المكثفات

- **تعريفها:** هي عبارة عن سطحين ناقلين متجاورين ومتوازيين، ومشحونين بشحنتين متساويتين ومتعاكستين يفصل بينهما عازل وتدعى كل من الصفيحتين بلبوس المكثفة ويرمز لها في الدارة الكهربائية بالرمز ⊣⊢.

♣ تعريف عملية شحن المكثفة: هو إكساب أحد اللبوسين شحنة موجبة واللبوس الآخر شحنة سالبة.

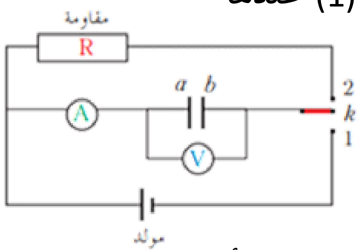
⟸ أي هي عملية اختزان للطاقة الكهربائية.

♣ تعريف عملية تفريغ المكثفة: هو إعادة كل من لبوسيها إلى الحالة المعتدلة كهربائياً بعد أن كان مشحوناً.

⟸ أي هو عملية تحرير الطاقة.

♣ شحن وتفريغ المكثفة:

1. شحن المكثفة:



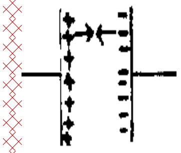
نصل القاطعة إلى النقطة (1) عندها نكون أغلقنا الدارة 1، فيعمل المولد على تحريك الإلكترونات من اللبوس a إلى اللبوس b مروراً بمقياس أمبير الذي يدل على مرور تيار كهربائي لحظي وتبدأ الإلكترونات بالتجمع في اللبوس b فينشأ فرق في الكمون بين اللبوسين b,a $U_{a,b}$، حيث يزداد الفرق في الكمون تدريجياً حتى يصبح فرق الكمون للمكثفة مساوياً لفرق الكمون بين طرفي المولد فتتوقف عندها حركة الإلكترونات وتنعدم شدة التيار وينتهي شحن المكثفة. حيث يأخذ اللبوس المتصل بالقطب الموجب (اللبوس a) شحنة موجبة ويأخذ اللبوس المتصل بالقطب السالب (اللبوس b) شحنة سالبة.

أي $q = q_a = |q_b| \leftarrow$ شحنة المكثفة.

2. تفريغ المكثفة:

نصل القاطعة إلى النقطة (2) عندها نكون أغلقنا الدارة 2، فتنتقل الإلكترونات بسبب فرق الكمون بين اللبوسين من اللبوس b السالب إلى اللبوس a الموجب عبر الدارة الخارجية وتتناقص فرق الكمون بين اللبوسين حتى ينعدم ويعتدل لبوسا المكثفة وتنتهي عملية التفريغ.

سؤال: قبل إغلاق الدارة (2) لماذا تحافظ المكثفة على شحنتها؟



ينشأ بين شحنتي اللبوسين قوة كهربائية تجاذبية تجعل من الشحنات متراصة مع اللبوسين، أي عند عزل المكثفة تبقى الشحنات مخزنة داخل لبوسي المكثفة بفعل القوة التجاذبية الكهربائية بين الشحنات.

♣ المكثفة المستوية: هو عبارة عن صفيحتين ناقلتين مستويتين متوازيتين يفصل بينهما مادة عازلة كهربائياً هي الهواء وهي أبسط أشكال المكثفات وأكثرها استعمالاً.

سؤال: ما هي العوامل المؤثرة على سعة المكثفة المستوية؟

1. تتناسب سعة المكثفة المستوية طرداً مع مساحة السطح المشترك للبوسين A.
2. تتناسب سعة المكثفة المستوية عكساً مع البعد بين اللبوسين d.
3. تتناسب سعة المكثفة المستوية طرداً مع ثابت العزل الكهربائي للمادة ε_r.

♣ دستور سعة المكثفة المستوية:

1. إذا كان الوسط العازل الخلاء أو الهواء، فإن سعة المكثفة تعطى بالعلاقة الآتية:

$$C = \varepsilon_0 \frac{A}{d}$$

حيث أن ε_0 ثابت التناسب ويسمى سماحية الخلاء وقيمته في الجملة الدولية:

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi \times 9 \times 10^9}$$

2. إذا كان الوسط مادة عازلة ثابت عزلها ε_r ، فإن سعة المكثفة تعطى بالعلاقة الآتية:

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{A}{d}$$

- يمكن حساب سعة المكثفة المستوية من العلاقة الآتية:

$$C = \frac{q}{U}$$

حيث أن:

q: شحنة المكثفة: شحنة كل من اللبوسين ووحدتها كولوم (C).

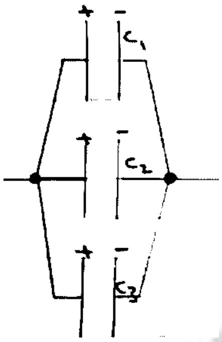
U: فرق الكمون بين لبوسي المكثفة ووحدته فولت (V).

C: سعة المكثفة ووحدتها فاراد (F).

- ملاحظة: يسمى فرق الكمون بالتوتر (توتر المكثفة).

♣ طرق توصيل المكثفات:

1. الوصل على التفرع:



في هذا الوصل يكون فرق الكمون ثابت، أما الشحنة الكلية تساوي مجموع الشحنات.

$$U = U_1 = U_2 = U_3$$

$$q_{eq} = q_1 + q_2 + q_3$$

$$C_{eq}U = C_1U_1 + C_2U_2 + C_3U_3$$

ولكن $U_{eq} = U_1 = U_2 = U_3$

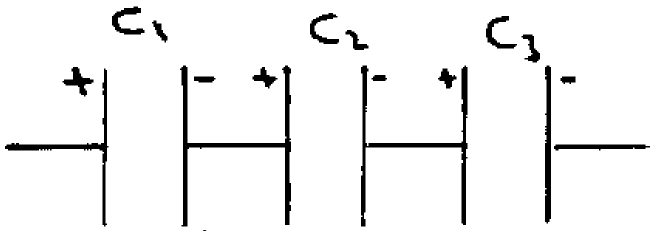
$$C_{eq}U = C_1U + C_2U + C_3U$$

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3$$

حيث أن C_{eq} السعة المكافئة لجملة مكثفات موصولة على التفرع.

- حالة خاصة: عند وصل n مكثفة متماثلة سعة كل منها C_1 على التفرع فتكون السعة المكافئة للمكثفة تساوي $\boxed{C_{eq} = nC_1\ ;C_{eq} > C_1}$ وشحنة كل مكثفة بعد الوصل $q = \frac{q_{eq}}{n}$.

2. الوصل على التسلسل:



في هذا الوصل تكون الشحنة نفسها أي كل مكثفة لها نفس الشحنة، أما فرق الكمون الكلي هو مجموع فروقات الكمون بين لبوسي كل مكثفة.

$$q = q_1 = q_2 = q_3$$

$$U = U_1 = U_2 = U_3$$

$$\frac{q}{C_{eq}} = \frac{q_1}{C_1} + \frac{q_2}{C_2} + \frac{q_3}{C_3}$$

ولكن $q = q_1 = q_2 = q_3$

$$\Rightarrow \frac{q}{C_{eq}} = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} + \frac{q}{C_3}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

حيث أن C_{eq} هي السعة المكافئة لجملة مكثفات موصولة على التسلسل.

- حالة خاصة: عند وصل n مكثفة متماثلة سعة كل منها C_1 على التسلسل فتكون السعة المكافئة للمكثفة تساوي $\boxed{C_{eq} = \frac{C_1}{n}\ ;C_{eq} < C_1}$.

♣ الطاقة الكهربائية المختزنة في مكثفة مشحونة:

$$E = \frac{1}{2}qU$$

ولكن $q = CU$

$$\Rightarrow E = \frac{1}{2}CUU$$

$$\Rightarrow E = \frac{1}{2}CU^2$$

أيضاً $U = \frac{q}{C}$

$$\Rightarrow E = \frac{1}{2}q\frac{q}{C}$$

$$\Rightarrow E = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$$

$$\boxed{E = \frac{1}{2}qU\ ,E = \frac{1}{2}CU^2\ ,E = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}}$$

♣ أنواع المكثفات:

تقسم المكثفات إلى نوعين:

1. مكثفات ثابتة السعة. (المكثفة ذات الميكا والمكثفة الورقية).
2. مكثفات متغيرة السعة.

المكثفة متغيرة السعة:

تتكون جملة المكثفات متغيرة السعة من مجموعتين من الصفائح النصف الدائرية المتداخلة مع بعضها بحيث تكون إحدى هاتين المجموعتين ثابتة والأخرى قابلة للدوران.

- ملاحظة: لحساب عدد المكثفات في جملة المكثفات المتغيرة السعة من القانون الآتي:

$$\underset{(n)}{\text{عدد المكثفات}} = \text{الصفائح} - 1$$

- ملاحظة: يعتبر وصل المكثفات في الحالة السابقة على التفرع وتكون السعة الكلية:

$$C_1 = \varepsilon_0\varepsilon_r\frac{A}{d}\ :\ C = \underset{\text{عدد المكثفات}}{\underset{\downarrow}{n}} \cdot C_1 \ \text{كلية}$$

♣ حل المسائل الآتية:

المسألة الأولى:

أ. مكثفة مستوية سعتها $4\ \mu F$ عازلها الهواء طبق بين لبوسيها توتر كهربائي متواصل $100\ V$ والمطلوب حساب:

1. شحنة كل من لبوسيها.
2. الطاقة الكهربائية المختزنة فيها.

ب. نعزل المكثفة عند المنبع ونباعد بين لبوسيها حتى يصبح البعد مثلي ما كان عليه، بين بالحساب هل يتغير مقدار الطاقة التي تختزنها المكثفة، علل إجابتك؟!

– معطيات المسألة:

$$C = 4\ \mu F = 4 \times 10^{-6}\ F$$
$$\varepsilon_r = 1\ ,U = 100\ V$$

الحل:

أ. 1- من القانون:

$$q = CU = 4 \times 10^{-6} \times 100$$
$$\Longrightarrow q = 4 \times 10^{-4}\ C$$
$$\Longrightarrow \boldsymbol{q_a = +4 \times 10^{-4}\ C\ , q_b = -4 \times 10^{-4}\ C}$$

2. من القانون:

$$E = \frac{1}{2} qU$$
$$= \frac{1}{2} \times 4 \times 10^{-4} \times 100 = 2 \times 10^{-2}\ J$$

ب. $d' = 2d$

$$E' = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C'}\quad ,\quad E = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$$
$$\Longrightarrow \frac{E}{E'} = \frac{\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}}{\frac{1}{2}\frac{q^2}{C'}} = \frac{C'}{C} = \frac{\varepsilon_0\varepsilon_r\frac{A}{d'}}{\varepsilon_0\varepsilon_r\frac{A}{d}} = \frac{d}{d'}$$
$$\frac{E}{E'} = \frac{d}{2d} = \frac{1}{2} \Longrightarrow E' = 2E$$
$$E' = 2 \times (2 \times 10^{-2}) = 4 \times 10^{-2}\ J$$

أي الطاقة الكهربائية تضاعفت عندما أصبح البعد مثلي ما كان عليه.

المسألة الثانية:

وصلت مكثفتين سعتاهما $2\ \mu F\ , 1\ \mu F$ على التفرع مع منبع كهربائي متواصل أصبحت شحنة المكثفتين $q = 300\ \mu C$ والمطلوب حساب:

1. السعة المكافئة للمكثفتين.
2. التوتر المطبق بين طرفي الجملة.
3. شحنة كل من المكثفتين.
4. الطاقة المختزنة في جملة المكثفتين.

– معطيات المسألة:

$$C_1 = 1\ \mu F = 1 \times 10^{-6}\ F\ , q = 300 \times 10^{-6} C$$
$$C_2 = 2\ \mu F = 2 \times 10^{-6} F$$

الحل:

بما أن الوصل على التفرع:

.1

$$C_{eq} = C_1 + C_2$$
$$C_{eq} = 1 \times 10^{-6} + 2 \times 10^{-6} = 3 \times 10^{-6}\ F$$

.2

$$U = \frac{q}{C} = \frac{300 \times 10^{-6}}{3 \times 10^{-6}} = 100\ V$$

3. بما أن الوصل على التفرع $\Longleftarrow U = U_1 = U_2$ فتكون:

$$q_1 = C_1U_1 = C_1U = 1 \times 10^{-6} \times 100$$
$$q_1 = 1 \times 10^{-4}\ C$$
$$q_2 = C_2U_2 = C_2U = 2 \times 10^{-6} \times 100$$
$$q_2 = 2 \times 10^{-4}\ C$$

.4

$$E = \frac{1}{2}qU = \frac{1}{2}(300 \times 10^{-6})(100)$$
$$\Longrightarrow E = 15 \times 10^{-3}\ J$$

المسألة الثالثة:

تتألف مكثفة مستوية من سطحين مستطيلين متوازيين مساحة كل منهما $36\pi\ cm^2$ يبعد أحدهما عن الآخر $2\ cm$ في الخلاء، والمطلوب:

1. حساب سعة هذه المكثفة.
2. نطبق على لبوسيها توتراً كهربائياً متواصلاً $6000\ V$ احسب الطاقة الكهربائية المختزنة فيها وشحنة كل من لبوسيها.
3. نفصل المكثفة عن التوتر الكهربائي السابق وندخل بين السطحين صفيحة معدنية بكاملها ثخنها $1\ cm$ توازي السطحين ولها مساحة كل منهما احسب السعة الجديدة للجملة.
4. نربط مع الجملة السابقة على التفرع مكثفة غير مشحونة سعتها $2 \times 10^{-11}\ F$ احسب شحنة هذه المكثفة بعد الوصل.

– معطيات المسألة:

$$A = 36\pi\ cm^2 = 36\pi \times 10^{-4}\ m^2$$
$$d = 2\ cm = 2 \times 10^{-2} m\ , \varepsilon_r = 1\ \text{هواء}$$

الحل:

.1

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{A}{d} = \frac{1}{4\pi \times 9 \times 10^9} \times 1 \times \frac{36\pi \times 10^{-4}}{2 \times 10^{-2}}$$

$$C = \frac{1}{2} \times 10^{-4} \times 10^{-7} = \frac{1}{2} \times 10^{-11}\ F$$

.2

$$E = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 10^{-11} \times (6000)^2$$

$$= \frac{1}{4} \times 10^{-11} \times 36 \times 10^6$$

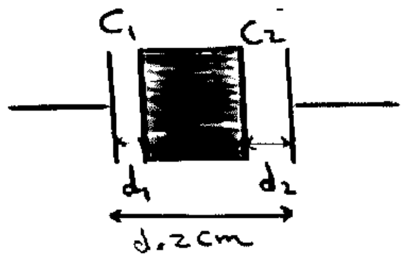
$$E = 9 \times 10^{-5} J$$

$$q = CU = \frac{1}{2} \times 10^{-11} \times 6000 = 3 \times 10^{-8}\ C$$

$$\Longrightarrow \boldsymbol{q_a = +3 \times 10^{-8}\ C\ ,\ q_b = -3 \times 10^{-8}\ C}$$

.3 ملاحظة: عند إدخال صفيحة بين اللبوسين تقسم هذه الصفيحة المكثفة إلى مكثفتين موصولتين على التسلسل.

$$d_1 + d_2 = 1\ cm$$
$$d = 2\ cm$$



فتكون السعة الجديدة:

بما أن الوصل على التسلسل:

$$\Longrightarrow \frac{1}{C'} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

$$\frac{1}{C'} = \frac{1}{\varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{A}{d_1}} + \frac{1}{\varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{A}{d_2}}$$

$$\frac{1}{C'} = \frac{d_1}{\varepsilon_0 \varepsilon_r A} + \frac{d_2}{\varepsilon_0 \varepsilon_r A} = \frac{\frac{1}{2} d}{\varepsilon_0 \varepsilon_r A}$$

$$\frac{1}{C'} = \frac{1}{2} \frac{1}{\varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{A}{d}} = \frac{1}{2} \frac{1}{C}$$

$$\Longrightarrow C' = 2 \cdot C = 2 \times \frac{1}{2} \times 10^{-11} = 1 \times 10^{-11}\ F$$

.4 $C_2 = 2 \times 10^{-11}\ F\ ,\ q_2 = 0$

بما أن الوصل على التفرع $\Longleftarrow C_{eq} = C' + C_2$

$$q_{eq} = q' + q_2$$

$$\Longrightarrow U = \frac{q' + q_2}{C' + C_2} = \frac{3 \times 10^{-8}}{3 \times 10^{-11}} = 1 \times 10^{+3}\ V$$

$$\Longrightarrow q'_2 = C_2 \cdot U = 2 \times 10^{-11} \times 1000$$
$$= 2 \times 10^{-8}\ C$$

المسألة الرابعة:

مكثفة متغيرة السعة تتألف من 13 صفيحة معدنية شكل كل منها نصف دائرة قطرها $9\ cm$ بحيث يكون البعد بين كل صفيحتين $0.5\ cm$ والعازل بينهما الهواء، احسب السعة العظمى لهذه المكثفة ثم احسب السعة عندما ندير الصفائح القابلة للتدوير زاوية 60° بدءاً من الوضع الموافق للسعة العظمى.

- معطيات المسألة:

عدد الصفائح $= 13$ صفيحة

$R = 2r = 9 \times 10^{-2} \Longrightarrow r = 4.5 \times 10^{-2}\ m$

$d = 0.5\ cm = 0.5 \times 10^{-2} m\ ,\ \varepsilon_r = 1$ العازل هواء

الحل:

كما ذكرنا في الشرح سابقاً يعتبر هذا الوصل على التفرع وتكون المكثفات متماثلة في السعة:

$$\Longrightarrow C_{eq} = n \cdot C_1$$

$n =$ عدد الصفائح $- 1 = 13 - 1 = 12$ مكثفة

$$C_1 = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{A}{d} \ :\ \varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi \times 9 \times 10^9}$$

$$\Longrightarrow C_1 = \frac{1}{4\pi \times 9 \times 10^9} \times 1 \times \frac{\frac{1}{2}\pi \left(\frac{9}{2} \times 10^{-2}\right)^2}{0.5 \times 10^{-2}}$$

$$\boxed{\boldsymbol{\varepsilon_r = 1} \text{ و } \boldsymbol{A = \frac{1}{2}\pi r^2} \text{ و } \boldsymbol{d = 0.5 \times 10^{-2}\ m}}$$

$$C_1 = \frac{(9)^2 \times 10^{-4}}{4 \times 9 \times 8 \times 0.5 \times 10^{-2} \times 10^{+9}}$$

$$C_1 = \frac{9}{16} \times 10^{-11} = 0.5625 \times 10^{-11}\ F$$

$$\Longrightarrow C_{eq} = 12 \times \frac{9}{16} \times 10^{-11} = \frac{27}{4} \times 10^{-11}$$
$$= 6.75 \times 10^{-11}\ F$$

والآن نريد حساب السعة عندما ندير الصفائح القابلة للتدوير زاوية 60° بدءً من الوضع الموافق للسعة العظمى.

الوضع الموافق للسعة العظمى يكون فيه السطح المشترك نصف دائرة أي C تقابل $\boxed{rad\ \pi}$ الزاوية المشتركة قبل التدوير.

الوضع الجديد عندما ندير الصفائح القابلة للتدوير زاوية 60° أي C' تقابل $\boxed{rad\ (\pi - \underbrace{\theta}_{60^\circ})}$ الزاوية المشتركة بعد التدوير.

C تقابل $rad\ \pi$

C' تقابل $\pi - \theta$

$$\Rightarrow C' = \frac{180 - 60}{180}\ C$$

$$C' = \frac{120}{180} C \Rightarrow C' = \frac{2}{3}\ C$$

$$\Rightarrow C' = \frac{2}{3} \times \frac{27}{4} \times 10^{-11} = \frac{9}{2} \times 10^{-11}\ F$$

المسألة الخامسة:

أ. لدينا ثلاث مكثفات سعاتها $30\ \mu F\ , 10\ \mu F\ , 5\ \mu F$ نصل المكثفات على التسلسل ونصل الطرفين النهائيين بقطبي منبع ساكن توتر بينهما $100\ V$ والمطلوب حساب:

1. سعة المكثفة المكافئة.
2. فرق الكمون بين لبوسي كل مكثفة.

ب. نقطع الاتصال مع قطبي المنبع وتعيد وصل المكثفات على التفرع والمطلوب حساب:

3. شحنة المكثفة الجديدة.
4. شحنة كل مكثفة بعد الوصل.

- معطيات المسألة:

$$C_1 = 5 \times 10^{-6}\ F\ , C_2 = 10 \times 10^{-6}\ F$$
$$C_3 = 30 \times 10^{-6}\ F\ , U = 100\ V$$

الحل:

أ. 1-

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{3}$$

بتوحيد المقامات

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{6 + 3 + 1}{30} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow C_{eq} = 3 \times 10^{-6} F$$

2-

$$U_1 = \frac{q_1}{C_1} = \frac{q}{C_1}$$

ولكن $q = q_1 = q_2 = q_3 = C_{eq} \cdot U_{eq}$

$$q = 3 \times 10^{-6} \times 100 = 3 \times 10^{-4}\ C$$

$$q = 300 \times 10^{-6}\ \ C$$

$$\Rightarrow U_1 = \frac{300 \times 10^{-6}}{3 \times 10^{-6}} = 60\ V$$

$$\Rightarrow U_2 = \frac{q_2}{C_2} = \frac{q}{C_2} = \frac{300 \times 10^{-6}}{10 \times 10^{-6}} = 30\ V$$

$$\Rightarrow U_3 = \frac{q_3}{C_3} = \frac{q}{C_3} = \frac{300 \times 10^{-6}}{30 \times 10^{-6}} = 10\ V$$

أو لحساب U_3 بطريقة ثانية:

$$\Rightarrow U = U_1 + U_2 + U_3$$
$$U_3 = U - (U_1 + U_2)$$
$$U_3 = 100 - (60 + 30)$$
$$U_3 = 100 - 90 = +10\ V$$

الوصل على التفرع:

3-

$$U = U_1 = U_2 = U_3$$
$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3$$
$$= (5 + 10 + 30) \times 10^{-6} = 45 \times 10^{-6}\ F$$

4-

$$q_1 = C_1 U_1 = C_1 U_{eq}$$
$$q_2 = C_2 U_2 = C_2 U_{eq}$$
$$q_3 = C_3 U_3 = C_3 U_{eq}$$

والآن لنحسب U_{eq}:

حسب مبدأ مصونية الشحنة مجموع الشحنات يبقى ثابت أي:

مجموع الشحنات على التسلسل = مجموع الشحنات على التفرع

$$\text{تفرع} \sum q = \sum q\ \text{تسلسل}$$

$$\text{تفرع}\ q_{eq} = (300 + 300 + 300) \times 10^{-6}$$
$$q_{eq} = 900 \times 10^{-6}\ C$$

$$C_{eq} = 45 \times 10^{-6}\ F\ \ , q_{eq} = 900 \times 10^{-6}\ C$$

فيكون:

$$U_{eq} = \frac{q_{eq}}{C_{eq}} = \frac{900 \times 10^{-6}}{45 \times 10^{-6}} = 20\ V$$

$$q_1 = C_1 U_{eq} = 5 \times 10^{-6} \times 20$$
$$= 100 \times 10^{-6}\ C$$
$$q_2 = C_2 U_{eq} = 10 \times 10^{-6} \times 20$$
$$= 200 \times 10^{-6}\ C$$
$$q_3 = C_3 U_{eq} = 30 \times 10^{-6} \times 20$$
$$= 600 \times 10^{-6}\ C$$