الدرس الاول:

- **الارتباط الخطي لشعاعين $\vec{u}$ و $\vec{v}$:**

١- نثبت ان $\vec{u} = k\vec{v}$

٢- او هيك $\vec{u}(x,y,z), \vec{v}(\dot{x},\dot{y},\dot{z})$

نثبت ان $\frac{x}{\dot{x}} = \frac{y}{\dot{y}} = \frac{z}{\dot{z}}$

- **اثبات وقوع ثلاث نقاط على استقامة:**

١- نشكل شعاعين $\overrightarrow{AB}$. و $\overrightarrow{AC}$

٢- نثبت ان الشعاعان مرتبطان خطيا

- **اثبات النقاط تشكل مستو :**

١- نشكل شعاعين

٢- نثبت ان الشعاعان غير مرتبطين خطيا

- **الارتباط الخطي لثلاث اشعة :**

١- بدي وصل لهاد الشكل سواء من معلم او من علاقات شعاعية $\vec{u} = a\vec{v} + b\vec{w}$

- **اثبات وقوع اربع نقاط في مستو:**

١- نشكل الاشعة $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{AB}$

٢- نثبت ان الاشعة مرتبطة خطيا

$$\overrightarrow{AB} = a\overrightarrow{AD} + b\overrightarrow{AC}$$

ذكريات بلماضي

ايام النقش على الحجر يا بكلوريا

١- منتصف قطعة مستقيمة $[AB]$:

$$I\left(\frac{Xa+Xb}{2}, \frac{Ya+Yb}{2}, \frac{Za+Zb}{2}\right)$$

٢- مركز ثقل المثلث ياعيوني :

$$m\left(\frac{Xa+Xb+Xc}{3}, \frac{\dots}{3}, \frac{..}{3}\right)$$

٣- مركبات شعاع بياشا :

$$\overrightarrow{AB}(Xb-Xa, Yb-Ya, Zb-Za)$$

٤- نظيم طويلة شعاع $\vec{u}(x,y,z)$:

$$\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$$

٥- طول قطعة $[AB]$:

$$AB = \sqrt{(Xb-Xa)^2+(Yb-Ya)^2+\cdots}$$

الدرس الثاني :

- **معادلة الاسطوانة :**

١- محورها محور الفواصل : (ox)

$$y^2+z^2=r^2 \ , x_0 \le x \le x_1$$

٢- محورها محور التراتيب (oy) :

$$z^2+x^2=r^2 \ , y_0 \le y \le y_1$$

٣- محورها محور الرواقم (oz) :

$$y^2+x^2=r^2 \ , z_0 \le z \le z_1$$

- **معادلة الكرة بياشا :**

١- علم مركزها و نصف قطرها

$$s: (x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2=r^2$$

٢- علم مركزها و احداثيات نقطة منها A

$$r = \varepsilon A$$

٣- تقبل القطعة $[AB]$ قطرها لها

المركز : هو منتصف القطعة

نصف القطر : $r = \frac{1}{2}AB$

- **معادلة المخروط :**

١- محوره محور الفواصل (ox)

$$y^2+z^2-\frac{r^2}{h^2}x^2=0 \ , 0 \le x \le h$$

٢- محوره محور التراتيب (oy)

$$x^2+z^2-\frac{r^2}{h^2}y^2=0, 0 \le y \le h$$

٣- محوره محور الرواقم (oz)

$$x^2+y^2-\frac{r^2}{h^2}z^2=0 \ , 0 \le z \le h$$

مركز الابعاد المتناسبة :

❖مجموعة النقاط :

١- كرة ← MG=||نصف قطر||

٢- مستوي محوري ← $\|\overrightarrow{MG}\| = \|\overrightarrow{MH}\|$

❖علاقة الانشاء:

$$\overrightarrow{AG} = \frac{\beta}{\alpha+\beta}\overrightarrow{AB}$$

❖استخدام مركز الابعاد :

١- اثبات ٣ نقاط على استقامة واحدة= نثبت ان واحدة منهم مركز ابعاد للنقطتين الباقيين

٢- اثبات ٤ نقاط في مستو واحد= نثبت مركز نقطتين هو مركز للنقاط ٢ الباقية و واحدة هي مركز ابعاد للنقاط البقية

٣- اثبات تقاطع مستقيمات في نقطة = نثبت للمستقيم المركز نفسه

٤- لاتنسى الخاصة التجميعية وهي ضم مراكز الابعاد

٥- لاتنسى الشكل $\alpha\overrightarrow{GA}+\beta\overrightarrow{GB}=0$

❖ كتابة معادلة مستوي:

١- نحتاج الى ناظم

٢- نقطة يمر منها

❖ معادلة مستوي يمر A ويقبل شعاع توجيه

تعويض مباشر

❖ مستوي مار من A ويقبل $\overrightarrow{BC}$ ناظما:

تعويض مباشر

❖ مستوي محوري لـA,B معلومتان :

١- الناظم هو $\overrightarrow{AB}$

٢- N منتصف AB

❖ مستو مماس للكرة:

١- نوجد مركز الكرة

٢- ناخذ نقطة التماس

٣- الناظم $\vec{n} = \omega A$

❖ مستوي مار من ٣ نقاط :

١- نثبت ان العاعين غير مرتبطين خطيا

٢- نفرض ناظم (a,b,c)

٣- $\vec{n}.\overrightarrow{AB} = 0 , \vec{n}.\overrightarrow{AB} = 0$

٤- نفرض احد المجاهيل قيمة مغايرة للصفر

٥- نحل جملة المعادلات

٦- نعوض

❖ مستوي مار من نقطة ويقبل شعاعي توجيه:

يحل متل يلي فوق

❖ مستوي مار من نقطتين وعامود على مستوي :

ناخ نقطة واحدة ومنساوي شعاع الها ومنكفي متل فوق

❖ مستوي مار من نقطة وعامودي على مستتوين

نفرض ناظم ونفس الخطوات

❖ مستوي مار من نقطة ويوازي مستوي:

النقطة نفسها وناظم المستوي نفسو

❖ بعد نقطة عن مستوي :

$$dist(a,p) = \frac{|ax+by+cz+d|}{\left|\sqrt{a^2+b^2+c^2}\right|}$$

❖ حالات مستتوين :

١- متوازيان: اذا كانو مرتبطين خطيا

٢- متقاطعان : اذا كانو غير مرتبطين خطيا

٣- متعامدان: اذا كان جداء النواظم صفر

٤- منطبقان: اذا تساوت نسب النواظم و D

للحصول على المزيد تواصل

٠٩٦٧٧٢٩٧٠٤

أ. محمد الغلاييني

تلغرام : @mbac600

بياشا رح نكفي بتخربط :

❖ المعادلات الوسيطة لنصف مستقيم:

١- شعاع توجيه
٢- نقطة
٣- الشكل

$$d\begin{cases}x = at + x_0\\ y = bt + y_0 \quad t \in [0.+\infty[\\ z = ct + z_0\end{cases}$$

❖ الوضع النسبي لمستقيمين:

شغلي على النواظم

١- متوازين: اذا كانو النواظم مرتبطين خطيا
٢- غير متوازين: اذا كانو غير مرتبطين
٣- نميز:

a) متقاطعين: يشتركان بنقطة واحدة = يوجد حل مشترك

b) متخالفين: لايشتركان باي نقطة لايقعان في مستوي واحد = لايوجد حلول مشتركة

❖ الوضع النسبي لمستقيم مع مستوى :

a) متوازين: لايوجد حل مشترك بين معادلات المستوي و المستقيم

b) متقاطعين: يوجد حل مشترك للمعادلات فيني اشتغل على التعامد اذا بدي

❖ لايجاد نقطة التقاطع :

١- نعوض الوسيطية في المستوي
٢- نوجد قيمة t
٣- نعوض t في المستقيم

❖ اثبات مستقيم عمودي على مستوي:

١- ناخذ ناظم p وليكن $\vec{n}$
٢- برضون اخذ شعاع توجيه المستقيم $\vec{v}$
٣- نثبت ان $\vec{v},\vec{u}$ مرتبطين خطيا

❖ اثبات مستقيم منطبق على مستوي :

١- نعوض الوسيطية في المستوي
٢- نحصل على علاقة مافيا t

❖ بعد نقطة عن مستقيم :

$$\overrightarrow{AK}.u_d = 0 \to t = b \to ab = dist$$

❖ ايجاد احداثيات المسقط القائم لنقطة على مستوي:

١- نوجد معادلة المستوي
٢- نوجد المعادلات الوسطية ل $D\grave{D}$ حيث نختار D وشعاع التوجيه هو ناظم المستوي
٣- نحل المعادلتين الوسطية و المتستقيم حل مشترك فنجد نقطة التقاطع $\grave{D}$

❖ ايجاد بعد نقطة عن فصل مشترك :

a) المستويان متعامدان:

١- نوجد بعد A عن P
٢- نوجد بعد A عن Q
٣- فيكون البعد عن الفصل المشترك حسب فيثاغورث
٤- $= \sqrt{(dist(a,p)^2 + dist(a,q)^2}$

b) المستويان غير متعامدان:

١- نوجد المعادلات الوسيسطة للفصل المشترك
٢- نوجد معادلة المستوي المستوي المار من A ويعامد d
٣- نحل معادلة D والمستوي فنجد نقطة تقاطع $\grave{A}$
٤- نحسب مسافة $A\grave{A}$

❖ دراسة تقاطع 3 مستويات:

١- نحاول حذف المجهول x من المعادلتين 2 ,3
(مثلا نضرب 1 بعدد ونجمعها مع 2)
(ضرب 2 بعدد ونجمعها مع ٣)
٢- نحاول حذف y من المعادلة 3
(مثلا نضرب 2 بعدد ونجمعها مع 3)
٣- نميز الحالات:

١- يوجد حل وحد = تتقاطع بنقطة واحدة
٢- المعادلة غير محققة = المستويات تتقاطع بفصل مشترك
٣- المستويات غير متقاطعة= المستويات منطبقة