أهم قوانين

الرياضيات المالية

المستوى الأول

1439

اعداد:

سوسو

الإشراف العام

Leader + مودي

*** اللوغريتمات:** $\log_b a = c$ $a = b^c$	$\log_2 8 = 3$ $8 = 2^3$
*** تحليل ثلاثي الحدود:**	* حلل العبارة الجبرية $X^2 + 5X + 6$ ؟ ١/ نفتح قوسين، ونوزع X على القوسين. (X) (X) ٢/ نبحث عن رقمين حاصل جمعهم الحد الأوسط (5) ، وحاصل ضربهم الحد الأخير (6) ضروري تنتبهوا للموجب والسالب . مثلاً نأخذ الرقمين 2 و 3 (حاصل الجمع 5= 2+3 وحاصل الضرب 6 = 2X3) ٣/ نضع كل رقم بقوس. (X + 2) (X + 3) الحل: $X^2 + 5X + 6 = (X + 2)(X + 3)$
*** تحليل فرق مربعين:**	* حلل العبارة الجبرية $X^2 - 9$ ؟ ١/ نفتح قوسين، ونوزع X على القوسين. (X) (X) ٢/ نوجد قيمة جذر الحد الثاني (9)، يعطينا العدد 3 . ($\sqrt{9} = 3$) ٣/ نضع العدد 3 في القوسين قوس موجب وقوس سالب. (X + 3) (X - 3) الحل: $X^2 - 9 = (X + 3)(X - 3)$
***حل المعادلة الخطية في مجهول واحد:** **١ـ النقل:** نقل المجاهيل لجهة (يسار علامة يساوي)، ونقل المعاليم لجهة (يمين علامة يساوي). **٢ـ التبسيط:** اجراء عمليات الجمع والطرح في المعادلة. **٣ـ القسمة على معامل X .**	* أوجد حل المعادلة الخطية $4X - 3 = X + 12$ ؟ $4X - X = 3 + 12$ (نقلنا المجاهيل بطرف والمعاليم بطرف وغيرنا الإشارات عند النقل) $3X = 15$ (التبسيط واجراء عمليات الجمع والطرح) $3X/3 = 15/3$ (القسمة على معامل X) $X = 5$ (القسمة على معامل X)
***حل معادلتين خطيتين في مجهولين:** ١/ باستعمال الآلة الحاسبة نضغط زر mood ٢/ ثم نضغط رقم 5 . ٣/ ثم نضغط رقم 1 . ٤/ تظهر شاشة المعادلة مقسمة ثلاثة أقسام، نبدأ بتعبئة الفراغات، ندخل الرقم فقط بدون الحرف مع مراعاة إشارة الرقم موجب أو سالب، ثم نضغط علامة = فينتقل المؤشر تلقائياً للخانة التالية، حتى نقوم بتعبئة كل الفراغات، ثم نضغط = تظهر قيمة X ، ثم نضغط = مرة أخرى تظهر قيمة Y .	* أوجد قيمة x , y التي تحقق المعادلتين: $4x - 2y = 10$ $x + y = 1$ باستعمال الآلة الحاسبة نوجد الناتج : نضغط mood ثم 5 ثم 1 ، ثم ندخل الأرقام: نكتب الرقم ثم نضغط علامة = للانتقال للخانة التالية حتى ننتهي من المعادلتين، ثم نضغط = فتظهر قيمة x ، ثم نضغط = مرة أخرى فتظهر قيمة y . $x = 2$ ، $y = -1$ في المعادلة الأولى ما ننسى إشارة السالب قبل رقم 2 ، ومعامل x , y في المعادلة الثانية كلها 1 .
*** حل معادلة من الدرجة الثانية في مجهول واحد:** ١/ باستعمال الآلة الحاسبة نضغط زر mood ٢/ ثم نضغط رقم 5 . ٣/ ثم نضغط رقم 3 ، (لاحظ رقم 3 في شاشة الآلة ، معادلة من الدرجة الثانية) ٤/ تظهر شاشة المعادلة مقسمة ثلاثة أقسام، نبدأ بتعبئة الفراغات، ندخل الرقم فقط بدون الحرف وبدون الرفع للأس 2 فقط الأرقام مع مراعاة إشارة الرقم موجب أو سالب، ثم نضغط علامة = فينتقل المؤشر تلقائياً للخانة التالية، حتى نقوم بتعبئة كل الفراغات ، نعبي ثلاث خانات أرقام فقط، ولا نكتب آخر المعادلة 0 = ، ثم نضغط = تظهر قيمة X_1 ، ثم نضغط = مرة أخرى تظهر قيمة X_2 .	* أوجد حل المعادلة التالية: $2X^2 - 3X - 2 = 0$ ؟ باستعمال الآلة الحاسبة نوجد الناتج : نضغط mood ثم 5 ثم 3 ، ثم ندخل الأرقام: نكتب الرقم ثم نضغط علامة = للانتقال للخانة التالية حتى ننتهي من المعادلة، ثم نضغط = فتظهر قيمة X_1 ، ثم نضغط = مرة أخرى فتظهر قيمة X_2 . $X_1 = 2$ ، $X_2 = -\frac{1}{2}$

*** ميل المستقيم من معادلة:**

- رمزه m
- معادلته: $Y = m x + b$
(معامل X هو الميل)

* أوجد ميل المستقيم الذي معادلته $6X + 2Y = 10$ ؟

$2Y = -6X + 10$

$Y = -3X + 5$

$M = -3$

*** ميل المستقيم المار بنقطتين:**

* قانونه: $M = \frac{Y2 - Y1}{X2 - X1}$

حيث ان النقاط هي :

(X1 , Y1) و (X2 , Y2)

* بكيفنا نختار النقطة الأولى والنقطة الثانية، ولو عكسنا النقاط يعطينا نفس النتيجة، المهم نركز بحدود كل نقطة، ونعوض عنها بالقانون.

* نستخرج النتيجة باستخدام الآلة الحاسبة.

* أوجد ميل المستقيم الذي يمر بالنقطتين (2 , 1 -) و (10 , 3) ؟

نعوض عن القيم في المعادلة ونجري العملية الحسابية:

$M = \frac{2 - 10}{-1 - 3}$

$M = 2$

*** معادلة مستقيم بدلالة ميل ونقطة:**

قانونه: $Y = m (X - X1) + Y1$

حيث أن m هو الميل ،

والنقطة هي (X1 , Y1)

* اكتب معادلة المستقيم الذي ميله $m = 3$ ، ويمر بالنقطة (2 , 4) ؟

- نعوض عن القيم في القانون ، ونحل المعادلة.

$Y = 3 (X - 2) + 4$

$Y = 3X - 6 + 4$

$Y = 3X - 2$ (هذه هي معادلة المستقيم)

- التحقق من صحة الحل: (نعوض عن قيمة X للنقطة والناتج يعطينا قيمة Y)

$Y = 3 (2) - 2 = 6 - 2 = 4$

*** المتتالية الحسابية:**

حتى نحكم على متتالية أنها متتالية حسابية: نطرح كل حد من الحد الذي قبله حتى نهاية الحدود.

فإذا كانت جميع عمليات الطرح رقم ثابت لا يتغير، نقول عنها متتالية حسابية.

ويسمى العدد الناتج عن الطرح (أساس المتباينة الحسابية) ويرمز له بالرمز d

* هل المتتالية التالية هي متتالية حسابية ..... , 14 , 11 , 8 , 5 , 2 ؟

نطرح كل حد من الحد الذي قبله لنتأكد أنها متتالية حسابية:

$a_5 - a_4 = 14 - 11 = 3$

$a_4 - a_3 = 11 - 8 = 3$

$a_3 - a_2 = 8 - 5 = 3$

$a_2 - a_1 = 5 - 2 = 3$

نواتج الطرح ثابته ولم تتغير، إذن فهي متتالية حسابية أساسها $d = 3$

*** الحد العام للمتتالية الحسابية:**

لها قانون: $a_n = a_1 + d(n-1)$

a_n هو الحد العام أو يسمى الحد النوني، نعوض عن قيمة n برقم الحد المطلوب.

a_1 هو الحد الأول للمتتالية ،

d هو أساس المتتالية الحسابية.

* أوجد الحد العاشر للمتتالية الحسابية ، حدها الأول $a_1 = 10$ ، وأساسها $d = 5$ ؟

نعوض في القانون عن القيم، وثم نجري العمليات الحسابية لنحصل على الحد العاشر.

$a_{10} = 10 + 5(10-1)$

$a_{10} = 10 + 5(9)$

$a_{10} = 10 + 45$

$a_{10} = 55$

*** المتتالية الهندسية:**

حتى نحكم على متتالية أنها متتالية هندسية: نقسم كل حد على الحد الذي قبله حتى نهاية الحدود.

فإذا كانت جميع عمليات القسمة رقم ثابت لا يتغير، نقول عنها متتالية هندسية، ويسمى العدد الناتج عن القسمة (أساس المتباينة الهندسية) ويرمز له بالرمز r

* هل المتتالية التالية هي متتالية هندسية ..... , 32 , 16 , 8 , 4 , 2 ؟

نقسم كل حد على الحد الذي قبله لنتأكد أنها متتالية هندسية:

$a_5 / a_4 = 32/16 = 2$

$a_4 / a_3 = 16/8 = 2$

$a_3 / a_2 = 8/4 = 2$

$a_2 / a_1 = 4/2 = 2$

نواتج القسمة ثابتة ولم تتغير، إذن فهي متتالية هندسية أساسها $r = 2$

الحد العام للمتتالية الهندسية:

لها قانون: $a_n = a_1 \ r^{n-1}$

a_n هو الحد العام أو يسمى الحد النوني، نعوض عن قيمة n برقم الحد المطلوب.

a_1 هو الحد الأول للمتتالية ،

r هو أساس المتتالية الهندسية.

* أوجد الحد الخامس a_5 لمتتابعة هندسية حدها الأول $a_1 = 5$ و أساسها $r = 2$ ؟

نعوض في القانون عن القيم، وثم نجري العمليات الحسابية لنحصل على الحد العاشر.

$$a_5 = 5\ (2)^{(5-1)}$$
$$a_5 = 5\ (2)^4$$
$$a_5 = 5\ (16)$$
$$a_5 = 80$$

*** إيجاد قيمة الدالة عند نقطة**

(صورة الدالة عند عدد معين):

ليس لها قانون، نعوض عن قيمة X بالعدد المعطى ونحل الدالة.

لازم تنتبهوا أن $f(x)$ ماعليها شرطة صغيرة.

* إذا كان $f(x) = 5x^2 - 6x - 10$ ، أوجد $f(3)$ ؟

$$f(3) = 5(3)^2 - 6(3) - 10$$
$$f(3) = 5(9) - 18 - 10$$
$$f(3) = 45 - 28$$
$$f(3) = 17$$

*** الصيغة العامة للدالة التربيعية هي:**

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

ـ عند تمثيل الدالة التربيعية على المستوى الديكارتي يسمى هذا التمثيل القطع المكافئ، وهو إما يكون:

١/ مفتوح لأعلى: إذا كان معامل x^2 (أي العدد بجانب x^2) يكون العدد موجباً.

٢/ مفتوح لأسفل: إذا كان معامل x^2 (أي العدد بجانب x^2) يكون العدد سالباً.

$f(x) = 3x^2 - 5x - 100$

<< مفتوح لأعلى لأن معامل x^2 موجب.

$f(x) = 6x - 2x^2$

<< مفتوح لأسفل لأن معامل x^2 سالب.

*** كيف أوجد حل النهاية غير المعرفة؟**

عن طريق ثلاث خطوات:

١. التحليل: مع ملاحظة أن المقام لا يحلل ، والبسط يكون عبارة عن فرق مربعين أو ثلاثي حدود ، احد القوسين نفس الموجود بالمقام.

٢. الحذف: نحذف المقام مع القوس الذي يماثله من البسط.

٣. التعويض: نعوض عن قيمة x ونوجد الناتج، ويكون هو ناتج النهاية.

* أوجد قيمة النهاية $\lim_{x \to 2} \left(\frac{x^2-4}{x-2}\right)$ ؟

١/ التحليل:

نحلل البسط بطريقة تحليل فرق مربعين.

$$\lim_{x \to 2} \left(\frac{(x+2)(x-2)}{x-2}\right)$$

٢/ الحذف:

$$\lim_{x \to 2} \left(\frac{(x+2)\cancel{(x-2)}}{\cancel{x-2}}\right)$$

$$\lim_{x \to 2} (x+2)$$

٣/ التعويض:

$$\lim_{x \to 2} (2+2) = 4$$

* قوانين الاشتقاق:

ـ نلاحظ وجود شرطة عند الاشتقاق $f'(x)$ ، تعني انها المشتقة الأولى، ولو كانت شرطتين تكون المشتقة الثانية، وهكذا.

١/ اشتقاق الدالة الثابتة (رقم بدون x): $f(x)=a \Rightarrow f'(x)=0$ أي عدد لوحده بدون x اشتقاقه =0	$f(x)=\frac{1}{2} \Rightarrow f'(x)=0$ $f(x)=12 \Rightarrow f'(x)=0$
٢/ اشتقاق دالة القوة: $f(x)=x^n \Rightarrow f'(x)=nx^{n-1}$ نضرب العدد في x ونطرح من الأس 1.	$f(x)=x^5 \Rightarrow f'(x)=5x^4$ $f(x)=x^2 \Rightarrow f'(x)=2x$
٣/ اشتقاق x : $f(x)=x \Rightarrow f'(x)=1$ أي x بدون عدد وبدون قوة اشتقاقه =1	$f(x)=x \Rightarrow f'(x)=1$
٤/ اشتقاق عدد مضروب في x وغير مرفوع لقوة: $f(x)=ax \Rightarrow f'(x)=a$ يكون الاشتقاق نفس الرقم بجوار x إذا كان x بدون أس (غير مرفوع لقوة)	$f(x)=-3x \Rightarrow f'(x)=-3$ $f(x)=6x \Rightarrow f'(x)=6$
٥/ اشتقاق الدالة المضروبة بعدد ثابت: $f(x)=ax^n \Rightarrow f'(x)=(na)x^{n-1}$ نضرب العدد في الأس ، ونطرح من الأس 1.	$f(x)=5x^3 \Rightarrow f'(x)=(3\times5)x^{3-1}=15x^2$ $f(x)=7x^3 \Rightarrow f'(x)=(3\times7)x^2=21x^2$ $f(x)=-4x^2 \Rightarrow f'(x)=-8x$
٦/ اشتقاق حاصل جمع أو طرح دالتين: $f(x)=g(x)\pm h(x)$ $f'(x)=g'(x)\pm h'(x)$ نعامل كل حد على أنه دالة منفصلة، ونستخرج المشتقة لكل حد بنفس الطرق السابقة.	$f(x)=4x^3-5x^2+6x+8$ $f'(x)=12x^2-10x+6$ $f(x)=5x^4-3x^2-8x+1$ $f'(x)=20x^3-6x-8$
٧/ قيمة المشتقة عند نقطة: نستخرج المشتقة، ثم نعوض عن قيمة x . لازم تنتبهوا أن $f'(x)$ عليها شرطة صغيرة.	* إذا كانت $f(x)=2x^3-5x^2$ ، فأوجد قيمة $f'(2)$ ؟ نوجد المشتقة الأولى ثم نعوض x = 2 . $f'(x)=6x^2-10x$ $f'(2)=6(2)^2-10(2)$ $f'(2)=6(4)-20$ $f'(2)=24-20=4$
٨/ المشتقة من رتب أعلى: ـ رمز المشتقة الأولى $f'(x)$ ، ورمز المشتقة الثانية $f''(x)$ ، ورمز المشتقة الثالثة $f'''(x)$. ـ من المشتقة الرابعة نحط الرقم بأقواس مكان الشرطة، المشتقة الرابعة $f^{(4)}(x)$ ، المشتقة الخامسة $f^{(5)}(x)$. ـ اذا طلب مني مشتقة من أي رتبة ، نطلع كل المشتقات التي قبلها حتى نصل إلى المشتقة المطلوبة.	* إذا كان $f(x)=x^4-3x^2+6x-5$ ، أوجد المشتقة الثالثة؟ نوجد المشتقة الأولى والثانية حتى نصل الى المشتقة الثالثة. $f'(x)=4x^3-6x+6$ $f''(x)=12x^2-6$ $f'''(x)=24x$
*** كيفية إيجاد النقاط الحرجة للدالة:** ١/ نوجد المشتقة الأولى. ٢/ نساوي المشتقة الأولى بالصفر. ٣/ نحل المعادلة الناتجة من الخطوة الثانية. ٤/ حل المعادلة هي النقاط الحرجة.	* أوجد النقاط الحرجة للدالة $f(x)=2x^2-12x+7$ ؟ ١/ $f'(x)=4x-12$ ٢/ $4x-12=0$ ٣/ $4x=12$ ، نقسم الطرفين على معامل x ، يكون الناتج $x=3$ ٤/ النقاط الحرجة هي : $x=3$

* قوانين التكامل غير المحدود:

١/ في الاشتقاق كنا نطرح 1 من الاس، اما في التكامل نضيف 1 للاس، ونقسم على الاس الجديد.
٢/ في التكامل غير المحدود لازم نضيف ثابت التكامل C للناتج.
٣/ عشان أتأكد من صحة التكامل، نشتق الدالة الجديدة، اذا اعطانا الدالة الأصلية ، فالتكامل صحيح.

١/ تكامل العدد الثابت:

$$\int a\,dx = ax + c$$

- تكامل العدد الثابت هو نفس العدد مضروب في x ، ومضاف له ثابت التكامل C .
- تكامل الصفر يساوي صفر.

$$\int 5\,dx = 5x + c$$
$$\int 1\,dx = x + c$$
$$\int -6\,dx = -6x + c$$

٢/ تكامل دالة القوة:

$$\int x^n\,dx \rightarrow \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$$

- في تكامل دالة القوة نضيف للأس 1 ونقسم على الأس الجديد، ثم نضيف ثابت التكامل.

$$\int x^5\,dx = \frac{x^6}{6} + c$$
$$\int x\,dx = \frac{x^2}{2} + c$$

٣/ تكامل الدالة مضروبة بعدد ثابت:

$$\int a\,x^n\,dx = \frac{a\,x^{n+1}}{n+1} + c$$

- في تكامل الدالة المضروبة بعدد ثابت، ينزل العدد قبل x كما هو ، ثم نضيف للأس 1 ، ونقسم على الأس الجديد ، ثم نجري عملية القسمة بين معامل x والعدد في المقام ، يعطينا الناتج النهائي.

$$\int 6\,x^2\,dx = \frac{6\,x^3}{3} + c = 2\,x^3 + c$$
(قسمنا البسط 6 على المقام 3 واعطانا الناتج 2)

$$\int 20\,x^4\,dx = \frac{20\,x^5}{5} + c = 4\,x^5 + c$$
(قسمنا البسط 20 على المقام 5 واعطانا الناتج 4)

٤/ تكامل مجموع أو فرق دالتين:

$$\int f(x) \pm g(x)\,dx = \int f(x)\,dx \pm \int g(x)\,dx$$

في الاشتقاق كنا نشتق كل حد على انه دالة منفصلة ، كذلك في التكامل، نعامل كل حد على انه دالة منفصلة.

$$\int (24x^2 - 10x + 3)\,dx = \frac{24\,x^3}{3} - \frac{10\,x^2}{2} + 3x + c = 8x^3 - 5x^2 + 3x + c$$
$$\int (21x^2 - 6x + 4)\,dx = \frac{21\,x^3}{3} - \frac{6\,x^2}{2} + 4x + c = 7x^3 - 3x^2 + 4x + c$$

* التكامل المحدود:

- رمز التكامل المحدود هو $\int_a^b f(x)\,dx$ ، حيث إن a و b هما حدود التكامل.

- لا نضيف ثابت التكامل C في التكامل المحدود.
- نوجد التكامل بنفس القوانين السابقة ولا نضيف C ، ثم نعوض عن حدود التكامل ، ثم نطرح بين الحدود، ونوجد الناتج.
- ممكن نحل التكامل المحدود يدوي ، وممكن باستعمال الآلة الحاسبة.

- الأفضل في حل التكامل المحدود بإستخدام الآلة الحاسبة.

* ما قيمة تكامل $\int_1^2 (3x^2 - 5)\,dx$ ؟

باستعمال الآلة الحاسبة:

١/ نضغط زر التكامل $\int$ ، تظهر لنا الشاشة، نقوم بتعبئة الدالة.
٢/ ندخل الرقم 3 ثم نضغط ALPHA ثم الزر ( ) ، حتى ندخل المجهول x .
٣/ نضغط زر الأس x وندخل قيمة الأس 2 .
٤/ نضغط زر اليمين ونضغط علامة الطرح ثم الرقم 5 .
٥/ ننتقل بالزر الأعلى وندخل حدود التكامل ، ندخل القيمة التي فوق 2 ، ثم ننتقل بالسهم الأسفل وندخل حد التكامل الأسفل 1 .
٦/ نضغط علامة يساوي = ، فتظهر النتيجة 2 .

إذن الجواب هو 2 .

* تكامل $\int_1^2 8x\,dx$ يساوي؟

باستعمال الآلة الحاسبة :
الجواب هو 12 .

* خواص حدود التكامل:

١/ اذا عكسنا حدود التكامل تنقلب الإشارة.

$$\int_a^b f(x)dx = n \quad \hookrightarrow \quad \int_b^a f(x)dx = -n$$

* إذا كان تكامل $\int_0^3 f(x)dx = -7$ ، فإن قيمة $\int_3^0 f(x)dx$ تساوي؟

هو اعطانا بالسؤال قيمة التكامل = 7- ،

وقلنا من خواص التكامل إذا عكسنا حدود التكامل تنقلب الإشارة.

الجواب هو : 7

٢/ إذا كانت حدود التكامل متساوية الناتج دائماً يساوي صفر.

$$\int_a^a f(x)dx = 0$$

$$\int_2^2 (19x^{18} - 30x^{14} + 5x^2 + 6)\,dx = 0$$

(ناتج التكامل يساوي 0 ، لأن حدود التكامل متساوية)

٣/ إذا عندنا عدد مضروب في دالة داخل التكامل ، نخرج العدد خارج التكامل ونوجد التكامل ثم نضرب العدد في ناتج التكامل ، لنحصل على النتيجة.

$$\int_a^b d\,f(x)\,dx = d\int_a^b f(x)dx$$

* اذا كان تكامل $\int_1^3 f(x)dx = 2$ ، فإن تكامل $\int_1^3 4\,f(x)dx$ يساوي؟

$$\int_1^3 4\,f(x)dx = 4\int_1^3 f(x)dx = 4(2) = 8$$

الجواب هو : 8

MBA GROUP
مجموعات إدارة أعمال
@IMAM UNIVERSITY