الفصل السابع
الاحتمال

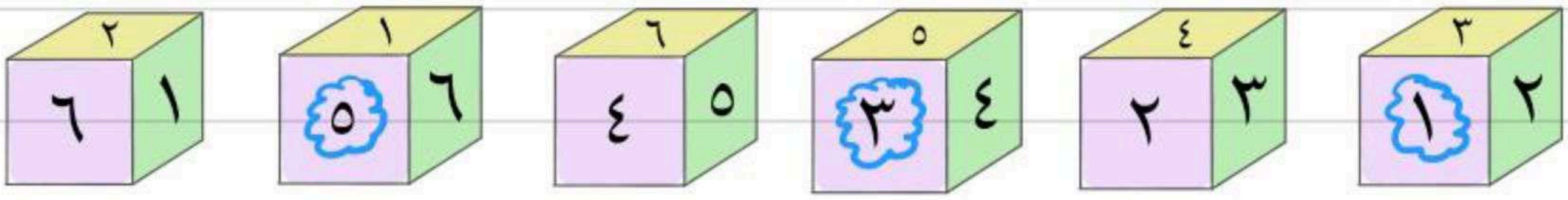
الحوادث والاحتمالات

تعريف الحادثه: نسبة عدد النواتج في الحادثة إلى العدد الكلي

نسبه بمعنى قسمه

$$ح(حادثة) = \frac{\text{عدد النواتج في الحادثة}}{\text{العدد الكلي للنواتج}}$$

مثال



عند رمي المكعب السابق، أوجد الاحتمالات التالية، واكتبها في أبسط صورة:

أ) ح(عدد فردي) ب) ح(٥ أو ٦) جـ) ح(عدد أولي)

النرد يوجد به ٣ اعداد فرديه (١ ، ٣ ، ٥) و ٣ اعداد زوجيه (٢ ، ٤ ، ٦)

ح(عدد فردي) نحسب احتمال ظهور عدد فردي باستخدام القانون اعلاه

$$\frac{\text{عدد النواتج}}{\text{العدد الكلي}} = \frac{\text{عدد الاعداد الفرديه}}{\text{العدد الكلي للنرد}} = \frac{٣}{٦} = \frac{\cancel{٣}\times ١}{\cancel{٣}\times ٢} = \frac{١}{٢}$$

ح(٥ أو ٦) نحسب احتماليه ظهور العددين ٥ او ٦

$$\frac{\text{عدد النواتج}}{\text{العدد الكلي}} = \frac{٢}{٦} = \frac{\cancel{٢}\times ١}{٣\times \cancel{٢}} = \frac{١}{٣}$$

ح(عدد أولي) العدد الاولي هو الذي يقبل القسمه على نفسه ① او الواحد ②

٦	٥	٤	٣	٢	١
٣ ٢ ١ ٦	١ ٥	٢ ١ ٤	١ ٣	١ ٢	؟ ١
القسمه على نفسه والواحد واعداد اخرى	القسمه على نفسه والواحد	القسمه على نفسه والواحد وعدد اخر	القسمه على نفسه والواحد	القسمه على نفسه والواحد	القسمه على نفسه فقط
غير أولي	أولي	غير أولي	أولي	أولي	غير أولي

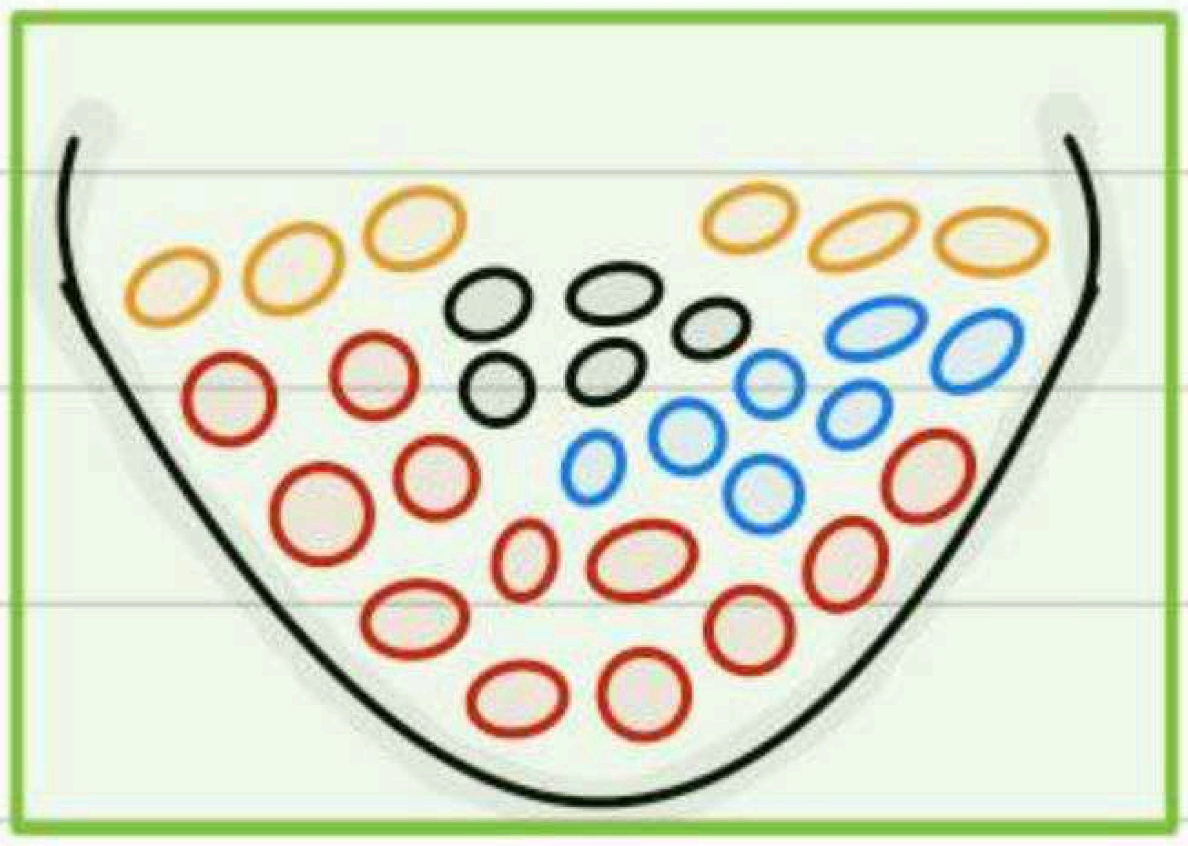
$$\frac{\text{عدد النواتج}}{\text{العدد الكلي}} = \frac{٣}{٦} = \frac{\cancel{٣}\times ١}{\cancel{٣}\times ٢} = \frac{١}{٢}$$

مثال

كرات: وُضِع في كيس ٧ كرات زرقاء، و٥ كرات سوداء، و١٢ كرة حمراء، و٦ كرات برتقالية، ثم سُحبت كرة من الكيس بشكل عشوائي. أوجد الاحتمالات التالية، واكتبها في أبسط صورة:

٤ ح(سوداء) ٥ ح(حمراء أو برتقالية) ٦ ح(خضراء)

٧ ح(ليست زرقاء) ٨ ح(ليست حمراء ولا برتقالية) ٩ ح(ليست صفراء)



ح(سوداء) $= \frac{\text{عدد النواتج}}{\text{العدد الكلي}} = \frac{٥}{٣٠} = \frac{\cancel{٥} \times ١}{\cancel{٥} \times ٦} = \frac{١}{٦}$

ح(حمراء أو برتقالية) $= \frac{\text{عدد النواتج}}{\text{العدد الكلي}} = \frac{١٨}{٣٠} = \frac{٣ \times \cancel{٦}}{٥ \times \cancel{٦}} = \frac{٣}{٥}$

ح(خضراء) $= \frac{\text{عدد النواتج}}{\text{العدد الكلي}} = \frac{\text{صفر}}{٣٠} = \text{صفر}$

لا يوجد لون اخضر بين الكرات

ح(ليست زرقاء) $= \frac{\text{عدد النواتج}}{\text{العدد الكلي}} = \frac{٢٣}{٣٠}$

كل الكرات الا الزرقاء

ح(ليست حمراء ولا برتقالية) $= \frac{\text{عدد النواتج}}{\text{العدد الكلي}} = \frac{١٢}{٣٠} = \frac{٢ \times \cancel{٦}}{٥ \times \cancel{٦}} = \frac{٢}{٥}$

كل الكرات الا الحمراء والبرتقاليه

ح(ليست صفراء) $= \frac{\text{عدد النواتج}}{\text{العدد الكلي}} = \frac{\cancel{٣٠}}{\cancel{٣٠}} = ١$

كل الكرات الا الصفراء وبالاساس لا يوجد صفراء لذلك نحسب جميع الكرات

عد النواتج

فضاء العينة هو مجموعة كل النواتج الممكنة في تجربة احتمالية.

نستخدم الجداول او الرسم الشجري لتوضيح النواتج

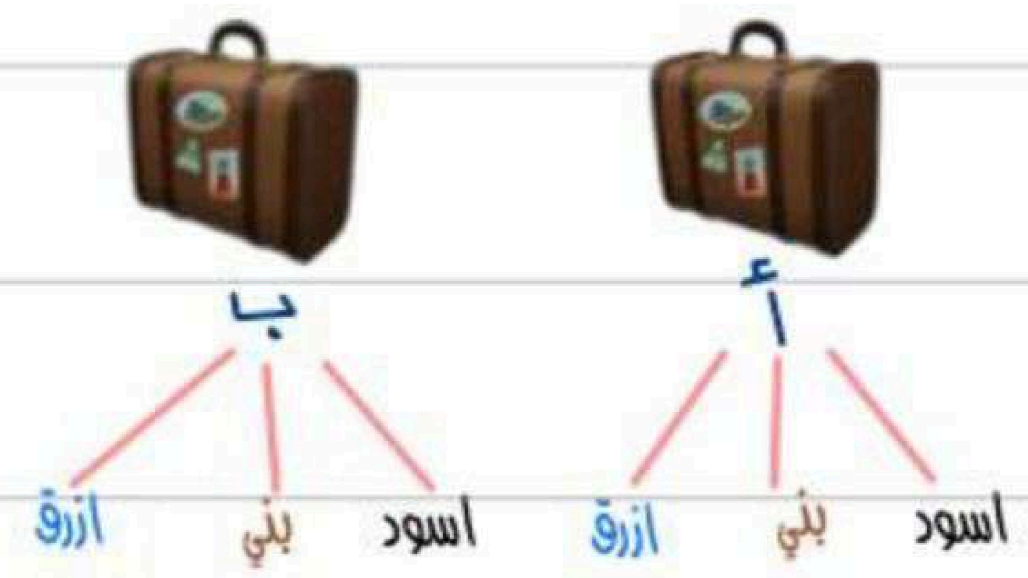
مثال

حقائب: ينتج مصنع نوعين من حقائب السفر أ ، ب . وبألوان مختلفة، هي: الأسود والبني والأزرق. أوجد فضاء العينة لجميع النواتج الممكنة.

الجدول

	النواتج الممكنة	
أ	اسود	أ ـ اسود
أ	بني	أ ـ بني
أ	ازرق	أ ـ ازرق
ب	اسود	ب ـ اسود
ب	بني	ب ـ بني
ب	ازرق	ب ـ ازرق

الرسم الشجري



١ـ أ ـ اسود
٢ـ أ ـ بني
٣ـ أ ـ ازرق
٤ـ ب ـ اسود
٥ـ ب ـ بني
٦ـ ب ـ ازرق

التحقق من الحل عدد الشنط مضروب في عدد الالوان ٢ × ٣ = ٦ نتائج

استعمل جدولًا أو رسمًا شجريًا لإيجاد فضاء العينة

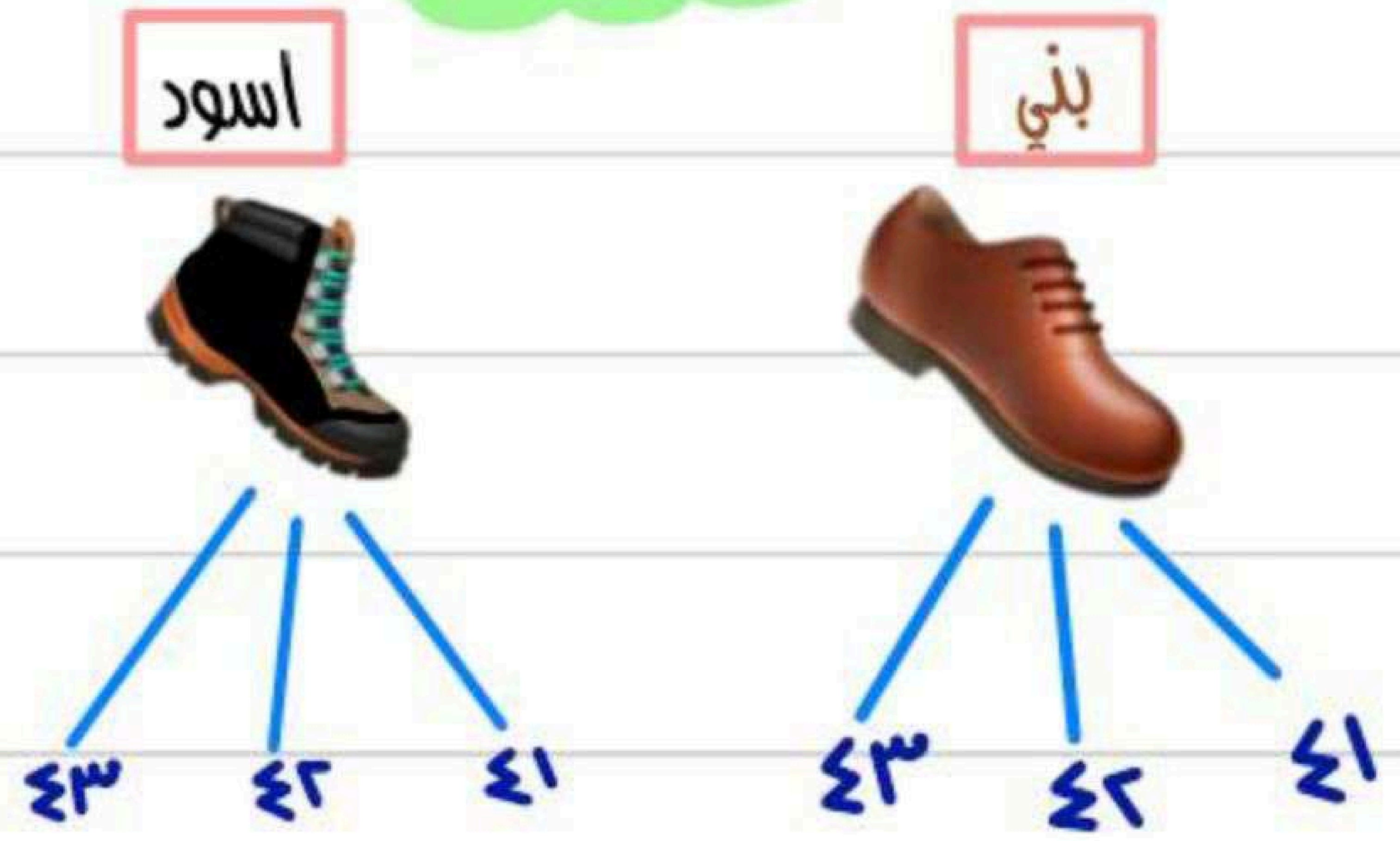
شراء حذاء أسود أو بني متوفر بمقاسات ٤١ ، ٤٢ ، ٤٣ .

٢ ٣

١ـ بني ـ ٤١
٢ـ بني ـ ٤٢
٣ـ بني ـ ٤٣
٤ـ أسود ـ ٤١
٥ـ أسود ـ ٤٢
٦ـ أسود ـ ٤٣

التحقق من الحل ٢ × ٣ = ٦ نتائج

الرسم الشجري



مبدأ العد الأساسي

"مبدأ العدّ الأساسي": يمكن استعمال عملية الضرب لإيجاد عدد نواتج فضاء العينة الممكنة بدلا من الرسم الشجري.

استخدام طريقه مبدأ العد هي طريقة مختصرة لمعرفه نتائج فضاء العينه اذا لم يطلب مني الرسم الشجري او الجدول فقط النتائج

امثلة

احسب عدد النواتج الممكنة عند اختيار حذاء إذا توافر ٤ ألوان، و٣ مقاسات مختلفة منه.

الالوان ← ٤ × ٣ → المقاسات

٤ × ٣ = ١٢ نتيجة

رُميت ثلاث مرات

رمي قطعة نقود ثلاث مرات.

قطعه النقود يوجد بها وجهين

الرمية الاولى ← ٢ × الرمية الثانيه ← ٢ × الرمية الثالثة ← ٢

٢ × ٢ × ٢ = ٨ نتائج

اختيار شطيرة وكوب عصير عشوائيًا، على فرض أن هناك ٤ أنواع من الشطائر و٣ أنواع عصير.

الشطائر ← ٤ × العصير ← ٣

٤ × ٣ = ١٢ نتيجة

اختيار شهر من أشهر السنة ويوم من أيام الأسبوع.

اشهر السنة ← ١٢ × ايام الأسبوع ← ٧

١٢ × ٧ = ٨٤ نتيجة

رمي مكعب أرقام، وقطعتي نقود.

مكعب الارقام ← ٦ × قطعه نقود ← ٢ × قطعه نقود ← ٢

٦ × ٢ × ٢ = ٢٤ نتيجة

الفصل الثامن

الهندسة : المضلعات

العلاقات بين الزوايا

الزوايا المتتامة والمتكاملة

التمثيل بالقطاعات الدائرية

المثلثات

استراتيجية حل المسألة

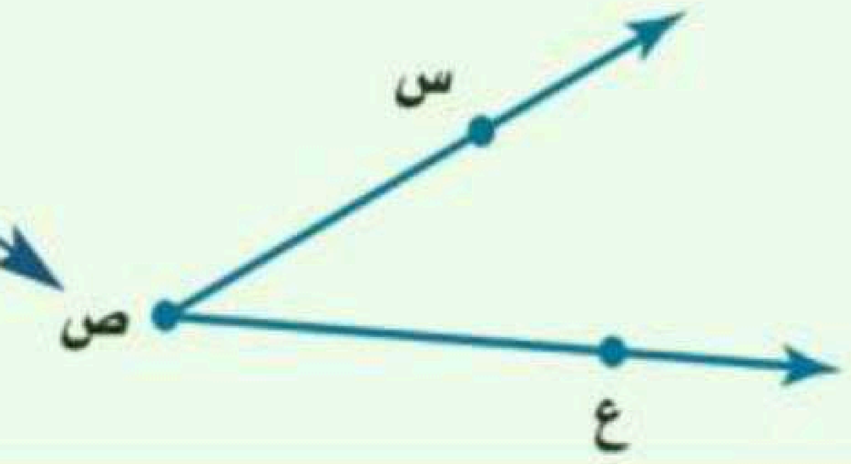
الأشكال الرباعية

الأشكال المتشابهة

التبليط والمضلعات

العلاقات بين الزوايا

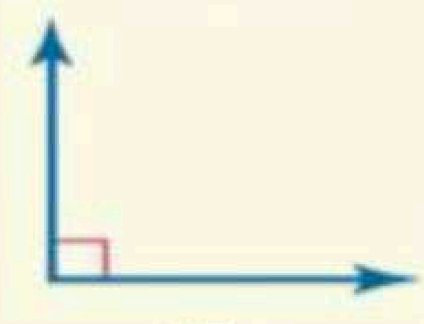
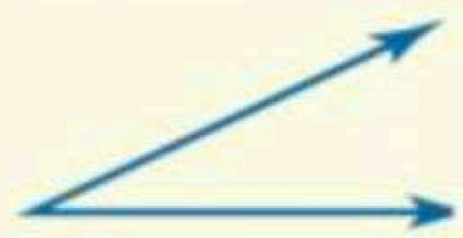
الزاوية لها ضلعان يشتركان في نقطة، وتُقاس بوحدة تسمى **الدرجة**.



الرأس هو النقطة التي يلتقي فيها الضلعان.

أنواع الزوايا

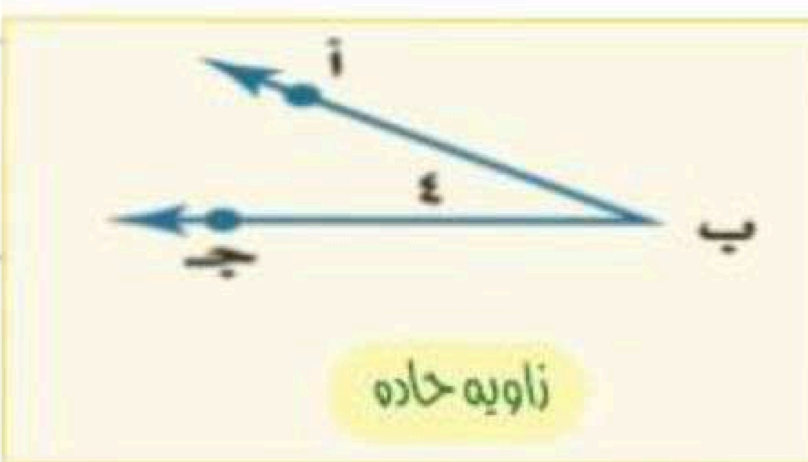
مفهومٌ أساسيٌ

زاوية قائمة	زاوية حادة	زاوية منفرجة	زاوية مستقيمة
			
٩٠°	أقل من ٩٠°	بين ٩٠° و ١٨٠°	١٨٠°

مثال

سمِّ كل زاوية مما يأتي بأربع طرائق، ثم صنِّفها إلى زاوية حادة، أو قائمة، أو مستقيمة، أو منفرجة.

رمز الزوايه لابد ان يكون بالمنتصف



لتسمية الزاوية باستعمال الرأس ب، ونقطة من كل ضلع ∠ أبج ، ∠ جبأ

لتسمية الزاوية باستعمال الرأس فقط ∠ ب

لتسمية الزاوية باستعمال الرقم فقط ∠ ٤

لتسمية الزاوية باستعمال الرأس ب، ونقطة من كل ضلع ∠ فيد ، ∠ ديف

لتسمية الزاوية باستعمال الرأس فقط ∠ ي

لتسمية الزاوية باستعمال الرقم فقط ∠ ٥

لتسمية الزاوية باستعمال الرأس ب، ونقطة من كل ضلع ∠ صطز ، ∠ زطص

لتسمية الزاوية باستعمال الرأس فقط ∠ ط

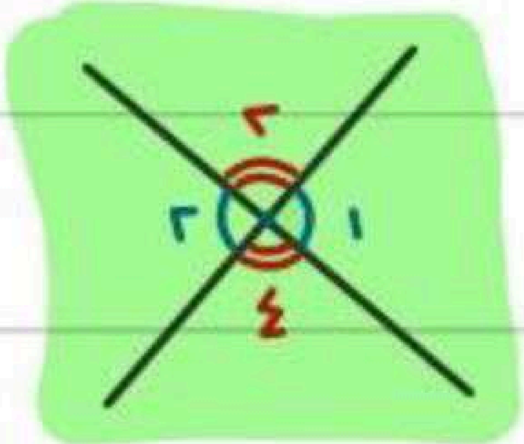
لتسمية الزاوية باستعمال الرقم فقط ∠ ٦

الزاويتان **المتقابلتان بالرأس** هما الزاويتان غير المتجاورتين الناتجتان عن تقاطع مستقيمين.

متقابلتين بالرأس

∠١، ∠٢

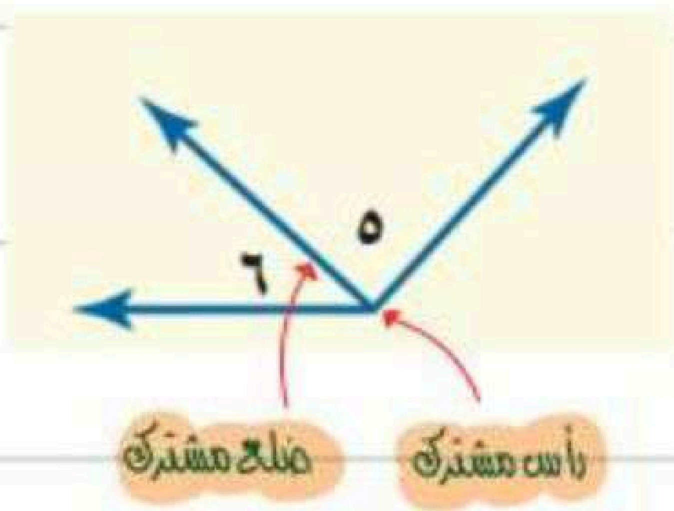
∠٣، ∠٤



تكون الزاويتان **متجاورتين** إذا كان لهما رأس مشترك، وضلع مشترك، وكانتا غير متداخلتين.

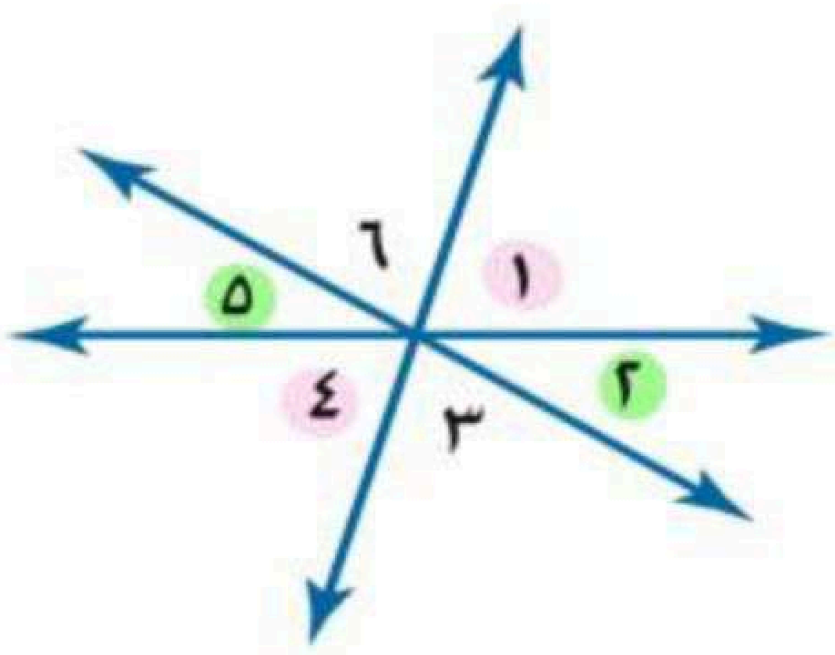
متجاورتين

∠٥، ∠٦



مثال

صنِّف كل زوج من الزوايا فيما يأتي إلى متجاورتين، أو متقابلتين بالرأس، أو غير ذلك.



∠٢ و ∠٥ متقابلتين بالرأس

∠٥ و ∠٦ متجاورتين

∠٤ و ∠٦ غير ذلك

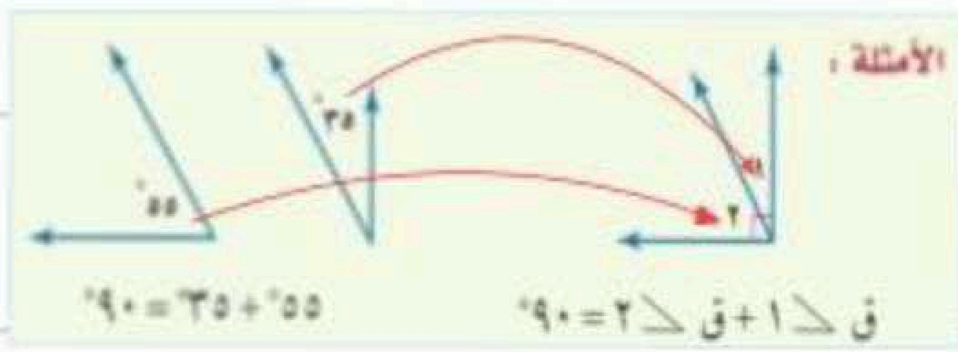
∠١ و ∠٣ غير ذلك

∠٣ و ∠٤ متجاورتين

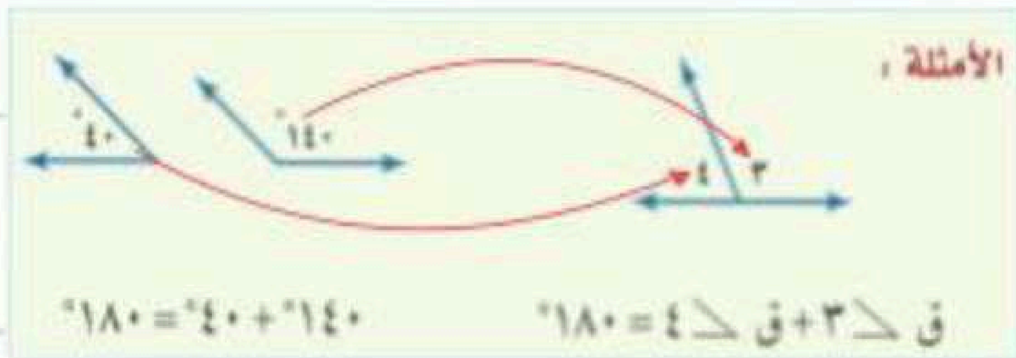
∠١ و ∠٤ متقابلتين بالرأس

الزوايا المتتامة والمتكاملة

إنّ **الزاويتين متتامّتان** إذا كان مجموع قياسهما يساوي ٩٠°.

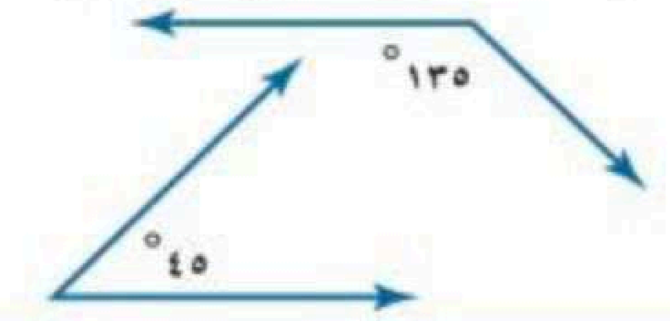


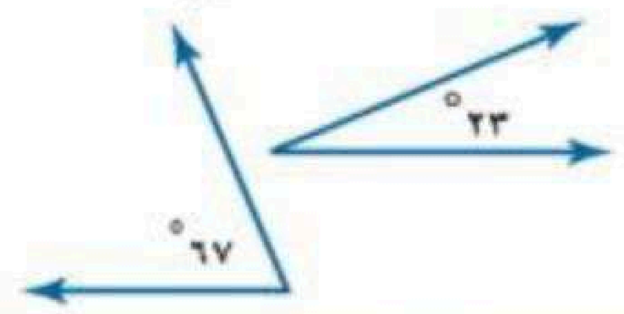
إن **الزاويتين متكاملتان** إذا كان مجموع قياسهما يساوي ١٨٠°.



مثال

حدِّد ما إذا كان كلّ زوج من الزوايا الآتية متكاملة، أو متتامّة، أو غير ذلك:

١


٢


نجمع الاعداد الموجوده بالزاويه

١٣٥° + ٤٥° = ١٨٠°

∴ زاويه متكامله

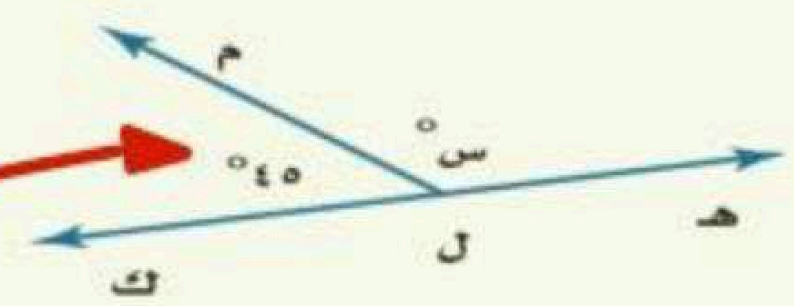
٢٣° + ٦٧° = ٩٠°

∴ زاويه متتامّة

إيجاد قياس الزاوية المجهولة

مثال

جبر: أوجد قيمة س .



من الشكل نعلم بأن الزاويه متكامله ولدينا معلومه سابقه ان الزاويه المتكامله قياسها ١٨٠°

نطرح ١٨٠ من الزاويه المعطاه في السؤال

١٨٠° ـ ٤٥° = ١٣٥°

س = ١٣٥°

ناتج الطرح هو الزاويه المجهوله

من الشكل نعلم بأن الزاويه متتامّة ولدينا معلومه سابقه ان الزاويه المتكامله قياسها ٩٠°

نطرح ٩٠ من الزاويه المعطاه بالسؤال

٩٠° ـ ٣٥° = ٥٥°

ناتج الطرح هو الزاويه المجهوله

س = ٥٥°

التمثيل بالقطاعات الدائرية

القطاعات الدائرية تعرض البيانات على شكل اجزاء من الكل

الدائرة تتكون من ٣٦٠°

اذا كانت البيانات المعطاه نسب مئوية

اذا كانت البيانات المعطاة اعداد

امثلة

أ) **علوم:** يبين الجدول المجاور نسب مكوّنات الغلاف الجوي للأرض. مثّل البيانات بالقطاعات الدائرية.

مكونات الغلاف الجوي	
العنصر	النسبة
نيتروجين	٧٨٪
أوكسجين	٢١٪
غير ذلك	١٪

بما ان الدائره تتكون من ٣٦٠ فأن كل النسب نضربها في ٣٦٠

$$٧٨\% = \frac{٧٨}{١٠٠} \times ٣٦٠° = \frac{٢٨٠٨٠}{١٠٠} = ٢٨٠,٨° \approx ٢٨١°$$

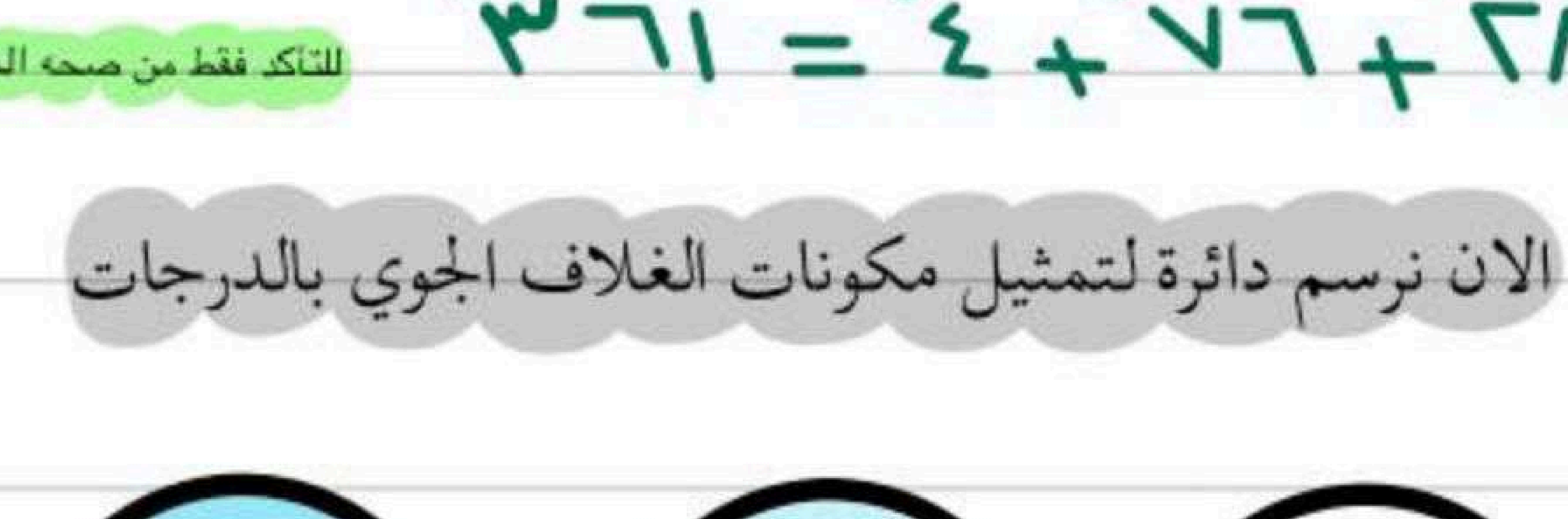
$$٢١\% = \frac{٢١}{١٠٠} \times ٣٦٠° = \frac{٧٥٦٠}{١٠٠} = ٧٥,٦° \approx ٧٦°$$

$$١\% = \frac{١}{١٠٠} \times ٣٦٠° = \frac{٣٦٠}{١٠٠} = ٣,٦° \approx ٤°$$

نجمع الناتج بعد التقريب ولابد ان يساوي ٣٦٠ او اقل منها بواحد او اكثر منها بواحد

$$٢٨٠° + ٧٦° + ٤° = ٣٦١°$$ للتأكد فقط من صحه الحل

الان نرسم دائرة لتمثيل مكونات الغلاف الجوي بالدرجات



نرسم نصف قطر ثم نستخدم المنقله ونضعها على نصف القطر ونحسب الدرجات الناتجه لنا

ب) **مسابقات:** يبين الجدول المجاور عدد الميداليات التي أحرزتها الدول العربية منذ عام ١٩٢٨م حتى عام ٢٠٠٨م في الأولمبياد. مثّل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية.

الميداليات العربية في الأولمبياد	
النوع	العدد
ذهبية	٢٢
فضية	٢١
برونزية	٤٠

نحسب العدد الكلي للميداليات العربيه في الاولمبياد

$$٢٢ + ٢١ + ٤٠ = ٨٣$$

نحسب الان نسبه كل نوع وذلك بكتابتها على صوره كسر عشري

ذهبيه $\frac{٢٢}{٨٣} = ,٢٦٥ \approx ,٢٧\%$

فضيه $\frac{٢١}{٨٣} = ,٢٥٣ \approx ,٢٥\%$

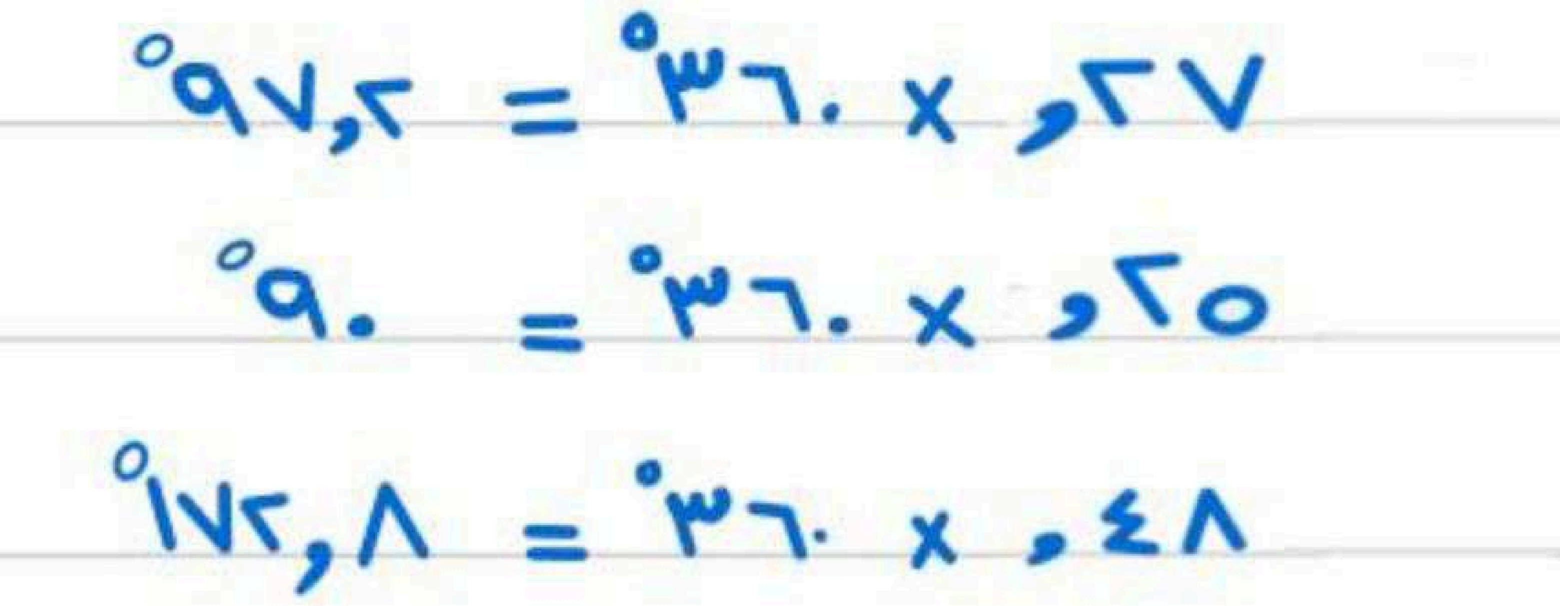
برونزيه $\frac{٤٠}{٨٣} = ,٤٨١ \approx ,٤٨\%$

الأن نضرب الناتج في ٣٦٠

$$,٢٧ \times ٣٦٠° = ٩٧,٢°$$

$$,٢٥ \times ٣٦٠° = ٩٠°$$

$$,٤٨ \times ٣٦٠° = ١٧٢,٨°$$



المثلثات

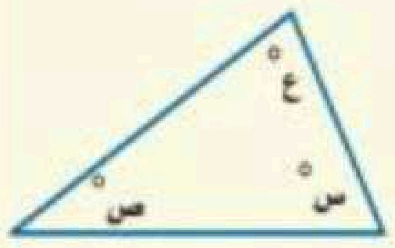
المثلث هو شكل ذو ثلاثة أضلاع وثلاث زوايا، ويُرمز له بالرمز △، وهناك علاقة تربط بين زواياه.

مفهومٌ أساسيّ

مجموع زوايا المثلث

التَّعبير اللَّفظي: مجموع قياسات زوايا المثلث يساوي ١٨٠°. **النموذج:**

الرموز: س + ص + ع = ١٨٠°.



أمثلة

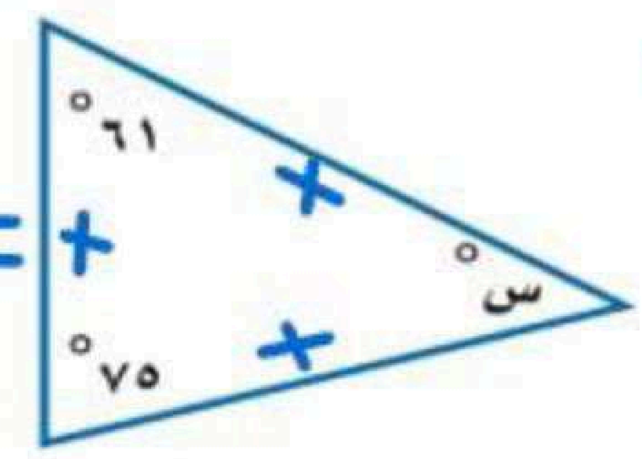
ايجاد قياس الزاويه المجهولة

نعلم ان مجموع قياسات زوايا المثلث تساوي ١٨٠°

أوجد قيمة س في كل مما يأتي:

١

١٨٠° = + + +



س + ٦١° + ٧٥° = ١٨٠° **أو** س = ١٨٠° - ٧٥° - ٦١°

س + ١٣٦° = ١٨٠° = ١٠٥° - ٦١°

معادله جمع ذات خطوه واحده

س = ١٨٠° - ١٣٦° = ٤٤°

س = ٤٤°

صنِّف المثلث المشار إليه في كل من الأشكال الآتية من حيث الزوايا والأضلاع:

مفهومٌ أساسيّ

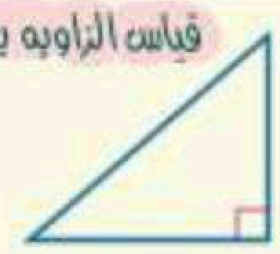
تصنيف المثلثات باستعمال الزوايا

قياس الزاويه اقل من ٩٠

جميع الزوايا حادة

مثلث حاد الزوايا

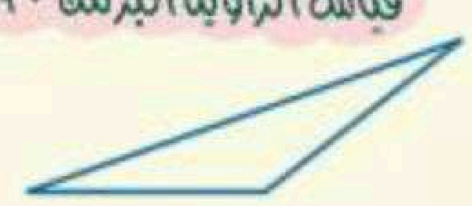
قياس الزاويه يساوي ٩٠



زاوية قائمة واحدة

مثلث قائم الزاوية

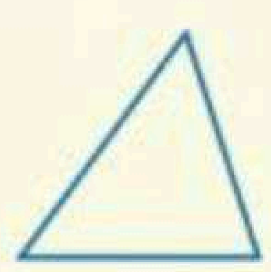
قياس الزاوية أكبر من ٩٠



زاوية منفرجة واحدة

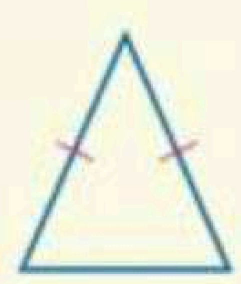
مثلث منفرج الزاوية

تصنيف المثلثات باستعمال الأضلاع



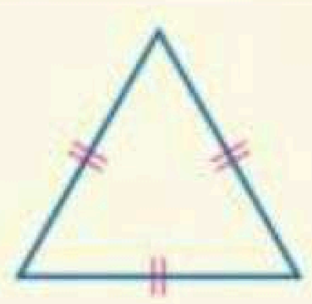
لا يوجد أضلاع متطابقة

مثلث مختلف الأضلاع



على الأقل ضلعان متطابقان

مثلث متطابق الضلعين



٣ أضلاع متطابقة

مثلث متطابق الأضلاع

من حيث الزوايا حاد الزاويا

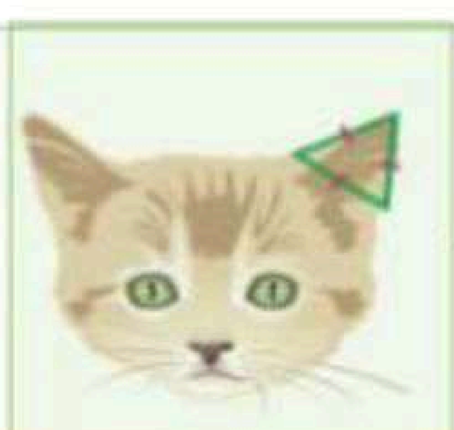
من حيث الاضلاع متطابق الاضلاع

من حيث الزوايا قائم الزاوية

من حيث الاضلاع متطابق الضلعين

من حيث الزوايا قائم الزاوية

من حيث الاضلاع مختلف الاضلاع



من حيث الزوايا حاد الزاويا

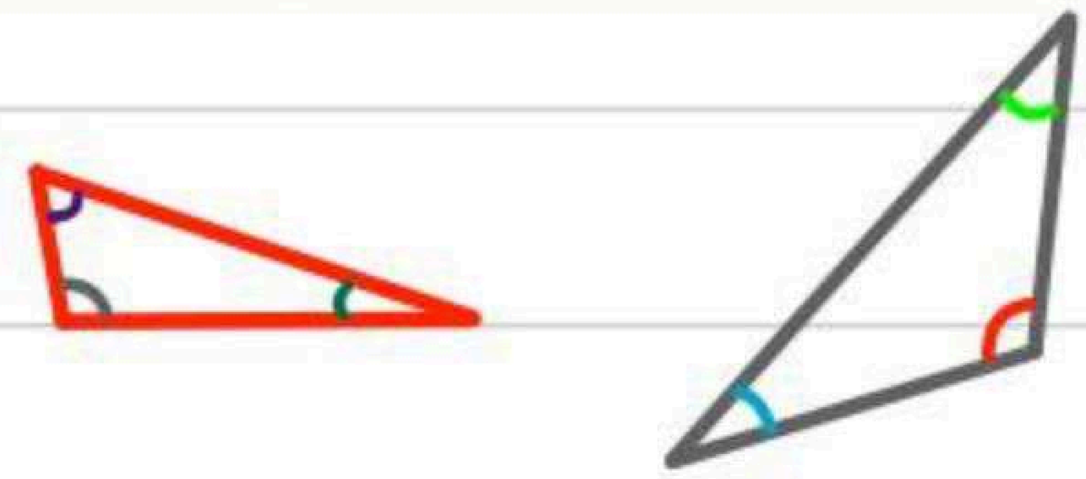
من حيث الاضلاع متطابق الاضلاع

استراتيجية حل المسألة

باستخدام استراتيجية التبرير المنطقي

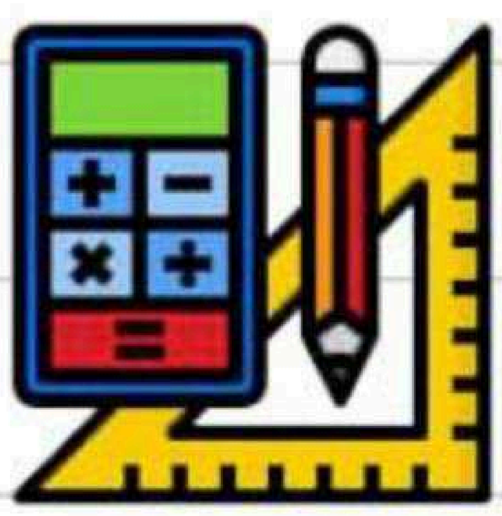
امثلة

هندسة : ارسم عدة مثلثات مختلفة الأضلاع، ثم قس زواياها. ما الذي تلاحظه حول قياسات زوايا المثلث مختلف الأضلاع ؟



من خلال التبرير المنطقي نلاحظ ان الزوايا في المثلث المختلف الاضلاع كذلك مختلفه

أرقام اللوحات : يتكون رقم لوحة سيارة من الأعداد الأربعة التالية: ٥ ، ٨، ٣ ، ٢ . إذا كان رقم اللوحة فرديًّا، ويقبل القسمة على ٣، والرقمان اللذان في المنتصف يكوّنان عددًا مربعًا، فما رقم لوحة سيارته؟



اذاكان رقم اللوحه فرديا ويقبل القسمه على ٣ — معنى ذلك انه العدد الاول من اللوحه لابد انه يكون فردي ويقبل القسمه على ٣

٨ و ٢ ليست فرديه — ٥ فردي ولا يقبل القسمه على ٣ — ٣ فردي ويقبل القسمه على ٣ ✓

∴ العدد الاول ٣

الرقمان اللذان في المنتصف يكوّنان عددا مربعا — يعني عدد ينتج بعد ضرب عددين متشابهين

١×١ = ١	لايوجد ضمن الاعداد المتبقيه
٢×٢ = ٤	لايوجد ضمن الاعداد المتبقيه
٣×٣ = ٩	لايوجد ضمن الاعداد المتبقيه
٤×٤ = ١٦	لايوجد ضمن الاعداد المتبقيه
٥×٥ = ٢٥	يوجد ضمن الاعداد المتبقيه

بالتجربه

الاعداد المتبقيه ٨ ، ٥ ، ٢

∴ العدد الثاني والثالث ٢٥

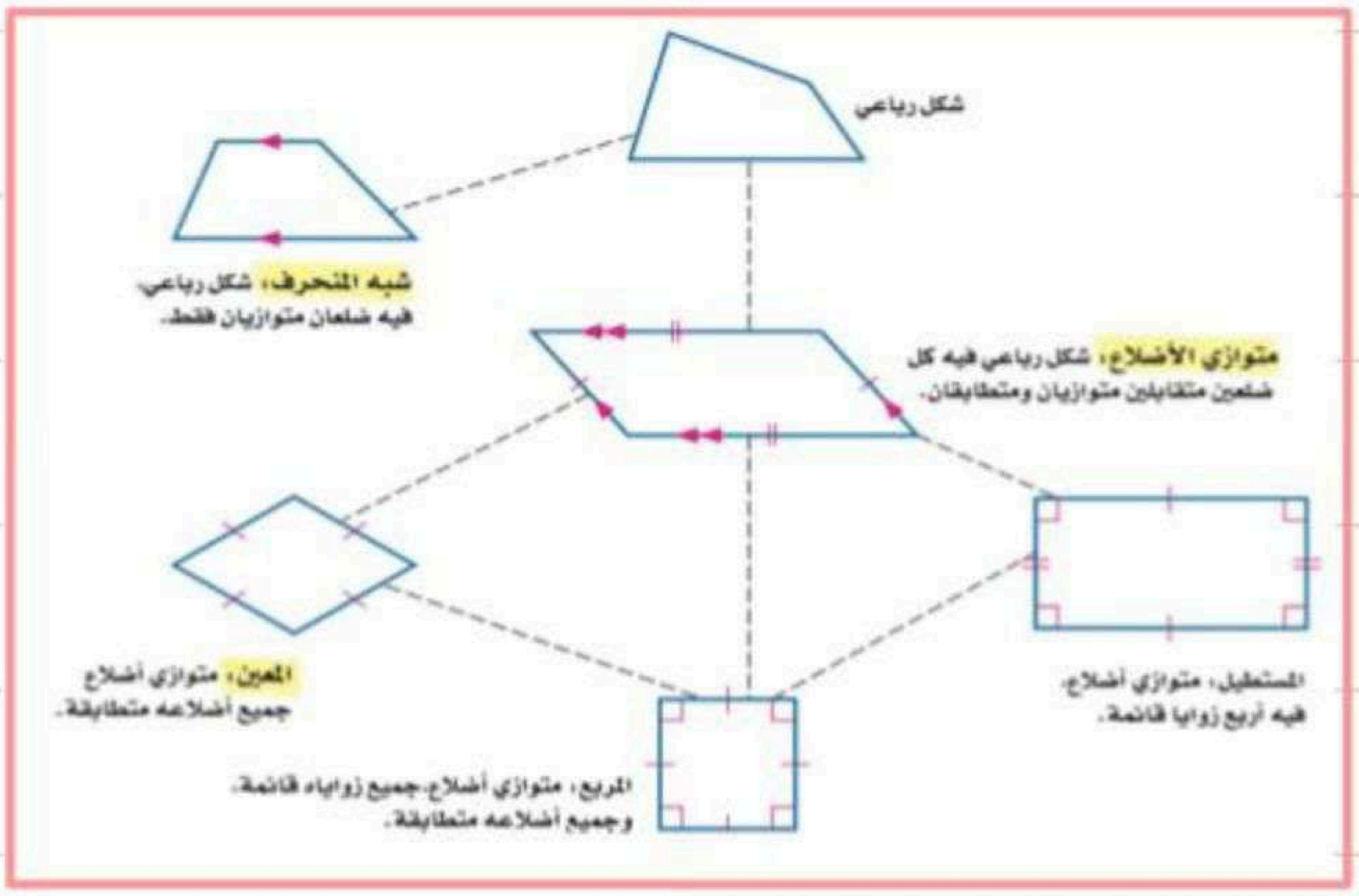
والعدد المتبقي ٨ وهو الرابع

رقم اللوحة

8253	KSA
٨٢٥٣	

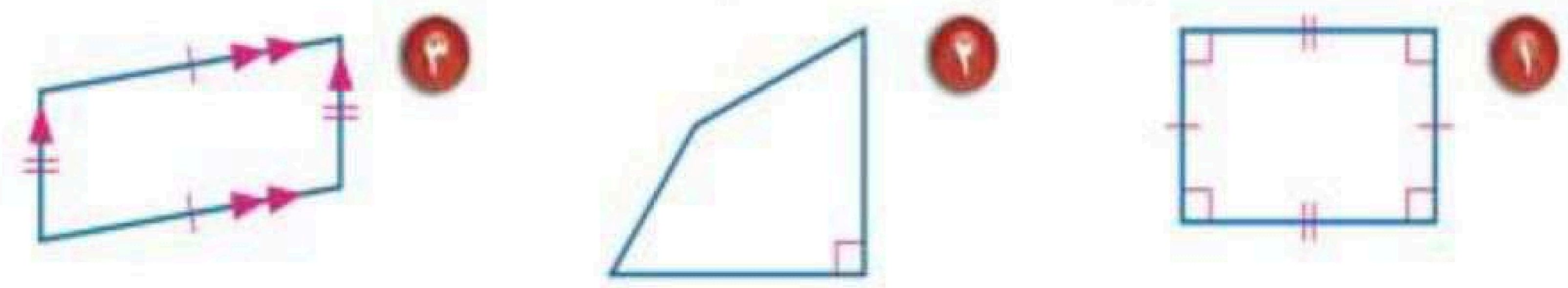
الاشكال الرباعية

الشكل الرباعي: هو شكل مغلق يتكون من أربعة أضلاع وأربع زوايا، ويُسمّى بحسب أضلاعه وزواياه.



امثله

صنِّف كل شكل رباعي مما يأتي بأفضل اسم يصفه:



١) يوجد به زوايا قائمه وكل ضلعين فيه متطابقين — **مستطيل**

٢) جميع الاضلاع فيه مختلفه ولا يوجد زوايا متطابقه — **شكل رباعي**

٣) كل ضلعين متوازيين متطابقين — **متوازي اضلاع**

إيجاد القياس المجهول

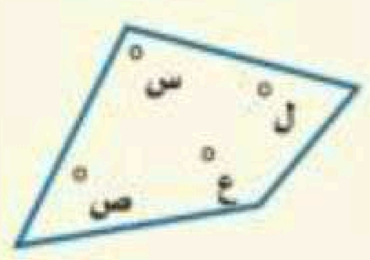
زوايا الشكل الرباعي

مفهومٌ أساسيٌ

التّعبير اللّفظي: مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي يساوي ٣٦٠°.

الرموز: س + ص + ع + ل = ٣٦٠°.

النموذج:



مثال

جـ) **جبر:** أوجد قيمة س في الشكل الرباعي المجاور.

معلومه سابقه : مجموع قياسات المثلث ١٨٠°

اما الشكل الرباعي ٣٦٠°

س + ٤٨° + ١٥٧° + ٥٥° = ٣٦٠°

س + ٢٦٠° = ٣٦٠°

س = ٣٦٠° − ٢٦٠°

س = ١٠٠°

طريقه اخرى

أو س = ٣٦٠° − ١٥٧° − ٤٨° − ٥٥°

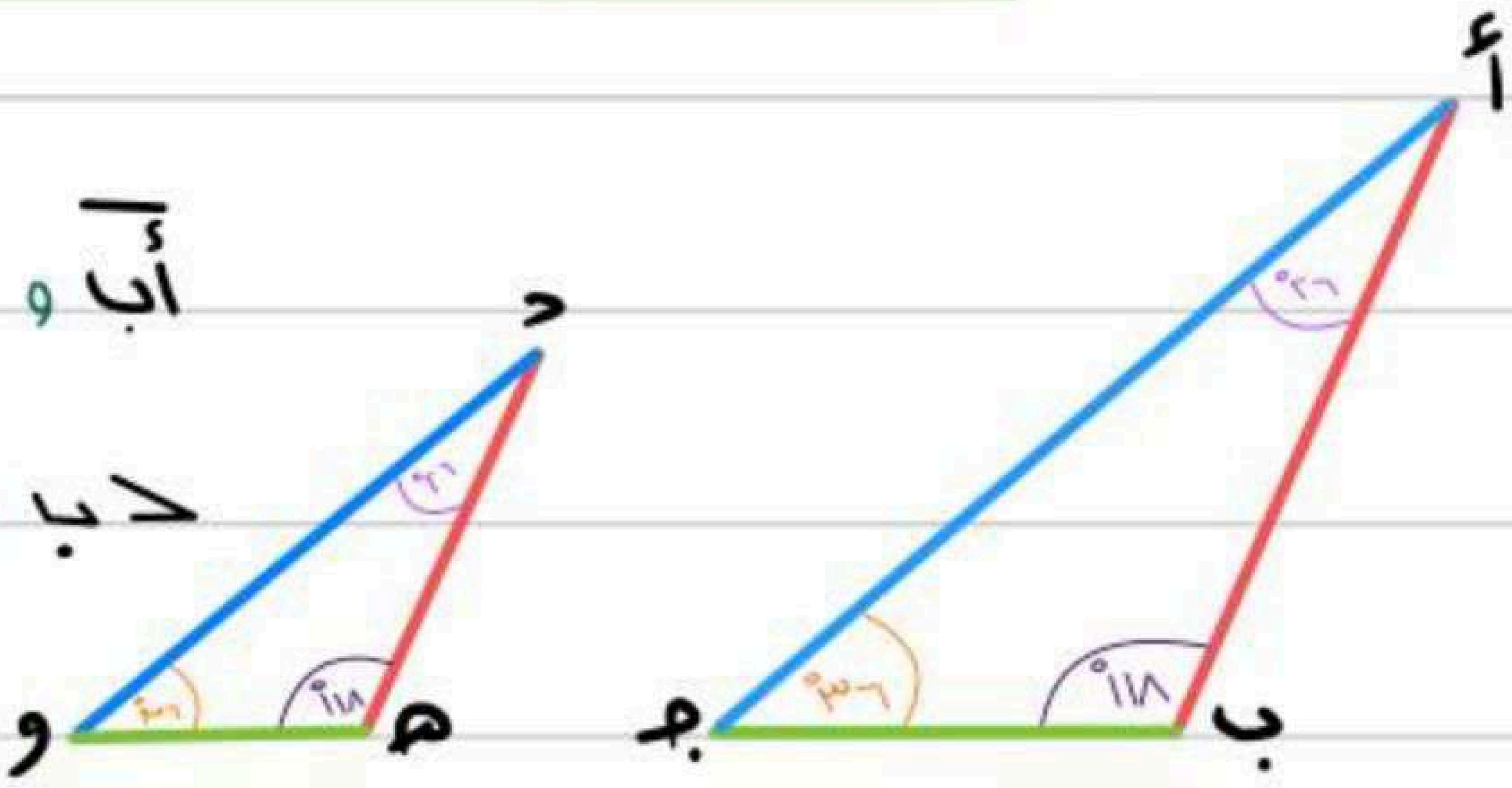
س = ٢٠٣° − ٤٨° − ٥٥°

س = ١٥٥° − ٥٥°

س = ١٠٠°

الأشكال المتشابهة

تُسمى الأشكال التي لها الشكل نفسه، وليس بالضرورة أن يكون لها القياس نفسه **أشكالًا متشابهة**.

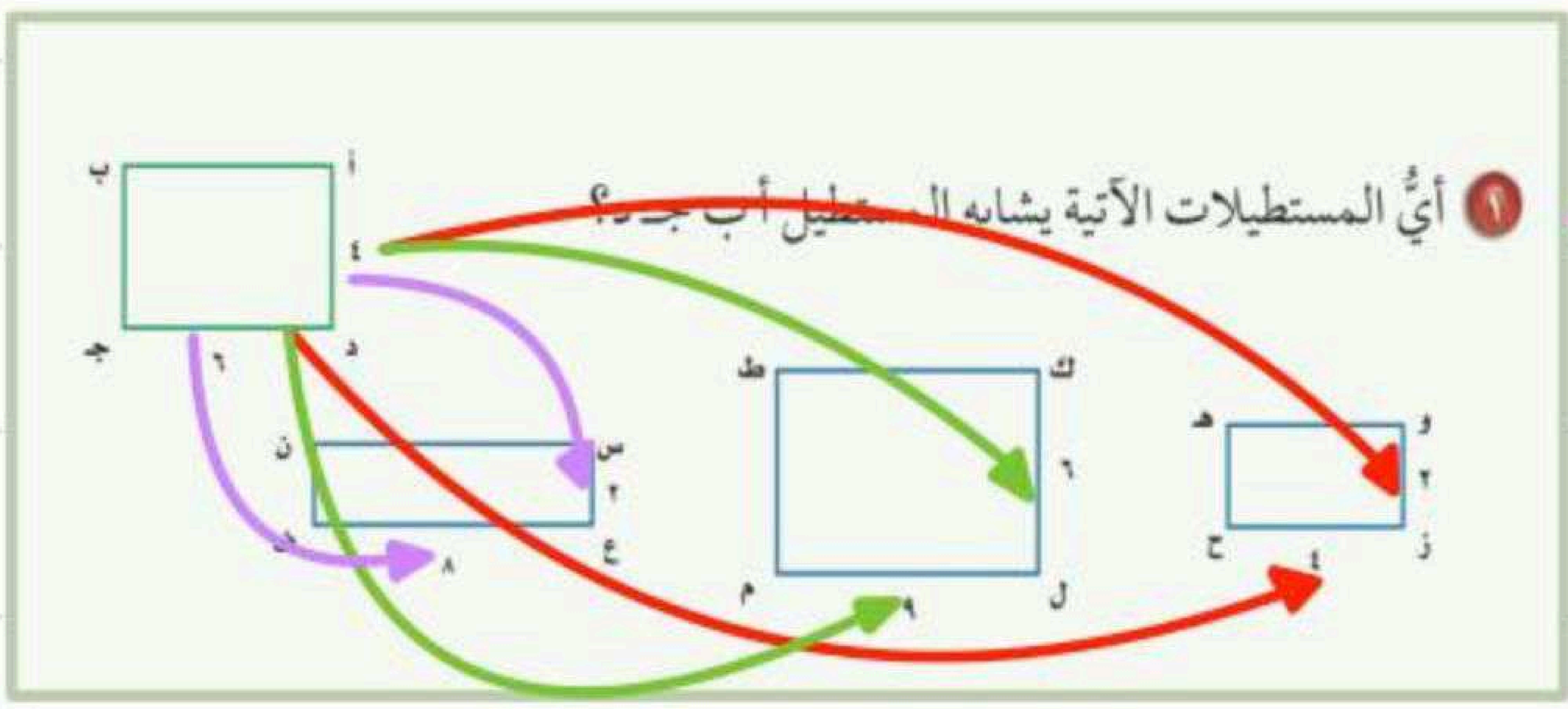


اضلاع متناظرة: $\overline{أب}$ و $\overline{ده}$ ، $\overline{بجـ}$ و $\overline{هو}$ ، $\overline{أجـ}$ و $\overline{دو}$

زوايا متناظرة: ∠ب و ∠هـ ، ∠جـ و ∠و ، ∠أ و ∠د

نقول عن شكلين انهما متشابهين اذا كان ١- اضلاعهم المتناظرة متناسبه ٢- زواياهم المتناظرة متطابقة

مثال لدراسه كيف تكون الاضلاع المتناظره متناسبه



مثال

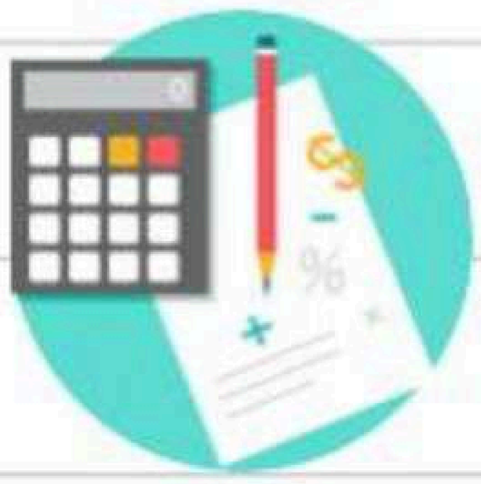
من خلال النظر يتضح لنا ان كل الزاويا الموجوده بالرسم متطابقه وقياسها ٩٠ لذلك نحتاج لدراسه الاضلاع المتناظره المتناسبه مع الشكل الاساسي

و ز ح هـ : $\frac{\text{الضلع الاساسي}}{\text{نظيرة في الشكل الآخر}}$ ⇐ $\frac{٤}{٢} \neq \frac{٦}{٤}$ ، ١٦ ≠ ١٢

ك ل م ط : $\frac{\text{الضلع الاساسي}}{\text{نظيرة في الشكل الآخر}}$ ⇐ $\frac{٤}{٦} = \frac{٦}{٩}$ ، ٣٦ = ٣٦

س ع ف ن : $\frac{\text{الضلع الاساسي}}{\text{نظيرة في الشكل الآخر}}$ ⇐ $\frac{٤}{٢} \neq \frac{٦}{٨}$ ، ٣٢ ≠ ١٢

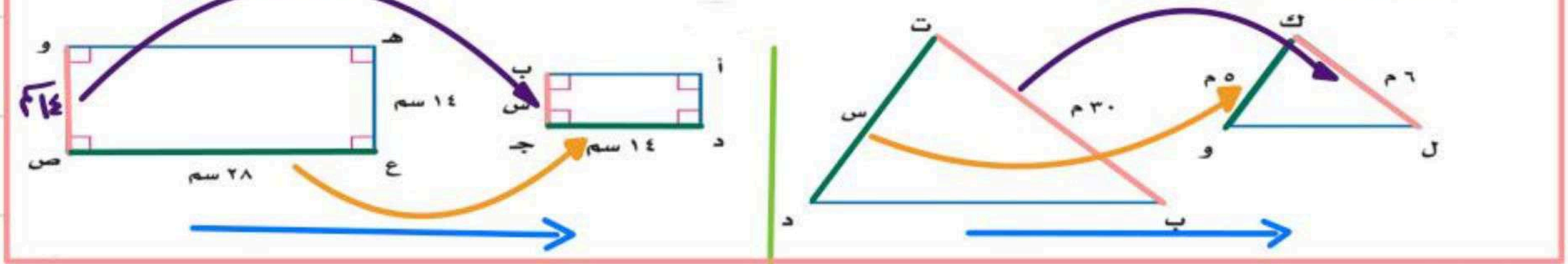
المستطيل أ د ج ب يشابه المستطيل ك ل م ط



إيجاد قياسات الأضلاع في المثلثات المتشابهة

مثال لايجاد اي ضلع مجهول نوجد تناسب بين كل ضلعين متناظرين

الجبر: أوجد قيمة س في كل زوج من الأشكال المتشابهة الآتية:



نلاحظ ان

الضلع $\overline{تب}$ و $\overline{كل}$ متناظرين

الضلع $\overline{تد}$ و $\overline{كو}$ متناظرين

ومنها نعمل تناسب لايجاد الضلع المجهول

$$\frac{\overline{تد}}{\overline{كو}} = \frac{\overline{تب}}{\overline{كل}}$$

الضرب التبادلي

$$\frac{س}{٥} = \frac{٣٠}{٦}$$

$$س \times ٦ = ٣٠ \times ٥$$

$$\frac{س\cancel{٦}}{\cancel{٦}} = \frac{١٥٠}{٦}$$

$$س = ٢٥$$

الضلع $\overline{وص}$ و $\overline{بج}$ متناظرين

الضلع $\overline{عص}$ و $\overline{دج}$ متناظرين

ومنها نعمل تناسب لايجاد الضلع المجهول

$$\frac{\overline{عص}}{\overline{دج}} = \frac{\overline{وص}}{\overline{بج}}$$

الضرب التبادلي

$$\frac{٢٨}{١٤} = \frac{١٤}{س}$$

$$س \times ٢٨ = ١٤ \times ١٤$$

$$\frac{\cancel{٢٨}س}{\cancel{٢٨}} = \frac{١٩٦}{٢٨}$$

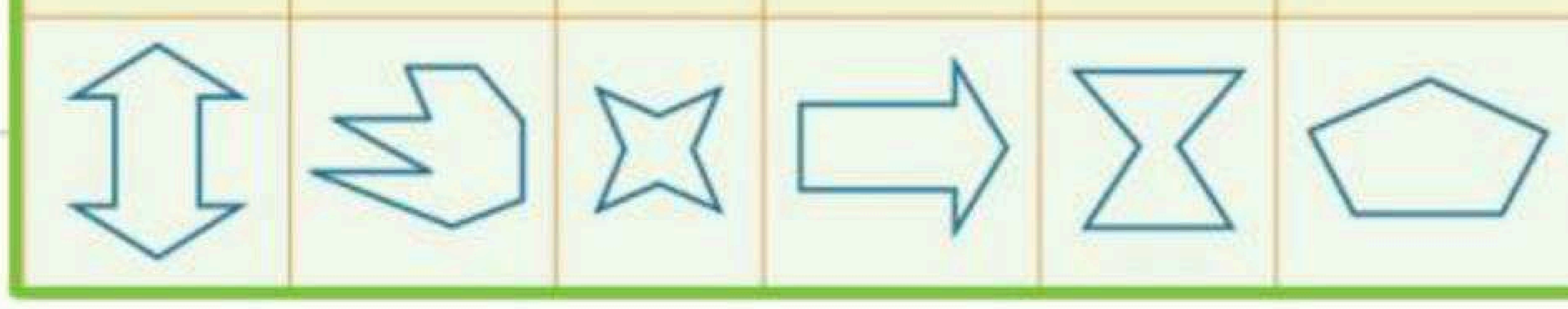
$$س = ٧$$

التبليط والمضلعات

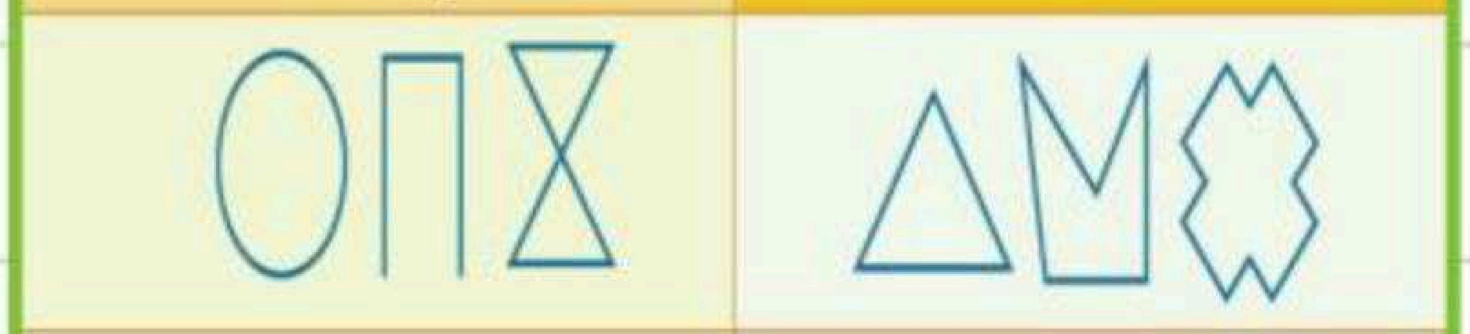
المضلع هو شكل مغلق مكوّن من ثلاث قطع مستقيمة أو أكثر، لا يتقاطع بعضها مع بعض.

يمكن تصنيف المضلع بحسب عدد أضلاعه.

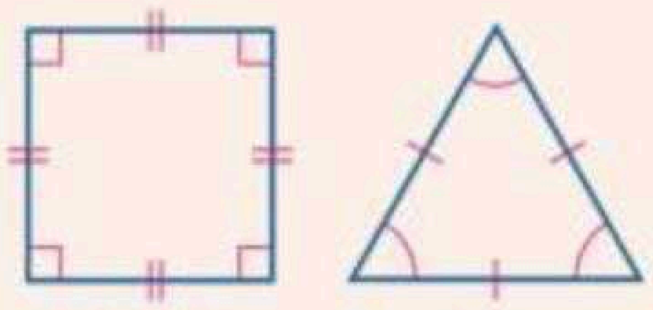
التعبير اللفظي	خماسي	سداسي	سباعي	ثماني	تساعي	عُشاري
عدد الأضلاع	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
النماذج						



مضلعات	ليست مضلعات
• تُسمى القطع المستقيمة أضلاعًا. • تلتقي الأضلاع عند الأطراف. • تُسمى نقاط الالتقاء رؤوسًا.	• أشكال بأضلاع متقاطعة بعضها مع بعض. • أشكال غير مغلقة. • أشكال منحنية.



المضلع المنتظم هو مضلع جميع أضلاعه متطابقة، وكذلك زواياه. المثلثات المتطابقة الأضلاع والمربعات أمثلة على المضلعات المنتظمة.



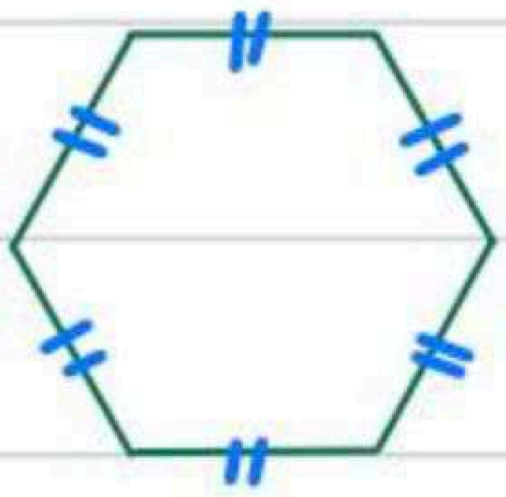
قياسات زوايا المضلع

مثال

أوجد قياس الزاوية في كلّ من المضلعين الآتيين، وقرّبه إلى أقرب عُشر:

٤ سداسي منتظم.

مضلع منتظم



الحل بطريقتين اما باستخدام القانون او بتقسيم الشكل الى مثلثات

باستخدام القانون

١ مجموع قياسات الزوايا لمضلع منتظم

(ن − ٢) × ١٨٠

٢ قياس كل زاويه في المضلع المنتظم

$\frac{(ن - ٢) \times ١٨٠}{ن}$

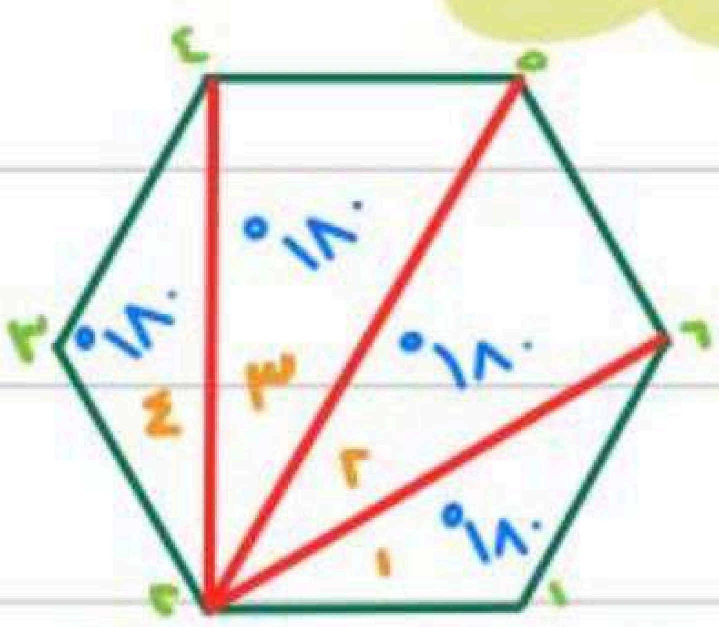
ن = عدد الاضلاع

عدد الاضلاع ٦

١ (ن − ٢) × ١٨٠° = (٦ − ٢) × ١٨٠° = ٤ × ١٨٠° = ٧٢٠°

٢ $\frac{(ن - ٢) \times ١٨٠°}{ن} = \frac{٧٢٠°}{٦} = ١٢٠°$

بطريقه التقسيم الى مثلثات



ظهر لنا اربع مثلثات ونحن لدينا معلومه سابقه ان قياس زوايا المثلث ١٨٠

نجمعهم ونقسمهم على عدد الزوايا

١٨٠° + ١٨٠° + ١٨٠° + ١٨٠° = ٧٢٠°

الزوايا عددها ٦

قياس الزاويه الواحده = $\frac{٧٢٠°}{٦}$ = ١٢٠°

الفصل التاسع

الاشكال الثنائية الابعاد والثلاثية الابعاد

مساحة المثلث وشبه المنحرف

محيط الدائرة

مساحة الدائرة

استراتيجية حل المسألة

مساحة الاشكال المركبة

الأشكال الثلاثية الأبعاد

حجم الاسطوانة

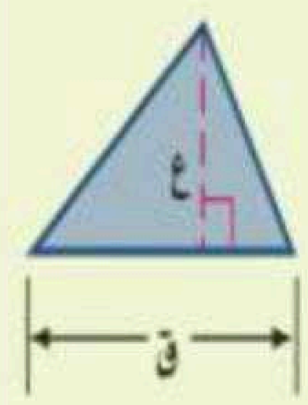
حجم المنشور

مساحة المثلث وشبه المنحرف

مساحة المثلث
مفهومٌ أساسيٌ

التعبير اللفظي: مساحة المثلث (م) تساوي نصف ناتج ضرب طول القاعدة في الارتفاع.

النموذج:

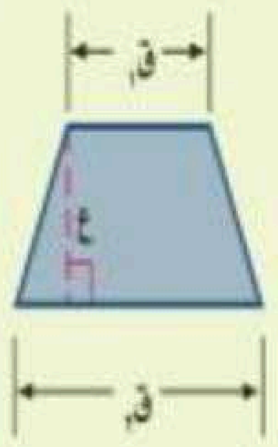


الرموز: م = $\frac{1}{2}$ ق ع

مساحة شبه المنحرف
مفهومٌ أساسيٌ

التعبير اللفظي: مساحة شبه المنحرف تساوي نصف حاصل ضرب مجموع قاعدتيه في ارتفاعه.

النموذج:



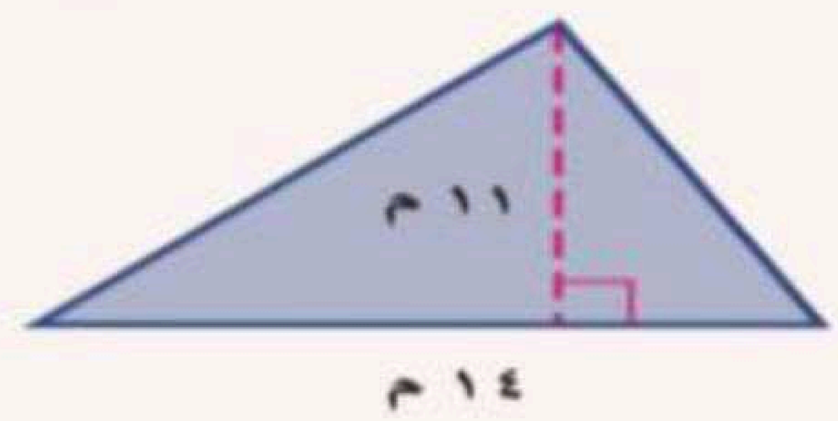
الرموز: م = $\frac{1}{2}$ ع (ق١ + ق٢)

مثال

م △ = $\frac{1}{2}$ قاعدة × الارتفاع

احسب مساحة كل من المثلثين الآتيين، وقرِّب الناتج إلى أقرب عُشر:

أ)



م △ = $\frac{1}{2}$ × ق × ع

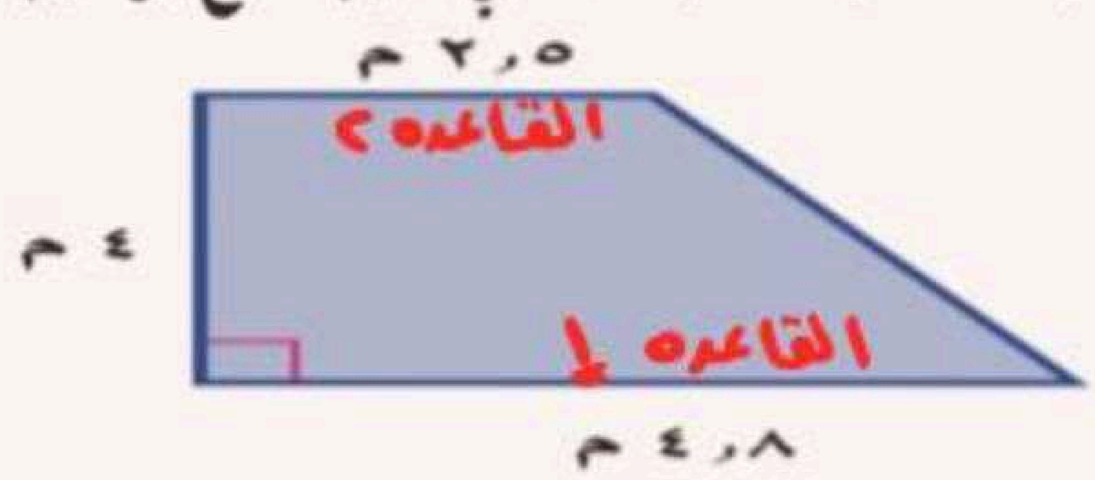
= $\frac{1}{\cancel{2}}$ × $\cancel{14}$ ٧ × ١١

= ١ × ٧ × ١١

= ٧٧ م²

م ⏢ = $\frac{1}{2}$ (قاعدة١ + قاعدة٢) × الارتفاع

احسب مساحة شبه المنحرف فيما يلي، وقرِّب الناتج إلى أقرب عُشر.



م ⏢ = $\frac{1}{2}$ (ق١ + ق٢) × ع

= $\frac{1}{2}$ (٤,٨ + ٢,٥) × ٤

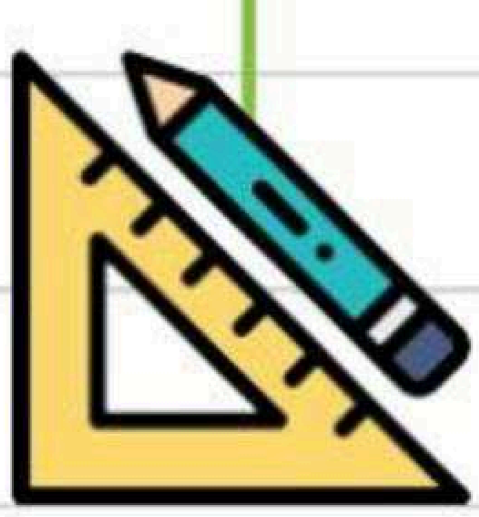
= $\frac{1}{\cancel{2}}$ × ٧,٣ × $\cancel{4}$ ٢

= ١ × ٧,٣ × ٢

= ١٤,٦ م²

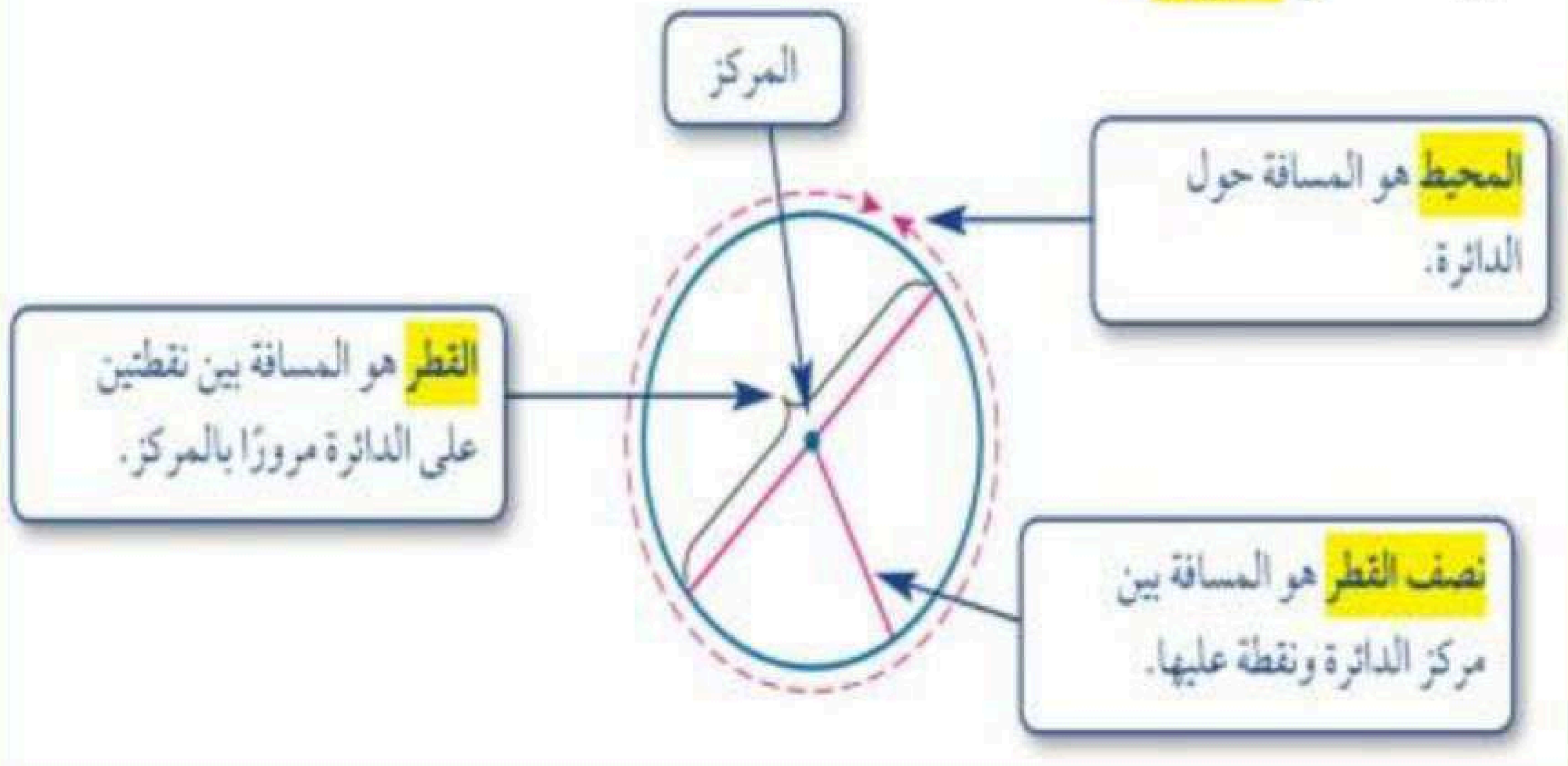
٤,٨ + ٢,٥ = ٧,٣

٧,٣ × ٢ = ١٤,٦



محيط الدائرة

تعرّف **الدائرة** بأنها مجموعة النقاط في المستوى، التي لها نفس البعد عن نقطة معلومة تسمّى **المركز**.



محيط الدائرة — مفهومٌ أساسيّ

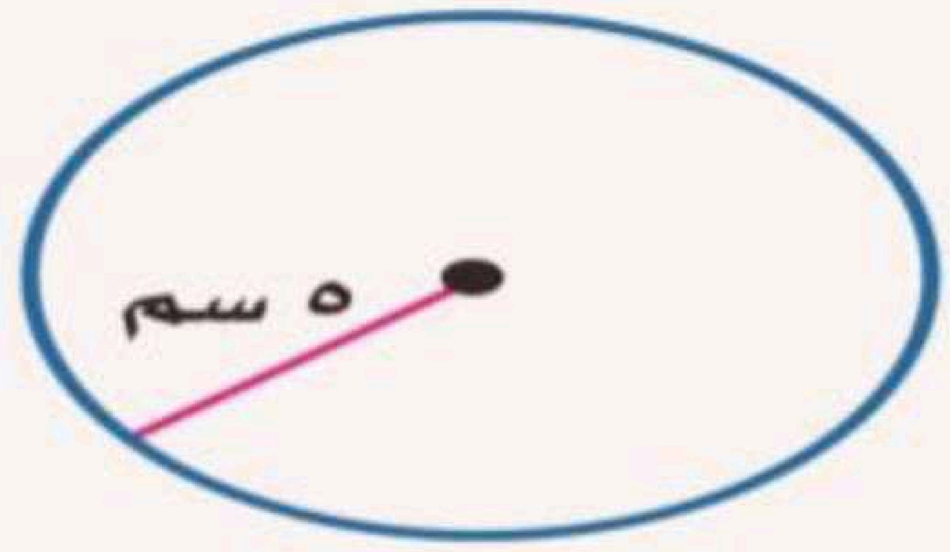
التّعبير اللفظي: محيط الدائرة «مح» يساوي ناتج ضرب قطرها «ق» في «ط». أو يساوي مثلَي ناتج ضرب نصف قطرها «نق» في «ط».

الرموز: مح = ط ق أو مح = ٢ ط نق

مثال محيط الدائرة = ٢ط نق

ط ≈ ٣,١٤ أو $\frac{٢٢}{٧}$

احسب محيط كل دائرة مما يلي مقربًا إلى أقرب عشر (ط ≈ ٣,١٤ أو ط ≈ $\frac{٢٢}{٧}$)

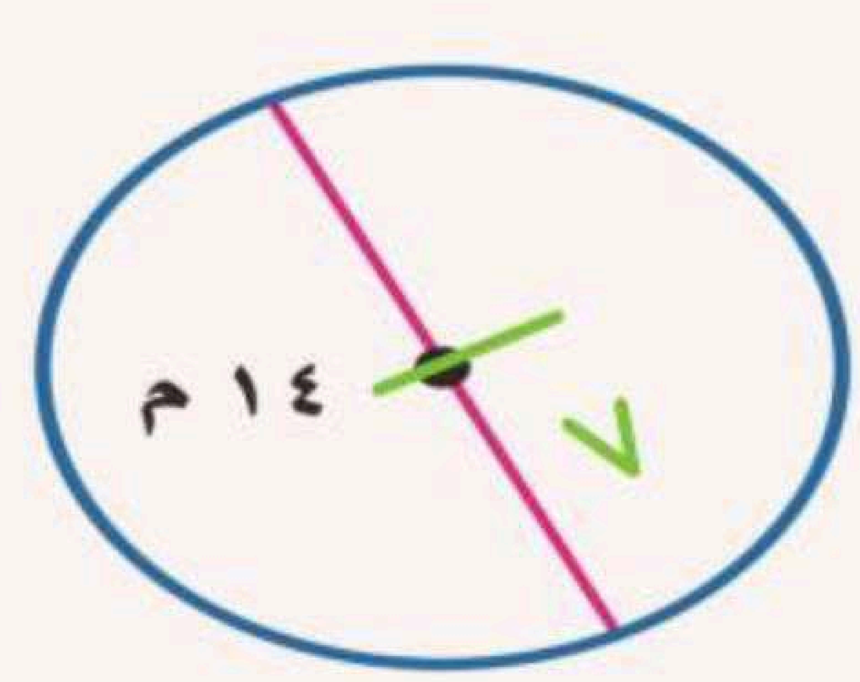


مح = ٢ ط نق

= ٢ × ٣,١٤ × ٥

= ١٠ × ٣,١٤

= ٣١,٤ سم



مح = ٢ ط نق

= ٢ × ٣,١٤ × ٧

= ١٤ × ٣,١٤

= ٤٣,٩٦ م

أو

= ٢ × $\frac{٢٢}{\cancel{٧}}$ × $\cancel{٧}$

= ٢ × ٢٢

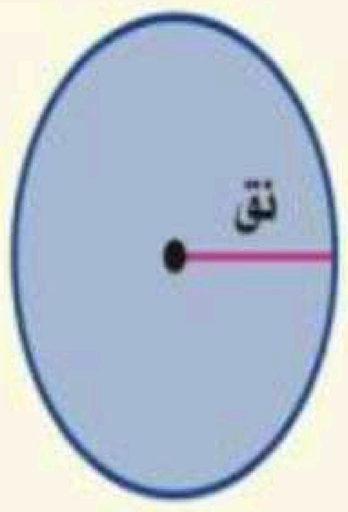
= ٤٤ م

مساحة الدائرة

مساحة الدائرة — مفهومٌ أساسيٌ

التَّعبير اللَّفظي: مساحة الدائرة تساوي ناتج ضرب ط في مربع نصف القطر.

النموذج :

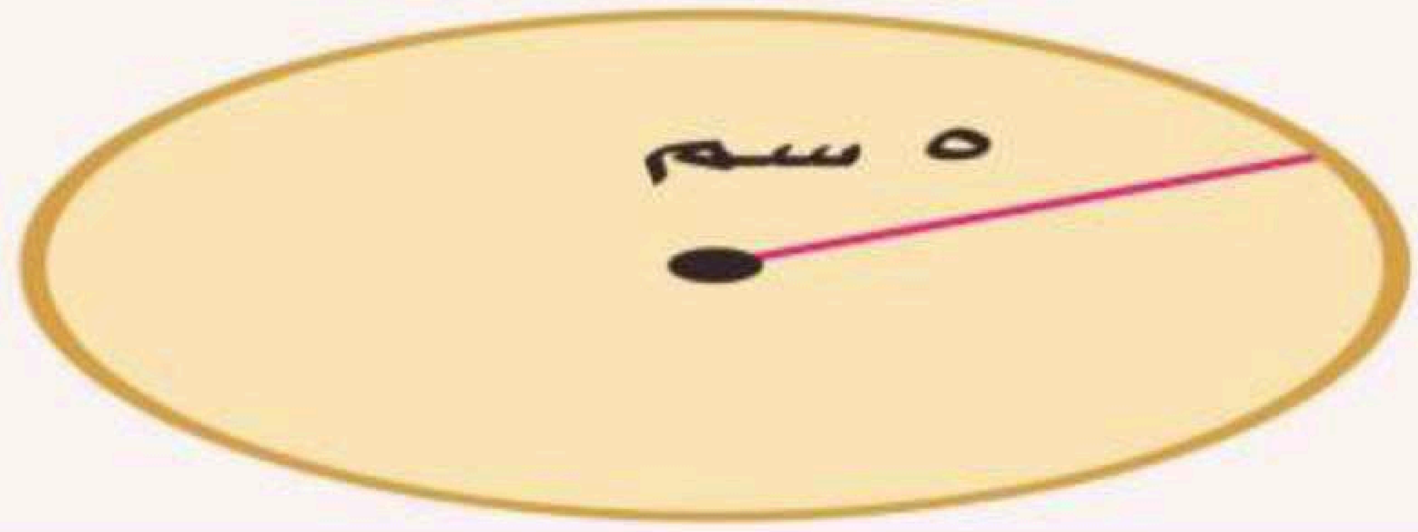


الرموز : م = ط $نق^٢$

مثال

مساحه الدائره = ط x $(\text{نصف القطر})^٢$

احسب مساحة كلٍّ من الدوائر الآتية، وقرّب الناتج إلى أقرب عُشر:

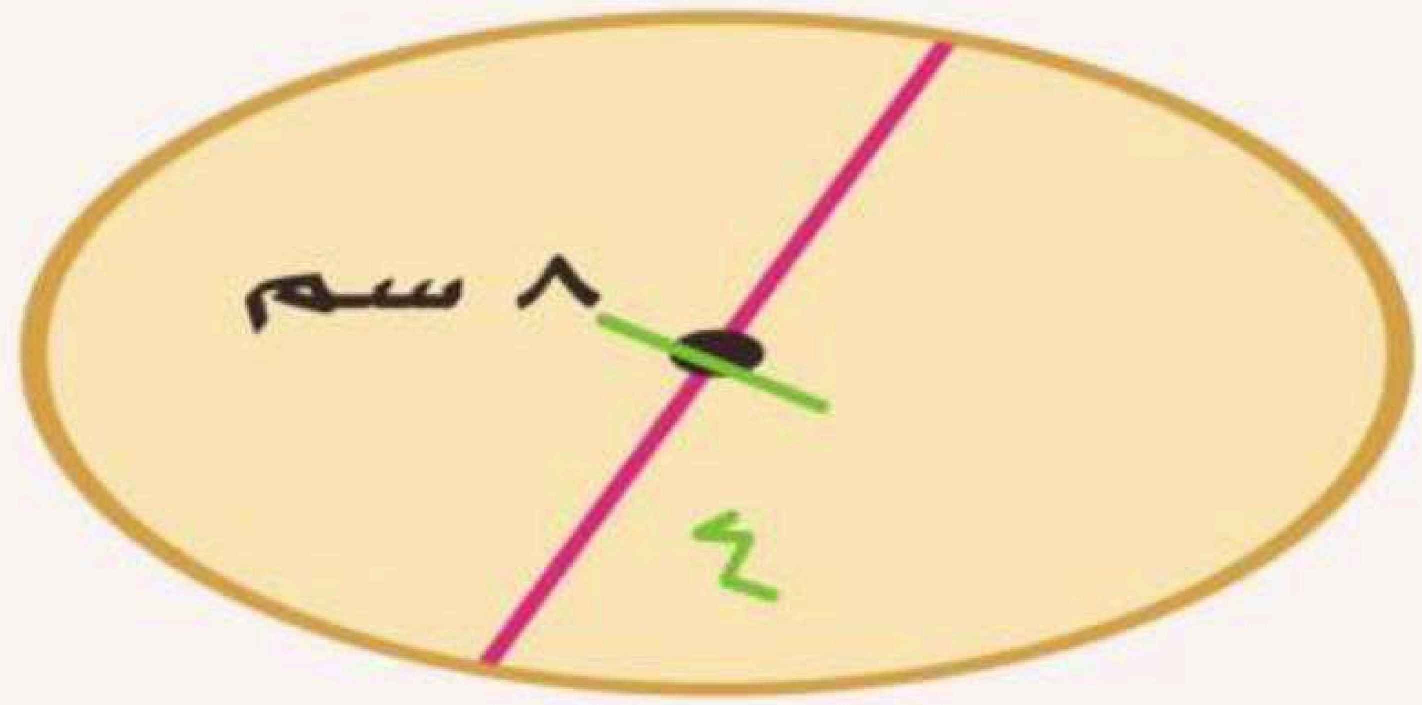


م ○ = ط x $نق^٢$

= ٣,١٤ x $٥^٢$

= ٣,١٤ x ٢٥

= ٧٨,٥ $سم^٢$



م ○ = ط x $نق^٢$

= ٣,١٤ x $٤^٢$

= ٣,١٤ x ١٦

= ٥٠,٢٤ $سم^٢$

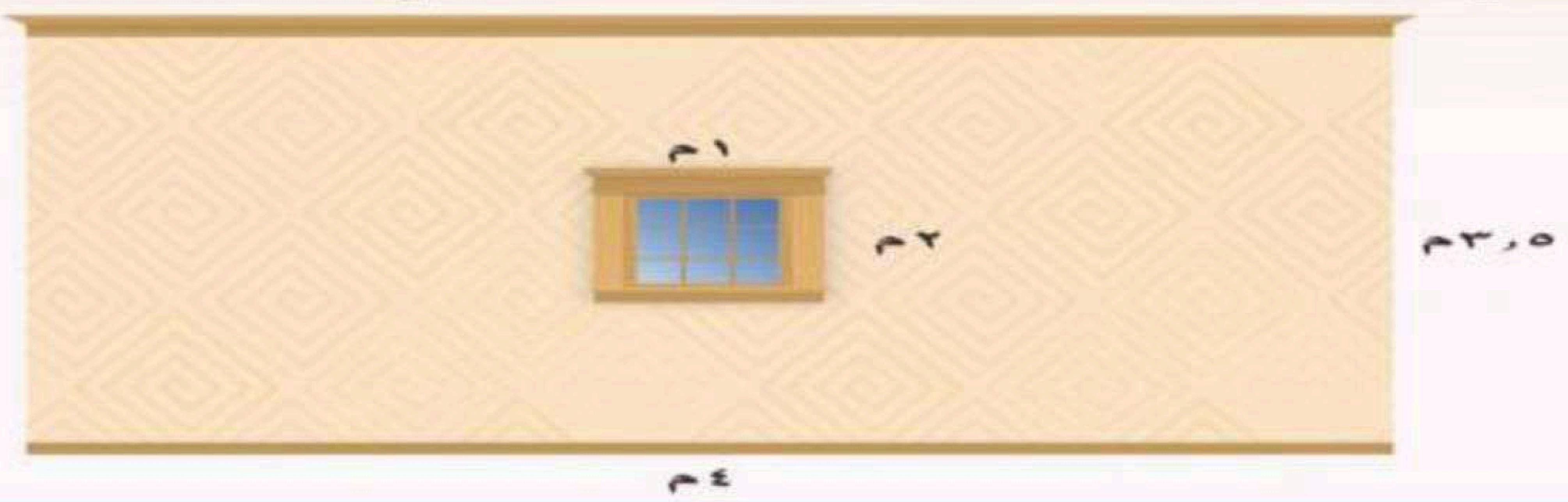
٣١٤
x ١٦
١٨٨٤
+ ٣١٤٠
٥٠,٢٤

الوحده في المساحه مربعه

استراتيجية حل المسألة

بإستخدام استراتيجية حل مسألة ابسط

قَام سالمٌ بإلصاق ورق جدران على أحد جدران منزله. ما مساحة ورق الجدران الذي استعمله؟



الشكل مستطيل لذلك نستخدم قانون المستطيل

م ▭ = ل × ض

= ٤ × ٣,٥

= ١٤م²

نلاحظ ان بالمنتصف نافذة بشكل مستطيل لم يستخدم فيها ورق جدران

م النافذة = ل × ض

= ٢ × ١

= ٢ م²

مساحه ورق الجدران = ١٤ ـ ٢ = ١٢ م²

جغرافيا : يبين الجدول أدناه النسبة المئوية لمساحة كل قارة من مساحة اليابسة. إذا كانت مساحة اليابسة ١٤٧٢١٤٦١٠ كلم²، فاحسب المساحة التقريبية لكل قارّة.

القارة	النسبة
آسيا	٪٣٠
إفريقيا	٪٢٠,٢
أمريكا الشمالية	٪١٦,٥
أمريكا الجنوبية	٪١٢
القارة القطبية	٪٨,٩
أوروبا	٪٦,٧
أستراليا	٪٥,٣

١٤٧٢١٤٦١٠ ≈ ١٥٠٠٠٠٠٠٠ كلم²

٪٣٠ = $\frac{٣٠}{١٠٠}$ × ١٥٠٠٠٠٠٠٠ = ٤٥٠٠٠٠٠٠ كلم²

٪٢٠ = $\frac{٢٠}{١٠٠}$ × ١٥٠٠٠٠٠٠٠ = ٣٠٠٠٠٠٠٠ كلم²

٪١٥ = $\frac{١٥}{١٠٠}$ × ١٥٠٠٠٠٠٠٠ = ٢٢٥٠٠٠٠٠ كلم²

٪١٢ = $\frac{١٢}{١٠٠}$ × ١٥٠٠٠٠٠٠٠ = ١٨٠٠٠٠٠٠ كلم²

٪٩ = $\frac{٩}{١٠٠}$ × ١٥٠٠٠٠٠٠٠ = ١٣٥٠٠٠٠٠ كلم²

٪٧ = $\frac{٧}{١٠٠}$ × ١٥٠٠٠٠٠٠٠ = ١٠٥٠٠٠٠٠ كلم²

مساحة الأشكال المركبة

الشكل المركب هو شكل مكوَّن من مثلثات وأشكال رباعية وأنصاف دوائر وأشكال أخرى ثنائية الأبعاد.

مساحة □ = ل × ض

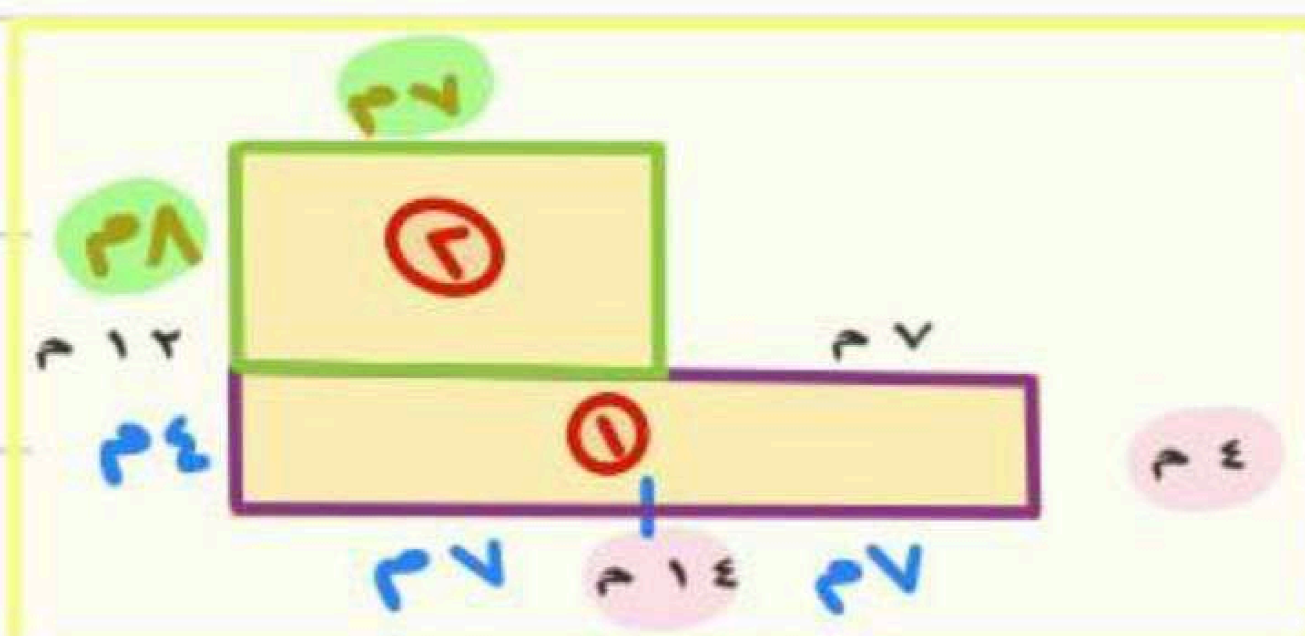
مساحة Δ = $\frac{1}{2}$ ق × ع

مساحة ⏢ = $\frac{1}{2}$ × (ق١ + ق٢) × ع

مساحة نصف الدائرة ◗ = $\frac{1}{2}$ × ط × نق²

نحسب مساحه كل شكل على حده ثم نجمع النواتج ويكون هو مساحه الشكل المركب

مثال احسب مساحة كلٍّ من الأشكال الآتية، وقرّب الناتج إلى أقرب عُشر إذا لزم الأمر:



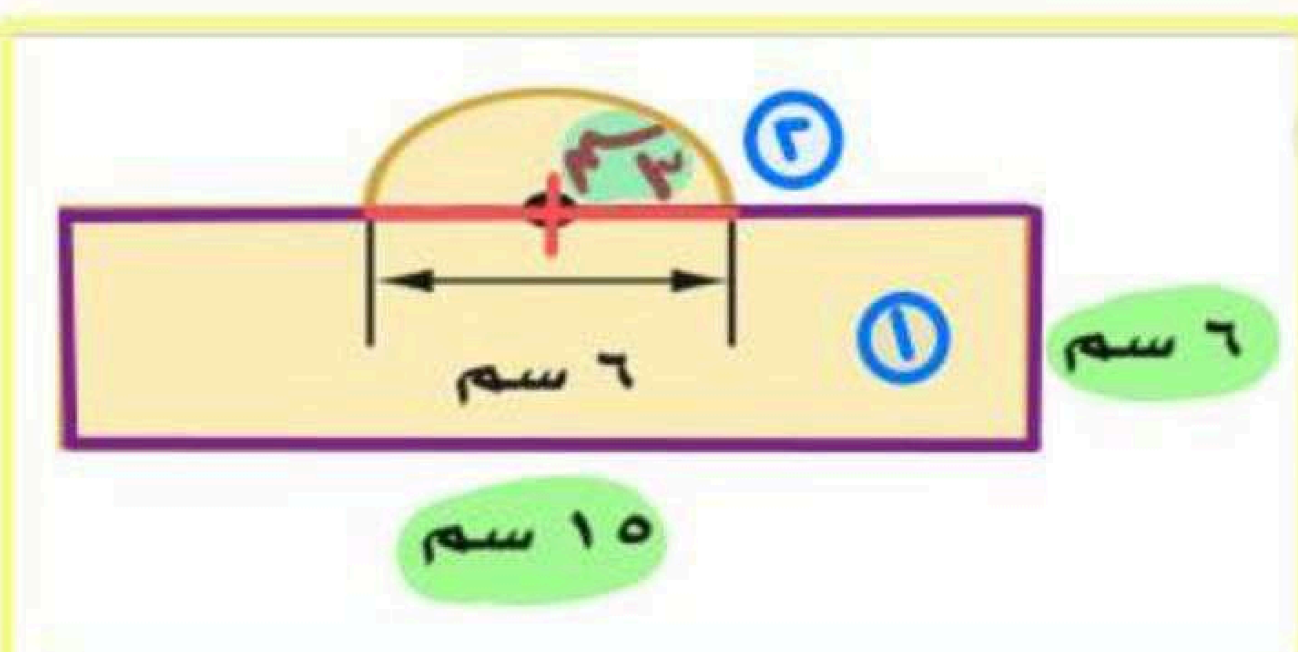
م□ = ل × ض

م□١ = ٤ × ١٤ = ٥٦ م²

م□٢ = ٧ × ٨ = ٥٦ م²

م□١ + م□٢ = ٥٦ + ٥٦

مساحه الشكل = ١١٢ م²



م□ = ل × ض

م□ = ٦ × ١٥ = ٩٠ سم²

م◗ = $\frac{1}{2}$ × ط × نق² = $\frac{1}{2}$ × ٣,١٤ × ٣²

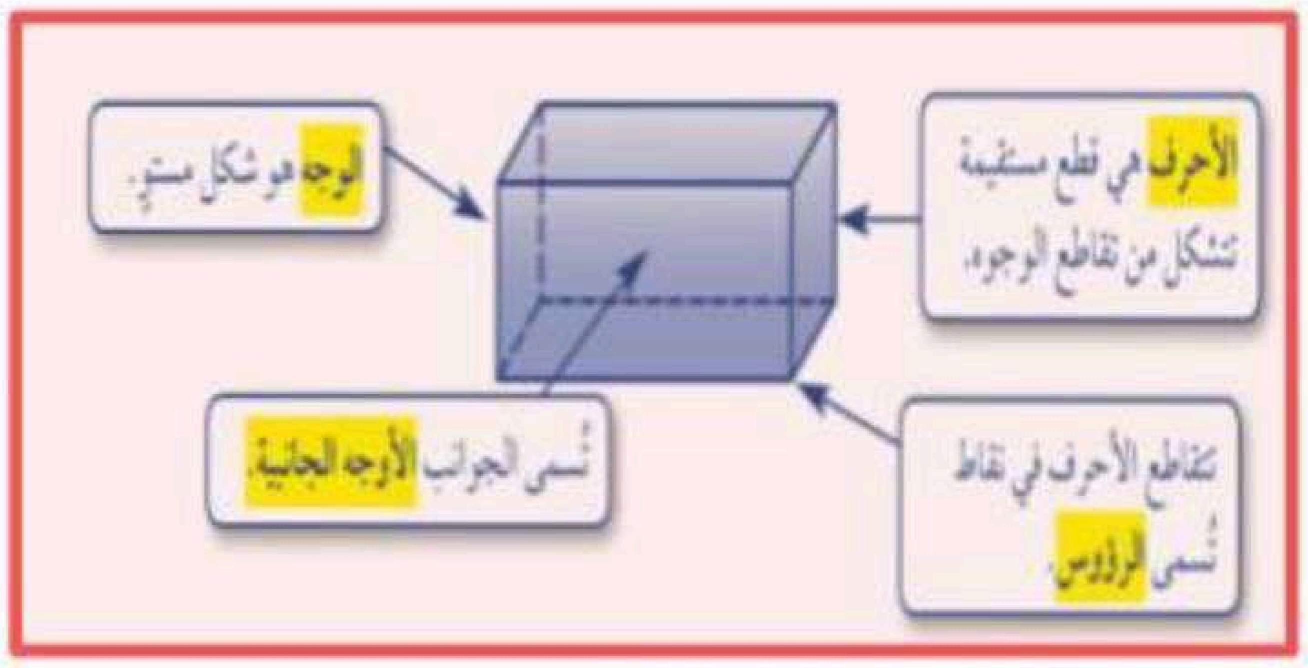
م◗ = $\frac{1}{2}$ × ٣,١٤ × ٩ = $\frac{٢٨,٢٦}{٢}$ = ١٤,١٣ سم

م□ + م◗ = ٩٠ + ١٤,١٣

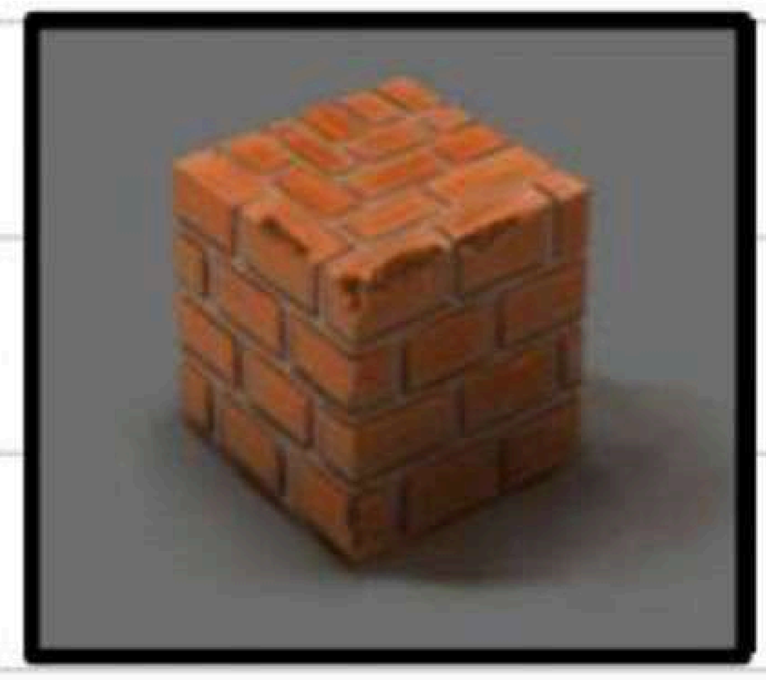
مساحه الشكل = ١٠٤,١٣ سم²

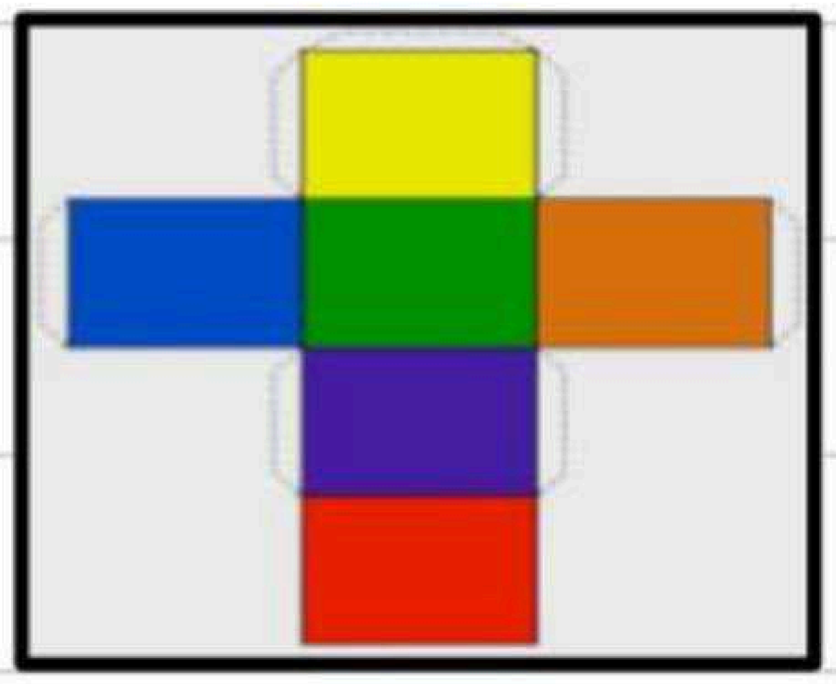
الأشكال الثلاثية الأبعاد

الشكل الثلاثي الأبعاد هو شكل له طول وعرض وعمق (أو ارتفاع).

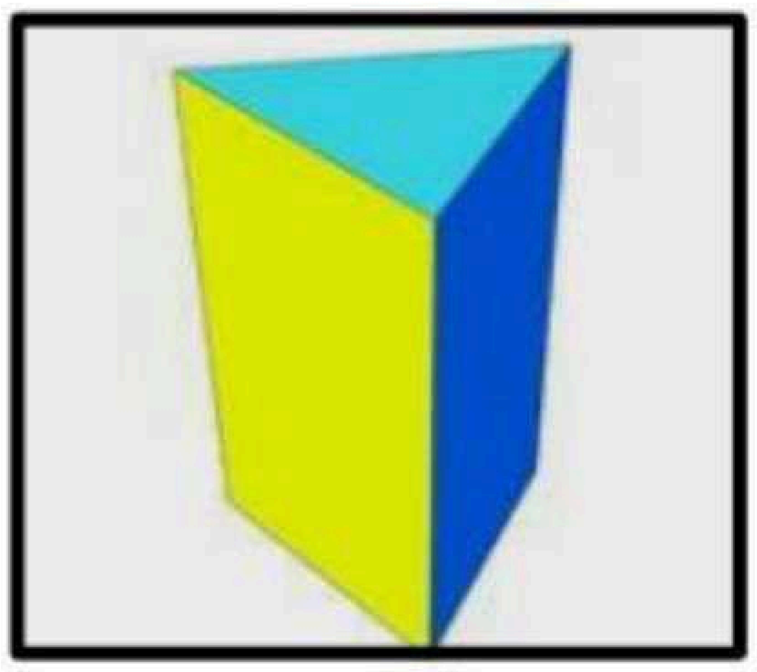


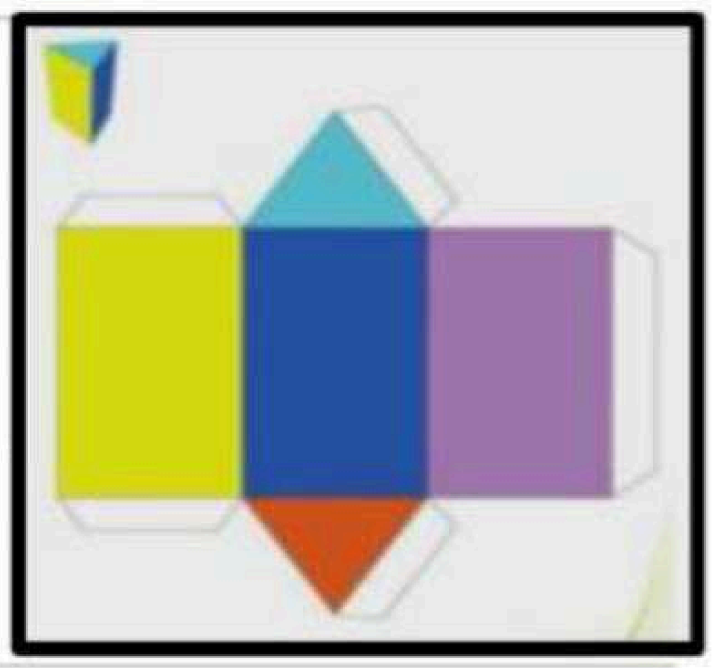
منشور رباعي





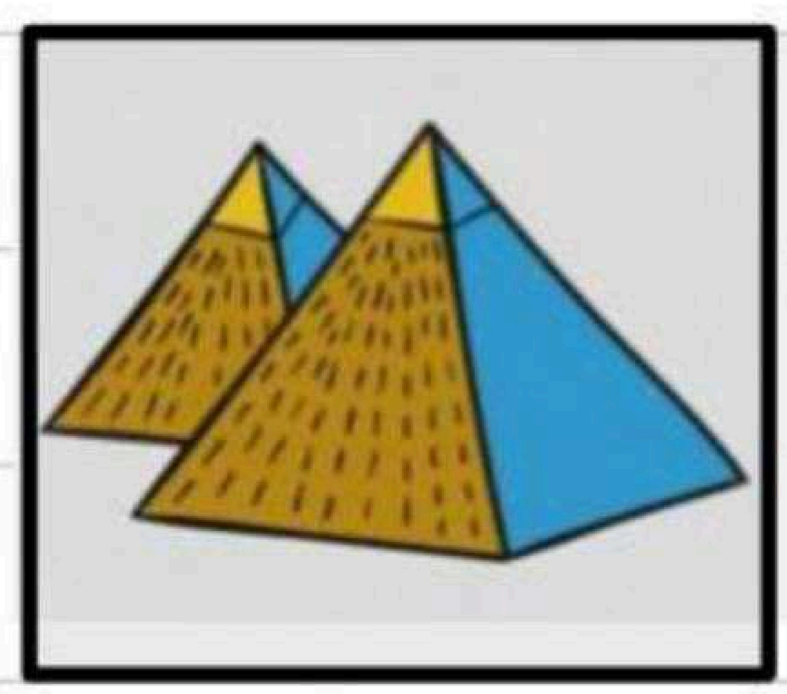
منشور ثلاثي

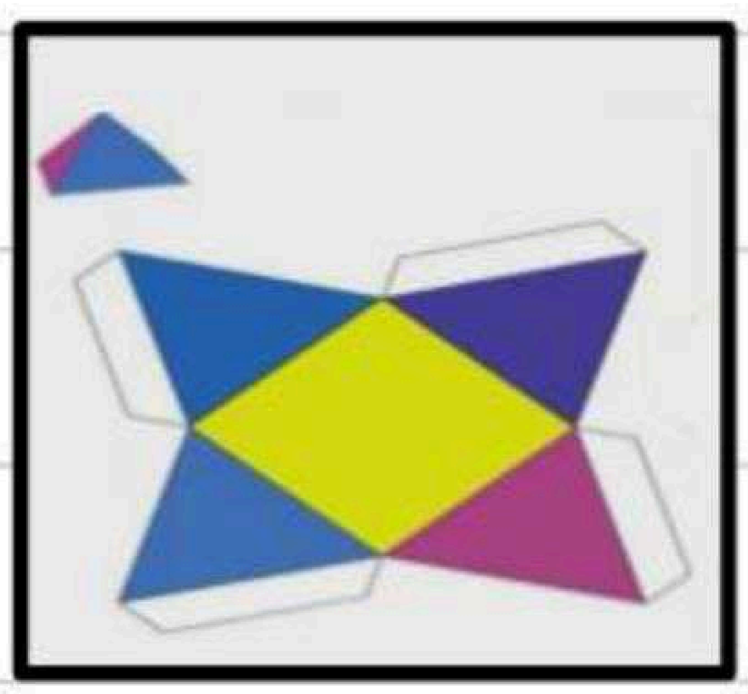




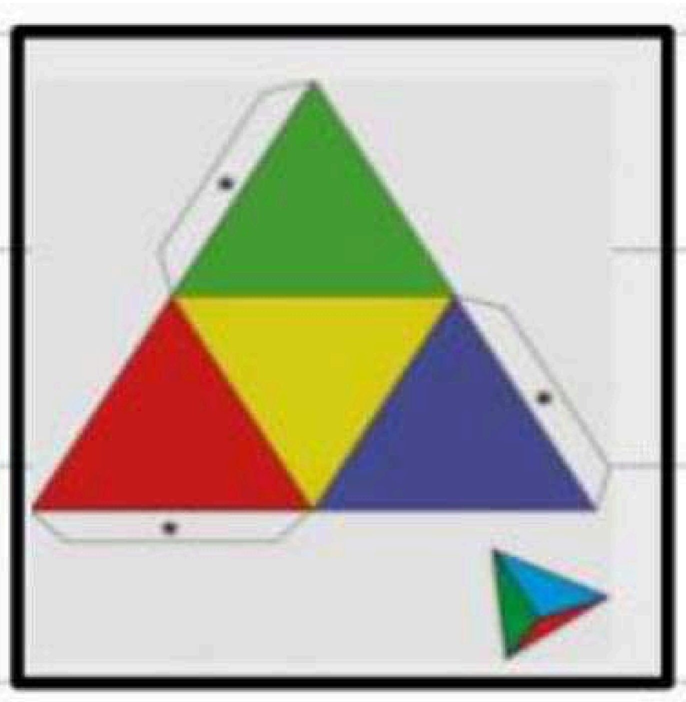
- له على الأقل ثلاثة أوجه جانبية كل منها متوازي أضلاع.
- يُسمى الوجهان العلوي والسفلي **قاعدتا** المنشور، وهما مضلَّعان متطابقان ومتوازيان.
- يسمى المنشور بناءً على شكل قاعدته.

هرم رباعي



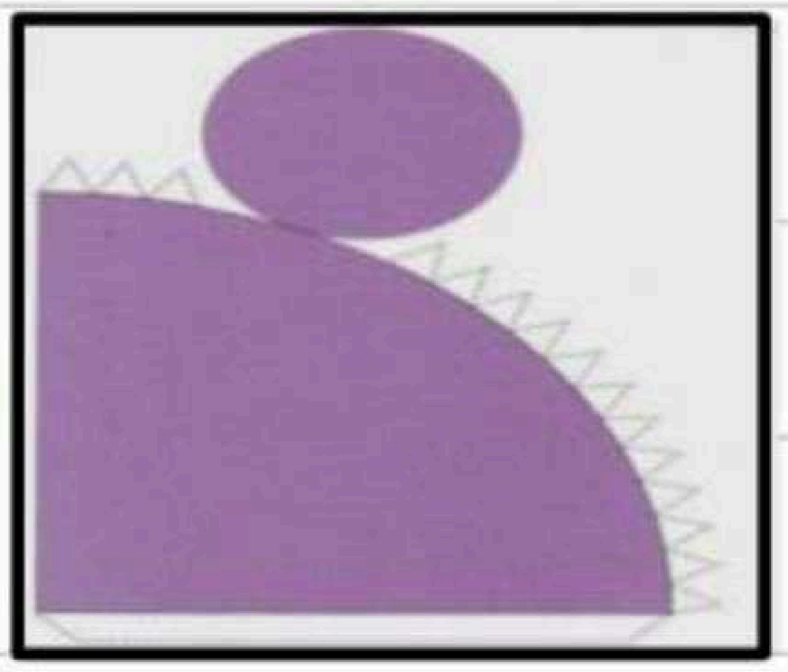


هرم ثلاثي



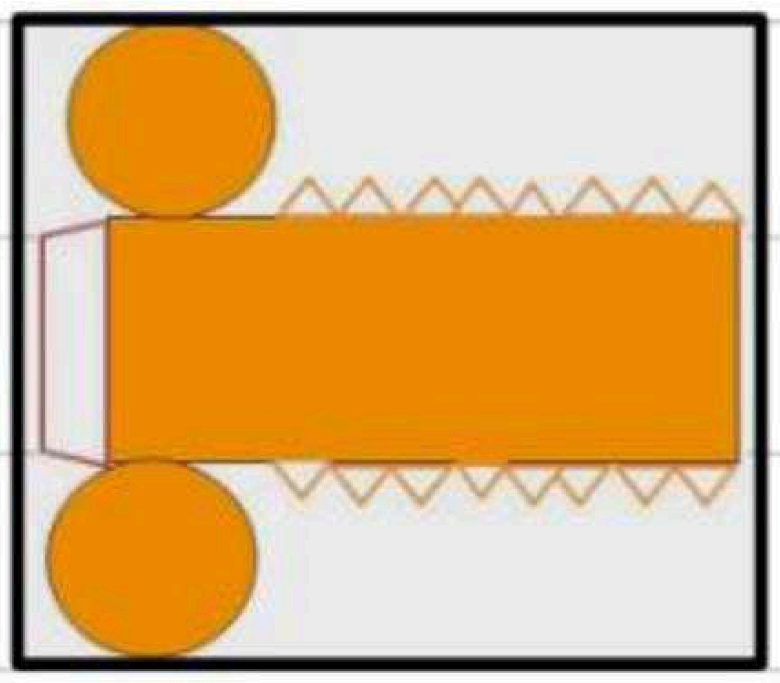
- له على الأقل ثلاثة أوجه جانبية مثلثية الشكل.
- له قاعدة واحدة عبارة عن مضلع.
- يسمى الهرم بناءً على شكل قاعدته.

المخروط والأسطوانة والكرة



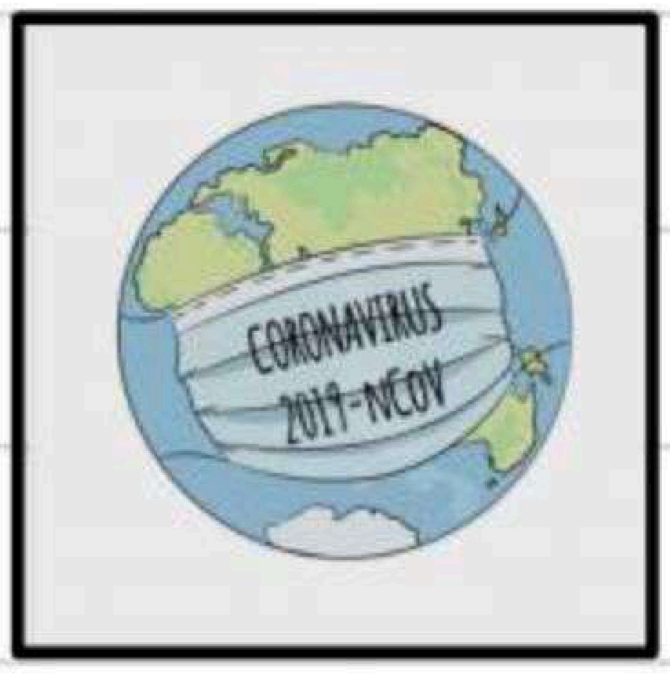
المخروط

- له قاعدة واحدة فقط.
- القاعدة عبارة عن دائرة.
- له رأس واحد.



الأسطوانه

- لها قاعدتان فقط.
- القاعدتان عبارة عن دائرتين متطابقتين.
- ليس لها رؤوس أو أحرف.

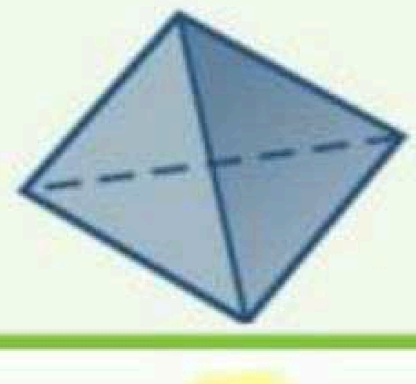


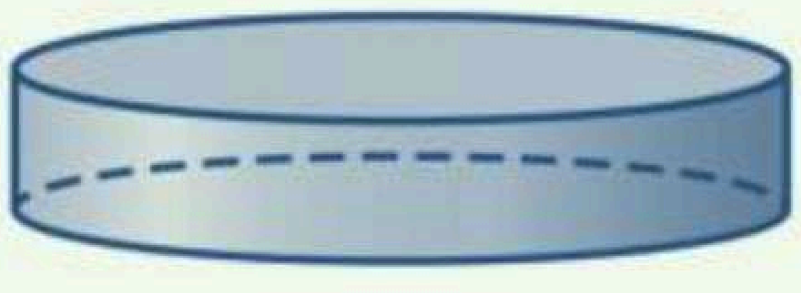
الكرة

- "تبعد جميع النقاط على الكرة المسافة نفسها عن المركز."
- لا يوجد لها أوجه أو قواعد أو أحرف أو رؤوس.

مثال

حدِّد شكل قاعدة كلٍّ مما يأتي، ثمَّ صنِّفه:

أ) 

ب) 

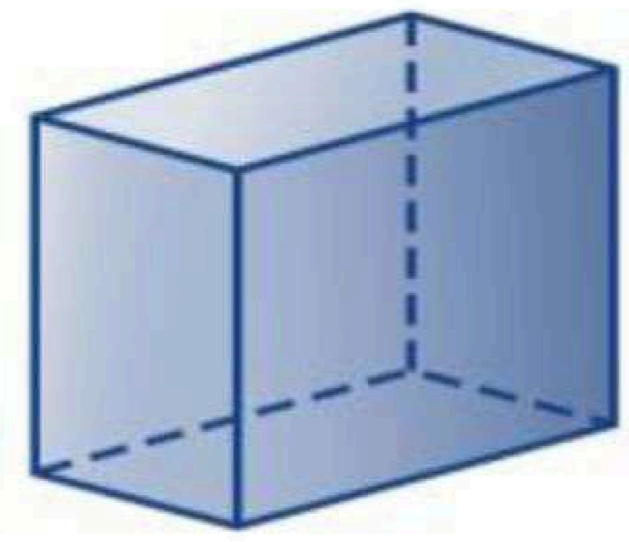
هرم رباعي

اسطوانة

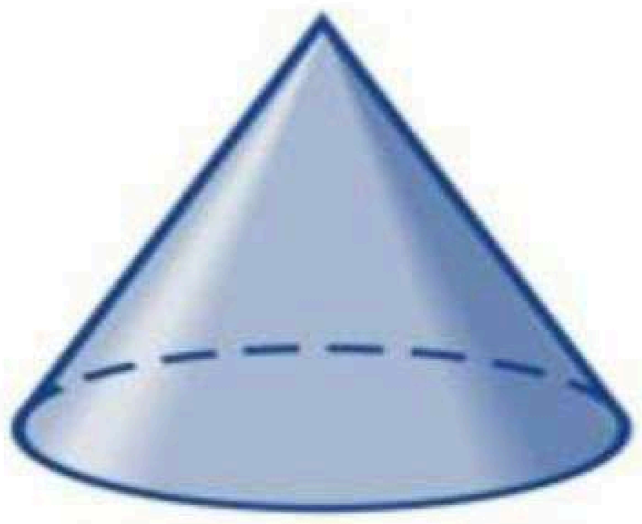
رسم الأشكال الثلاثية الأبعاد

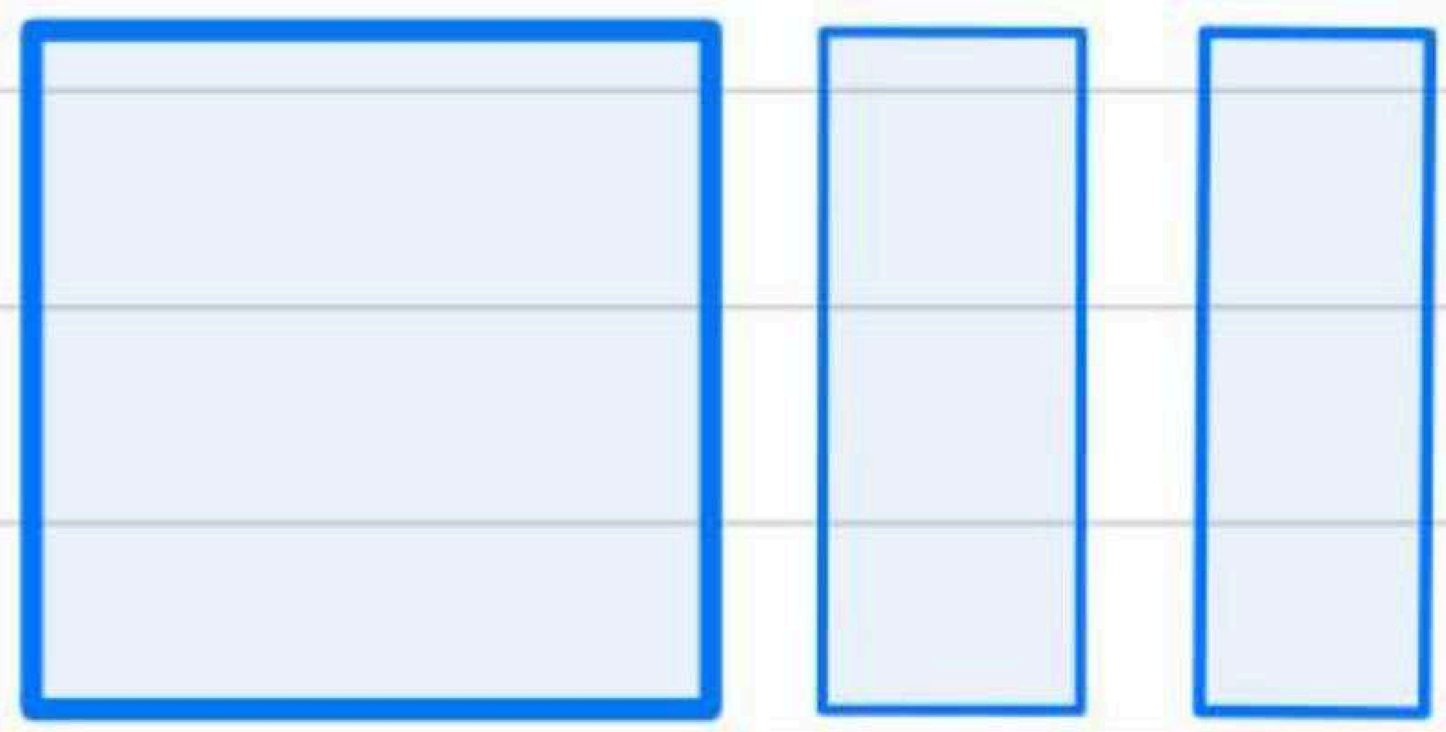
ارسم المنظر العلوي والجانبي والأمامي للشكلين أدناه:

أ)

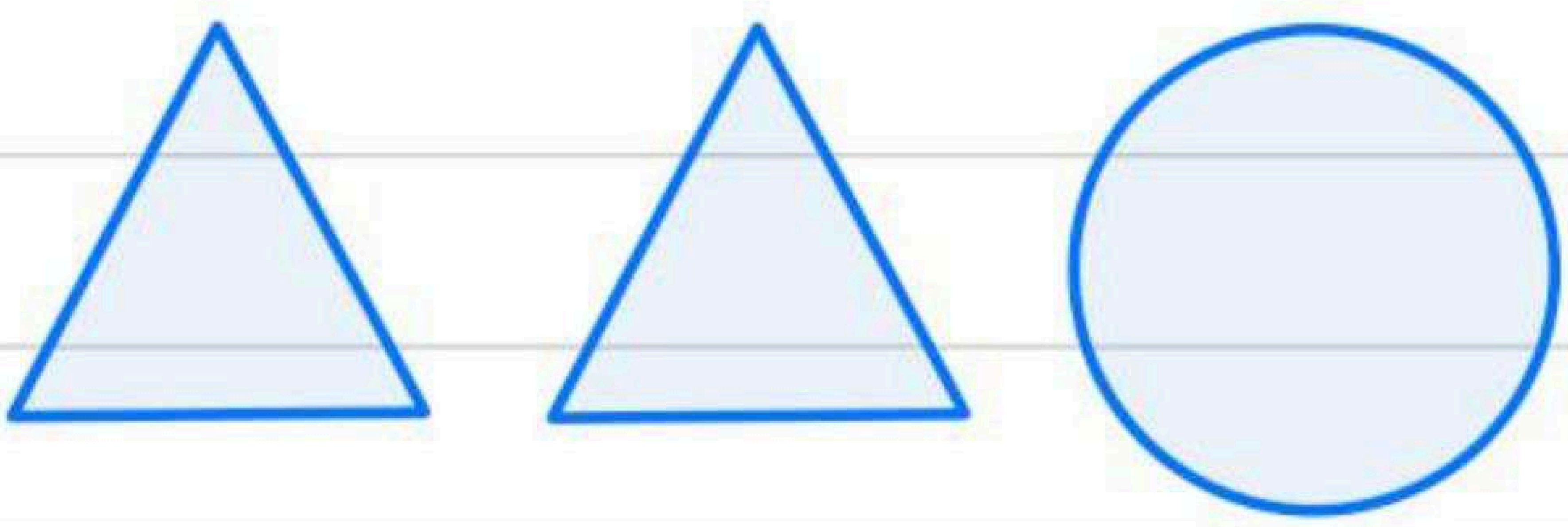


ب)



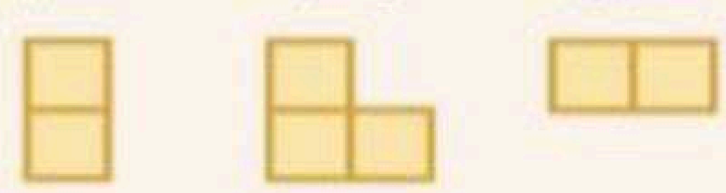


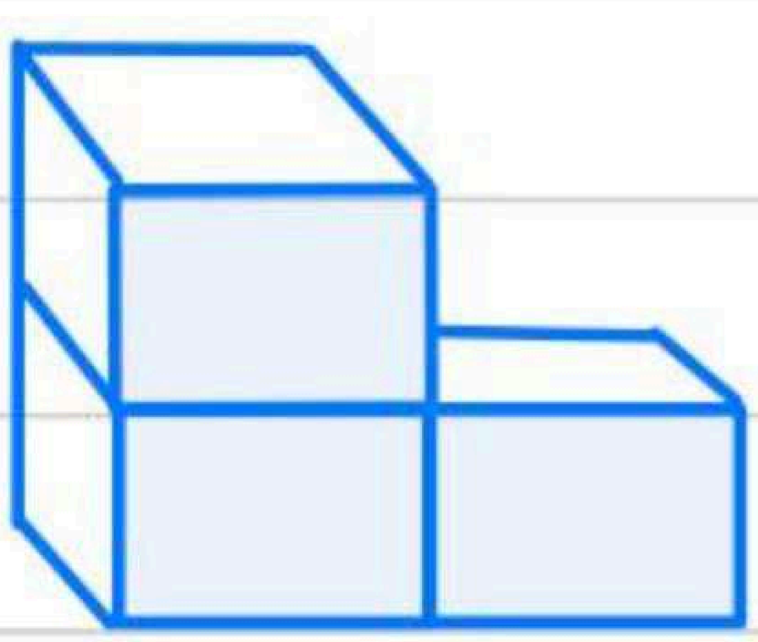
العلوي الجانبي الأمامي



العلوي الجانبي الأمامي

ارسم شكلًا ثلاثي الأبعاد له المناظر المعطاة.





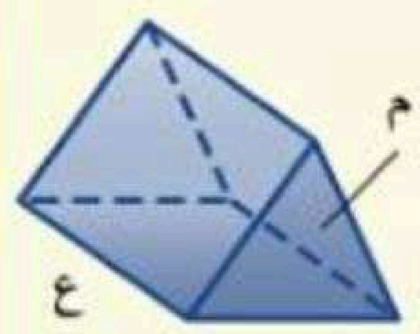
حجم المنشور

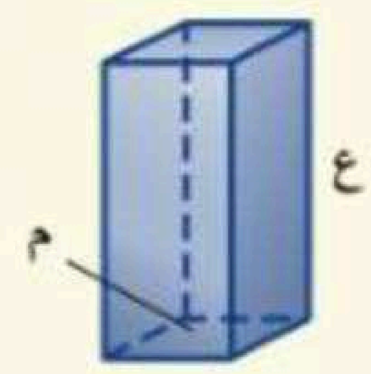
مساحه المستطيل = ل × ض
مساحه المربع = ل × ل
مساحه المثلث = $\frac{1}{2}$ ق × ع

حجم المنشور — مفهومٌ أساسيٌّ

التعبير اللفظي: حجم المنشور (ح) هو ناتج ضرب مساحة القاعدة (م) في الارتفاع (ع).

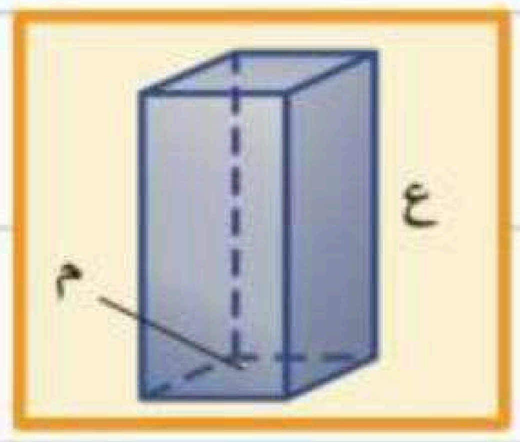
النماذج :





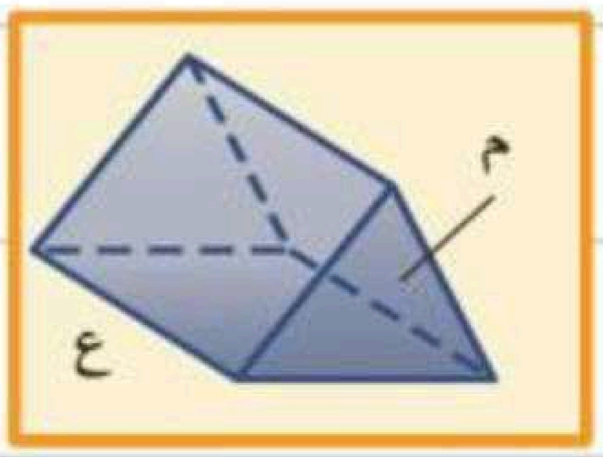
الرموز: ح = م ع

اذا كانت القاعده مربعه او مستطيله



حجم المنشور = مساحه القاعده × الارتفاع
= م □ × ع
= ل × ض × ع

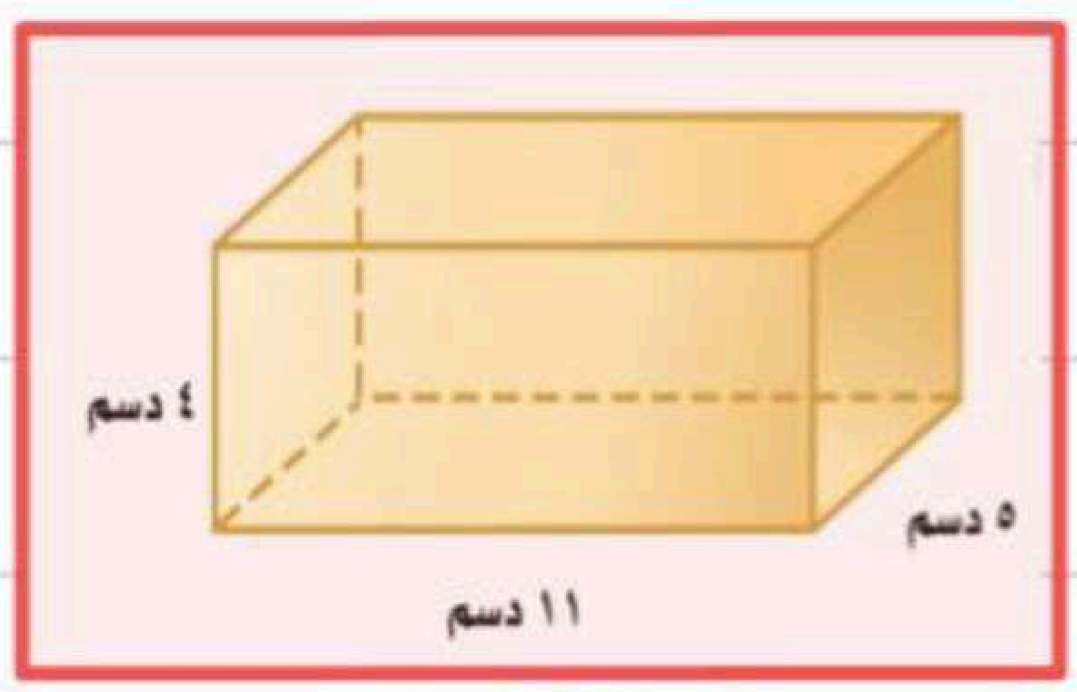
اذا كانت القاعدة مثلثة



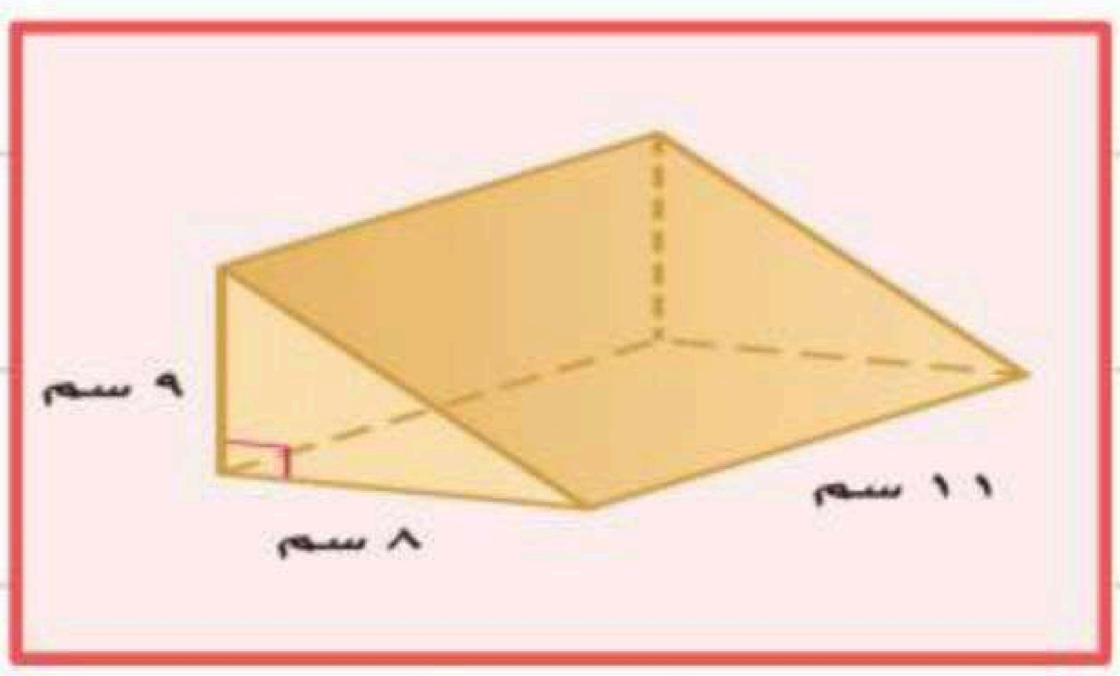
حجم المنشور = مساحه القاعده × الارتفاع
= م Δ × ع
= $\frac{1}{2}$ ق ع × ع

مثال

احسب حجم كلّ منشور ممّا يأتي، وقرِّب الناتج إلى أقرب عُشرٍ:



ح = م □ × ع
= ل × ض × ع
= ٥ × ١١ × ٤
= ٢٢٠ دسم³



ح = م Δ × ع
= $\frac{1}{2}$ ق ع × ع
= $\cancel{\frac{1}{2}}$ × $\cancel{8}$ ٤ × ٩ × ١١
= ٣٩٦ سم³

وحده الحجوم مكعبة
وحده المساحه مربعة