

زوايا المثلثات



المفردات:

المستقيم المساعد

auxiliary line

الزاوية الخارجية

exterior angle

الزاويتان الداخليتان

البعيدتان

remote interior angles

البرهان التسلسلي

flow proof

النتيجة

corollary

فيما سبق:

درست تصنيف المثلثات وفقاً لقياسات أضلاعها وزواياها.

والآن:

- أطبق نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث.
- أطبق نظرية الزاوية الخارجية للمثلث.

قدرات

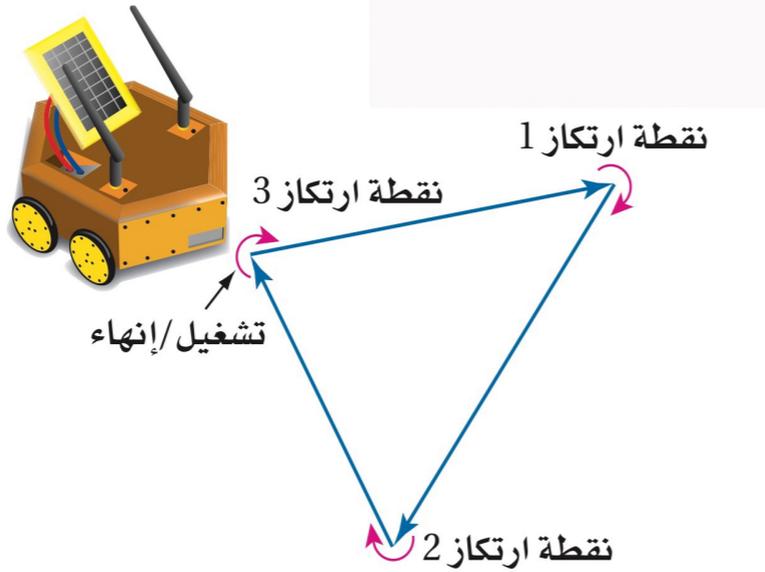
المطلوب المقارنة بين ..

القيمة الثانية	القيمة الأولى
$\frac{1}{9} + \frac{1}{4} + \frac{1}{3}$	$\frac{1}{5} + \frac{1}{3} + \frac{1}{9}$

- أ) القيمة الأولى أكبر من الثانية
- ب) القيمة الثانية أكبر من الأولى
- ج) القيمتان متساويتان
- د) المعطيات غير كافية

ماذا

يرعى أحد معاهد التقنية مسابقة سنوية، حيث يصمّم الطلاب روبوتًا آليًا يؤدي مهامّ مختلفة. وقد تمّت برمجة هذا الروبوت الآلي في أحد الاختبارات ليتحرك في مسار على شكل مثلث. على أن يكون مجموع قياسات الزوايا التي ينعطف فيها الروبوت الآلي عند نقاط الارتكاز الثلاث ثابتًا دائمًا.



نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث: تُعبر نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث عن العلاقة بين الزوايا الداخلية لأيّ مثلث.

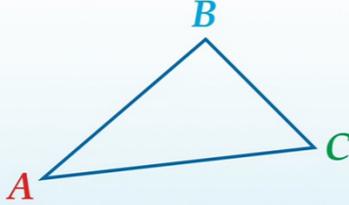
أضف إلى
مطوبتك

نظرية 3.1

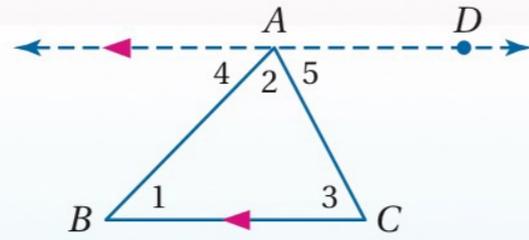
نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث

التعبير اللفظي: مجموع قياسات زوايا المثلث يساوي 180°

مثال: $m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180^\circ$



يتطلب برهان نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث استعمال مستقيم مساعد، والمستقيم المساعد هو مستقيم إضافي (أو قطعة مستقيمة إضافية) يتم رسمه للمساعدة على تحليل العلاقات الهندسية، وكما تُبرر العبارات والاستنتاجات المُستعملة في البرهان، فإن خصائص المستقيم المساعد يجب تبريرها.



نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث

برهان

المعطيات: $\triangle ABC$

المطلوب: $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 = 180^\circ$

البرهان: من النقطة A ارسم المستقيم \overleftrightarrow{AD} موازياً لـ \overline{BC} .

المبررات	العبارات
(1) مُعطى	$\triangle ABC$ (1)
(2) تعريف الزاويتين المتجاورتين على مستقيم	$\angle 4, \angle BAD$ زاويتان متجاورتان على مستقيم.
(3) الزاويتان المتجاورتان على مستقيم متكاملتان	$\angle 4, \angle BAD$ متكاملتان.
(4) تعريف الزاويتين المتكاملتين	$m\angle 4 + m\angle BAD = 180^\circ$ (4)
(5) مسلّمة جمع قياسات الزوايا	$m\angle BAD = m\angle 2 + m\angle 5$ (5)
(6) بالتعويض	$m\angle 4 + m\angle 2 + m\angle 5 = 180^\circ$ (6)
(7) نظرية الزاويتين المتبادلتين داخلياً	$\angle 4 \cong \angle 1, \angle 5 \cong \angle 3$ (7)
(8) تعريف تطابق الزوايا	$m\angle 4 = m\angle 1, m\angle 5 = m\angle 3$ (8)
(9) بالتعويض	$m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 = 180^\circ$ (9)



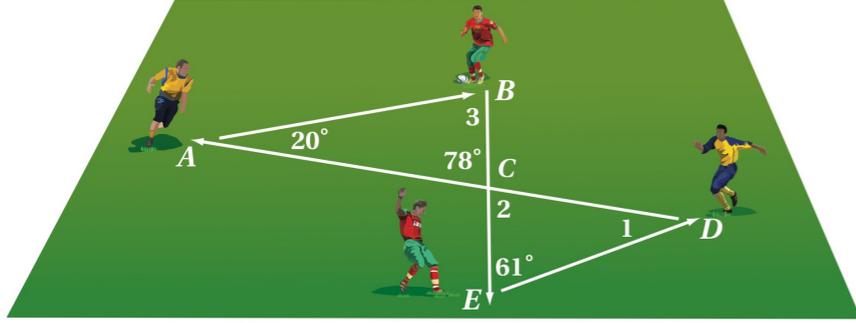
وزارة الت

f Education

استعمال نظرية مجموع زوايا المثلث

مثال

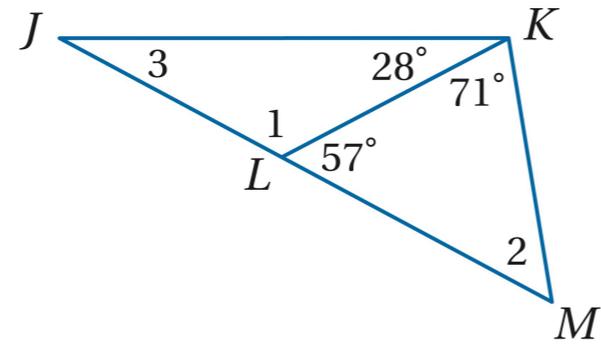
كرة قدم: يبيّن الشكل مسار الكرة في تدريب على تمريراتٍ نفّذها أربعة لاعبين. أوجد قياسات الزوايا المرقمة.



تحقق من فهمك



أوجد قياسات الزوايا المرقمة فيما يأتي:

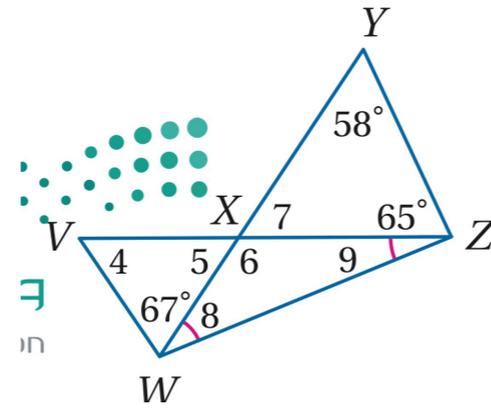


(1A)

تحقق من فهمك

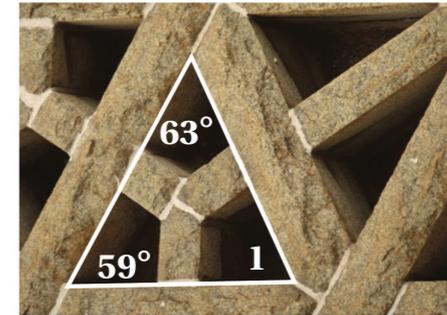


أوجد قياسات الزوايا المرقمة فيما يأتي:



(1B)

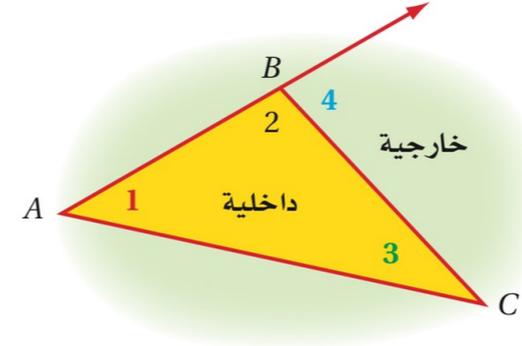
تأمل



(1)

نظرية الزاوية الخارجية للمثلث: بالإضافة إلى الزوايا الداخلية الثلاث، يمكن أن يكون للمثلث **زوايا خارجية** كل منها تتشكل من أحد أضلاع المثلث وامتداد ضلع مجاور له. ولكل زاوية خارجية **زاويتان داخليتان بعيدتان** غير مجاورتين لها.

$\angle 4$ زاوية خارجية لـ $\triangle ABC$ ،
وزاويتاها الداخليتان البعيدتان
هما $\angle 1$ ، $\angle 3$.



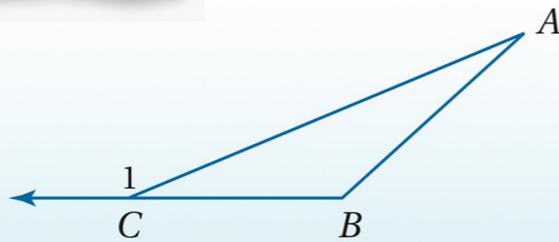
أضف إلى
مطوبتك

نظرية الزاوية الخارجية

نظرية 3.2

قياس الزاوية الخارجية في مثلث يساوي مجموع قياسَي الزاويتين الداخليتين البعيدتين.

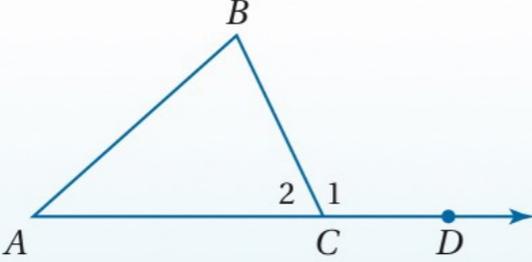
مثال: $m\angle A + m\angle B = m\angle 1$



في البرهان التسلسلي تُستعمل عبارات مكتوبة في مستطيلات، وأسهم تبيّن التسلسل المنطقي لهذه العبارات. ويُكتب أسفل كل مستطيل السبب الذي يبرّر العبارة المكتوبة داخله، ويمكنك برهنة نظرية الزاوية الخارجية باستعمال البرهان التسلسلي كما يأتي.

البرهان

نظرية الزاوية الخارجية



المعطيات: $\triangle ABC$

المطلوب: $m\angle A + m\angle B = m\angle 1$

برهان تسلسلي:

تعريف الزاويتين المتجاورتين على مستقيم

$\angle 1, \angle 2$ زاويتان متجاورتان على مستقيم

متكاملتان $\angle 1, \angle 2$

الزاويتان المتجاورتان على مستقيم متكاملتان

$m\angle 1 + m\angle 2 = 180$

تعريف الزاويتين المتكاملتين

معطى $\triangle ABC$

نظرية مجموع زوايا المثلث

$m\angle A + m\angle B + m\angle 2 = 180$

$m\angle A + m\angle B + m\angle 2 = m\angle 1 + m\angle 2$

بالتعويض

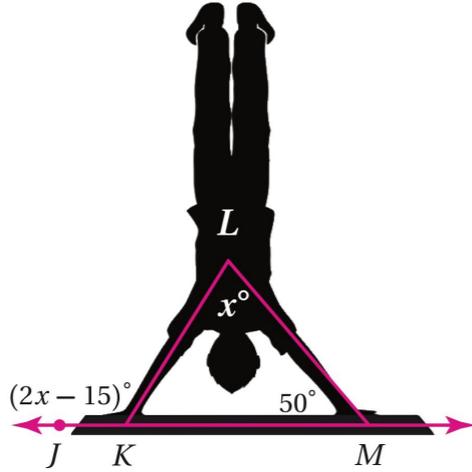
$m\angle A + m\angle B = m\angle 1$

بالطرح

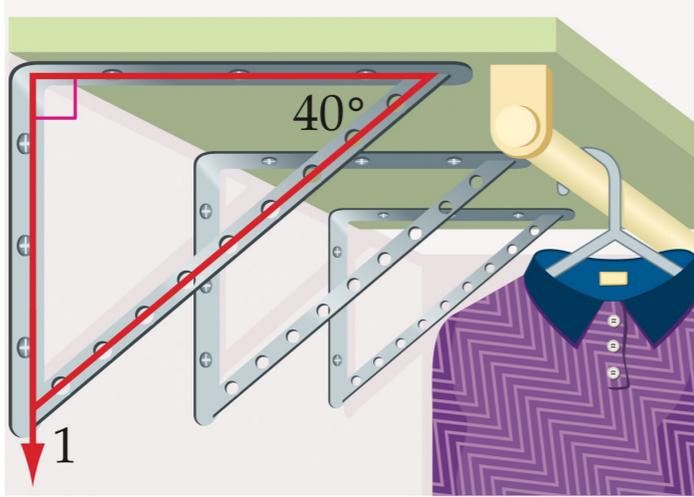
استعمال نظرية الزاوية الخارجية

مثال

اللياقة البدنية: أوجد قياس $\angle JKL$ في الوضع الذي يظهر فيه المتدرب في الصورة.



تحقّق منه فهمك



(2) تنظيم خزانة الملابس: تثبت لطيفة جسور الرفوف على جدار خزانة. ما قياس $\angle 1$ التي يصنعها الجسر مع جدار الخزانة؟

تأد

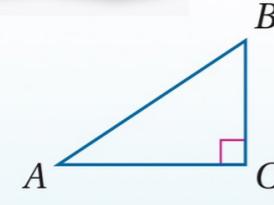
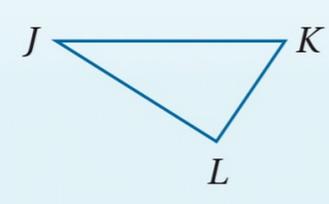


كراسي الشاطئ: تشكل دعامة المقعد مع بقية الهيكل مثلثاً كما هو موضح في الشكل المجاور. أوجد كلاً من القياسات الآتية:

$$m\angle 4 \quad (4)$$

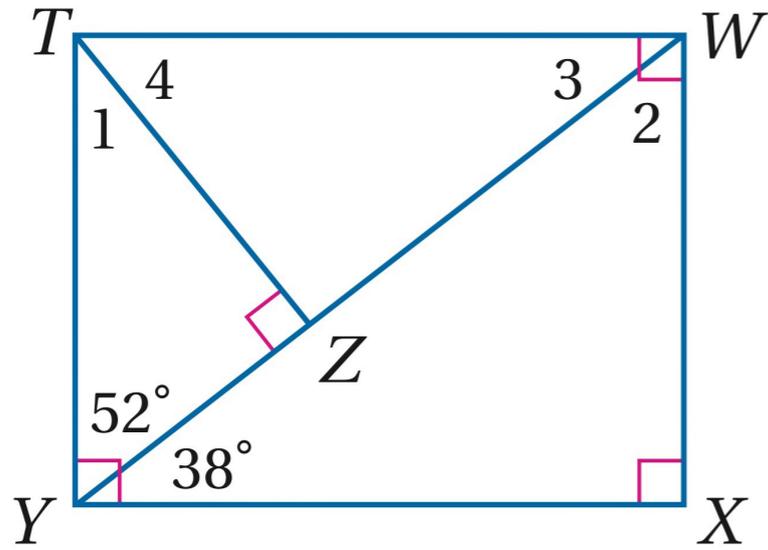
$$m\angle 2 \quad (3)$$

النتيجة هي نظرية يكون برهانها مبنيًا على نظرية أخرى، ويمكن استعمال النتيجة كأى نظرية أخرى لتبرير خطوات برهانٍ آخر، أو حلّ أسئلة ذات علاقة، وفيما يلي نتائج مباشرة لنظرية مجموع زوايا المثلث:

أضف إلى مطوبتك	نتيجتان
	<p>3.1 الزاويتان الحادتان في أي مثلث قائم الزاوية متتامتان. مثال: إذا كانت $\angle C$ قائمة، فإن $\angle A, \angle B$ زاويتان متتامتان.</p>
	<p>3.2 توجد زاوية قائمة واحدة، أو زاوية منفرجة واحدة على الأكثر في أي مثلث. مثال: إذا كانت $\angle L$ قائمة، فإن $\angle J, \angle K$ زاويتان حادتان.</p>

إيجاد قياسات الزوايا في مثلثات قائمة الزاوية

مثال



أوجد قياس كل من الزوايا المرقّمة في الشكل المجاور.

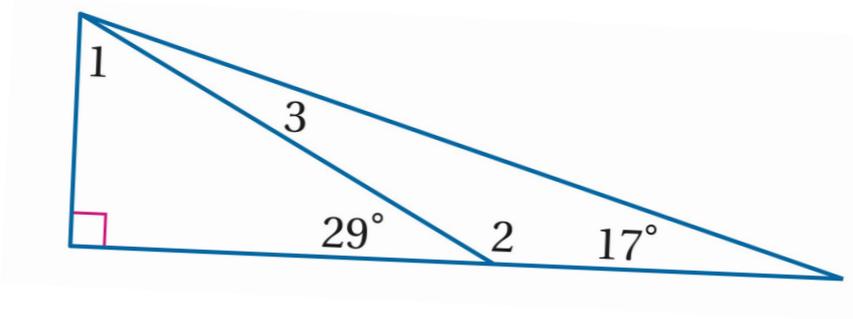
تحقق من فهمك

∠4 (3C)

∠3 (3B)

∠2 (3A)

معتدًا على الشكل المجاور، أوجد القياسات التالية:



$$m\angle 1 \quad (7)$$

$$m\angle 3 \quad (8)$$

$$m\angle 2 \quad (9)$$

دَرْب

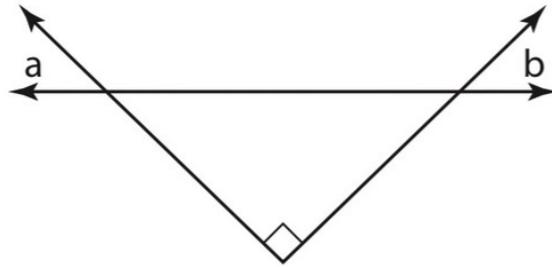
(28) قَرَّرَ ما إِذا كانت العبارة الآتية صحيحةً أم خطأً، واذكر مثلاً مضاداً لها إِذا كانت خطأً، ودعّم استنتاجك إِذا كانت صحيحة:

"إِذا كان مجموع زاويتين حادتين في مثلث أكبر من 90، فإن المثلث حادّ الزوايا"

تَدْرِبْ

تدريب على اختبار

(38) أيُّ العبارات التالية تصف العلاقة الصحيحة بين الزاويتين a, b في الشكل أدناه؟



$a + b = 90^\circ$ **C**

$a + b = 45^\circ$ **D**

$a + b < 90^\circ$ **A**

$a + b > 90^\circ$ **B**

(37) جبر: أيُّ المعادلات الآتية تكافئ المعادلة $7x - 3(2 - 5x) = 8x$ ؟

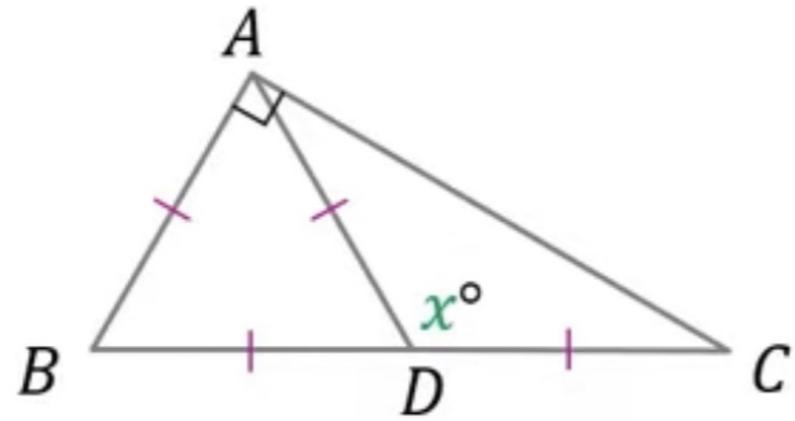
$2x - 6 = 8$ **A**

$22x - 6 = 8x$ **B**

$-8x - 6 = 8x$ **C**

$22x + 6 = 8x$ **D**

تحصيلي



ما قيمة x في الشكل المجاور؟

- 72 (A)
- 90 (B)
- 120 (C)
- 150 (D)