قسم الهندسة

الوحدة الأولى :

متوازيات الأضلاع والانسحاب

تذكر :

1) قراءة اسم الشكل الهندسي حرفياً تتم بشكلين إما مع عقارب الساعة أو عكس عقارب الساعة، ولا يجوز قراءة الاسم بشكل كيفي.

2) **المستقيم :** يمكن تصوره كخيط مشدود لا نعرف بدايته ولا نهايته، ويرمز له بالرمز (AB) .

3) **نصف المستقيم :** هو جزء من المستقيم له بداية وليس له نهاية، ويرمز له بالرمز $\overrightarrow{AB}$.

4) **القطعة المستقيمة :** هي جزء من المستقيم محدودة بنقطتين، أي له بداية وله نهاية، ويرمز لها بالرمز $[AB]$.

5) **متوازي الأضلاع :** هو شكل رباعي فيه كل ضلعان متقابلان متوازيان.

6) قطرا متوازي الأضلاع متناصفان وغير متساويان في الطول.

7) مساحة متوازي الأضلاع تعطى بالعلاقة :

$S =$ القاعدة $\times$ الارتفاع

8) نقطة تلاقي قطري متوازي الأضلاع مركز تناظر له.

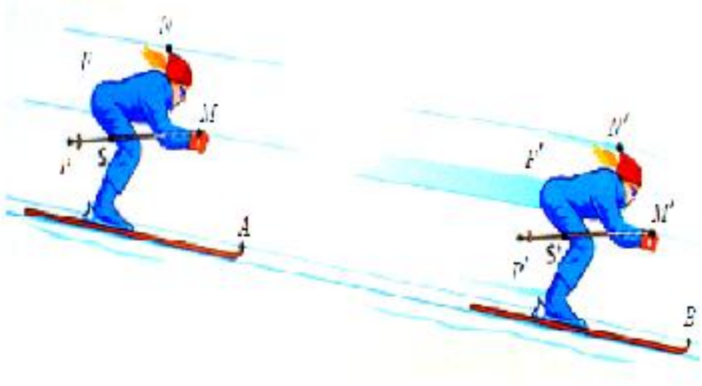
9) إذا تناصف قطرا شكل رباعي فالشكل متوازي أضلاع .

10) إذا توازى كل ضلعان متقابلان في شكل رباعي فالشكل متوازي أضلاع .

11) إذا اشتركت دائرتان بمركز واحد قلنا أنهما متمركزتان.

12) يرمز للدائرة بالرمز C .

الانسحاب وخواصه



عند التزلج من أعلى إلى أسفل ينطبق الشكل F على الشكل F' ، فنقول أن الشكل F' هو صورة الشكل F وفق الانسحاب الذي ينقل A إلى B .

خواص الانسحاب :

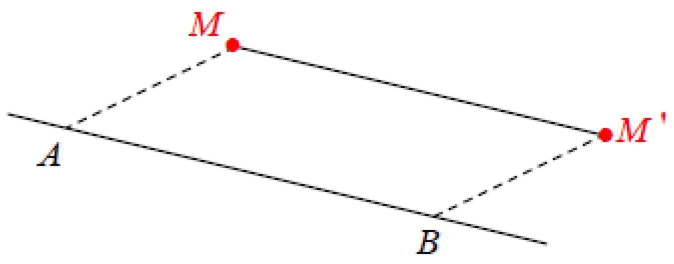
1) يحافظ على الأطوال .

2) يحافظ على الاستقامة .

3) يحافظ على قياس الزوايا .

4) يحافظ على المساحات .

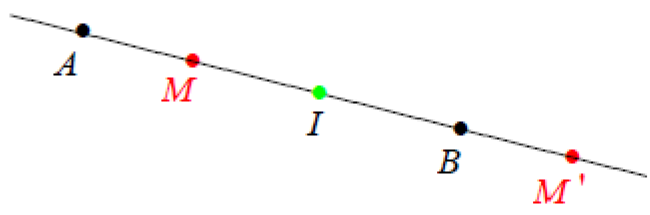
صورة نقطة وفق انسحاب



تعريف :

القول أن النقطة M' هي صورة النقطة M التي لا تنتمي إلى المستقيم (AB)، وفق الانسحاب الذي ينقل النقطة A إلى النقطة B ((يعني أن الرباعي $ABM'M$ متوازي أضلاع))، ويترتب على ذلك أن القطعتين $[AM']$ و $[BM]$ متناصفتان .

حالة خاصة :



في حالة النقطة M تنتمي إلى المستقيم (AB)،
تكون النقاط A و B و M' و M على استقامة واحدة،
وكانت القطعتان $[AM']$ و $[BM]$ متناصفتين.

اكتساب معارف

كيف نرسم صورة نقطة

مثال :

ارسم مستخدماً الفرجار فقط النقطة M' صورة النقطة M وفق الانسحاب الذي ينقل النقطة G إلى النقطة H .

تذكر :

((**في الإنشاء الهندسي :** نستخدم فقط فرجاراً ومسطرة غير مدرجة)).

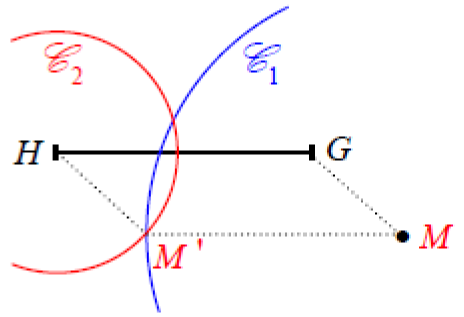
فكرة الإنشاء :

إتمام الشكل HGM إلى متوازي أضلاع $HGMM'$.

طريقة الإنشاء :

1) نرسم الدائرة C_1 التي مركزها M ونصف قطرها يساوي GH (فتحة الفرجار) .

2) نرسم الدائرة C_2 التي مركزها H ونصف قطرها يساوي GM (فتحة الفرجار) .



3) فتتقاطع الدائرتان في نقطتين، نختار النقطة التي تكمل HGM إلى متوازي أضلاع ، فتكون هي النقطة M' صورة النقطة M .

التعليل :

$MM' = GH$ (نصف قطر الدائرة C_1)

$HM' = GM$ (نصف قطر الدائرة C_2)

فالرباعي $HGMM'$ متوازي أضلاع، ويترتب على ذلك أن النقطة M' هي صورة النقطة M .

صورة شكل وفق انسحاب

تعلم :

1) في حالة عدم التوازي بين المستقيم d والمستقيم (AB)، فإن صورة المستقيم d وفق انسحاب معين هو مستقيم جديد d' يوازيه ، والآلية على النحو التالي :

(* نختار نقطتين من المستقيم.

(* نوجد صورتيهما وفق هذا الانسحاب.

(* نصل بين النقطتين الصورتين ونمددهما من الجهتين، فنحصل على المستقيم الصورة.

أما : في حالة التوازي بين المستقيم d والمستقيم (AB) فإن المستقيم d' ينطبق على d .

تعلم :

*) صورتا مستقيمين متوازيين، هما مستقيمين متوازيين.

*) صورتا مستقيمين متعامدين، هما مستقيمين متعامدين.

2) صورة نصف المستقيم $[Mx)$ وفق انسحاب معين هو نصف مستقيم جديد $[M'x')$ يوازيه.

3) صورة القطعة المستقيمة $[MN]$ وفق انسحاب معين هي قطعة مستقيمة جديدة $[M'N']$ توازيها .

4) صورة دائرة C مركزها O وفق انسحاب معين ، هي دائرة C' مركزها O' هو صورة O وفق هذا الانسحاب، أما نصف قطرها فهو يساوي نصف قطر الدائرة C .

تعلم :

*) صورة مستطيل F هي مستطيل F' طبوق مع F .

*) صورة مثلث R هو مثلث R' طبوق مع R .

اكتساب معارف

كيف نرسم صورة مستقيم وفق انسحاب

*) نختار نقطتين من المستقيم.

*) نوجد صورتيهما وفق هذا الانسحاب.

*) نصل بين النقطتين الصورتين ونمدهما من الجهتين، فنحصل على المستقيم الصورة.

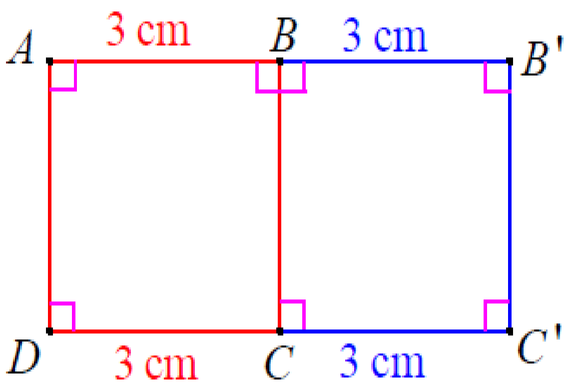
كيف نستعمل خواص الانسحاب في إنشاء هندسي

مثال : صفحة 21

$ABCD$ مربع طول ضلعه $3\ cm$ ، ارسم هذا المربع على صفحة بيضاء ، ثم ارسم صورته وفق الانسحاب الذي ينقل D إلى C . تحقق مما أنشأت ؟

الحل :

وفق هذا الانسحاب فإن :



1) صورة النقطة A هي النقطة B وصورة النقطة D هي النقطة C ، فصورة القطعة $[AD]$ هي $[BC]$.

2) نرمز إلى صورة B بالرمز B' وإلى صورة C بالرمز C' .

3) الانسحاب يحافظ على الزوايا و $\widehat{BAD} = 90^0$ ، إذن $\widehat{B'BC} = 90^0$ ، كما أن $\widehat{ADC} = 90^0$ ، إذن $\widehat{BCC'} = 90^0$.

4) الانسحاب يحافظ على الأطوال و $AB = DC = 3\ cm$ ، إذن $BB' = CC' = 3\ cm$

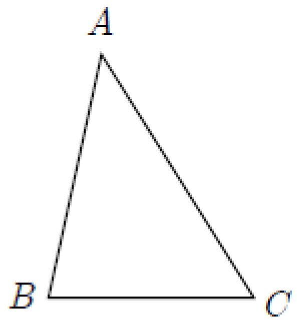
5) بهذا يكون المربع $BB'C'C$ صورة المربع $ABCD$ وفق هذا الانسحاب .

إعداد المدرس : جلال عدي جوال0955942677

تطابق المثلثات

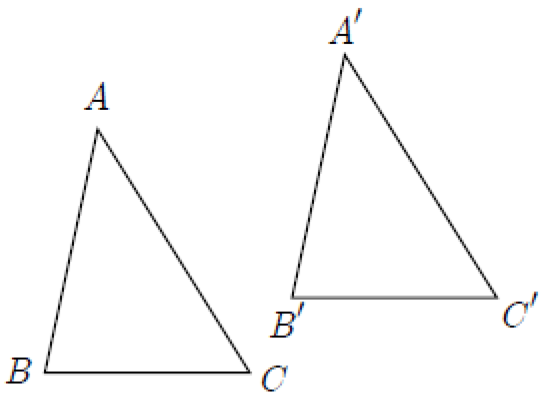
المثلث :

هو مضلع ((خط منكسر مغلق)) له ثلاثة أضلاع.



للمثلث 6 عناصر هي أطوال أضلاعه الثلاثة وقياسات زواياه الثلاثة .

تعريف :



يتطابق مثلثان إذا تساوت عناصر أحدهما مع العناصر المقابلة لها في المثلث الآخر.

تذكر :

1) **الزاوية :** هي الشكل الهندسي المكون من نصفي مستقيمين يشتركان برأس واحد .

2) **الزاويتان المتتامتان :** هما زاويتان مجموع قياسهما 90^0 .

3) **الزاويتان المتكاملتان :** هما زاويتان مجموع قياسهما 180^0 .

4) مجموع زوايا أي مثلث 180^0 .

حالات تطابق مثلثين

1) يتطابق مثلثان في حال تساوي طولي ضلعين وقياس الزاوية المحصورة بينهما من المثلث الأول مع مقابلاتها في المثلث الآخر.

2) يتطابق مثلثان في حال تساوي طول ضلع وقياسي الزاويتين المجاورتين لها من المثلث الأول مع مقابلاتها من المثلث الآخر.

3) يتطابق مثلثان في حال تساوي أطوال أضلاع المثلث الأول مع مقابلاتها في المثلث الآخر.

تعلم :

عزيزي الطالب ليس المقصود إثبات التطابق فحسب، إنما ما يتبع إثبات التطابق من أمور، مثل التساوي بين الأضلاع والتساوي بين الزوايا.

تذكر :

1) في المثلث القائم : ندعو الضلع المقابل للزاوية القائمة بـ الوتر.

2) الوتر في المثلث القائم هو أطول الأضلاع.

3) مساحة المثلث القائم تعطى بالعلاقة :

$$S = \frac{\text{جداء ضلعيه القائمتين}}{2}$$

حالات تطابق مثلثين قائمين

1) يتطابق مثلثان قائما الزاوية في حال تساوى طول الوتر وطول ضلع قائمة في المثلث الأول مع مقابلاتها في المثلث الآخر.

2) يتطابق مثلثان قائما الزاوية في حال تساوى طول الوتر وقياس زاوية حادة في المثلث الأول مع مقابلاتها في المثلث الآخر.

إعداد المدرس : جلال عدي جوال0955942677

الوحدة الثانية :

مثلثات ومنتصفات أضلاع ومستقيمات متوازية

تذكر :

1) إذا تناصف قطرا شكل رباعي فالشكل متوازي أضلاع.

2) إذا تناصف قطرا شكل رباعي وتعامدا فالشكل معين.

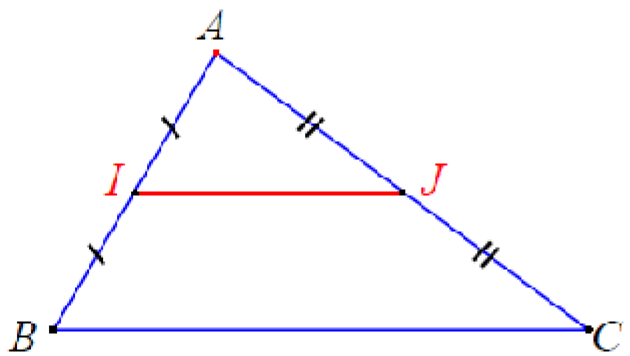
3) إذا تناصف قطرا شكل رباعي وتساويا في الطول فالشكل مستطيل.

4) إذا تناصف قطرا شكل رباعي وتساويا في الطول وكانا متعامدان فالشكل مربع.

5) يمكن إكمال جدول التناسب إذا عُلم منه عددان متناسبان (غير معدومين) وذلك باستخدام خاصة الضرب التقاطعي.

منتصفا ضلعين في مثلث

المبرهنة الأولى في المنتصفات :



1) المستقيم المار بمنتصفي ضلعين من أضلاع مثلث، يوازي ضلعه الثالثة.

2) طول القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفي ضلعين من أضلاع مثلث، يساوي نصف طول الضلع الثالثة .

ويمكن التعبير عن المبرهنة الأولى بالنص التالي :

((القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفي ضلعين في مثلث، توازي الضلع الثالثة وطولها يساوي نصف طول تلك الضلع)).

معنى الكلمات :

في حالة مبرهنة شهيرة وكثيرة الاستعمال، كما في هذه الحالة، لا ضرورة لسرد نصها ، نكتفي بالقول : حسب المبرهنة في ....

تعلم :

لاستعمال المبرهنة الأولى في المنتصفات، يجب :

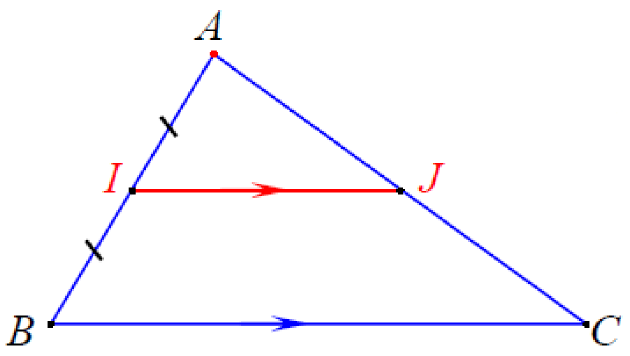
1) ذكر المثلث الذي نطبق عليه المبرهنة.

2) ذكر الضلعين المعنيين ومنتصفيهما.

3) الاستنتاج ((فالمستقيمان .... و .... متوازيان)) .

موازٍ لضلع من منتصف ضلع آخر

المبرهنة الثانية في المنتصفات :



المستقيم المار بمنتصف أحد أضلاع مثلث موازياً ضلعاً آخر، يقطع الضلع الثالث في منتصفه.

تعلم :

لاستعمال المبرهنة الثانية في المنتصفات، يجب :

1) تحديد المثلث الذي نطبق عليه المبرهنة.

2) تحديد منتصف أحد أضلاعه والمستقيم المار بهذا المنتصف موازياً ضلعاً آخر.

3) استنتاج ((إذن النقطة .... هي منتصف الضلع الثالث ....)) .

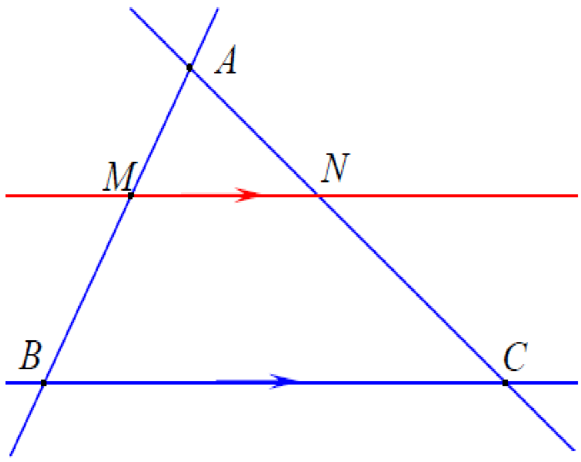
اكتساب معارف

كيف نثبت وقوع نقطة في منتصف قطعة مستقيمة ؟

نفكر تماماً في المبرهنة الثانية في المنتصفات.

مستقيمات متوازية وقاطعان

مستقيمان متوازيان وقاطعان :



خاصة :

إذا قطع مستقيم ضلعي مثلث ABC ، $[AB]$ في M و $[AC]$ في N وكان $(AB) \parallel (MN)$ ، كانت أطوال أضلاع المثلث AMN متناسبة مع أطوال أضلاع المثلث ABC .

تذكر :

العمودان على مستقيم واحد متوازيان.

انتبه :

1) إذا وجد توازي بين مستقيم قاطع لضلعي مثلث أو امتداديهما من جهة الرأس المشترك أو من جهة القاعدة، نستنتج أن أطوال أضلاع المثلث الأول متناسبة مع أطوال أضلاع المثلث الآخر.

2) بعد معرفة التوازي بين الضلعين في المثلثين نكتب رؤوس المثلث الصغير ونضع تحت كل رأس الرأس المقابل له في المثلث الآخر والذي يساويه ونولد النسب.

كيف نحسب طول قطعة مستقيمة باستعمال مبرهنة النسب المتساوية ؟

1) ذكر المثلثين.

2) ذكر التوازي بين ...... و ....

3) وحسب مبرهنة النسب المتساوية .

4) كتابة رؤوس المثلث الصغير ونضع تحت كل رأس الرأس المقابل له في المثلث الآخر والذي يساويه .

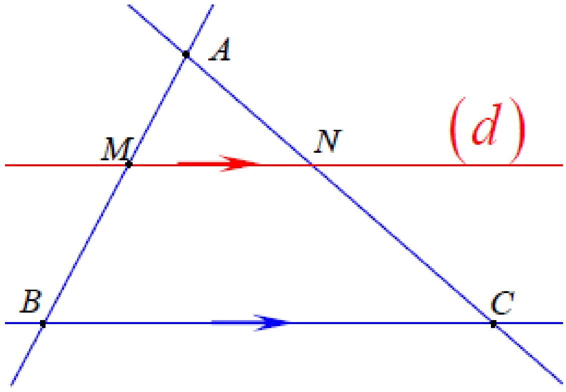
5) كتابة النسب.

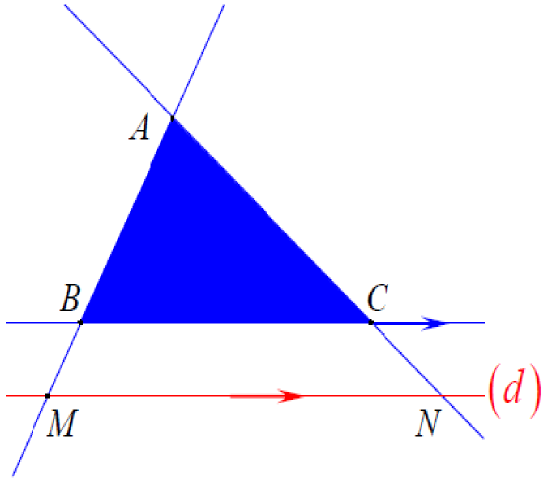
6) اختيار المناسب من هذه النسب .

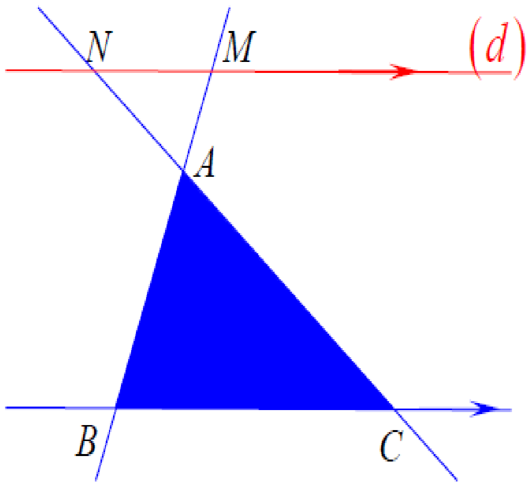
7) التعويض وحساب المطلوب.

تساوي ثلاث نسب

مبرهنة النسب الثلاث المتساوية :







نص المبرهنة :

إذا قطع مستقيم (d) ضلعي المثلث ABC ، $[AB]$ في M و $[AC]$ في N ، وكان $(AB) \parallel (MN)$ كان :

$$\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$$

تذكر :

1) المستقيمان الموازيان لثالث متوازيان.

2) المستقيمان المتوازيان ينطبقان إذا اشتركا بنقطة.

3) القول M منتصف $[AB]$ يعني بالتعريف :

أولاً : A و M و B على استقامة واحدة.

ثانياً : $MA = MB$.

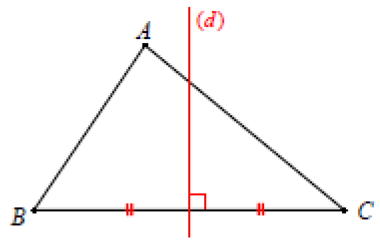
الوحدة الثالثة :

مستقيمات مميزة في المثلث

((يمتلك المثلث أربع مستقيمات مميزة وهي:))

أولاً : محور ضلع في مثلث :

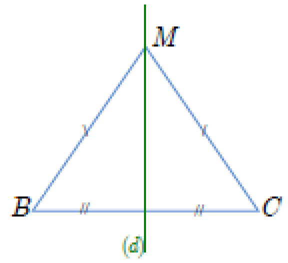
هو المستقيم العمودي على هذا الضلع في منتصفه.



تعلم : ((يمكن رسم ثلاث محاور في المثلث)) .

خواص :

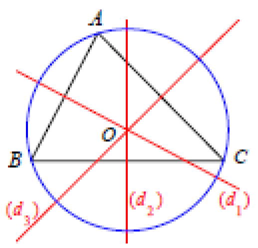
إذا كان محور القطعة المستقيمة $[BC]$ ، عندئذٍ :



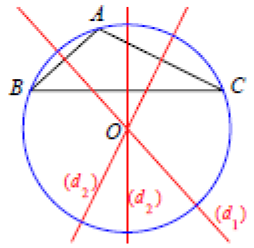
1) أياً كانت M من (d) ، كان $MB = MC$.

2) إذا كانت النقطة M تحقق $MB = MC$ ، كانت M نقطة من (d) محور القطعة المستقيمة.

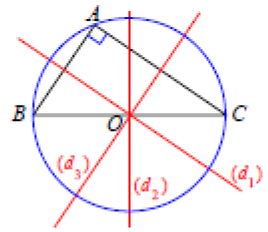
3) المحاور الثلاثة في المثلث تتلاقى في نقطة واحدة O ، ولمعرفة نقطة تلاقي المحاور يكفي رسم محورين .



المثلث ABC حاد الزوايا



في المثلث ABC ، $\hat{A}$ منفرجة



المثلث ABC قائم في $\hat{A}$

أي :

1) تتلاقى المحاور داخل المثلث الحاد الزوايا.

2) تتلاقى المحاور خارج المثلث المنفرج الزاوية.

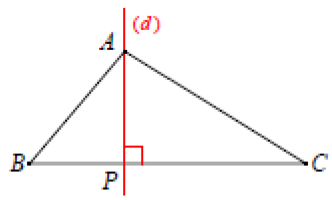
3) تتلاقى المحاور في منتصف الوتر في المثلث قائم الزاوية.

تعلم :

تمر من رؤوس المثلث دائرة مركزها نقطة تلاقي محاور أضلاعه .

ثانياً : ارتفاع مثلث :

هو المستقيم المار بأحد رؤوسه والعمودي على الضلع المقابل لهذا الرأس.



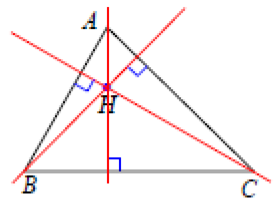
ففي الشكل المرسوم جانباً :

نقول أن النقطة P هي موقع الارتفاع (d) المرسوم من A وهي مسقط A على (BC) .

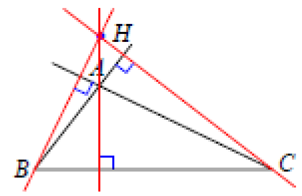
ونقول أحياناً أن القطعة المستقيمة $[AP]$ هي الارتفاع المرسوم من A للمثلث ABC .

تعلم :

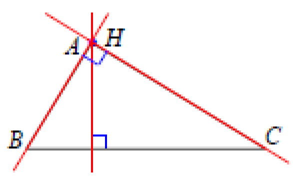
الارتفاعات الثلاثة في المثلث تتلاقى في نقطة واحدة O ، ولمعرفة نقطة تلاقي الارتفاعات يكفي رسم ارتفاعين .



المثلث ABC حاد الزوايا



في المثلث ABC ، $\hat{A}$ منفرجة



المثلث ABC قائم في $\hat{A}$

أي :

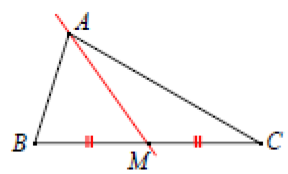
1) تتلاقى الارتفاعات داخل المثلث الحاد الزوايا.

2) تتلاقى الارتفاعات خارج المثلث المنفرج الزاوية.

3) تتلاقى الارتفاعات عند رأس الزاوية القائمة في المثلث قائم الزاوية.

ثالثاً : المتوسط في المثلث :

هو المستقيم المار بأحد رؤوس المثلث ومنتصف الضلع المقابلة لهذا الرأس.



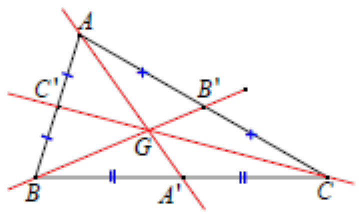
ففي الشكل المرسوم جانباً :

نقول أن القطعة المستقيمة $[AM]$ هي المتوسط المرسوم من A في المثلث ABC .

تعلم :

1) المتوسطات الثلاثة في المثلث تتلاقى في نقطة واحدة O داخل المثلث أياً كان نوعه ولمعرفة نقطة تلاقي المتوسطات يكفي رسم متوسطين .

2) نسمي نقطة تلاقي المتوسطات في المثلث **مركز ثقل المثلث .**



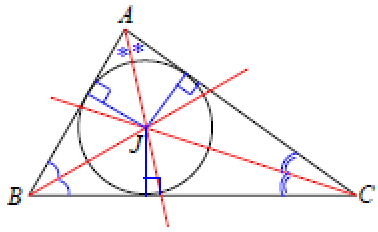
3) يبعُد مركز ثقل المثلث عن كل رأس ضعفي بعده عن منتصف الضلع المقابل لتلك الرأس.

4) مركز ثقل المثلث يقسم كل متوسط إلى جزأين أحدهما ضعفي الآخر، حيث أن الجزء القريب من الرأس ضعفي الجزء القريب من منتصف الضلع، أو الجزء القريب من منتصف الضلع نصف الجزء القريب من الرأس .

5) مركز ثقل المثلث يقسم كل متوسط إلى جزأين أحدهما $\frac{1}{3}$ المتوسط الموجودة عليه ((القريب من منتصف الضلع)) ، والآخر $\frac{2}{3}$ المتوسط الموجودة عليه ((القريب من الرأس)).

رابعاً : **منصف زاوية مثلث :**

هو المستقيم المار بالنقطة A ويقسم هذه الزاوية إلى زاويتين قياساهما متساويان.



تعلم :

1) المنصفات الثلاثة في المثلث تتلاقى في نقطة واحدة O داخل المثلث أياً كان نوعه ولمعرفة نقطة تلاقي المنصفات يكفي رسم منصفين .

2) نقطة تلاقي المنصفات في المثلث هي مركز الدائرة الماسة لأضلاعه داخلاً.

انتبه :

1) في المثلث المتساوي الأضلاع : المحور أو الارتفاع أو المتوسط أو المنصف المرسوم من أحد رؤوسه هو ((محور وارتفاع ومتوسط ومنصف في آن واحد)).

2) يمتلك المثلث المتساوي الأضلاع ثلاث محاور تناظرية .

3) في المثلث المتساوي الساقين : المحور أو الارتفاع أو المتوسط أو المنصف المرسوم من رأسه الذي هو تلاقي ساقيه هو ((محور وارتفاع ومتوسط ومنصف في آن واحد)).

4) يمتلك المثلث المتساوي الساقين محور تناظري واحد فقط يكون مرسوم من رأسه وليس من رؤوس ساقيه.

الوحدة الرابعة :

المثلث القائم والدائرة

تذكر :

1) إذا تساوى قطرا شكل رباعي وكانا متناصفان فالشكل مستطيل.

2) الوتر في المثلث القائم هو الضلع المقابل للزاوية القائمة.

3) الوتر في المثلث القائم أطول الأضلاع.

4) مركز الدائرة المارة من رؤوس المثلث هو نقطة تلاقي محاور أضلاعه.

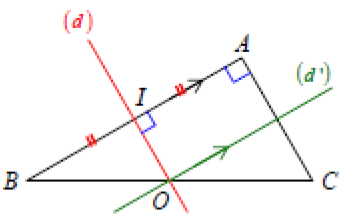
5) **نصف القطر في الدائرة :** هو أي قطعة مستقيمة تصل بين مركز الدائرة وأي نقطة من محيطها.

6) **الوتر في الدائرة :** هو أي قطعة مستقيمة تصل بين نقطتين مختلفتين من الدائرة.

7) **القطر في الدائرة :** هو وتر مار من مركز الدائرة.

8) مربع العدد السالب هو عدد موجب.

دائرة مارة برؤوس مثلث قائم



تذكر:

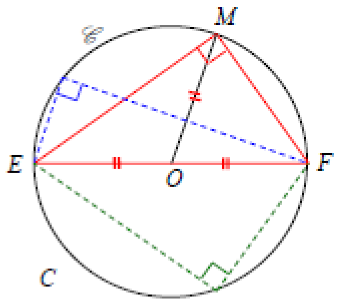
1) مركز الدائرة المارة برؤوس المثلث هو نقطة تلاقي محاور أضلاعه.

2) تتلاقى المحاور في المثلث قائم الزاوية منتصف الوتر.

تعلم:

1) مركز الدائرة المارة برؤوس المثلث القائم هو منتصف الوتر.

2) الوتر في المثلث القائم هو قطر الدائرة المارة برؤوسه.



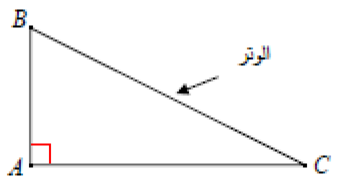
3) الخط الواصل بين رأس المثلث القائم ومنتصف الوتر يسمى متوسط متعلق بالوتر وهو يساوي نصف طول الوتر.

4) إذا كان طول الخط المتوسط في مثلث ما مساوياً نصف طول الضلع المقسوم به، كان المثلث قائم الزاوية في الرأس الذي رسم منه ذلك المتوسط.

مبرهنة فيثاغورث – العكس

نص مبرهنة فيثاغورث :

مربع الوتر في مثلث قائم ، يساوي مجموع مربعي ضلعيه القائمين ، ويمكن التعبير عنها بالصيغة التالية: ((في المثلث القائم : مجموع مربعي الضلعين القائمين يساوي مربع طول الوتر)) .



ملاحظات :

1) لا تطبق مبرهنة فيثاغورث إلا في المثلث القائم.

2) إذا نقص طول ضلع من أضلاع المثلث القائم فإننا نطبق مبرهنة فيثاغورث لحساب الضلع الثالثة.

3) الوتر في المثلث القائم أطول الأضلاع.

إعداد المدرس : جلال عدي جوال0955942677

مبرهنة فيثاغورث العكسية :

إذا كان مربع أحد أضلاع مثلث يساوي مجموع مربعي الضلعين الآخرين، كان هذا المثلث قائم الزاوية في الرأس المقابل للضلع الأكبر ، ويمكن التعبير عنها بالصيغة التالية: ((إذا كان مجموع مربعي طولي ضلعين في مثلث مساوياً مربع طول الضلع الثالثة فإن المثلث قائم الزاوية ووتره تلك الضلع)) .

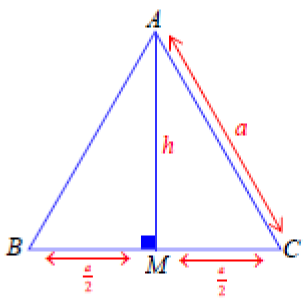
ملاحظة هامة :

إذا كانت أطوال أضلاع المثلث الثلاثة معلومة وطلب منا إثبات أنه مثلث قائم فنطبق نظرية عكس فيثاغورث، والطريقة هي الضلعين الصغيرين نربعهما ونوجد مجموعهما، والضلع الأكبر نربعه، ونلاحظ أن الناتجين متساويين، ونكتب العلاقة كاملة، وحسب عكس فيثاغورث فالمثلث قائم.

اكتساب معارف

كيف نحسب ارتفاع المثلث المتساوي الأضلاع ؟

لنفرض وجود مثلث متساوي الأضلاع وليكن ABC طول ضلعه a ، و AM ارتفاع فيه فهو متوسط أيضاً، فلحساب طول الارتفاع نطبق مبرهنة فيثاغورث لنجد النتيجة التالية :



$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

أو على النحو التالي

$$h = \frac{\sqrt{3}\,a}{2}$$

كيف نحسب مساحة المثلث المتساوي الأضلاع ؟

$$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

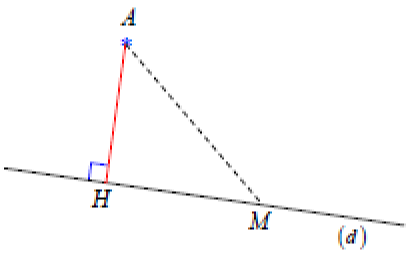
أو على النحو التالي

$$S = \frac{\sqrt{3}\,a^2}{4}$$

مسافة نقطة عن مستقيم

تعريف :

A نقطة خارج المستقيم (d) .



1) أقرب نقاط (d) من A ، هي النقطة H حيث $(AH) \perp (d)$.

2) يسمى الطول AH مسافة A عن (d) أو بعدها عنه .

نلاحظ :

1) إذا كانت $M \in (d)$ و $M \neq H$ ، كان $AH < AM$.

2) في الحالة الخاصة، إذا كانت $A \in (d)$ ، كان بعد A عن (d) مساوياً الصفر، أي $AH = 0$.

إعداد المدرس : جلال عدي جوال0955942677

اكتساب معارف

كيف نحسب ارتفاع شبه منحرف متساوي الساقين علمت أطوال أضلاعه؟

تذكر :

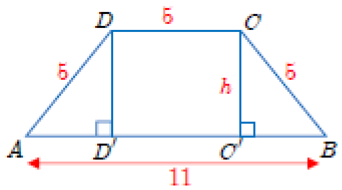
شبه المنحرف : هو شكل رباعي فيه ضلعان متقابلان متوازيان نسميهما القاعدتين ونميز بينهما بأنهما قاعدة كبرى وقاعدة صغرى، أما الضلعان الباقيتان فمائلتان.

1) إذا كان الضلعان المائلان متساويا الطول، سمي شبه المنحرف متساوي الساقين.

2) أما إذا كان أحد الضلعين المائلين عمودي على القاعدتين، سمي شبه منحرف قائم.

مثال :

في الشكل المرسوم جانباً احسب قيمة h ؟



الحل :

لحساب الارتفاع h نطابق بين المثلثين $AD'D\ ,\ CC'B$ ونحسب من التطابق أن : $AD' = BC' = 3$ ، وبعدها نطبق مبرهنة فيثاغورث على أحد المثلثين القائمين $AD'D\ , CC'B$.

تذكر :

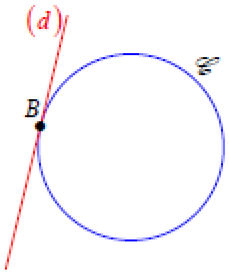
يعطى قانون مساحة شبه المنحرف بأنه نصف مجموع القاعدتين مضروباً بارتفاعه.

مماس دائرة

الدائرة : هي مجموعة نقط المستوي التي تبعد عن نقطة ثابتة مسافة ثابتة، نسمي النقطة الثابتة مركز الدائرة ، أما المسافة الثابتة فتسمى نصف القطر .

معنى الكلمات :

القول المستقيم (d) مماس للدائرة C يعني المستقيم (d) يشترك مع الدائرة C بنقطة واحدة ، والنقطة المشتركة هذه تسمى نقطة التماس، ويقال أن المستقيم (d) يمس الدائرة C في تلك النقطة.



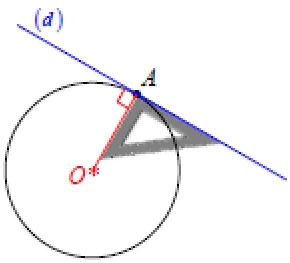
تعلم :

1) المماس عمودي على نصف القطر عند نقطة التماس.

2) بعد مركز الدائرة عن مماس لها يساوي نصف قطرها.

3) المماس لا يشترك مع الدائرة إلا بنقطة واحدة فقط.

4) من نقطة واحدة على محيط الدائرة لا يمكن رسم سوا مماس واحد.



تعلم :

1) البُعد بين المستقيمين المتوازيين هو بُعد ثابت.

2) لإثبات أن مستقيم ما هو مماس للدائرة يجب أثبات أن الزاوية التي يصنعها عند تلك النقطة هي زاوية قائمة، أو نطبق مبرهنة عكس فيثاغورث.

إعداد المدرس : جلال عدي جوال0955942677

الوحدة الخامسة :

الهرم والمخروط الدوراني

تذكر :

1) **الارتفاع** هو العمود النازل من الرأس إلى الضلع المقابلة لهذا الرأس.

2) المساحة الجانبية للموشور القائم تساوي محيط القاعدة مضروباً بالارتفاع.

أي : $S_L = P \times h$

3) المساحة الكلية للموشور القائم تساوي مجموع المساحة الجانبية + ضعفي قاعدتيه.

أي : $S_T = S_L + 2S_b$

4) حجم الموشور القائم يساوي جداء مساحة القاعدة بالارتفاع .

أي : $V = S_b \times h$

5) مجموع زوايا أي مثلث 180^0 .

6) **الاسطوانة** : هي المجسم الناتج عن دوران مستطيل حول أحد أضلاعه دورة كاملة .

7) **المضلع المنتظم** : هو مضلع تساوت أطوال أضلاعه وتساوت قياسات زواياه.

8) المساحة الجانية للاسطوانة تساوي محيط القاعدة مضروباً بالارتفاع.

أي : $S_L = P \times h$

$S_L = 2\pi R \times h$

9) المساحة الكلية للاسطوانة تساوي مجموع المساحة الجانبية + ضعفي قاعدتيه.

أي : $S_T = S_L + 2S_b$

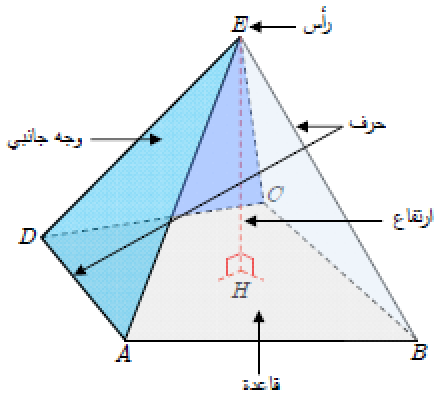
$S_T = 2\pi R \times h + 2\pi R^2$

10) حجم الأسطوانة يساوي جداء مساحة القاعدة بالارتفاع .

أي : $V = S_b \times h$

$V = \pi R^2 \times h$

الهرم



الهرم هو المجسم الذي يميزه :

1) مضلع يسمى قاعدة الهرم.

2) E لا تنتمي إلى القاعدة تسمى رأس الهرم.

3) مثلثات مشتركة بالرأس E وقاعداتها هي أضلاع قاعدة الهرم، يسمى كل منها وجهاً جانبياً.

4) السطح الجانبي، هو السطح المؤلف من مجموعة الأوجه الجانبية.

ارتفاع الهرم

1) ارتفاع الهرم من رأسه E، هو العمود $[EH]$ على مستوي قاعدته، حيث H نقطة من القاعدة، (يسمى H مسقط الرأس E على مستوي القاعدة، كما تسمى موقع الارتفاع).

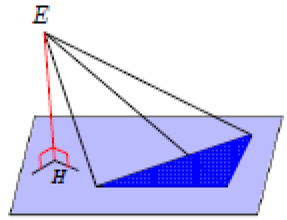
2) يسمى الطول EH أيضاً ارتفاع الهرم.

3) الحرف : هو الخط الفاصل بين وجهين جانبيين أو بين وجه جانبي والقاعدة.

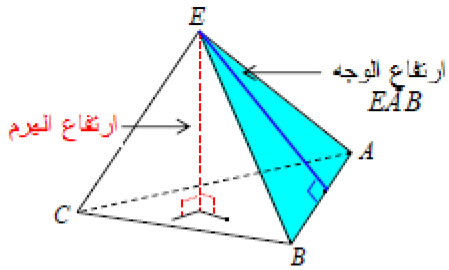
إعداد المدرس : جلال عدي جوال0955942677

ملاحظات :

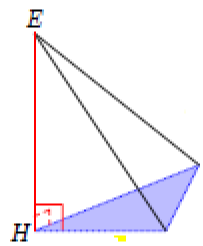
1) قد يقع ارتفاع الهرم داخل الهرم (كما في الشكل السابق) أو خارجه كما في الشكل التالي :



2) يجب عدم الخلط بين ارتفاع الهرم وارتفاع الوجه الجانبي، كما في الشكل التالي :

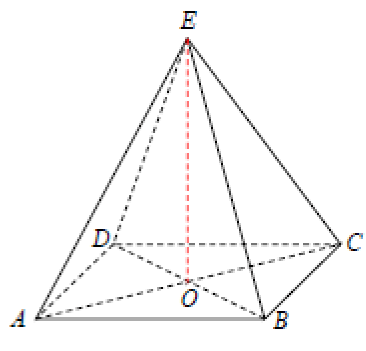


3) قد يكون أحد أحرف الهرم ارتفاعاً فيه ، كما في الشكل التالي :



الهرم المنتظم

نقول أن هرماً رأسه E هو هرم منتظم، إذا استوفى الشرطين التاليين :



هرم منتظم رباعي

1) قاعدته P مضلع منتظم مركزه O (مثل المثلث متساوي الأضلاع أو المربع ......)

2) ارتفاعه القطعة المستقيمة $[EO]$ الواصلة بين رأس الهرم ومركز قاعدته.

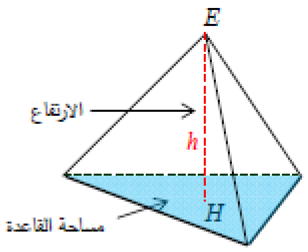
ملاحظات:

1) الأوجه الجانبية للهرم المنتظم هي مثلثات متساوية الساقين وهي طبوقه .

2) رباعي الوجوه المنتظم هو هرم ثلاثي، جميع أوجهه هي مثلثات متساوية الأضلاع.

3) رباعي الوجوه المنتظم هو هرم منتظم باتخاذ أي وجه من وجوهه الأربعة قاعدة له .

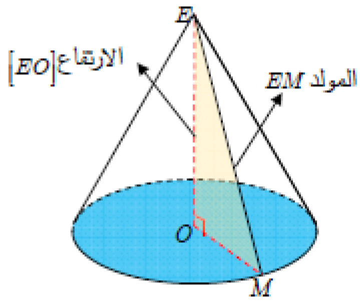
حجم الهرم



حجم هرم وليكن V ، يساوي ثلث جداء ضرب مساحة القاعدة ولتكن S_b بارتفاعه h

أي : $V = \frac{1}{3}S_b \times h$

المخروط الدوراني



تعريف المخروط الدوراني :

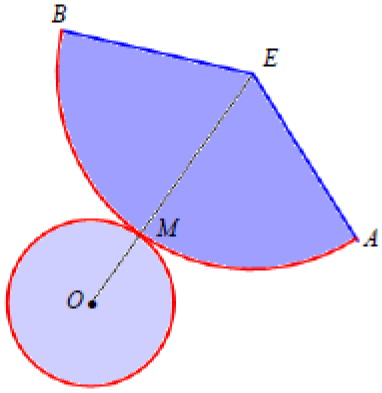
هو المجسم المتولد من دوران مثلث EOM قائم في O ، حول المستقيم (OE) ، القرص المتولد عن دوران $[OM]$ هو قاعدة المخروط.

تعريف ارتفاع المخروط الدوراني :

1) ارتفاع المخروط الدوراني الذي رأسه E ومركز قاعدته O ، هو القطعة المستقيمة $[EO]$ وهو أيضاً الطول EO .

2) المستقيم (EO) عمودي على مستوي القاعدتين .

شبكة السطوح لمخروط دوراني :

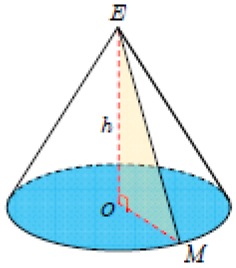


1) الدائرة التي مركزها O هي قاعدة المخروط.

2) القطاع المحدد بنصفي القطرين $[EA]$ و $[EB]$ من الدائرة التي مركزها E هو منشور السطح الجانبي للمخروط.

3) طول القوس $\widehat{AB}$ يساوي محيط الدائرة القاعدة .

حجم المخروط الدوراني



حجم مخروط دوراني وليكن V ، يساوي ثلث جداء ضرب مساحة القاعدة ولتكن S_b بارتفاعه h

أي : $V = \frac{1}{3} S_b \times h$

إعداد المدرس : جلال عدي جوال0955942677