frac{٩}{ب^٢} + \frac{٩}{٢٥} = ١ \Leftarrow \frac{٩}{ب^٢} = ١ - \frac{٩}{٢٥}$$

$$\Leftarrow \frac{٩}{ب^٢} = \frac{١٦}{٢٥} \Leftarrow ب^٢ = \frac{٩ \times ٢٥}{١٦} \Leftarrow ب^٢ = \frac{٢٢٥}{١٦}$$

∴ معادلة القطع هي

$$\frac{س^٢}{\frac{٢٢٥}{١٦}} + \frac{ص^٢}{٢٥} = ١$$

أوجد معادلة القطع الناقص الذي رأساه (± ٥ ، ٠) ويمر بالنقطة (٢ ، ٣)

الحل

∵ رأساه (± ٥ ، ٠) **القطع على الشكل القياسي** $\frac{س^٢}{أ^٢} + \frac{ص^٢}{ب^٢} = ١$

إحداثي الرأسين (± أ ، ٠) = (± ٥ ، ٠) ⇐ $\boxed{أ = ٥}$

∵ القطع **يمر بالنقطة** (٢ ، ٣) فهي تحقق معادلته ، أ =٥

$\frac{(٢)^٢}{(٥)^٢} + \frac{(٣)^٢}{ب^٢} = ١ \Leftarrow \frac{٤}{٢٥} + \frac{٩}{ب^٢} = ١ \Leftarrow \frac{٩}{ب^٢} = ١ - \frac{٤}{٢٥}$

$\Leftarrow \frac{٩}{ب^٢} = \frac{٢١}{٢٥} \Leftarrow ب^٢ = \frac{\cancel{٩}^{٣} \times ٢٥}{\cancel{٢١}_{٧}} \Leftarrow ب^٢ = \frac{٧٥}{٧}$

∴ **معادلة القطع هي**

$$\boxed{\frac{س^٢}{٢٥} + \frac{ص^٢}{\frac{٧٥}{٧}} = ١}$$

أوجد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه (± ٤ ، ٠) ويمر بالنقطة (٣، -١)

الحل

∵ بؤرتاه (± ٤ ، ٠) **القطع على الشكل القياسي**

$$\frac{س^٢}{أ^٢} + \frac{ص^٢}{ب^٢} = ١$$

إحداثي البؤرتين (± جـ ، ٠) = (± ٤ ، ٠) ⇐ $\boxed{جـ = ٤}$

∵ **القطع يمر بالنقطة** (٣ ، -١) فهي تحقق معادلته

$$\frac{(٣)^٢}{أ^٢} + \frac{(-١)^٢}{ب^٢} = ١ \Leftarrow \frac{٩}{أ^٢} + \frac{١}{ب^٢} = ١$$

، ∵ جـ^٢ = أ^٢ - ب^٢ ⇐ ١٦ = أ^٢ - ب^٢ ⇐ $\boxed{أ^٢ = ١٦ + ب^٢}$

$$\Leftarrow \frac{٩}{١٦ + ب^٢} + \frac{١}{ب^٢} = ١ \Leftarrow \frac{٩ب^٢ + ١٦ + ب^٢}{(١٦ + ب^٢)(ب^٢)} \cancel{=} ١ \Leftarrow$$

$$٩\text{ب}^{٢} + ١٦ + \text{ب}^{٢} = ١٦\text{ب}^{٢} + \text{ب}^{٤}$$

$$١٠\text{ب}^{٢} + ١٦ = ١٦\text{ب}^{٢} + \text{ب}^{٤}$$

$$٠ = \text{ب}^{٤} + ٦\text{ب}^{٢} - ١٦$$

$$٠ = (\text{ب}^{٢} + ٨)(\text{ب}^{٢} - ٢)$$

إما

$\text{ب}^{٢} + ٨ = ٠$

مرفوض

أو

$\text{ب}^{٢} - ٢ = ٠$

ومنها $\text{ب}^{٢} = ٢$

$\because \text{أ}^{٢} = ١٦ + \text{ب}^{٢}$ ، $\text{ب}^{٢} = ٢ \Leftarrow \text{أ}^{٢} = ١٦ + ٢ = ١٨$

$\text{أ}^{٢} = ١٨$

$\text{ب}^{٢} = ٢$

$\therefore$ معادلة القطع هي

$$\frac{\text{س}^{٢}}{١٨} + \frac{\text{ص}^{٢}}{٢} = ١$$

أوجد معادلة القطع الناقص الذي مركزه (٠ ، ٠) و بؤرتاه على محور السينات و تخالفه المركزي $\frac{١}{٣}$ ويمر بالنقطة (٦ ، ٤)

الحل

∵ المركز (٠ ، ٠) ، البؤرتين على محور السينات

القطع على الشكل القياسي

$$\boxed{\frac{س^٢}{أ^٢} + \frac{ص^٢}{ب^٢} = ١}$$

∵ $ي = \frac{جـ}{أ}$ ، $ي = \frac{١}{٣}$ (معطى) $\Leftarrow \frac{١}{٣} = \frac{جـ}{أ} \Leftarrow \boxed{جـ = \frac{أ}{٣}}$

∵ القطع يمر بالنقطة (٦ ، ٤) فهي تحقق معادلته

$$\frac{(٦)^٢}{أ^٢} + \frac{(٤)^٢}{ب^٢} = ١ \Leftarrow \frac{٣٦}{أ^٢} + \frac{١٦}{ب^٢} = ١$$

∵ $جـ^٢ = أ^٢ - ب^٢ \Leftarrow \frac{أ^٢}{٩} = أ^٢ - ب^٢ \Leftarrow ب^٢ = أ^٢ - \frac{أ^٢}{٩} \Leftarrow ب^٢ = \frac{٨أ^٢}{٩}$

$$\Leftarrow \quad \frac{٣٦}{أ^{٢}}+\frac{١٦}{\frac{٨أ^{٢}}{٩}}=١ \quad \Leftarrow \quad \frac{٣٦}{أ^{٢}}+\frac{١٤٤}{٨أ^{٢}}=١ \quad \Leftarrow \quad \frac{٢٨٨+١٤٤}{٨أ^{٢}}=١$$

$$\Leftarrow \quad \frac{\overset{٥٤}{\cancel{٤٣٢}}}{\underset{١}{\cancel{٨}}أ^{٢}}=١ \quad \Leftarrow \quad \frac{٥٤}{أ^{٢}}\cancel{=}١ \quad \Leftarrow \quad \boxed{أ^{٢}=٥٤}$$

$$\because \quad ب^{٢}=\frac{٨أ^{٢}}{٩} \quad \Leftarrow \quad ب^{٢}=\frac{٨\times\overset{٦}{\cancel{٥٤}}}{\underset{١}{\cancel{٩}}} \quad \Leftarrow \quad \boxed{ب^{٢}=٤٨}$$

$\therefore$ **معادلة القطع هي** $\boxed{\frac{س^{٢}}{٥٤}+\frac{ص^{٢}}{٤٨}=١}$

أوجد معادلة القطع الناقص الذي مركزه (٠,٠) ومحوريه تقع على المحاور الاحداثية و يمر بالنقطتين (٤ ، ٣) ، (١ ، ٤)

الحل

∵ المركز (٠ ، ٠) ومحوريه تقع على المحاور

نفرضه القطع على أحد الأشكال القياسية

$$\frac{س^٢}{ل^٢} + \frac{ص^٢}{م^٢} = ١$$

∵ القطع يمر بالنقطة (٤ ، ٣) فهي تحقق معادلته

$$\frac{(٤)^٢}{ل^٢} + \frac{(٣)^٢}{م^٢} = ١ \Leftarrow \frac{١٦}{ل^٢} + \frac{٩}{م^٢} = ١ \quad \boxed{١ \leftarrow}$$

∵ القطع يمر بالنقطة (١ ، ٤) فهي تحقق معادلته

$$\frac{(١)^٢}{ل^٢} + \frac{(٤)^٢}{م^٢} = ١ \Leftarrow \frac{١}{ل^٢} + \frac{١٦}{م^٢} = ١ \quad \boxed{٢ \leftarrow}$$

بحل المعادلتين ١ ، ٢ جبريا بضرب المعادلة(٢) × −١٦

$$-\cancel{\frac{١٦}{\text{ل}^{٢}}} - \frac{٢٥٦}{\text{م}^{٢}} = -١٦$$

$$\cancel{\frac{١٦}{\text{ل}^{٢}}} + \frac{٩}{\text{م}^{٢}} = ١$$

بالجمع $\Leftarrow \frac{-٢٥٦}{\text{م}^{٢}} + \frac{٩}{\text{م}^{٢}} = -١٥ \Leftarrow \frac{-٢٥٦ + ٩}{\text{م}^{٢}} = -١٥$

$$\Leftarrow \frac{-٢٤٧}{\text{م}^{٢}} = -١٥ \Leftarrow \boxed{\text{م}^{٢} = \frac{٢٤٧}{١٥}} \quad \because \frac{١}{\text{ل}^{٢}} + \frac{١٦}{\text{م}^{٢}} = ١$$

$$\Leftarrow \frac{١}{\text{ل}^{٢}} + \frac{١٦}{\frac{٢٤٧}{١٥}} = ١ \Leftarrow \frac{١}{\text{ل}^{٢}} + \frac{٢٤٠}{٢٤٧} = ١ \Leftarrow \frac{١}{\text{ل}^{٢}} = \frac{٢٤٧ - ٢٤٠}{٢٤٧}$$

$$\Leftarrow \frac{١}{\text{ل}^{٢}} = \frac{٧}{٢٤٧} \Leftarrow \boxed{\text{ل}^{٢} = \frac{٢٤٧}{٧}}$$

∴ معادلة القطع هي

$$\boxed{\frac{٧\,\text{س}^{٢}}{٢٤٧} + \frac{١٥\,\text{ص}^{٢}}{٢٤٧} = ١}$$

أوجد معادلة القطع الناقص الذي ترسمه النقطة التي تتحرك بحيث يكون مجموع بعديها عن النقطتين (٣ ، ٠) ، (٩ ، ٠) يساوي ١٢

الحل

نفرض نقطة ن (س ، ص) تقع على القطع $\Leftarrow |\text{ن ق}_1| + |\text{ن ق}_2| = \text{١٢}$

$$\sqrt{(\text{س} - \text{٣})^2 + (\text{ص} - \text{٠})^2} + \sqrt{(\text{س} - \text{٩})^2 + (\text{ص} - \text{٠})^2} = \text{١٢}$$

$$\Leftarrow \sqrt{(\text{س} - \text{٣})^2 + \text{ص}^2} + \sqrt{(\text{س} - \text{٩})^2 + \text{ص}^2} = \text{١٢}$$

$$\Leftarrow \sqrt{(\text{س} - \text{٣})^2 + \text{ص}^2} = \text{١٢} - \sqrt{(\text{س} - \text{٩})^2 + \text{ص}^2}$$

بالتربيع

$$\Leftarrow (\text{س} - \text{٣})^2 + \text{ص}^2 = \left(\text{١٢} - \sqrt{(\text{س} - \text{٩})^2 + \text{ص}^2}\right)^2$$

$$\Leftarrow (\text{س} - \text{٣})^2 + \cancel{\text{ص}^2} = \text{١٤٤} - \text{٢٤}\sqrt{(\text{س} - \text{٩})^2 + \text{ص}^2} + (\text{س} - \text{٩})^2 + \cancel{\text{ص}^2}$$

$$\cancel{\text{س}^{٢}} - ٦\,\text{س} + ٩ = ١٤٤ - ٢٤\sqrt{(\text{س} - ٩)^{٢} + \text{ص}^{٢}} + \cancel{\text{س}^{٢}} - ١٨\,\text{س} + ٨١$$

$$\Leftarrow ٢٤\sqrt{(\text{س} - ٩)^{٢} + \text{ص}^{٢}} = ١٤٤ - ١٨\text{س} + ٦\text{س} + ٨١ - ٩$$

$$\Leftarrow ٢٤\sqrt{(\text{س} - ٩)^{٢} + \text{ص}^{٢}} = -١٢\text{س} + ٢١٦ \qquad \div ١٢$$

$$\Leftarrow ٢\sqrt{(\text{س} - ٩)^{٢} + \text{ص}^{٢}} = -\,\text{س} + ١٨$$

بالتربيع

$$\Leftarrow ٤\left((\text{س} - ٩)^{٢} + \text{ص}^{٢}\right) = (-\,\text{س} + ١٨)^{٢}$$

$$٤\text{س}^{٢} - ٧٢\text{س} + ٣٢٤ + ٤\text{ص}^{٢} = \text{س}^{٢} - ٣٦\text{س} + ٣٢٤$$

$$\Leftarrow ٣\text{س}^{٢} - ٣٦\text{س} + ٤\text{ص}^{٢} = ٠$$

أوجد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه (٣ ، ٠) ، (٩ ، ٠)
وطول محوره الأكبر يساوي ١٢

الحل

∵ البؤرتين (٣ ، ٠) ، (٩ ، ٠) القطع في وضع غير قياسي

∵ طول المحور الأكبر = ٢أ = ١٢ ⇐ $\boxed{\text{٢أ = ١٢}}$

نفرض نقطة ن (س ، ص) تقع على القطع ⇐ | ن ق$_{١}$ | + | ن ق$_{٢}$ | = ١٢

$\sqrt{(\text{س} - ٣)^٢ + (\text{ص} - ٠)^٢} + \sqrt{(\text{س} - ٩)^٢ + (\text{ص} - ٠)^٢} = ١٢$

⇐ $\sqrt{(\text{س} - ٣)^٢ + \text{ص}^٢} + \sqrt{(\text{س} - ٩)^٢ + \text{ص}^٢} = ١٢$

⇐ $\sqrt{(\text{س} - ٣)^٢ + \text{ص}^٢} = ١٢ - \sqrt{(\text{س} - ٩)^٢ + \text{ص}^٢}$

بالتربيع

$$\Leftarrow (\text{س} - ٣)^{٢} + \text{ص}^{٢} = \left(١٢ - \sqrt{(\text{س} - ٩)^{٢} + \text{ص}^{٢}}\right)^{٢}$$

$$\Leftarrow (\text{س} - ٣)^{٢} + \cancel{\text{ص}^{٢}} = ١٤٤ - ٢٤\sqrt{(\text{س} - ٩)^{٢} + \text{ص}^{٢}} + (\text{س} - ٩)^{٢} + \cancel{\text{ص}^{٢}}$$

$$\cancel{\text{س}^{٢}} - ٦\,\text{س} + ٩ = ١٤٤ - ٢٤\sqrt{(\text{س} - ٩)^{٢} + \text{ص}^{٢}} + \cancel{\text{س}^{٢}} - ١٨\,\text{س} + ٨١$$

$$\Leftarrow ٢٤\sqrt{(\text{س} - ٩)^{٢} + \text{ص}^{٢}} = ١٤٤ - ١٨\text{س} + ٦\text{س} + ٨١ - ٩$$

$$\Leftarrow ٢٤\sqrt{(\text{س} - ٩)^{٢} + \text{ص}^{٢}} = -١٢\text{س} + ٢١٦ \qquad ١٢٪$$

$$\Leftarrow ٢\sqrt{(\text{س} - ٩)^{٢} + \text{ص}^{٢}} = -\,\text{س} + ١٨ \qquad \text{بالتربيع}$$

$$\Leftarrow ٤\left((\text{س} - ٩)^{٢} + \text{ص}^{٢}\right) = (-\,\text{س} + ١٨)^{٢}$$

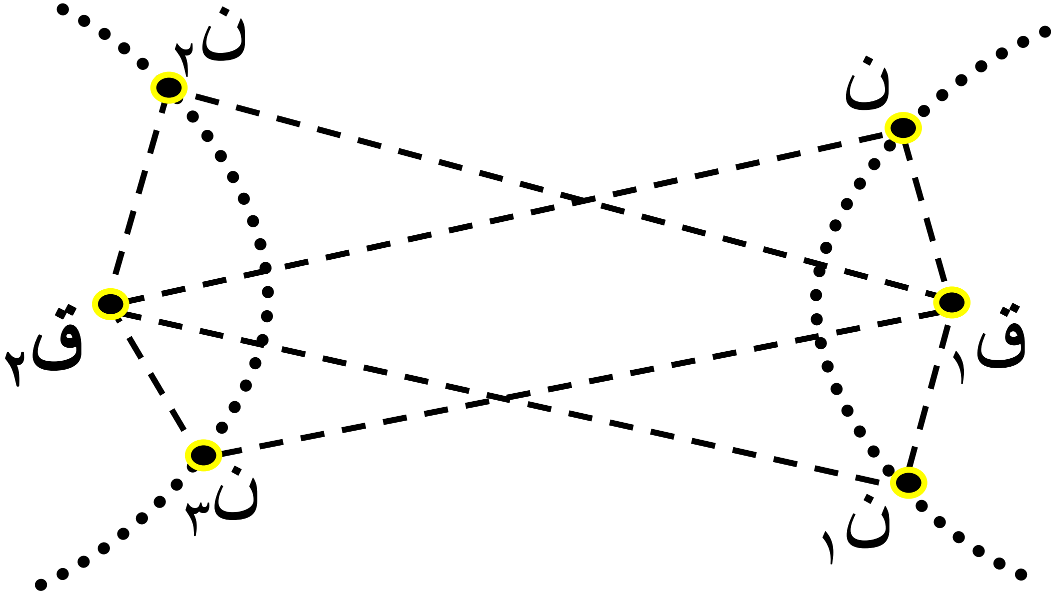
$$٤\text{س}^{٢} - ٧٢\text{س} + ٣٢٤ + ٤\text{ص}^{٢} = \text{س}^{٢} - ٣٦\text{س} + ٣٢٤$$

$$\Leftarrow ٣\text{س}^{٢} - ٣٦\text{س} + ٤\text{ص}^{٢} = ٠$$

القطع الزائد

إعداد/ يعقوب الصلوي

لتكن ق١ و ق٢ نقطتين ثابتتين و ن نقطة في مستوهما فإذا تحركت النقطة ن بحيث أن بعدها عن النقطة الأولى − بعدها عن الثانية = مقدار ثابت فإنها ترسم منحنى ذات فرعين يسمى **قطع زائد**



إذا فرضنا المقدار الثابت = ٢أ فإن

| ن ق٢ | − | ن ق١ | = ٢أ

| ن١ق٢ | − | ن١ق١ | = ٢أ

| ن٢ق٢ | − | ن٢ق١ | = ٢أ

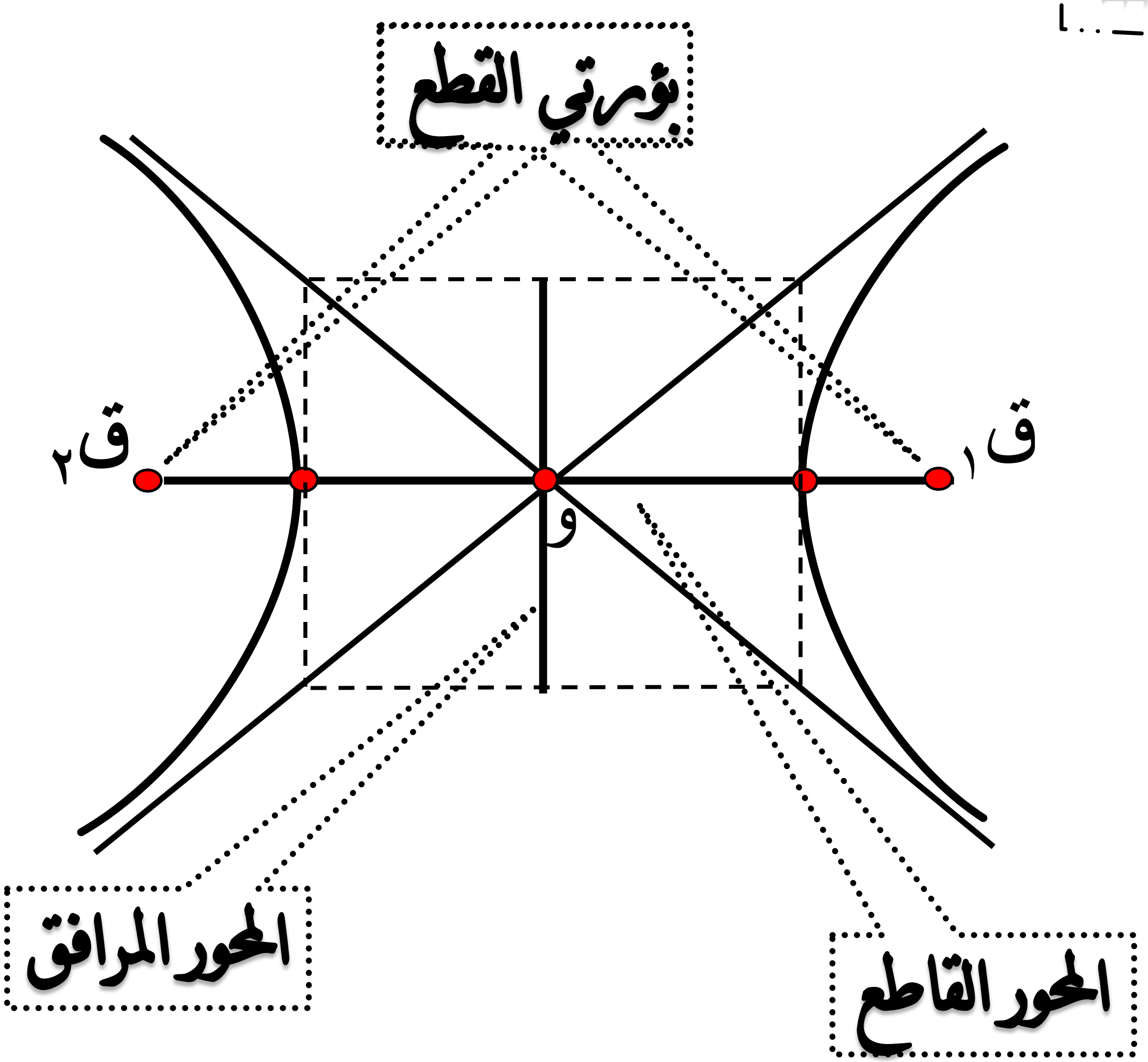
| ن٣ق١ | − | ن٣ق٢ | = ٢أ

التعريف

القطع الزائد هو مسار نقطة تتحرك في المستوى بحيث يبقى الفرق بين بعدها عن نقطتين ثابتتين في نفس المستوى مقدار ثابت دائما ، تسمى النقطتين الثابتين بؤرتي القطع

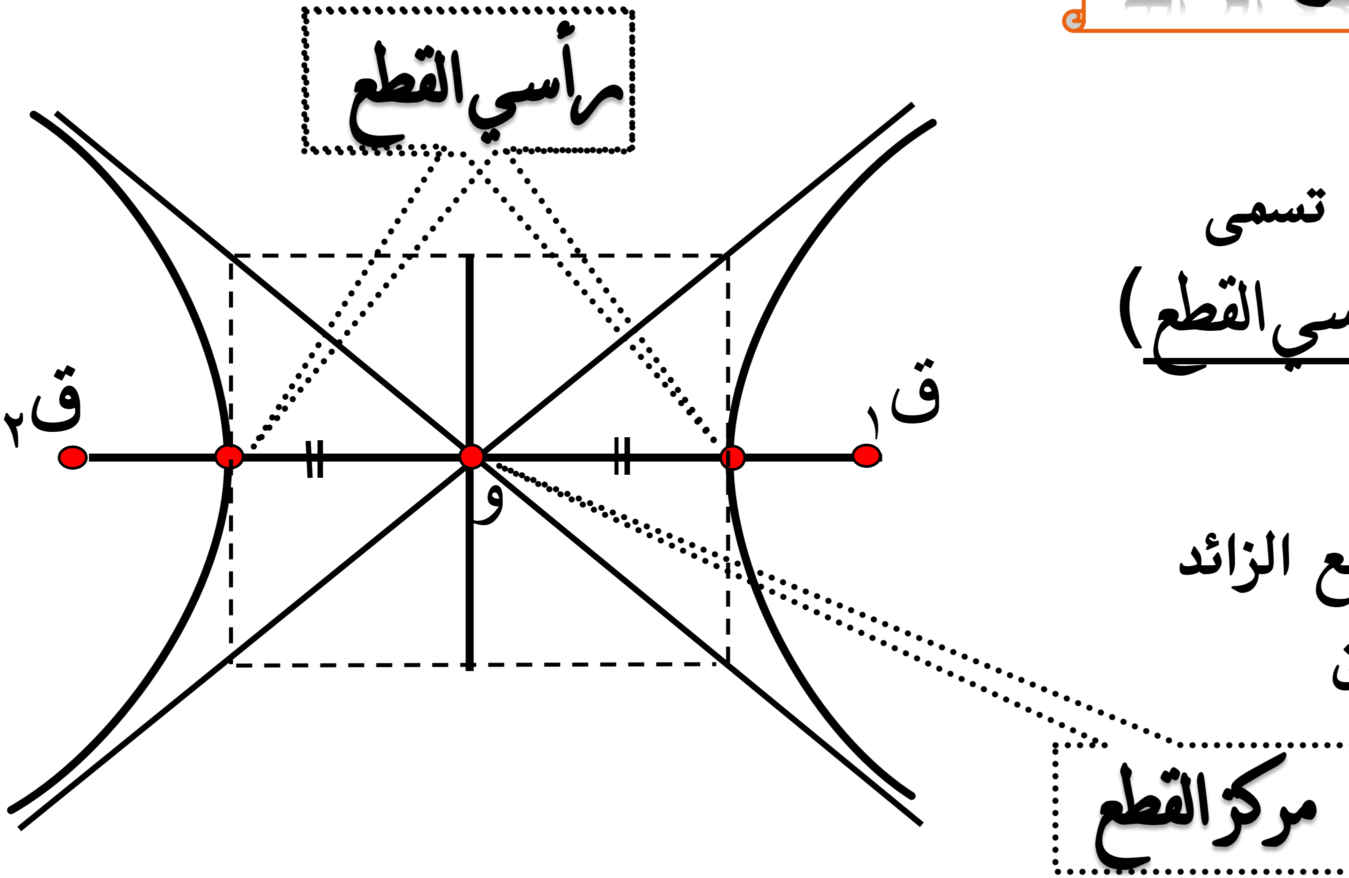
ملاحظات في القطع الزائد

محوري تماثل القطع الزائد



- المستقيم المار بالبؤرتين يسمى ***المحور القاطع*** (المحور البؤري)
- المستقيم العمودي على المحور القاطع عند منتصف البعد بين البؤرتين يسمى ***المحور المرافق*** (المحور الغير بؤري)

رأسي القطع الزائد



نقطتي تقاطع القطع مع محورهِ القاطع تسمى (رأسي القطع)

(ملاحظة)

لا يقطع منحنى القطع الزائد محوره المرافق

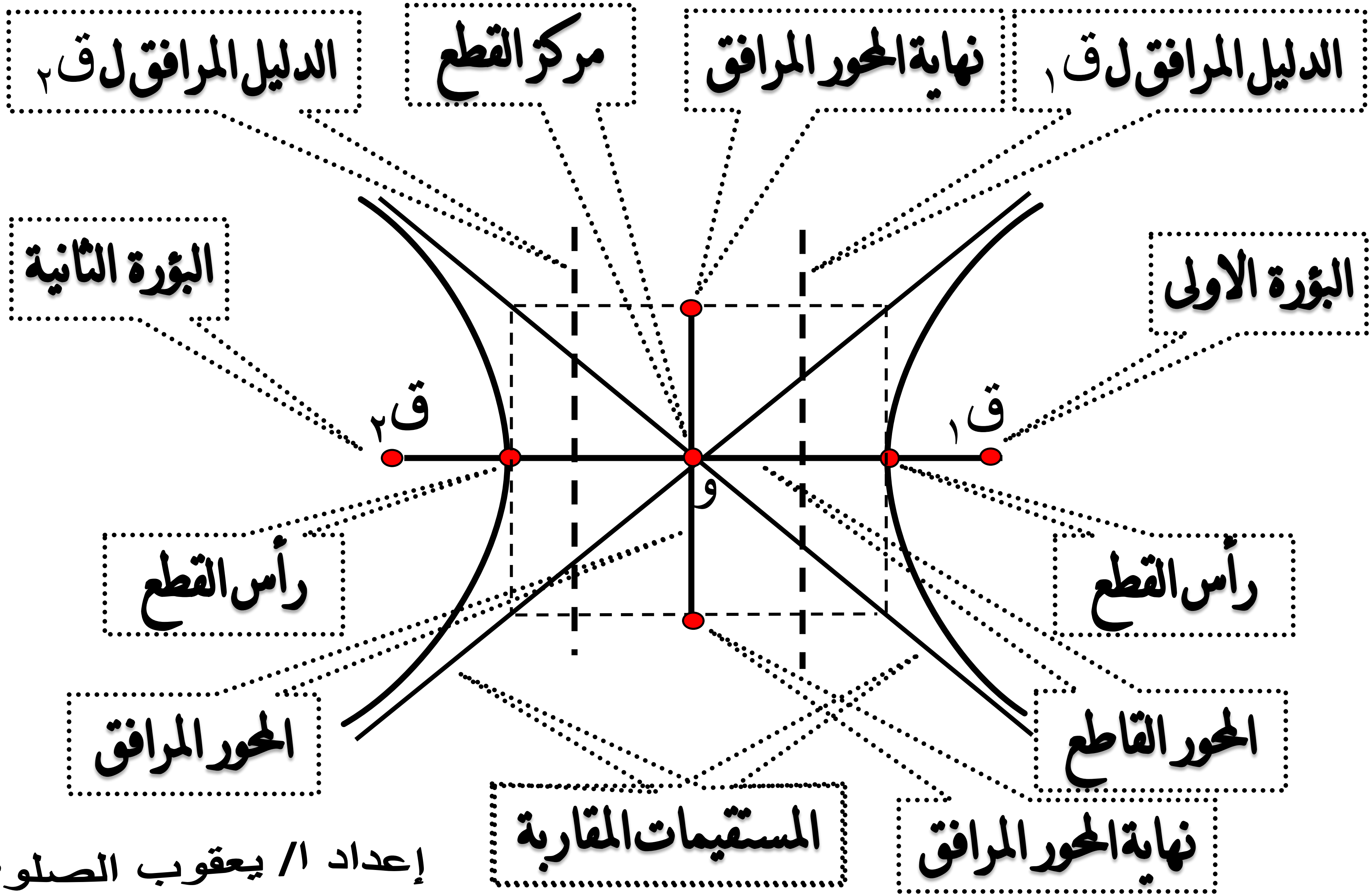
مركز القطع الناقص

تسمى منتصف المسافة بين البؤرتين (مركز القطع)

تسمى منتصف المسافة بين الرأسين (مركز القطع)

تسمى نقطة تقاطع محوري القطع (مركز القطع)

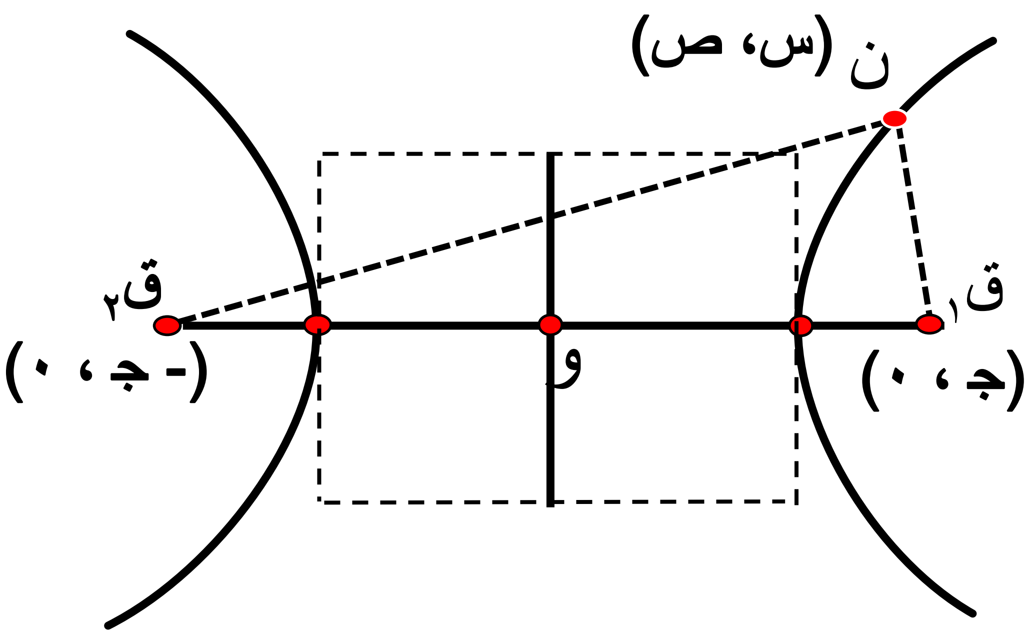
ملخص عناصر القطع الزائد



إعداد / يعقوب الصلوي

استنتاج معادلة قطع زائد مركزه (٠ ، ٠)
وبؤرتاه تقع على محور السينات

ليكن لدينا قطع زائد مركزه (٠ ، ٠) و بؤرتاه تقع على محور السينات



إذا كان | ق١ق٢ | = ٢جـ

فإن إحداثي البورتين يكون

ق١ (جـ ، ٠) ، ق٢ (- جـ ، ٠)

نفرض نقطة ن(س ، ص)
تقع على القطع

فإن | ن ق٢| - | ن ق١| = ٢أ

حيث ٢أ هو المقدار الثابت (تعريف)

$$\sqrt{(\text{س} - (-\text{ج}))^{٢} + (\text{ص} - ٠)^{٢}} - \sqrt{(\text{س} - \text{ج})^{٢} + (\text{ص} - ٠)^{٢}} = ٢\text{أ}$$

$$\Leftarrow \sqrt{(\text{س} + \text{ج})^{٢} + \text{ص}^{٢}} - \sqrt{(\text{س} - \text{ج})^{٢} + \text{ص}^{٢}} = ٢\text{أ}$$

$$\Leftarrow \sqrt{(\text{س} + \text{ج})^{٢} + \text{ص}^{٢}} = ٢\text{أ} + \sqrt{(\text{س} - \text{ج})^{٢} + \text{ص}^{٢}}$$

بالتربيع

$$\Leftarrow (\text{س} + \text{ج})^{٢} + \text{ص}^{٢} = \left(٢\text{أ} + \sqrt{(\text{س} - \text{ج})^{٢} + \text{ص}^{٢}}\right)^{٢}$$

$$\Leftarrow (\text{س} + \text{ج})^{٢} + \cancel{\text{ص}^{٢}} = ٤\text{أ}^{٢} + ٤\text{أ}\sqrt{(\text{س} - \text{ج})^{٢} + \text{ص}^{٢}} + (\text{س} - \text{ج})^{٢} + \cancel{\text{ص}^{٢}}$$

$$\cancel{\text{س}^{٢}} + ٢\text{ج}\text{س} + \cancel{\text{ج}^{٢}} = ٤\text{أ}^{٢} + ٤\text{أ}\sqrt{(\text{س} - \text{ج})^{٢} + \text{ص}^{٢}} + \cancel{\text{س}^{٢}} - ٢\text{ج}\text{س} + \cancel{\text{ج}^{٢}}$$

$$\Leftarrow -٤\text{أ}^{٢} + ٤\text{ج}\text{س} = ٤\text{أ}\sqrt{(\text{س} - \text{ج})^{٢} + \text{ص}^{٢}} \qquad \div -٤$$

$$\Leftarrow \text{أ}^{٢} - \text{ج}\text{س} = -\text{أ}\sqrt{(\text{س} - \text{ج})^{٢} + \text{ص}^{٢}}$$

بالتربيع

$$\Leftarrow (\text{أ}^{٢} - \text{ج}\text{س})^{٢} = \text{أ}^{٢}\left((\text{س} - \text{ج})^{٢} + \text{ص}^{٢}\right)$$

⇐ أ^{٤} - ٢أ^{٢} جـ س + جـ^{٢} س^{٢} = أ^{٢} (س^{٢} - ٢جـ س + جـ^{٢} + ص^{٢})

⇐ أ^{٤} - ~~٢أ^{٢} جـ س~~ + جـ^{٢} س^{٢} = أ^{٢} س^{٢} - ~~٢أ^{٢} جـ س~~ + أ^{٢} جـ^{٢} + أ^{٢} ص^{٢}

⇐ جـ^{٢} س^{٢} - أ^{٢} س^{٢} - أ^{٢} ص^{٢} = أ^{٢} جـ^{٢} - أ^{٤}

⇐ (جـ^{٢} - أ^{٢}) س^{٢} - أ^{٢} ص^{٢} = أ^{٢} (جـ^{٢} - أ^{٢})

نضع

جـ^{٢} - أ^{٢} = ب^{٢}

ب^{٢} س^{٢} - أ^{٢} ص^{٢} = أ^{٢} ب^{٢} ÷ أ^{٢} ب^{٢}

(~~ب^{٢}~~ س^{٢}) / (أ^{٢} ~~ب^{٢}~~) - (~~أ^{٢}~~ ص^{٢}) / (~~أ^{٢}~~ ب^{٢}) = (أ^{٢} ~~ب^{٢}~~) / (أ^{٢} ~~ب^{٢}~~)

أ^{٢} ب^{٢}

⇐ معادلة القطع هي س^{٢} / أ^{٢} - ص^{٢} / ب^{٢} = ١

ملاحظات في الوضع القياسي الاول للقطع الزائد

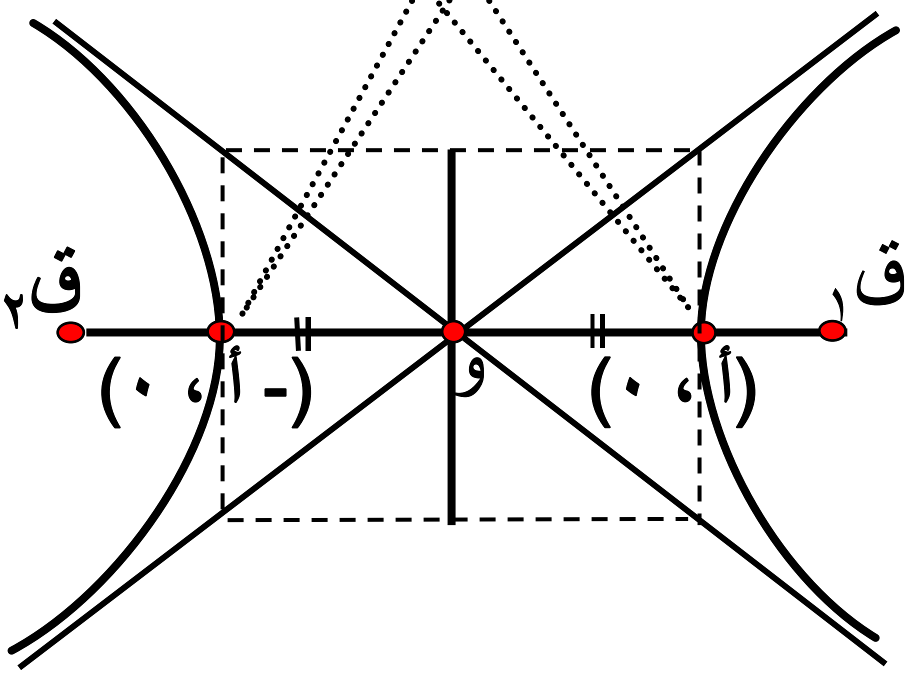
معادلة القطع $\frac{س^2}{أ^2} - \frac{ص^2}{ب^2} = ١$

المحور القاطع يقع على محور السينات

لإيجاد نقاط تقاطع القطع مع المحور القاطع (رأسي القطع)

نضع ص = ٠ في معادلة القطع

إحداثي رأسي القطع

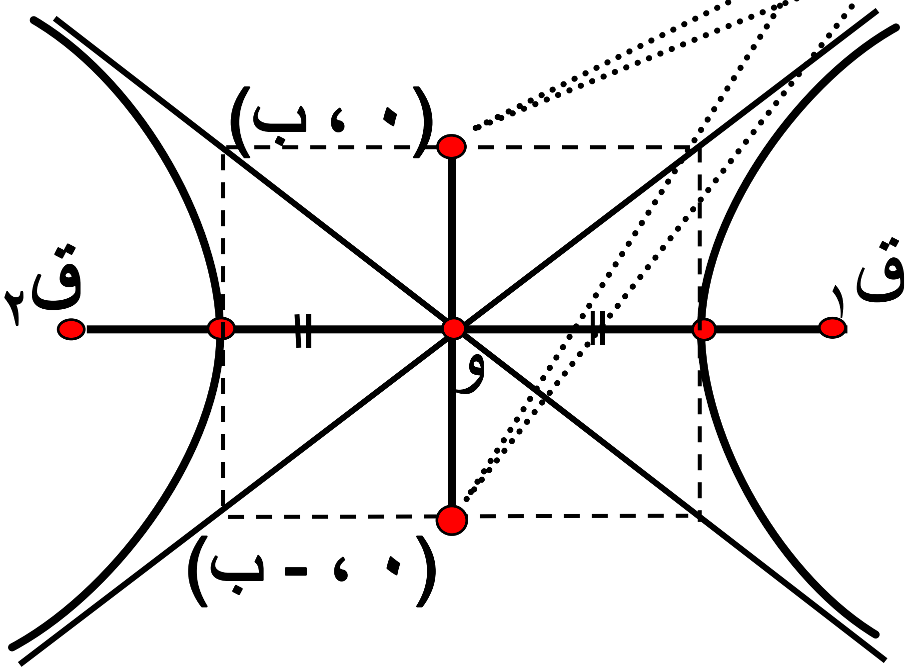


$\Leftarrow \frac{س^2}{أ^2} - \frac{٠}{ب^2} = ١ \Leftarrow \frac{س^2}{أ^2} = ١ \Leftarrow س^2 = أ^2 \Leftarrow$ $\boxed{س = \pm أ}$

∴ إحداثي الرأسين (أ ، ٠) ، (- أ ، ٠)

طول المحور القاطع = ٢أ

إحداثي نهاية المحور المرافق



المحور المرافق يقع على محور الصادات

لإيجاد نقاط تقاطع القطع مع المحور المرافق

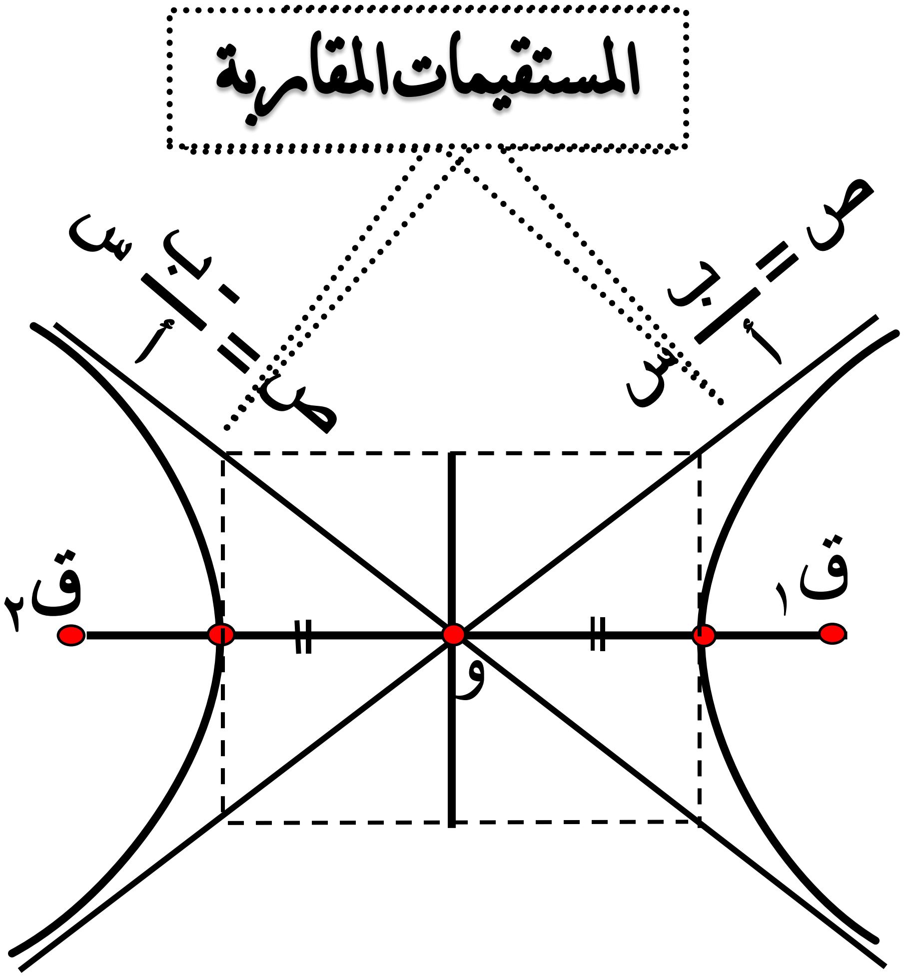
نضع س = ٠ في معادلة القطع

$\Leftarrow \frac{٠}{أ^{٢}} - \frac{ص^{٢}}{ب^{٢}} = ١ \Leftarrow \frac{ص^{٢}}{ب^{٢}} = -١ \Leftarrow ص^{٢} = -ب^{٢}$ وهذا مستحيل في ح

∴ القطع الزائد لا يقطع محوره المرافق

طول المحور المرافق = ٢ب

المستقيمات المقاربة في الوضع القياسي الاول للقطع الزائد



لإيجاد معادلة المستقيمات المقاربة

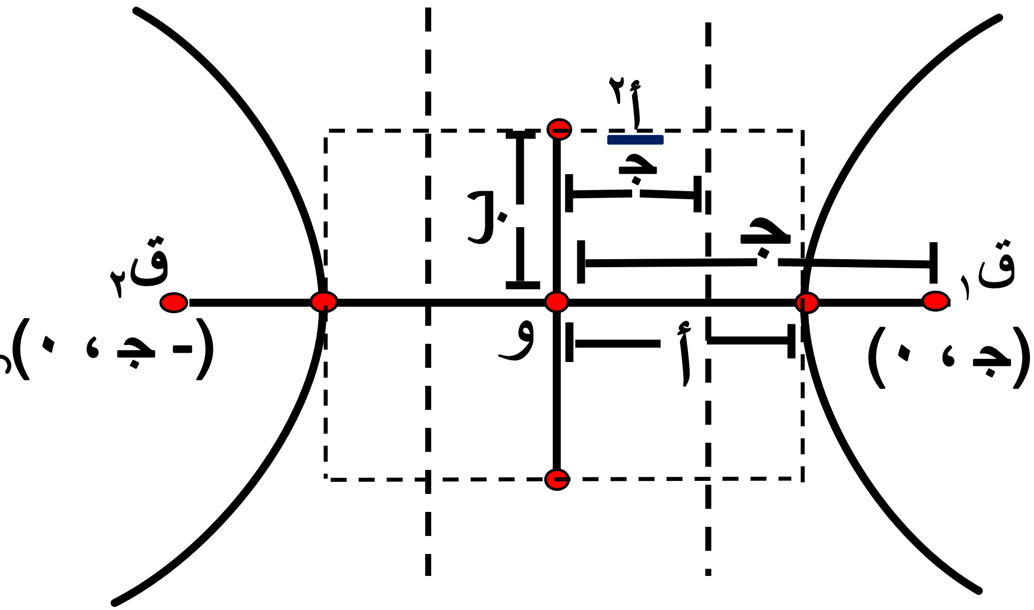
نضع $\frac{\text{س}^{٢}}{\text{أ}^{٢}} - \frac{\text{ص}^{٢}}{\text{ب}^{٢}} = ٠$

$\Leftarrow \quad \frac{\text{س}^{٢}}{\text{أ}^{٢}} = \frac{\text{ص}^{٢}}{\text{ب}^{٢}}$

$\Leftarrow \quad \text{ص}^{٢} = \frac{\text{ب}^{٢}\,\text{س}^{٢}}{\text{أ}^{٢}}$

$\Leftarrow \quad \boxed{\text{ص} = \pm \frac{\text{ب}}{\text{أ}}\,\text{س}}$

الأطوال في القطع الزائد



جـ > أ

العلاقة بين أ ، ب ، جـ

جـ٢ = أ٢ + ب٢

البعد البؤري = ٢جـ

طول المحور القاطع = ٢أ

طول المحور المرافق = ٢ب

البعد بين الدليلين = $\frac{٢أ^٢}{جـ}$

بعد المركز عن

البؤرة = جـ

الرأس = أ

نهاية المحور المرافق = ب

الدليل = $\frac{أ^٢}{جـ}$

إعداد ا/ يعقوب الصلوي

الأوضاع القياسية للقطع الزائد

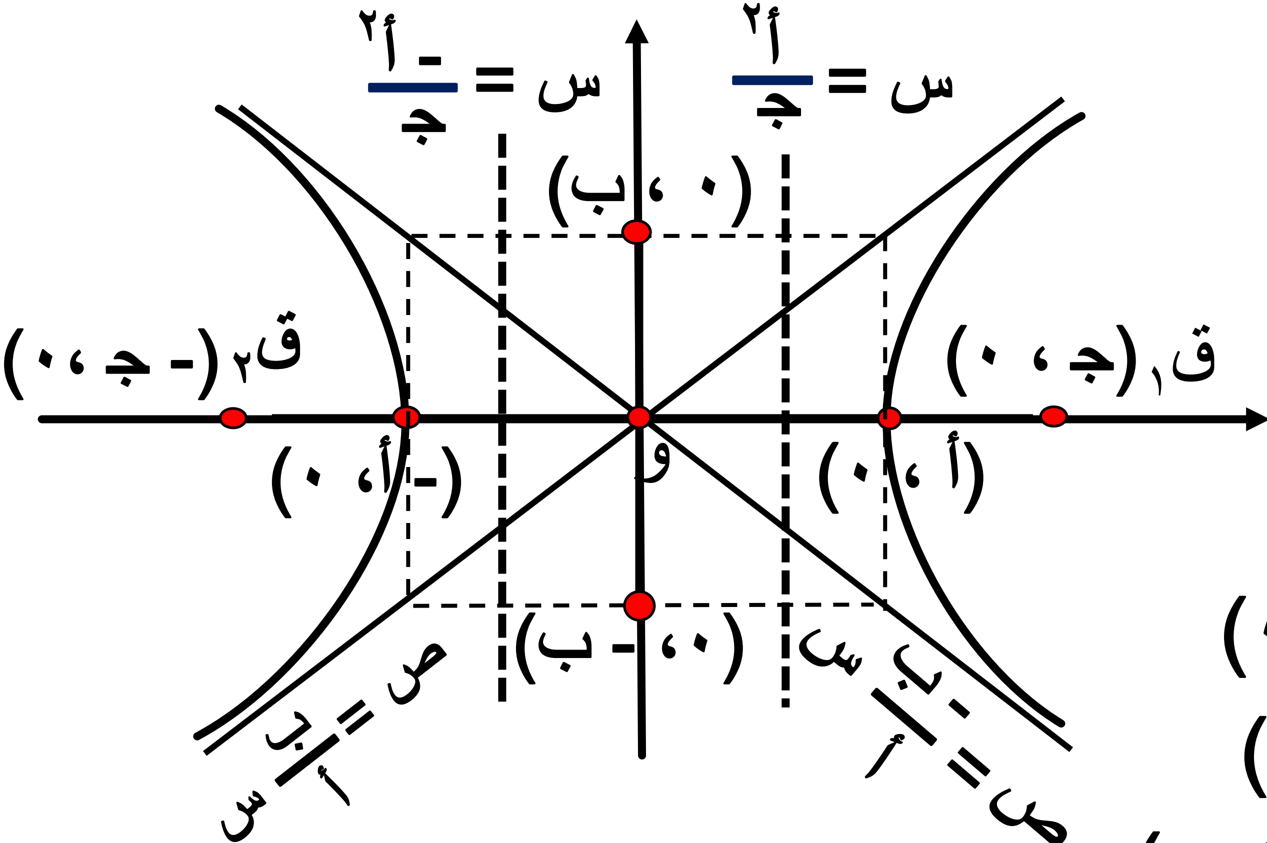
إعداد ا/ يعقوب الصلوي

الوضع القياسي الاول

المركز (٠ ، ٠)

المعادلة

$$\frac{س^{٢}}{أ^{٢}} - \frac{ص^{٢}}{ب^{٢}} = ١$$



إحداثي البؤرتين (± جـ ، ٠)

إحداثي الرأسين (± أ ، ٠)

نهاية المحور المرافق (٠ ، ± ب)

معادلة دليلاه س = ± $\frac{أ}{ي}$ = ± $\frac{أ^{٢}}{جـ}$

معادلة المستقيمات المقاربة ص = $\pm \frac{ب}{أ}$ س

التخالف المركزي = $\frac{جـ}{أ}$

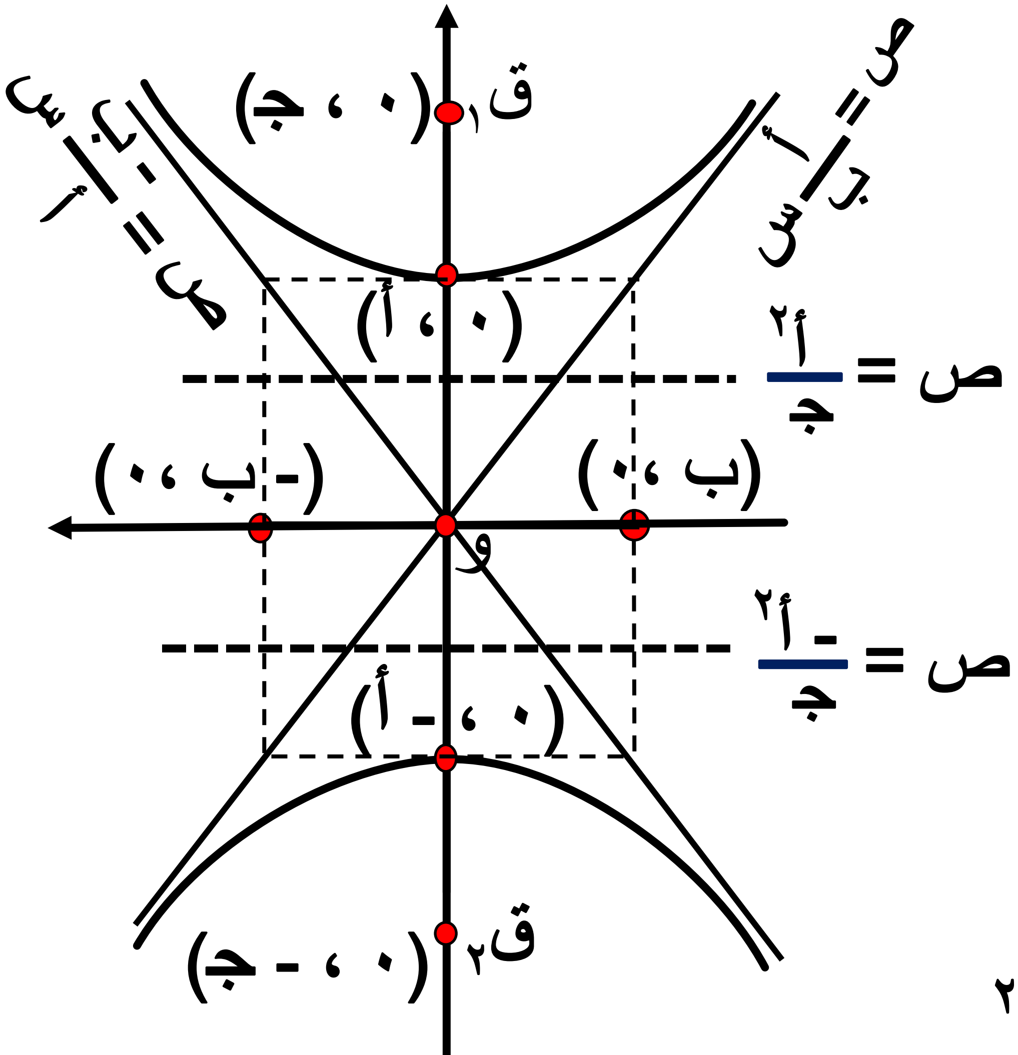
البعد البؤري = ٢جـ

طول المحور القاطع = ٢أ

طول المحور المرافق = ٢ب

البعد بين الدليلين = $\frac{٢أ^{٢}}{جـ}$

الوضع القياسي الثاني



المركز (٠ ، ٠)

المعادلة

$$\frac{\text{ص}^{٢}}{\text{أ}^{٢}} - \frac{\text{س}^{٢}}{\text{ب}^{٢}} = ١$$

إحداثي البؤرتين (٠ ، ± جـ)

إحداثي الرأسين (٠ ، ± أ)

نهاية المحور المرافق (± ب ، ٠)

معادلة دليلاه $\text{ص} = \pm \frac{\text{أ}}{\text{ي}} = \pm \frac{\text{أ}^{٢}}{\text{جـ}}$

معادلة المستقيمات المقاربة $\text{ص} = \frac{\pm \text{أ}}{\text{ب}} \text{س}$

التخالف المركزي $= \frac{\text{جـ}}{\text{أ}}$

البعد بين الدليلين $= \frac{٢\text{أ}^{٢}}{\text{جـ}}$

البعد البؤري = ٢جـ

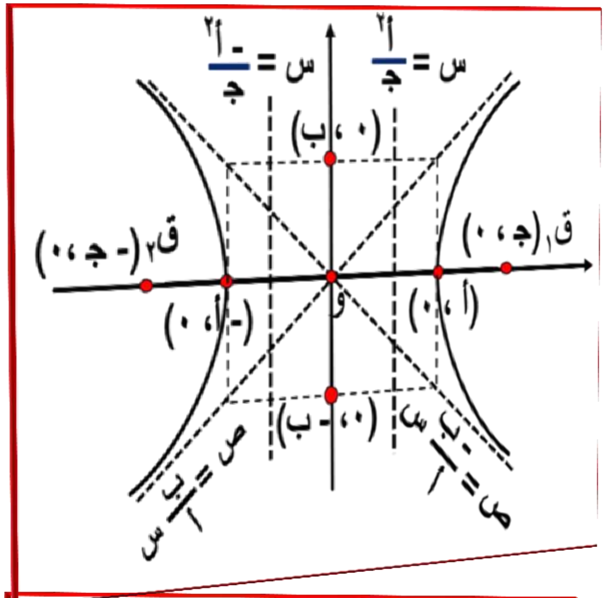
طول المحور القاطع = ٢أ

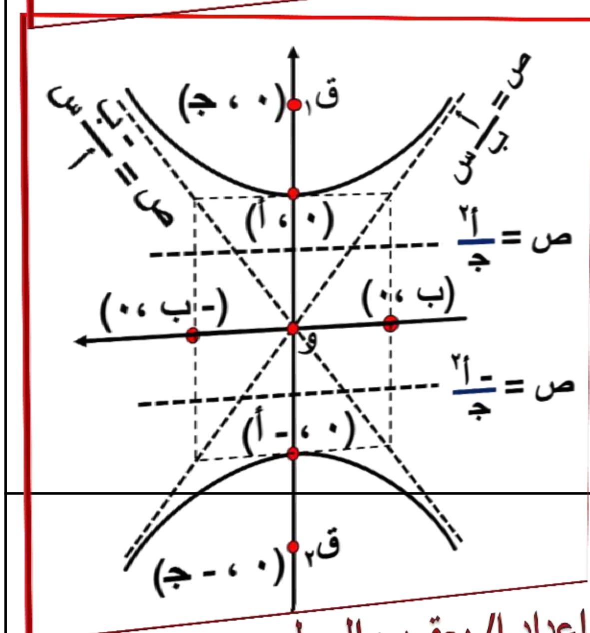
طول المحور المرافق = ٢ب

ملخص الأوضاع القياسية

للقطع الزائد

معادلة القطع	$\frac{\text{س}^{٢}}{\text{أ}^{٢}} - \frac{\text{ص}^{٢}}{\text{ب}^{٢}} = ١$	$\frac{\text{ص}^{٢}}{\text{أ}^{٢}} - \frac{\text{س}^{٢}}{\text{ب}^{٢}} = ١$	رسم القطع
مركز القطع	(٠ ، ٠)	(٠ ، ٠)	
إحداثي البؤرتين	(± جـ ، ٠)	(٠ ، ± جـ)	
إحداثي الرأسين	(± أ ، ٠)	(٠ ، ± أ)	
نهاية المحور المرافق	(٠ ، ± ب)	(± ب ، ٠)	
موقع المحور القاطع	على السينات	على الصادات	
موقع المحور المرافق	على الصادات	على السينات	
معادلة دليلاه	$\text{س} = \pm \frac{\text{أ}^{٢}}{\text{جـ}}$	$\text{ص} = \pm \frac{\text{أ}^{٢}}{\text{جـ}}$	
المستقيمات المقاربة	$\text{ص} = \pm \frac{\text{ب}}{\text{أ}} \text{س}$	$\text{ص} = \pm \frac{\text{أ}}{\text{ب}} \text{س}$	





إعداد ا/ يعقوب الصلوي

التخالف المركزي في القطوع المخروطية

مهم

إعداد ا/ يعقوب الصلوي

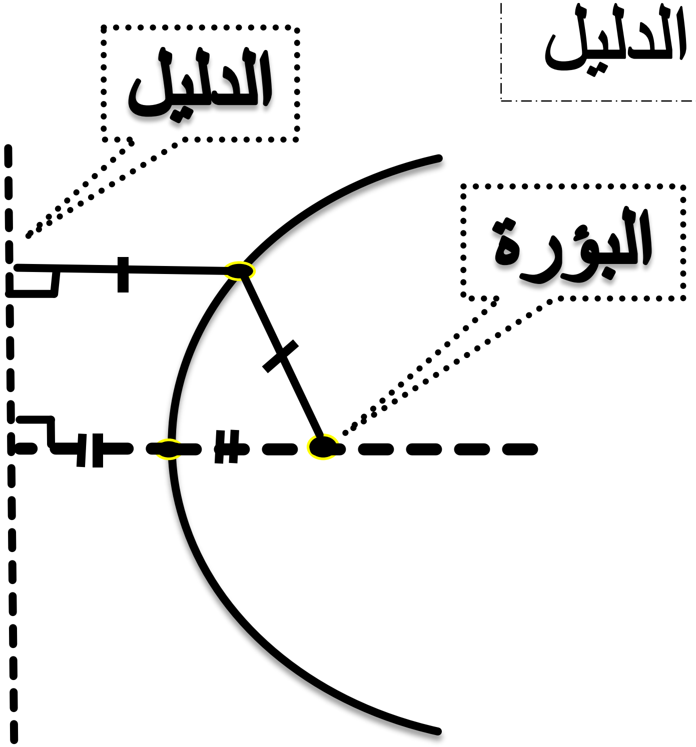
التخالف المركزي:-

هو نسبة بعد أي نقطة من القطع عن البؤرة الى بعدها عن الدليل المرافق لها

يرمز له بالرمز (ي) حيث $ي = \frac{ج}{أ}$

في القطع المكافئ :-

بعد النقطة عن البؤرة يساوي بعدها عن الدليل

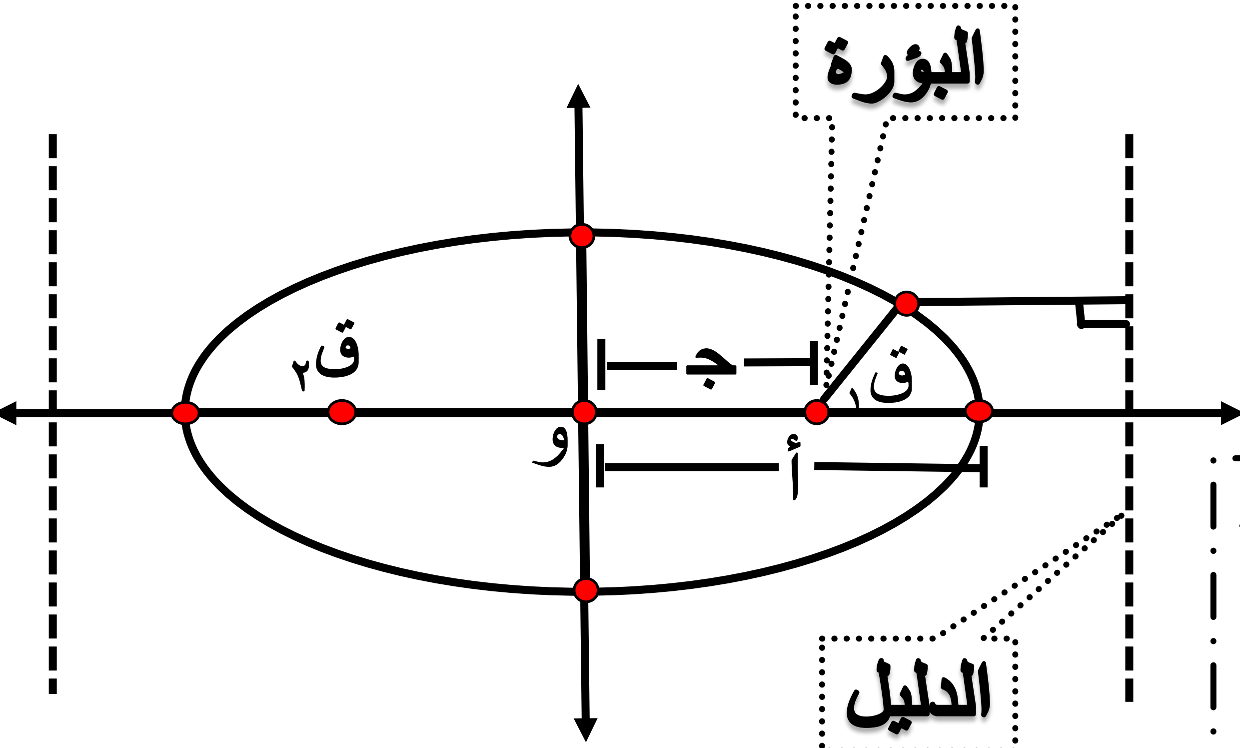


لاحظ الشكل

∴ في القطع المكافئ

ي = ١ ⇐ ج = أ

في القطع الناقص :-



نلاحظ من الشكل

٠ < ج < أ ، أ

$\frac{٠}{أ} < \frac{ج}{أ} < \frac{أ}{أ}$

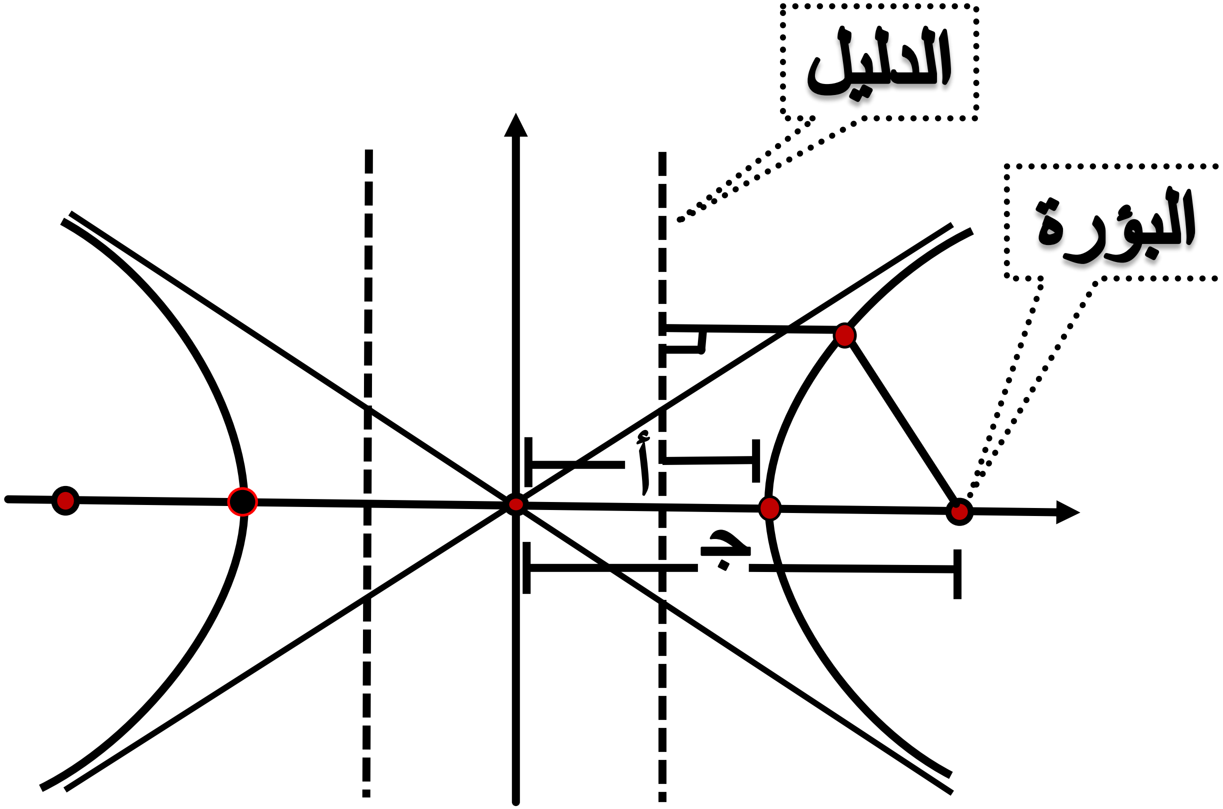
$٠ < \frac{ج}{أ} < ١$

٠ < ي < ١

∴ في القطع الناقص

ج < أ ⇐ ٠ < ي < ١

في القطع الزائد :-



نلاحظ من الشكل

ج > أ   ÷ أ

ج/أ > أ/أ

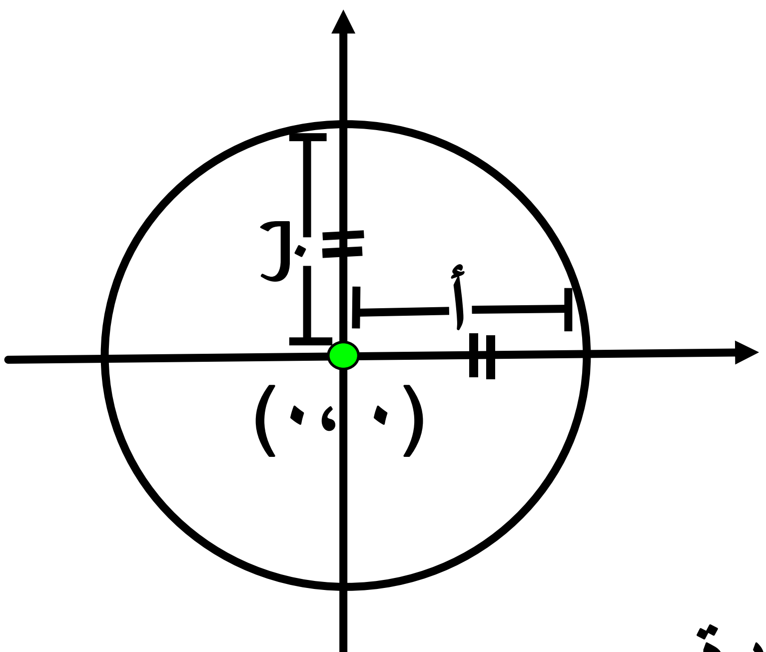
ي > ١

∴ في القطع الزائد

ج > أ ⇐ ي > ١

<u>الدائرة حالة خاصة من القطع الناقص :-</u>

<u>**الدائرة**</u> هي قطع ناقص انطبقت بؤرتاه على المركز (∴ ج = ٠)
أو ممكن القول الدائرة هي قطع ناقص محوره الأكبر = محوره الأصغر (∴ أ = ب)



ج = ٠ ٪أ

$$\frac{\text{ج}}{\text{أ}} = \frac{\text{٠}}{\text{أ}}$$

ي = ٠

∴ في الدائرة

$\boxed{\text{ج = ٠}}$ ⇐ $\boxed{\text{ي = ٠}}$

أثبت أن التخالف المركزي للدائرة = صفر ؟

الحل

لتكن س^{٢} + ص^{٢} = أ^{٢} معادلة دائرة مركزها (٠ ، ٠) ونصف قطرها أ

نعلم أن **الدائرة حالة خاصة من القطع الناقص**

نرتب المعادلة س^{٢} + ص^{٢} = أ^{٢} % أ^{٢}

$$\Leftarrow \frac{\text{س}^{٢}}{\text{أ}^{٢}} + \frac{\text{ص}^{٢}}{\text{أ}^{٢}} = ١$$

المعادلة على الشكل القياسي

$$\boxed{\frac{\text{س}^{٢}}{\text{أ}^{٢}} + \frac{\text{ص}^{٢}}{\text{ب}^{٢}} = ١}$$

بالمقارنة نجد أن

أ^{٢} = أ^{٢}

ب^{٢} = أ^{٢}

$\boxed{\because \text{جـ}^{٢} = \text{أ}^{٢} - \text{ب}^{٢}}$ $\Leftarrow$ جـ^{٢} = أ^{٢} − أ^{٢} = ٠ $\Leftarrow$ جـ = ٠

$$\because \text{ي} = \frac{\text{جـ}}{\text{أ}} = \frac{٠}{\text{أ}} = ٠$$

ملخص التخالف المركزي

نوع القطع	قيمة التخالف المركزي	العلاقة بين أ ، ج
مكافئ	ي = ١	ج = أ
ناقص	٠ < ي < ١	ج < أ
زائد	ي > ١	ج > أ
دائرة	ي = ٠	ج = ٠

إعداد ا/ يعقوب الصلوي

ملاحظات مهمة:-

التعريف العام للقطوع:-

القطع هو مجموعة من النقاط في المستوى التي نسبة بعدها عن نقطة ثابته الى بعدها عن مستقيم ثابت تساوي التخالف المركزي (ي) بحيث يكون القطع

مكافئ إذا كان ي = ١

ناقص إذا كان ي < ١

زائد إذا كان ي > ١

في بعض المسائل لا يحدد نوع القطع في السؤال فيمكن معرفة نوع القطع من خلال قيمة أ ، ج أو من خلال التخالف المركزي (لأنه يعتمد على أ ، ج)

فإذا كان ج > أ نوع القطع زائد وإذا كان ج < أ نوع القطع ناقص

المستقيمات المقاربة فقط توجد في القطع الزائد

لا يوجد دليل في الدائرة

أمثلة متنوعة في القطع الزائد

أعداد ا/ يعقوب الصلوي

لتكن $١٦س^٢ - ٩ص^٢ = ١٤٤$ معادلة قطع زائد أوجد ما يلي :-

- إحداثي البؤرتين
- طولا محوريه
- معادلتي دليلاه
- إحداثي الراسين
- التخالف المركزي
- المستقيمات المقاربة
- البعد البؤري
- ارسم القطع

الحل

نرتب المعادلة (أي نجعلها على الشكل القياسي)

$١٦س^٢ - ٩ص^٢ = ١٤٤$ ÷ ١٤٤

$$\frac{\cancel{١٦}^{١}س^٢}{\cancel{١٤٤}_{٩}} - \frac{\cancel{٩}^{١}ص^٢}{\cancel{١٤٤}_{١٦}} = \frac{\cancel{١٤٤}}{\cancel{١٤٤}} \Leftarrow \boxed{\frac{س^٢}{٩} - \frac{ص^٢}{١٦} = ١}$$

في القطع الزائد

أ^٢ = مقام الأول

ب^٢ = مقام الثاني

المعادلة على الشكل القياسي

$$\boxed{\frac{س^٢}{أ^٢} - \frac{ص^٢}{ب^٢} = ١}$$

بالمقارنة نجد أن

أ^٢ = ٩ $\Leftarrow$ $\boxed{أ = ٣}$

ب^٢ = ١٦ $\Leftarrow$ $\boxed{ب = ٤}$

في القطع الزائد

العلاقة بين أ ، ب ، جـ هي

$\boxed{جـ^2 = أ^2 + ب^2}$

$\boxed{\because جـ^2 = أ^2 + ب^2}$ ⟸ $جـ^2 = 9 + 16 = 25$ ⟸ جـ $= 5$

$\boxed{أ = 3}$ $\boxed{ب = 4}$ $\boxed{جـ = 5}$

إحداثي البؤرتين $(\pm$ جـ ، $0) = (\pm 5 ، 0)$

إحداثي الرأسين $(\pm$ أ ، $0) = (\pm 3 ، 0)$

البعد البؤري = 2جـ $= 2 \times 5 = 10$

طول المحور القاطع = 2أ $= 2 \times 3 = 6$

طول المحور المرافق = 2ب $= 2 \times 4 = 8$

التخالف المركزي ي = $\frac{جـ}{أ} = \frac{5}{3}$

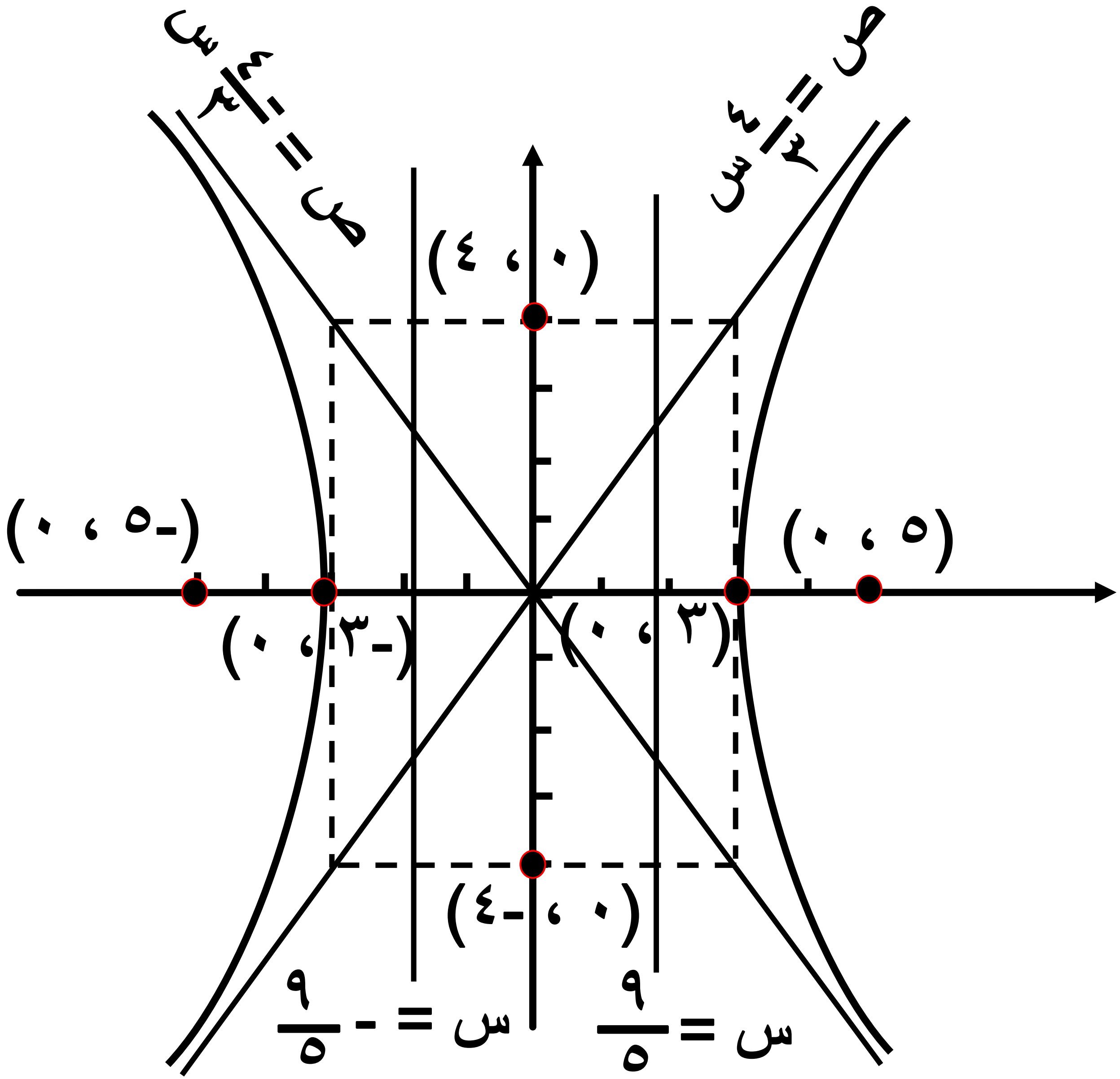
معادلة دليلاه س = $\frac{\pm أ^2}{جـ} = \frac{\pm 9}{5}$

المستقيمات المقاربة ص = $\pm \frac{ب}{أ}$ س $= \pm \frac{4}{3}$ س

أ = ٣

ب = ٤

جـ = ٥



لتكن $٢٥ص^{٢} = ٢٢٥ + ٩س^{٢}$ معادلة قطع ناقص أوجد ما يلي :-

- إحداثي البؤرتين
- البعد البؤري
- معادلتي دليلاه
- إحداثي الراسين
- طولا محوريه
- المستقيمات المقاربة
- ارسم القطع

الحل

نرتب المعادلة (أي نجعلها على الشكل القياسي)

$$٢٥ص^{٢} - ٩س^{٢} = ٢٢٥ \qquad \div ٢٢٥$$

$$\frac{\cancel{٢٥}^{١}ص^{٢}}{\cancel{٢٢٥}_{٩}} - \frac{\cancel{٩}^{١}س^{٢}}{\cancel{٢٢٥}_{٢٥}} = \frac{\cancel{٢٢٥}}{\cancel{٢٢٥}} \Leftarrow \frac{ص^{٢}}{٩} - \frac{س^{٢}}{٢٥} = ١$$

في القطع الزائد

$أ^{٢}$ = مقام الأول

$ب^{٢}$ = مقام الثاني

المعادلة على الشكل القياسي

$$\frac{ص^{٢}}{أ^{٢}} - \frac{س^{٢}}{ب^{٢}} = ١$$

بالمقارنة نجد أن

$أ^{٢} = ٩ \Leftarrow \boxed{أ = ٣}$

$ب^{٢} = ٢٥ \Leftarrow \boxed{ب = ٥}$

$\because$ $ج^٢ = أ^٢ + ب^٢$ $\Leftarrow$ $ج^٢ = ٩ + ٢٥ = ٣٤ \Leftarrow ج = \sqrt{٣٤}$

$\boxed{أ = ٣}$ $\boxed{ب = ٥}$ $\boxed{ج = \sqrt{٣٤}}$

إحداثي البؤرتين $(٠ ، \pm ج) = (٠ ، \pm \sqrt{٣٤})$

إحداثي الرأسين $(٠ ، \pm أ) = (٠ ، \pm ٣)$

البعد البؤري $= ٢ج = ٢ \times \sqrt{٣٤} = ٢\sqrt{٣٤}$

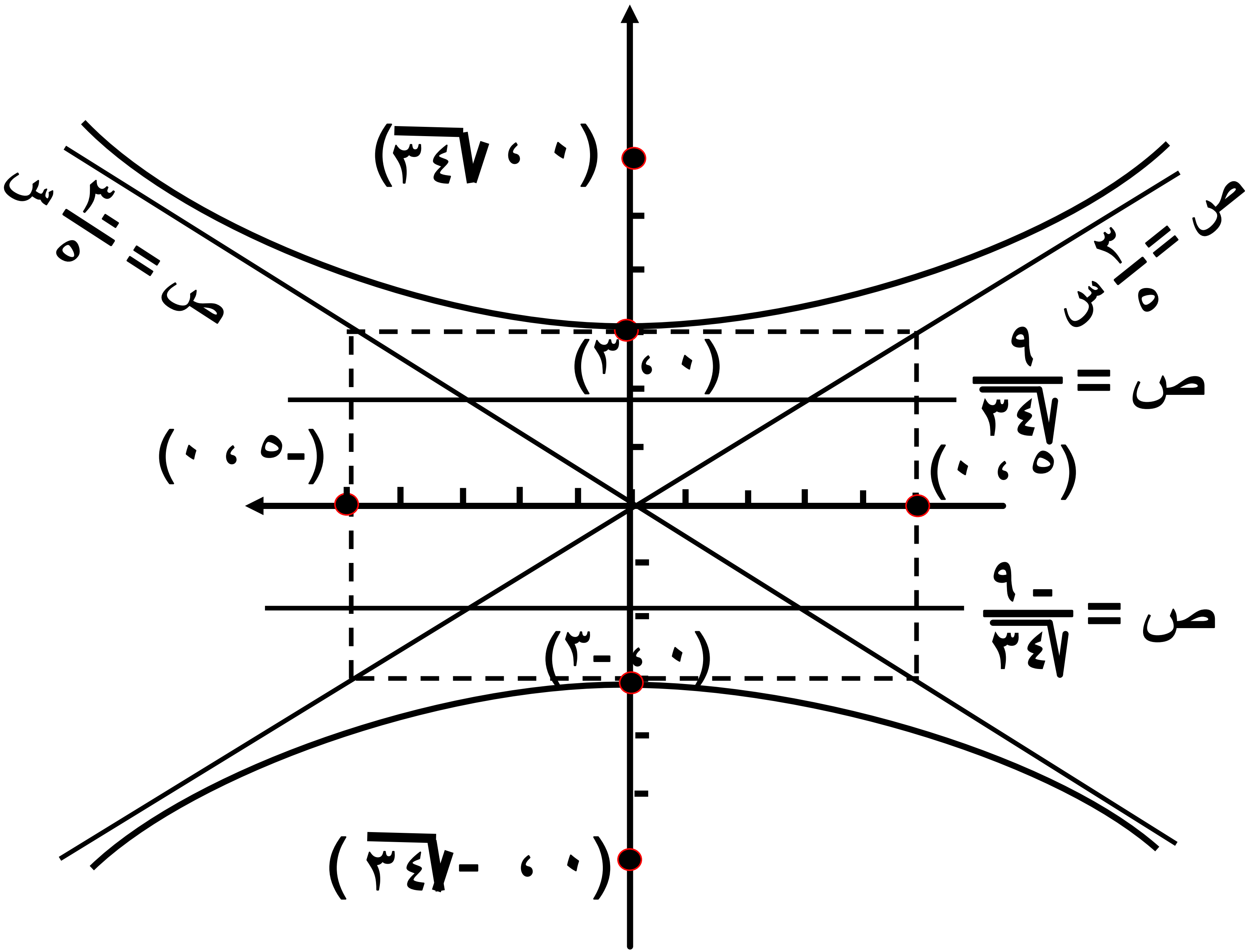
طول المحور القاطع $= ٢أ = ٢ \times ٣ = ٦$

طول المحور المرافق $= ٢ب = ٢ \times ٥ = ١٠$

معادلة دليلاه ص $= \frac{\pm أ^٢}{ج} = \frac{\pm ٩}{\sqrt{٣٤}}$

المستقيمات المقاربة ص $= \pm \frac{أ}{ب}$ س $= \pm \frac{٣}{٥}$ س

أ = ٣ | ب = ٥ | جـ = $\sqrt{٣٤}$



لتكن $\text{٢٥س}^{٢} - \text{٨ص}^{٢} + \text{٢٠٠} = \text{٠}$ معادلة قطع زائد أوجد ما يلي :-

- إحداثي البؤرتين
- طول المحور القاطع
- إحداثي الرأسين
- البعد بين الدليلين

الحل

نرتب المعادلة (أي نجعلها على الشكل القياسي)

$$\text{٢٠٠} = \text{٨ص}^{٢} - \text{٢٥س}^{٢} \qquad \div \text{٢٠٠}$$

$$\boxed{\frac{\cancel{\text{٨}}^{\text{١}}\text{ص}^{٢}}{\cancel{\text{٢٠٠}}_{\text{٢٥}}} - \frac{\cancel{\text{٢٥}}^{\text{١}}\text{س}^{٢}}{\cancel{\text{٢٠٠}}_{\text{٨}}} = \frac{\cancel{\text{٢٠٠}}}{\cancel{\text{٢٠٠}}}} \Leftarrow \boxed{\frac{\text{ص}^{٢}}{\text{٢٥}} - \frac{\text{ص}^{٢}}{\text{٨}} = \text{١}}$$

المعادلة على الشكل القياسي

$$\boxed{\frac{\text{ص}^{٢}}{\text{أ}^{٢}} - \frac{\text{س}^{٢}}{\text{ب}^{٢}} = \text{١}}$$

بالمقارنة نجد أن

$$\text{أ}^{٢} = \text{٢٥} \Leftarrow \boxed{\text{أ} = \text{٥}}$$

$$\text{ب}^{٢} = \text{٨} \Leftarrow \boxed{\text{أ} = \text{٢}\sqrt{\text{٢}}}$$

$\because$ جـ^2 = أ^2 + ب^2 ⇐ جـ^2 = ٢٥ + ٨ = ٣٣ ⇐ $\boxed{\text{جـ} = \sqrt{٣٣}}$

$\boxed{\text{أ} = ٥}$ $\boxed{\text{ب} = ٢\sqrt{٢}}$ $\boxed{\text{جـ} = \sqrt{٣٣}}$

إحداثي البؤرتين (٠ ، ± جـ) = (٠ ، ± $\sqrt{٣٣}$)

إحداثي الرأسين (٠ ، ± أ) = (٠ ، ± ٥)

طول المحور القاطع = ٢أ = ٢ × ٥ = ١٠

البعد بين الدليلين = $\frac{٢\text{أ}^2}{\text{جـ}}$ = $\frac{٢ \times ٢٥}{\sqrt{٣٣}}$ = $\frac{٥٠}{\sqrt{٣٣}}$

- لتكن $س^٢ - ص^٢ = أ^٢$ معادلة قطع زائد أوجد **التخالف المركزي**

الحل

نرتب المعادلة $س^٢ - ص^٢ = أ^٢$ ÷ $أ^٢$

$$\Leftarrow \frac{س^٢}{أ^٢} - \frac{ص^٢}{أ^٢} = ١$$ **المعادلة على الشكل القياسي** $$\boxed{\frac{س^٢}{أ^٢} - \frac{ص^٢}{أ^٢} = ١}$$

بالمقارنة نجد أن

$أ^٢ = أ^٢ \Leftarrow \boxed{أ = أ}$

$ب^٢ = أ^٢ \Leftarrow \boxed{ب = أ}$

$\because \boxed{جـ^٢ = أ^٢ + ب^٢} \Leftarrow جـ^٢ = أ^٢ + أ^٢ = ٢أ^٢ \Leftarrow \boxed{جـ = \sqrt{٢}\, أ}$

التخالف المركزي $ي = \frac{جـ}{أ} = \frac{\sqrt{٢}\,\cancel{أ}}{\cancel{أ}} = \sqrt{٢}$

لتكن ل $س^٢$ - ٤$ص^٢$ = ٣٦ معادلة قطع زائد مركزه (٠،٠)
و إحدى بؤرتيه ($\sqrt{١٠}$ ، ٠) أوجد قيمة ل ؟

الحل

نرتب المعادلة ل $س^٢$ - ٤$ص^٢$ = ٣٦ ÷ ٣٦

نكمل الترتيب

$$\frac{ل\,س^٢}{٣٦} - \frac{\cancel{٤}ص^٢}{\cancel{٣٦}_{٩}} = \frac{\cancel{٣٦}}{\cancel{٣٦}} \Leftarrow \frac{ل\,س^٢}{٣٦} - \frac{ص^٢}{٩} = ١ \Leftarrow \frac{س^٢}{\frac{٣٦}{ل}} - \frac{ص^٢}{٩} = ١$$

∵ المركز (٠ ، ٠) ، إحدى البؤرتين ($\sqrt{١٠}$ ، ٠) ⇐ $\boxed{جـ = \sqrt{١٠}}$

المعادلة على الشكل القياسي $\boxed{\frac{س^٢}{أ^٢} - \frac{ص^٢}{ب^٢} = ١}$ بالمقارنة نجد أن $أ^٢ = \frac{٣٦}{ل}$

$ب^٢ = ٩$

$أ^2 = \frac{٣٦}{ل}$ ، $ب^2 = ٩$ ، $جـ^2 = ١٠$ ، $\because جـ^2 = أ^2 + ب^2$

$\Leftarrow ١٠ = \frac{٣٦}{ل} + ٩ \Leftarrow ١ = \frac{٣٦}{ل} \Leftarrow ل = ٣٦$

$\boxed{ل = ٣٦}$

تدريب للطالب

لتكن ١٦س^2 - ٩ص^2 + ٥٧٦ = ٠ معادلة قطع مخروطي أوجد ما يلي :-

- حدد نوع القطع
- إحداثي البؤرتين
- التخالف المركزي
- البعد البؤري
- المستقيمات المقاربة
- ارسم القطع

لتكن ٩س^2 - ٩ص^2 = ٤ معادلة قطع زائد أوجد ما يلي :-

- إحداثي البؤرتين
- إحداثي الراسين
- المستقيمات المقاربة

مهـم

أكمل الفرغات التالية : - ....

١- في القطع $\frac{ص^{٢}}{٦٤} - \frac{س^{٢}}{٣٦} = ١$ طول المحور المرافق = ...

٢- في القطع $\frac{س^{٢}}{٤} - \frac{ص^{٢}}{٩} = -١$ البعد بين البؤرتين = ...

٣- في القطع $\frac{س^{٢}}{١٦} - \frac{ص^{٢}}{ل} = ١$ إذا كان إحداثي البؤرتين (± ٦ ، ٠) فإن ل = ...

الحل

١- طول المحور المرافق = ١٢

<u>التوضيح</u>

في القطع $\frac{ص^{٢}}{٦٤} - \frac{س^{٢}}{٣٦} = ١$

أ^{٢} = ٦٤ ⇐ $\boxed{أ = ٨}$

ب^{٢} = ٣٦ ⇐ $\boxed{ب = ٦}$

طول المحور المرافق = ٢ب = ١٢

٢- إحداثي البؤرتين $= (٠ ، \pm \sqrt{١٣})$

التوضيح

في القطع $\frac{س^٢}{٤} - \frac{ص^٢}{٩} = -١ \Leftarrow \frac{ص^٢}{٩} - \frac{س^٢}{٤} = ١$

أ^٢ = ٩

ب^٢ = ٤

$\Leftarrow$ جـ^٢ = ٩ + ٤ = ١٣ $\Leftarrow$ $\boxed{جـ = \sqrt{١٣}}$

تذكر أن في القطع الزائد

$\boxed{جـ^٢ = أ^٢ + ب^٢}$

إحداثي البؤرتين $(٠ ، \pm جـ) = (٠ ، \pm \sqrt{١٣})$

٣- ل = ٢٠

التوضيح

$\because$ إحداثي البؤرتين $(\pm ٦ ، ٠) \Leftarrow \boxed{جـ = ٦}$

في القطع $\frac{س^٢}{١٦} - \frac{ص^٢}{ل} = ١$

أ^٢ = ١٦

ب^٢ = ل

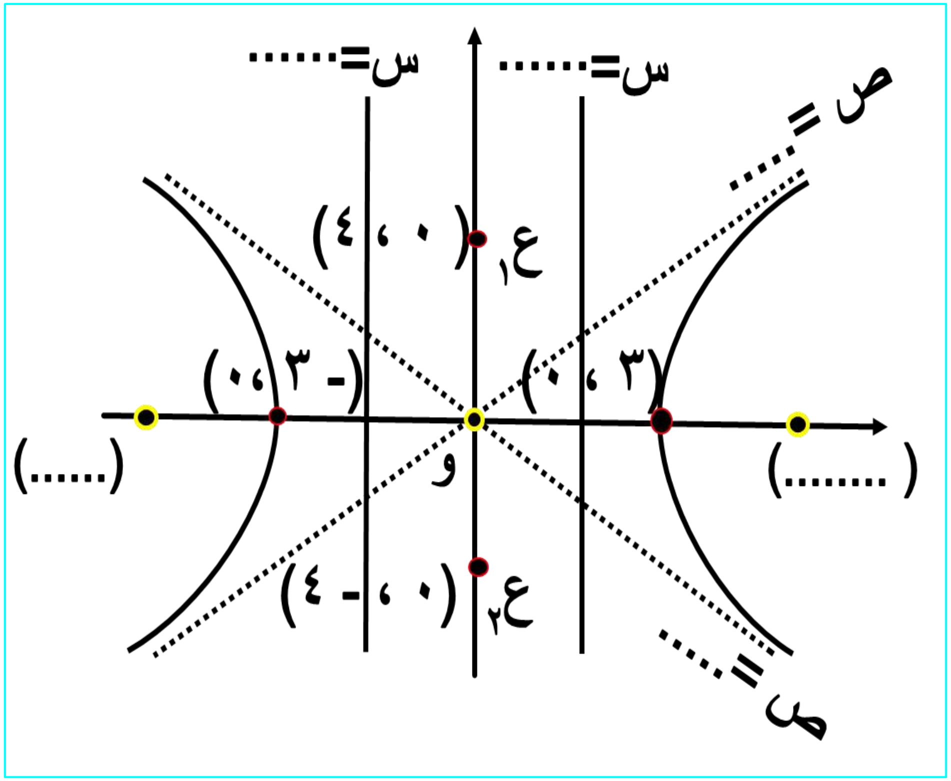
$\boxed{\because جـ^٢ = أ^٢ + ب^٢}$ $\Leftarrow$ ٣٦ = ١٦ + ل

$\Leftarrow$ ل = ٢٠

تدريب للطالب

في القطع $\frac{س^٢}{ل^٢} - \frac{ص^٢}{١٦} = ١$ طول المحور المرافق = ...

الشكل المقابل يمثل منحنى قطع زائد مركزه (٠, ٠)



أجب عما يلي :-

- **معادلة القطع هي . . . .**
- **إحداثي البؤرتين هي . . . .**
- **معادلة دليلاه هي . . . .**
- **المستقيمات المقاربة= . . . .**

الحل

إحداثي الرأسين (± ٣ ، ٠) ⇐ أ =٣

نهاية المحور المرافق (٠ ، ± ٤) ⇐ ب =٤

∴ معادلة القطع هي $\boxed{\frac{س^٢}{٩} - \frac{ص^٢}{١٦} = ١}$

∴ جـ^٢ = أ^٢ + ب^٢ ⇐ جـ^٢ = ٩ + ١٦ =٢٥

⇐ جـ =٥

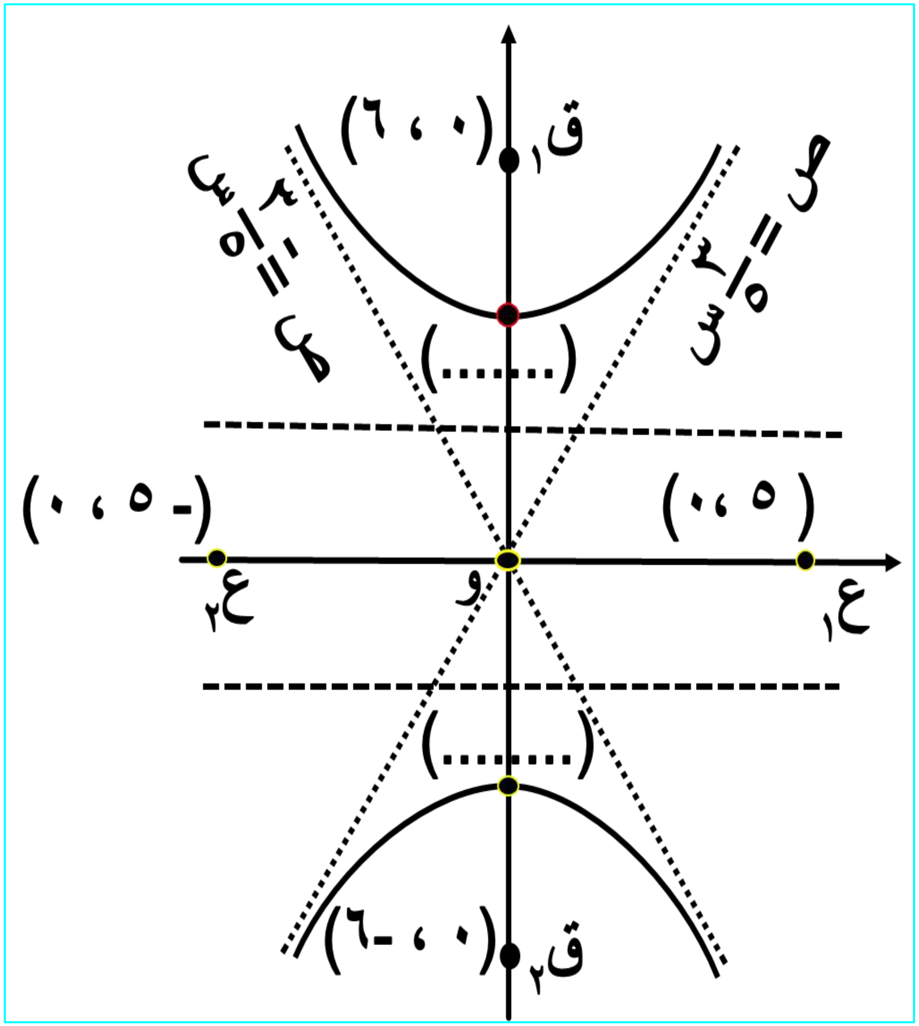
إحداثي البؤرتين (± ٥ ، ٠)

معادلة دليلاه س = ± $\frac{أ^٢}{جـ}$ = ± $\frac{٩}{٥}$

المقاربة ص= ± $\frac{ب}{أ}$س = ± $\frac{٤}{٣}$ س

تدريب للطالب

الشكل المقابل يمثل منحنى قطع زائد مركزه (٠,٠)



أجب عما يلي :-

- معادلة القطع هي . . . .
- إحداثي الرأسين هي . . . .
- معادلة دليلاه هي . . . .
- طول المحور الغير بؤري = ...

أوجد معادلة القطع الزائد الذي رأساه (± ٣ ، ٠)
وبؤرتاه (± ٥ ، ٠) ثم مثله بيانيا

الحل

∵ إحداثي الرأسين (± ٣ ، ٠) ، إحداثي البؤرتين (± ٥ ، ٠)

القطع على الشكل القياسي $\boxed{\frac{س^٢}{أ^٢} - \frac{ص^٢}{ب^٢} = ١}$

∵ الرأسين (± أ ، ٠) = (± ٣ ، ٠) ⇐ $\boxed{أ = ٣}$

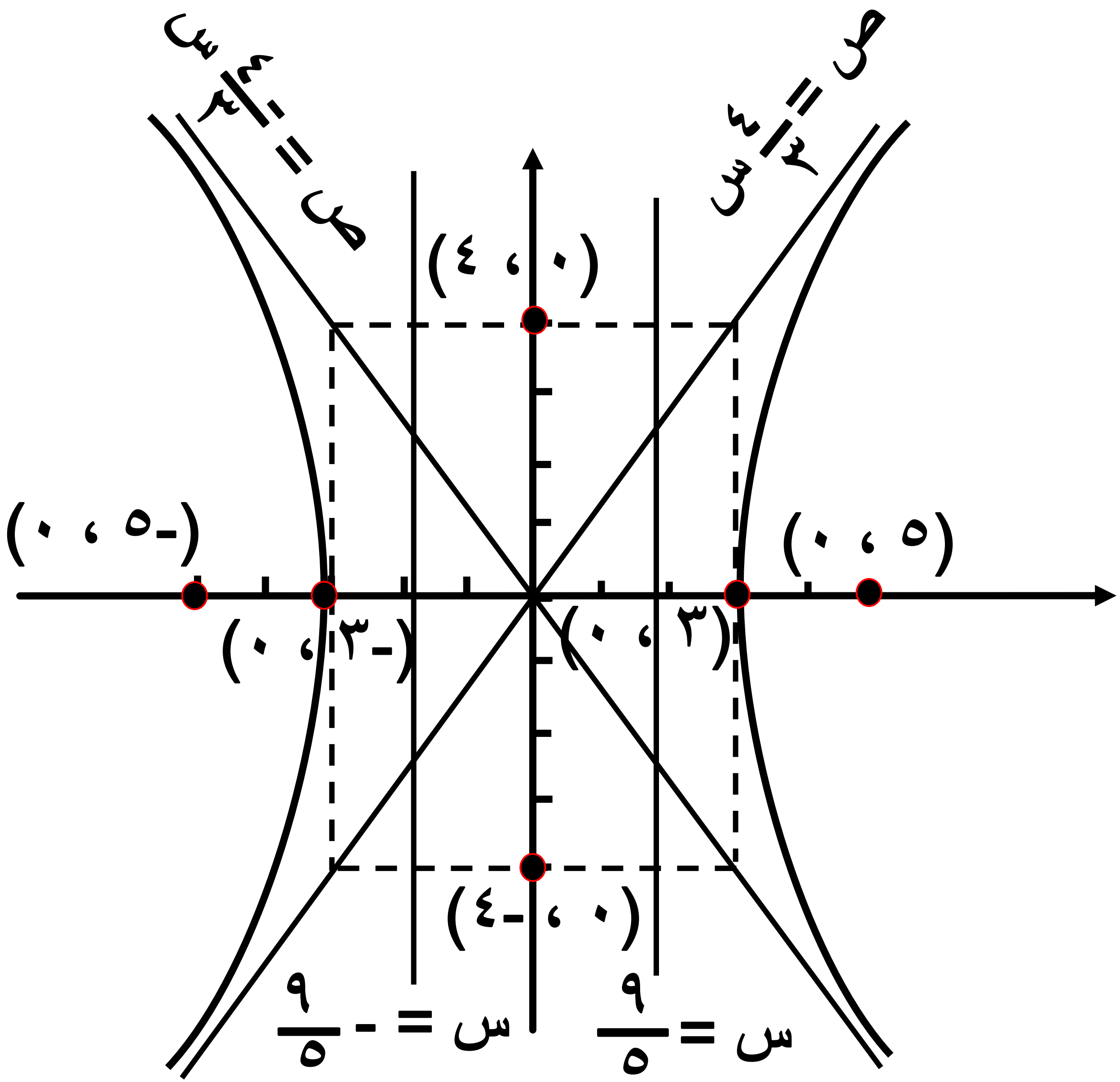
∵ البؤرتين (± جـ ، ٠) = (± ٥ ، ٠) ⇐ $\boxed{جـ = ٥}$

$\boxed{∵ جـ^٢ = أ^٢ + ب^٢}$ ⇐ ٢٥ = ٩ + ب^٢ ⇐ ب^٢ = ٢٥ - ٩ = ١٦

⇐ $\boxed{ب = ٤}$

∴ معادلة القطع هي $\boxed{\frac{س^٢}{٩} - \frac{ص^٢}{١٦} = ١}$

أ = ٣ ب = ٤ جـ = ٥



أوجد معادلة القطع الزائد الذي رأساه (٠ ، ± ٣) وبؤرتاه (٠ ، ± ٥) ثم مثله بيانيا

الحل

∵ إحداثي الرأسين (٠ ، ± ٣) ، إحداثي البؤرتين (٠ ، ± ٥)

القطع على الشكل القياسي $\boxed{\frac{ص^2}{أ^2} - \frac{س^2}{ب^2} = ١}$

∵ الرأسين (٠ ، ± أ) = (٠ ، ± ٣) ⇐ $\boxed{أ = ٣}$

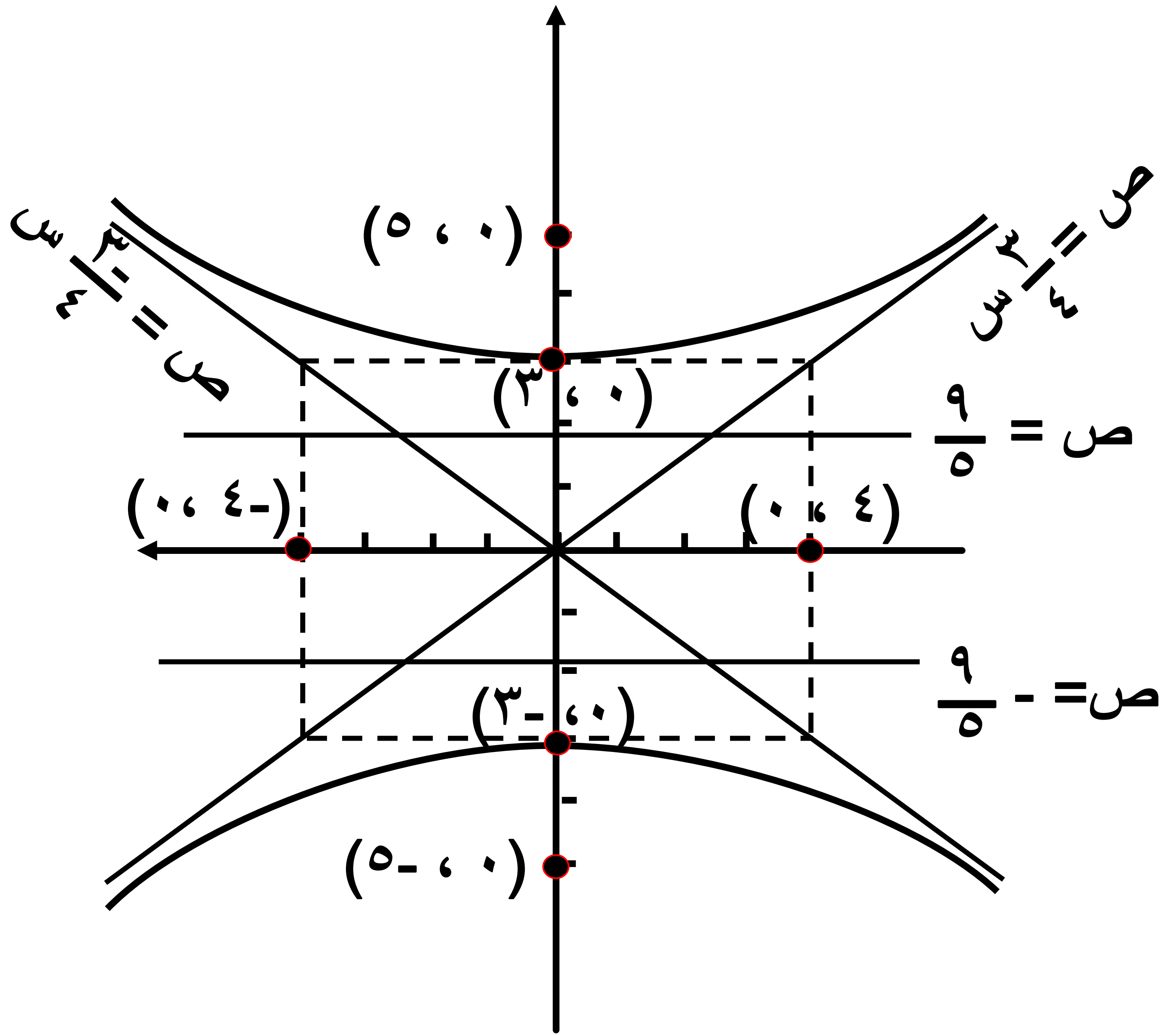
∵ البؤرتين (٠ ، ± جـ) = (٠ ، ± ٥) ⇐ $\boxed{جـ = ٥}$

$\boxed{∵ جـ^2 = أ^2 + ب^2}$ ⇐ ٢٥ = ٩ + ب^2 ⇐ ب^2 = ٢٥ - ٩ = ١٦

⇐ $\boxed{ب = ٤}$

∴ معادلة القطع هي $\boxed{\frac{ص^2}{٩} - \frac{س^2}{١٦} = ١}$

أ = ٣ ب = ٤ ج = ٥



أوجد معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه (± ٨ ، ٠) وطول محوره المرافق ٦

الحل

∵ إحداثي البؤرتين (± ٥ ، ٠)

القطع على الشكل القياسي

$$\boxed{\frac{\text{س}^{٢}}{\text{أ}^{٢}} - \frac{\text{ص}^{٢}}{\text{ب}^{٢}} = ١}$$

∵ البؤرتين (± ج ، ٠) = (± ٨ ، ٠) ⇐ $\boxed{\text{ج} = ٨}$

∵ طول المحور المرافق = ٢ب = ٦ ⇐ ٢ب = ٦ ⇐ $\boxed{\text{ب} = ٣}$

∵ $\boxed{\text{ج}^{٢} = \text{أ}^{٢} + \text{ب}^{٢}}$ ⇐ ٦٤ = $\text{أ}^{٢}$ + ٩ ⇐ $\text{أ}^{٢}$ = ٦٤ - ٩ = ٥٥

∴ معادلة القطع هي

$$\boxed{\frac{\text{س}^{٢}}{٥٥} - \frac{\text{ص}^{٢}}{٩} = ١}$$

أوجد معادلة القطع الزائد الذي رأساه (٠ ، ± ٦) وتخالفه المركزي $\frac{٤}{٣}$

الحل

∵ إحداثي الرأسين (٠ ، ± ٦)

القطع على الشكل القياسي

$$\frac{\text{ص}^{٢}}{\text{أ}^{٢}} - \frac{\text{س}^{٢}}{\text{ب}^{٢}} = ١$$

∵ الرأسين (٠ ، ± أ) = (٠ ، ± ٦) ⇐ $\boxed{\text{أ} = ٦}$

∵ التخالف المركزي (ي) = $\frac{\text{جـ}}{\text{أ}}$ ، ي = $\frac{٤}{٣}$ (معطى) ⇐ $\frac{٤}{٣} = \frac{\text{جـ}}{٦}$ ⇐ $\boxed{\text{جـ} = ٨}$

∵ $\boxed{\text{جـ}^{٢} = \text{أ}^{٢} + \text{ب}^{٢}}$ ⇐ ٦٤ = ٣٦ + ب^{٢} ⇐ ب^{٢} = ٦٤ − ٣٦ = ٢٨

∴ معادلة القطع هي

$$\boxed{\frac{\text{ص}^{٢}}{٣٦} - \frac{\text{س}^{٢}}{٢٨} = ١}$$

قطع زائد طول محوره القاطع ثلث طول محوره المرافق
أوجد تخالفه المركزي ؟

الحل

طول المحور القاطع = $\frac{١}{٣}$ طول المحور المرافق

$\Leftarrow$ ٢أ = $\frac{١}{٣}$ × ٢ب   ٪ ٢

$\Leftarrow$ أ = $\frac{١}{٣}$ × ب $\Leftarrow$ ٣أ = ب

$\boxed{\because\ \text{جـ}^{٢} = \text{أ}^{٢} + \text{ب}^{٢}}$ $\Leftarrow$ جـ^{٢} = أ^{٢} + ٩أ^{٢} $\Leftarrow$ جـ^{٢} = ١٠أ^{٢} $\Leftarrow$ $\boxed{\text{جـ} = \sqrt{١٠}\,\text{أ}}$

$\because$ ي = $\frac{\text{جـ}}{\text{أ}}$ = $\frac{\sqrt{١٠}\,\cancel{\text{أ}}}{\cancel{\text{أ}}}$ = $\sqrt{١٠}$

أوجد معادلة القطع الزائد الذي رأساه $(\pm ٤ ، ٠)$
ومعادلتي مستقيماه المقاربان $ص = \pm \frac{٥}{٢} س$

الحل

القطع على الشكل القياسي $\boxed{\frac{س^٢}{أ^٢} - \frac{ص^٢}{ب^٢} = ١}$

$\because$ إحداثي الرأسين $(\pm ٤ ، ٠)$

$\because$ الرأسين $(\pm أ ، ٠) = (\pm ٤ ، ٠) \Leftarrow \boxed{أ = ٤}$

$\because$ معادلة المقاربان $ص = \pm \frac{ب}{أ} س$ ، $ص = \pm \frac{٥}{٢} س$ (معطى) ، $أ = ٤$

$\Leftarrow \frac{ب}{٤} = \frac{٥}{٢} \Leftarrow ٢ب = ٢٠ \Leftarrow \boxed{ب = ١٠}$

$\therefore$ معادلة القطع هي $\boxed{\frac{س^٢}{١٦} - \frac{ص^٢}{١٠٠} = ١}$

أوجد معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه (±٦ ، ٠)
ومعادلة أحد دليلاه س = ٣

الحل

∵ البؤرتين (±٦ ، ٠) ⇐ القطع على الشكل القياسي

$$\boxed{\frac{\text{س}^{٢}}{\text{أ}^{٢}} - \frac{\text{ص}^{٢}}{\text{ب}^{٢}} = ١}$$

∵ البؤرتين (± جـ ، ٠) = (±٦ ، ٠) ⇐ $\boxed{\text{جـ} = ٦}$

∵ معادلة أحد الدليلين س = $\frac{\text{أ}^{٢}}{\text{جـ}}$ ، س = ٣ (معطى) ⇐ $٣ \cancel{=} \frac{\text{أ}^{٢}}{٦}$ ⇐ $\boxed{\text{أ}^{٢} = ١٨}$

$\boxed{∵ \text{جـ}^{٢} = \text{أ}^{٢} + \text{ب}^{٢}}$ ⇐ ٣٦ = ١٨ + ب^{٢} ⇐ ب^{٢} = ٣٦ - ١٨ = ١٨

∴ معادلة القطع هي

$$\boxed{\frac{\text{س}^{٢}}{١٨} - \frac{\text{ص}^{٢}}{١٨} = ١}$$

مهم

أكمل الفرغات التالية : - . . . .

قطع زائد البعد بين بؤرتيه ١٢ فإن إحداثي بؤرتيه (± جـ ، ٠) = ...

قطع زائد رأساه (٠ ، ± ٣) وبؤرتاه (٠ ، ± ٥) فإن التخالف المركزي = . . .

قطع زائد رأساه (٠ ، ± ٤) وتخالفه المركزي $\frac{٥}{٤}$ فإن البعد البؤري = ...

قطع زائد رأساه (٠ ، ± ٤) وطول محوره المرافق = ٦ فإن معادلتي المستقيمات المقاربة له هي . . .

الحل

إحداثي البؤرتين = (± ٦، ٠)

<u>التوضيح</u>

∵ البعد البؤري = ٢جـ = ١٢ ⇐ ٢جـ = ١٢ ⇐ $\boxed{\text{جـ} = ٦}$

إحداثي البؤرتين = (± ٦، ٠)

∵ الرأسين $(0 ، \pm 3)$ ⇐ $\boxed{أ = 3}$

∵ التخالف المركزي $= \frac{ج}{أ} = \frac{5}{3}$

∵ البؤرتين $(0 ، \pm 5)$ ⇐ $\boxed{ج = 5}$

$\boxed{\text{البعد البؤري} = 10}$

<u>التوضيح</u> ∵ الرأسين $(0 ، \pm 4)$ ⇐ $\boxed{أ = 4}$

، ي $= \frac{5}{4}$ (معطى) ، أ $= 4$ ∵ ي $= \frac{ج}{أ}$ ⇐ $\frac{5}{4} = \frac{ج}{4}$ ⇐ $\boxed{ج = 5}$

$\boxed{\text{البعد البؤري} = 2ج = 10}$

$\boxed{\text{معادلتي المقاربان ص} = \pm \frac{4}{3}\text{س}}$

<u>التوضيح</u>

∵ الرأسين $(0 ، \pm 4)$ ⇐ $\boxed{أ = 4}$ ، ∵ طول المحور المرافق $= 2ب = 6$

⇐ $\boxed{ب = 3}$ ∵ معادلتي المقاربان ص $= \pm \frac{أ}{ب}$ س $= \pm \frac{4}{3}$ س

تدريب للطالب

أكمل الفرغات التالية : - . . . .

قطع زائد بعده البؤري ١٠ وطول محوره القاطع ٨ فإن طول محوره المرافق =.....

قطع زائد بؤرتاه (٠ ، ± ٤) وتخالفه المركزي $\frac{٥}{٤}$ فإن طول المحور القاطع = . . .

قطع زائد رأساه (٠ ، ± ٣) وبؤرتاه (٠ ، ± ٥) فإن معادلة دليلاه هي . . .

أوجد معادلة القطع الزائد الذي مركزه (٠ ، ٠)
ومعادلة دليلاه س = ± ٩ وتخالفه المركزي $\frac{٤}{٣}$

الحل

∵ المركز (٠ ، ٠)
ومعادلة دليلاه س = ± ٩

القطع على الشكل القياسي

$\boxed{\frac{س^٢}{أ^٢} - \frac{ص^٢}{ب^٢} = ١}$

∵ معادلة الدليلين س = ± $\frac{أ}{ي}$ ، س = ± ٩ (معطى) ، ي = $\frac{٤}{٣}$ (معطى)

⇐ ٩ = $\frac{أ}{\frac{٤}{٣}}$ ⇐ ٩ = $\frac{٣أ}{٤}$ ⇐ ٤×٩ = ٣ أ ⇐ $\boxed{أ = ١٢}$

، ∵ ي = $\frac{جـ}{أ}$ ، ي = $\frac{٤}{٣}$ (معطى) ⇐ $\frac{جـ}{١٢} = \frac{٤}{٣}$ ⇐ ٤×١٢ = ٣جـ ⇐ $\boxed{جـ = ١٦}$

$\boxed{∵ جـ^٢ = أ^٢ + ب^٢}$ ⇐ ٢٥٦ = ١٤٤ + ب^٢ ⇐ ب^٢ = ٢٥٦ ـ ١٤٤ = ١١٢

∴ معادلة القطع هي $\frac{س^٢}{١٤٤} - \frac{ص^٢}{١١٢} = ١$

أوجد معادلة القطع الزائد الذي رأساه (٠ ، ± ٤) ويمر بالنقطة (-٢ ، ٥)

الحل

∵ رأساه (٠ ، ± ٤) **القطع على الشكل القياسي** $\frac{ص^٢}{أ^٢} - \frac{س^٢}{ب^٢} = ١$

إحداثي الرأسين (٠ ، ± أ) = (٠ ، ± ٤) ⇐ $\boxed{أ = ٤}$

∵ **القطع يمر بالنقطة** (-٢ ، ٥) فهي تحقق معادلته ، أ = ٤

$$\frac{(٥)^٢}{(٤)^٢} - \frac{(-٢)^٢}{ب^٢} = ١ \Leftarrow \frac{٢٥}{١٦} - \frac{٤}{ب^٢} = ١ \Leftarrow \frac{٢٥}{١٦} - ١ = \frac{٤}{ب^٢}$$

$$\Leftarrow \frac{٤}{ب^٢} = \frac{٩}{١٦} \Leftarrow ب^٢ = \frac{٤ \times ١٦}{٩} \Leftarrow \boxed{ب^٢ = \frac{٦٤}{٩}}$$

∴ **معادلة القطع هي**

$$\boxed{\frac{ص^٢}{١٦} - \frac{س^٢}{\frac{٦٤}{٩}} = ١}$$

أوجد معادلة القطع الزائد الذي مركزه (٠ ، ٠) و بؤرتاه على محور السينات و تخالفه المركزي $\sqrt{٥}$ ويمر بالنقطة (٣ ، ٢)

الحل

∵ المركز (٠ ، ٠)

، البؤرتين على محور السينات

القطع على الشكل القياسي

$$\boxed{\frac{س^٢}{أ^٢} - \frac{ص^٢}{ب^٢} = ١}$$

$$∵ ي = \frac{جـ}{أ} \quad ، ي = \sqrt{٥} \text{ (معطى)} \Leftarrow \sqrt{٥} \cancel{=} \frac{جـ}{أ} \Leftarrow \boxed{جـ = \sqrt{٥}\, أ}$$

∵ **القطع يمر بالنقطة** (٣ ، ٢) فهي تحقق معادلته

$$\frac{(٣)^٢}{أ^٢} - \frac{(٢)^٢}{ب^٢} = ١ \Leftarrow \frac{٩}{أ^٢} - \frac{٤}{ب^٢} = ١ \quad \boxed{\leftarrow ١}$$

$$∵ جـ^٢ = أ^٢ + ب^٢ \Leftarrow ٥\, أ^٢ = أ^٢ + ب^٢ \Leftarrow ب^٢ = ٥أ^٢ - أ^٢ \Leftarrow ب^٢ = ٤أ^٢$$

نعوض بقيمة ب^٢ = ٤أ^٢ في المعادلة (١)

$$\Leftarrow \frac{٩}{أ^٢} - \frac{\cancel{٤}}{\cancel{٤}أ^٢} = ١ \Leftarrow \frac{٩}{أ^٢} - \frac{١}{أ^٢} = ١ \Leftarrow \frac{٩ - ١}{أ^٢} = ١$$

$$\Leftarrow \frac{٨}{أ^٢} \cancel{=} ١ \quad \boxed{\Leftarrow أ^٢ = ٨} \quad ، \because ب^٢ = ٤أ^٢$$

$$\Leftarrow ب^٢ = ٤ \times ٨ \quad \boxed{\Leftarrow ب^٢ = ٣٢}$$

$\therefore$ **معادلة القطع هي** $\boxed{\frac{س^٢}{٨} - \frac{ص^٢}{٣٢} = ١}$

تدريبات للطالب

١

أوجد معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه على محور السينات ومركزه (٠ ، ٠) و طول محوره القاطع ١٢ و طول محوره المرافق ١٠

٢ أوجد معادلة القطع الزائد الذي رأساه (٠ ، ± ٧)
وطول محوره المرافق ١٦

٣ قطع زائد محوراه على محاور الإحداثيات
والنسبة بين طوليهما ٤ : ٣ و بؤرتاه (±٦ ، ٠) أوجد معادلته

٤ أوجد معادلة القطع الزائد الذي دليلاه ص = ± ٤
ومعادلتي مستقيماه المقاربان ص = $\pm\frac{٣}{٢}$ س

٥ إذا كان ي$_١$ التخالف المركزي للقطع الذي معادلته ٤س^٢ - ٣ص^٢ = ١٢
، ي$_٢$ التخالف المركزي للقطع الذي معادلته ٣س^٢ - ٤ص^٢ = ١٢

أثبت أن:- $\frac{١}{(ي_١)^٢} + \frac{١}{(ي_٢)^٢} = ١$

لتكن $\frac{\text{س}^{٢}}{\text{أ}^{٢}} + \frac{\text{م ص}^{٢}}{\text{أ}^{٢}} = ١$ معادلة قطع مخروطي

أوجد التخالف المركزي في الحالات التالية :-

- م = ٤
- م = - ٢
- م = ١

الحل

$\boxed{\text{عندما م} = ٤}$

المعادلة تصبح $\frac{\text{س}^{٢}}{\text{أ}^{٢}} + \frac{٤\text{ص}^{٢}}{\text{أ}^{٢}} = ١$ $\boxed{\text{قطع ناقص}}$ $\Leftarrow$ $\frac{\text{س}^{٢}}{\text{أ}^{٢}} + \frac{\text{ص}^{٢}}{\frac{\text{أ}^{٢}}{٤}} = ١$

المعادلة على الشكل القياسي $\boxed{\frac{\text{س}^{٢}}{\text{أ}^{٢}} + \frac{\text{ص}^{٢}}{\text{ب}^{٢}} = ١}$ بالمقارنة نجد أن $\text{أ}^{٢} = \text{أ}^{٢}$

$\text{ب}^{٢} = \frac{\text{أ}^{٢}}{٤}$

$\boxed{\because \text{ج}^{٢} = \text{أ}^{٢} - \text{ب}^{٢}}$ $\Leftarrow$ $\text{ج}^{٢} = \text{أ}^{٢} - \frac{\text{أ}^{٢}}{٤} = \frac{٣\text{أ}^{٢}}{٤}$ $\Leftarrow$ $\text{ج} = \frac{\sqrt{٣}\,\text{أ}}{٢}$

$\therefore \text{ي} = \frac{\text{ج}}{\text{أ}} = \frac{\sqrt{٣}\,\cancel{\text{أ}}}{٢\,\cancel{\text{أ}}} = \frac{\sqrt{٣}}{٢}$

عندما م = -٢

المعادلة تصبح $\frac{\text{س}^{٢}}{\text{أ}^{٢}} + \frac{-٢\text{ص}^{٢}}{\text{أ}^{٢}} = ١$ $\boxed{\text{قطع زائد}}$ $\Leftarrow$ $\frac{\text{س}^{٢}}{\text{أ}^{٢}} - \frac{\text{ص}^{٢}}{\frac{\text{أ}^{٢}}{٢}} = ١$

المعادلة على الشكل القياسي $\boxed{\frac{\text{س}^{٢}}{\text{أ}^{٢}} - \frac{\text{ص}^{٢}}{\text{ب}^{٢}} = ١}$ بالمقارنة نجد أن $\text{أ}^{٢} = \text{أ}^{٢}$

$\text{ب}^{٢} = \frac{\text{أ}^{٢}}{٢}$

$\boxed{\because \text{جـ}^{٢} = \text{أ}^{٢} + \text{ب}^{٢}}$ $\Leftarrow$ $\text{جـ}^{٢} = \text{أ}^{٢} + \frac{\text{أ}^{٢}}{٢} = \frac{٣\text{أ}^{٢}}{٢}$ $\Leftarrow$ $\text{جـ} = \frac{\sqrt{٣}\,\text{أ}}{\sqrt{٢}}$

$\therefore \text{ي} = \frac{\text{جـ}}{\text{أ}} = \frac{\sqrt{٣}\,\cancel{\text{أ}}}{\sqrt{٢}\,\cancel{\text{أ}}} = \frac{\sqrt{٣}}{\sqrt{٢}}$

عندما م = ١

المعادلة تصبح $\frac{\text{س}^{٢}}{\text{أ}^{٢}} + \frac{١\text{ص}^{٢}}{\text{أ}^{٢}} = ١$ $\boxed{\text{دائرة}}$ $\Leftarrow$ $\frac{\text{س}^{٢}}{\text{أ}^{٢}} + \frac{\text{ص}^{٢}}{\text{أ}^{٢}} = ١$

نعلم أن **الدائرة حالة خاصة من القطع الناقص**

$$\frac{\text{س}^{\text{٢}}}{\text{أ}^{\text{٢}}} + \frac{\text{ص}^{\text{٢}}}{\text{أ}^{\text{٢}}} = \text{١}$$

المعادلة على الشكل القياسي

$$\boxed{\frac{\text{س}^{\text{٢}}}{\text{أ}^{\text{٢}}} + \frac{\text{ص}^{\text{٢}}}{\text{ب}^{\text{٢}}} = \text{١}}$$

بالمقارنة نجد أن

$$\text{أ}^{\text{٢}} = \text{أ}^{\text{٢}}$$

$$\text{ب}^{\text{٢}} = \text{أ}^{\text{٢}}$$

$$\boxed{\because \text{ج}^{\text{٢}} = \text{أ}^{\text{٢}} - \text{ب}^{\text{٢}}} \Leftarrow \text{ج}^{\text{٢}} = \text{أ}^{\text{٢}} - \text{أ}^{\text{٢}} = \text{٠} \Leftarrow \text{ج} = \text{٠}$$

$$\because \text{ي} = \frac{\text{ج}}{\text{أ}} = \frac{\text{٠}}{\text{أ}} = \text{٠}$$

أوجد معادلة القطع المخروطي الذي رأساه (٠ ، ± ٦) وتخالفه المركزي $\frac{٥}{٣}$

الحل

∵ ي = $\frac{٥}{٣}$ > ١ ∴ نوع القطع زائد

∵ إحداثي الرأسين (٠ ، ± ٦)

القطع على الشكل القياسي

$\boxed{\frac{ص^٢}{أ^٢} - \frac{س^٢}{ب^٢} = ١}$

∵ الرأسين (٠ ، ± أ) = (٠ ، ± ٦) ⇐ $\boxed{أ = ٦}$

∵ التخالف المركزي (ي) = $\frac{جـ}{أ}$ ، ي = $\frac{٥}{٣}$ (معطى) ⇐ $\frac{٥}{٣} = \frac{جـ}{٦}$ ⇐ $\boxed{جـ = ١٠}$

$\boxed{∵ جـ^٢ = أ^٢ + ب^٢}$ ⇐ ١٠٠ = ٣٦ + ب^٢ ⇐ ب^٢ = ١٠٠ - ٣٦ = ٦٤

∴ معادلة القطع هي $\boxed{\frac{ص^٢}{٣٦} - \frac{س^٢}{٦٤} = ١}$

أوجد معادلة القطع المخروطي الذي رأساه (± ٥ ، ٠) وبؤرتاه (± ٤ ، ٠)

الحل

∵ الرأسين (± ٥ ، ٠) ⟸ $\boxed{\text{أ} = ٥}$

∵ البؤرتين (± ٤ ، ٠) ⟸ $\boxed{\text{جـ} = ٤}$

∴ نوع القطع ناقص

لإن جـ < أ

القطع على الشكل القياسي

$$\boxed{\frac{\text{س}^{٢}}{\text{أ}^{٢}} + \frac{\text{ص}^{٢}}{\text{ب}^{٢}} = ١}$$

∵ $\boxed{\text{جـ}^{٢} = \text{أ}^{٢} - \text{ب}^{٢}}$ ⟸ ١٦ = ٢٥ - ب^{٢} ⟸ ب^{٢} = ٢٥ - ١٦ = ٩

⟸ $\boxed{\text{ب} = ٣}$

∴ معادلة القطع هي

$$\boxed{\frac{\text{س}^{٢}}{٢٥} + \frac{\text{ص}^{٢}}{٩} = ١}$$

أوجد معادلة القطع المخروطي الذي بؤرتاه (±٤ ، ٠)
ومعادلة أحد دليلاه س = ٦

الحل

∵ البؤرتين (±٤ ، ٠) ⇐ $\boxed{\text{جـ} = ٤}$

∵ معادلة أحد الدليلين س $= \frac{\text{أ}^٢}{\text{جـ}}$ ، س = ٦ (معطى) ⇐ ٦ $\cancel{=}$ $\frac{\text{أ}^٢}{٤}$ ⇐ $\text{أ}^٢ = ٢٤$

∴ نوع القطع ناقص لأن جـ < أ ⇐ $\boxed{\text{أ} = \sqrt{٢٤}}$

$\boxed{\because \text{جـ}^٢ = \text{أ}^٢ - \text{ب}^٢}$ ⇐ ١٦ = ٢٤ - $\text{ب}^٢$ ⇐ $\text{ب}^٢ = ٢٤ - ١٦ = ٨$

القطع على الشكل القياسي

$$\boxed{\frac{\text{س}^٢}{\text{أ}^٢} + \frac{\text{ص}^٢}{\text{ب}^٢} = ١}$$

∴ معادلة القطع هي

$$\boxed{\frac{\text{س}^٢}{٢٤} + \frac{\text{ص}^٢}{٨} = ١}$$

تدريب للطالب

١

أوجد معادلة القطع المخروطي الذي رأساه (٠ ، ± ٤) وبؤرتاه (٠ ، ± ٦)

٢

أوجد معادلة القطع المخروطي الذي بؤرتاه (±٤ ، ٠) وتخالفه المركزي $\frac{٤}{٥}$

٣

أوجد معادلة القطع الناقص الذي
بؤرتاه هما بؤرتي القطع الزائد ١٥ص^{٢} - س^{٢} = ٦٠
وطول محوره الأكبر يساوي ٣ أمثال طول محوره الأصغر

ملاحظة: المعادلة أ $س^2$ + ب $ص^2$ = عدد موجب ≠ ٠ ، أ ، ب ≠ ٠

تمثل

دائرة	قطع ناقص	قطع زائد
إذا كان أ = ب	إذا كان أ ≠ ب ولهما إشارة موجبة	إذا كان أ ، ب لهما إشارة مختلفة
فمثلا $٢س^2 + ٢ص^2 = ٦$ تمثل معادلة دائرة	فمثلا $٢س^2 + ٤ص^2 = ٦$ تمثل قطع ناقص	فمثلا $٢س^2 - ٣ص^2 = ٦$ تمثل قطع زائد

حدد نوع القطع $\frac{س^2}{36} + \frac{ص^2}{هـ^2 - 16} = 1$ في الحالات التالية :-

- هـ = ٥
- هـ = ٠
- هـ = $\sqrt{٢٥}$

الحل

عندما هـ = ٥

المعادلة تصبح $\frac{س^2}{36} + \frac{ص^2}{(5)^2 - 16} = 1 \Leftarrow \frac{س^2}{36} + \frac{ص^2}{9} = 1$

معادلة قطع ناقص

عندما هـ = ٠

المعادلة تصبح $\frac{س^2}{36} + \frac{ص^2}{(0)^2 - 16} = 1 \Leftarrow \frac{س^2}{36} - \frac{ص^2}{16} = 1$

معادلة قطع زائد

عندما $\text{هـ} = \sqrt{\text{٥٢}}$

المعادلة تصبح $\frac{\text{س}^{٢}}{\text{٣٦}} + \frac{\text{ص}^{٢}}{(\sqrt{\text{٥٢}})^{٢} - \text{١٦}} = \text{١} \Leftarrow \frac{\text{س}^{٢}}{\text{٣٦}} + \frac{\text{ص}^{٢}}{\text{٣٦}} = \text{١}$

$\Leftarrow \text{س}^{٢} + \text{ص}^{٢} = \text{٣٦}$ معادلة دائرة

تدريب للطالب

حدد نوع القطع $\text{ل س}^{٢} + \text{٦ص}^{٢} = \text{١}$ في الحالات التالية :-

- ل = ٦
- ل = ٤
- ل = - ٦

أوجد معادلة القطع الزائد الذي ترسمه النقطة التي تتحرك بحيث يكون الفرق بين بعديها عن النقطتين (٢ ، ٠) ، (١٠ ، ٠) يساوي ١

الحل

نفرض نقطة ن (س ، ص) تقع على القطع ⇐ $|\text{ن ق}_{١}| - |\text{ن ق}_{٢}| = ١$

$$\sqrt{(\text{س} - ٢)^{٢} + (\text{ص} - ٠)^{٢}} - \sqrt{(\text{س} - ١٠)^{٢} + (\text{ص} - ٠)^{٢}} = ١$$

$$\Leftarrow \sqrt{(\text{س} - ٢)^{٢} + \text{ص}^{٢}} - \sqrt{(\text{س} - ١٠)^{٢} + \text{ص}^{٢}} = ١$$

بالتربيع

$$\Leftarrow \sqrt{(\text{س} - ٢)^{٢} + \text{ص}^{٢}} = ١ + \sqrt{(\text{س} - ١٠)^{٢} + \text{ص}^{٢}}$$

$$\Leftarrow (\text{س} - ٢)^{٢} + \text{ص}^{٢} = \left(١ + \sqrt{(\text{س} - ١٠)^{٢} + \text{ص}^{٢}}\right)^{٢}$$

$$\Leftarrow (\text{س} - ٢)^{٢} + \cancel{\text{ص}^{٢}} = ١ + ٢\sqrt{(\text{س} - ١٠)^{٢} + \text{ص}^{٢}} + (\text{س} - ١٠)^{٢} + \cancel{\text{ص}^{٢}}$$

$$\cancel{\text{س}^{٢}} - ٤\,\text{س} + ٤ = ١ + ٢\sqrt{(\text{س} - ١٠)^{٢} + \text{ص}^{٢}} + \cancel{\text{س}^{٢}} - ٢٠\,\text{س} + ١٠٠$$

$$\Leftarrow -٢\sqrt{(\text{س} - ١٠)^{٢} + \text{ص}^{٢}} = ١ - ٢٠\text{س} + ٤\text{س} + ١٠٠ - ٤$$

$$\Leftarrow -٢\sqrt{(\text{س} - ١٠)^{٢} + \text{ص}^{٢}} = -١٦\text{س} + ٩٧$$

$$\Leftarrow ٤\left((\text{س} - ١٠)^{٢} + \text{ص}^{٢}\right) = (-١٦\text{س} + ٩٧)^{٢}$$ بالتربيع

$$٤\text{س}^{٢} - ٨٠\text{س} + ٤٠٠ + ٤\text{ص}^{٢} = ٢٥٦\text{س}^{٢} - ٣١٤٠\text{س} + ٩٤٠٩$$

$$\Leftarrow ٢٥٢\text{س}^{٢} - ٣٠٢٤\text{س} - ٤\text{ص}^{٢} + ٦٠٠٩ = ٠$$

أسئلة موضوعية مهمة في القطوع المخروطية

مهم

إعداد ا/ يعقوب الصلوي

ضع علامة ($\checkmark$) أمام العبارة الصحيحة وعلامة ($\times$) أمام العبارة الخاطئة في كلا مما يلي : -

١- في القطع المكافئ تسمى نقطة تقاطع القطع مع محوره رأس القطع ( )

٢- محور القطع المكافئ ص^{٢} = -١٢س هو محور الصادات ( )

٣- المعادلة ص^{٢} + م س^{٢} = ١٢س تمثل قطع مكافئ إذا كان م =٠ ( )

٤- في القطع المكافئ البعد بين البؤرة والدليل = ٢أ ( )

٥- بؤرة القطع المكافئ ص^{٢} + ١٢س = ٠ هي (٣ ، ٠) ( )

٦- قطع مكافئ رأسه (٠، ٠) ومعادلة دليله ص = ٤
فإن معادلته س^{٢} = -١٦ص ( )

٧- في القطع المكافئ جـ = أ ( )

٧- لتكن ١٦س^{٢} + ٥٧٦ = ٩ص^{٢} معادلة قطع زائد

فإن إحداثي رأساه (± ٦، ٠) ( )

٨- قطع زائد رأساه (٠ ، ± ٤) وطول محوره القاطع = ١٦ ( )

٩- في القطع الزائد البعد بين البؤرتين أكبر من الطول الثابت ٢ أ ( )

١٠- في القطع الزائد ص^{٢} - س^{٢} = ١ قيمة جـ = ٢ ( )

١١- في القطع الزائد $\frac{\text{س}^{٢}}{٤} - \frac{\text{ص}^{٢}}{٩} = -١$ قيمة أ = ٣ ( )

١٢- إذا كانت النقطة (٤، ٠) تقع على منحنى القطع $\frac{\text{س}^{٢}}{\text{أ}^{٢}} + \frac{٢\text{ص}^{٢}}{\text{أ}^{٢}} = ١$

فإن طول المحور الأكبر = ٢ ( )

مهم

ضع دائرة حول رقم الإجابة الصحيحة فيما يلي : -

١- قطع مكافئ رأسه (٠، ٠) ومعادلة دليله ٢س + ٨ = ٠ فإن معادلته هي ...

أ- س^{٢}= ١٦ص ب- ص^{٢}= ١٦س جـ- س^{٢}= -١٦ص د- ص^{٢}= -١٦س

٢- قطع مخروطي تخالفه المركزي يساوي واحد هو . . .

أ - ناقص ب - زائد جـ - مكافئ د - دائرة

٣- قطع مخروطي تخالفه المركزي يساوي صفر هو . . .

أ - ناقص ب - زائد جـ - مكافئ د - دائرة

٤- قطع مخروطي رأساه (± ٣ ، ٠) و بؤرتاه (± ٥ ، ٠) فإن نوعه ...

أ - ناقص ب - زائد جـ - مكافئ د - دائرة

٥- قطع مخروطي فيه ج = أ هو ...

أ - ناقص　　ب - زائد　　ج - مكافئ　　د - دائرة

٦- قطع مخروطي فيه أ > ج هو ...

أ - ناقص　　ب - زائد　　ج - مكافئ　　د - دائرة

٧- قطع مخروطي رأساه (± ٦ ، ٠) و معادلة دليلاه س = ± ٤ فإن نوعه ...

أ - ناقص　　ب - زائد　　ج - مكافئ　　د - دائرة

٨- المعادلة ٢ص^{٢} - ٢س^{٢} = ١ تمثل قطع

أ - ناقص　　ب - زائد　　ج - مكافئ　　د - دائرة

٩- معادلة القطع الذي له مستقيمات مقاربة مما يلي هي ....

٢ص^{٢} + ٢س^{٢} = ١　　٢ص^{٢} + ٩س^{٢} = ١　　٤ص^{٢} - ٩س^{٢} = ١

مهم

أكمل الفرغات التالية : - . . . .

١- قيمة ل التي تجعل المعادلة ل $س^٢$ + ٣$ص^٢$ = ١ معادلة دائرة يساوي . . .

٢- إذا كان منحنى القطع المكافئ $ص^٢$ = ١٦س يمر النقطة (م ، ٤) فإن م = ...

٣- القطع الذي بعده البؤري أصغر من البعد بين رأسيه هو . . .

٤- لتكن $\frac{س^٢}{٢٥}$ + $\frac{ص^٢}{ل^٢}$ = ١ معادلة قطع مخروطي إذا كان ي = ٠ فإن ل = . . .

تم بحمد الله

ا/يعقوب الصلوي