



مدونة المناهج السعودية

<https://eduschool40.blog>

الموقع التعليمي لجميع المراحل الدراسية

في المملكة العربية السعودية

تم التحميل من مدونة ملخصات الثانوية العامة في اليمين

<https://ye-thirdsecondr.blogspot.com/>

مقرر الوحدة الرابعة الحدوديات

تعريف:

الصورة العامة للحدودية في المتغير (س) من الدرجة ن هي:

$$د = أ_n س^n + أ_{n-1} س^{n-1} + + أ_1 س^1 + أ$$

ملاحظات:

(1) درجة الحدودية هي أعلى أس فيها:

مثال: $7س^5 + 3س^4 \Leftarrow$ هنا أعلى أس (5) .: الدرجة الخامسة.

(2) أن ، أن-1،، أ1 ، أ0 ثوابت (تدعى معاملات).

(3) أن يدعى المعامل الرئيسي.

مثال: $7س^5 + 3س^4 \Leftarrow$ من الدرجة الخامسة .: المعامل الرئيسي أن = 7

(4) أ0 يدعى الحد المطلق يخلو من س.

مثال: $س^2 + س + 1 \Leftarrow$ هنا الحد المطلق الخالي من س (أ0 = 1).

(5) نرسم للحدودية بالرمز ج:

مثال: كوّن حدودية معاملاتهما:

$$أ_4 = 5 ، أ_3 = 2 ، أ_2 = 0 ، أ_1 = 0 ، أ_0 = 7$$

الحل: المعامل الرئيسي (أ4 = 5) يدلك على أن الحدودية من الدرجة (الرابعة)

$$∴ د = أ_4 = 5س^4 + أ_3 س^3 + أ_2 س^2 + أ_1 س + أ_0$$

$$= 5س^4 + 2س^3 + 0س^2 + 0س + 7$$

$$= 5س^4 + 2س^3 + 7$$

تمارين ومسائل (1/4)

تم التحميل من مدونة ملخصات الثانوية العامة في اليمن

<https://ye-thirdsecondr.blogspot.com/>

[1] بيّن درجة وعدد حدود كل حدودية مما يأتي:

- (أ) $س^6 - س^5 + 2س^3 - 5$
(ب) $\frac{1}{2}س^3 + \frac{3}{5}س^6 + 7س^3 + 9$
(ج) $س^1 + 5$
(د) 9

الحل:

(أ) معك $س^6$

∴ أعلى أس (6) ∴ الدرجة (6) وعدد الحدود (4)

(ب) بها (3) $س^7$ أفهم أن الدرجة (7) عدد الحدود (5)

(ج) أعلى أس (7)

∴ الدرجة الأولى وعدد الحدود (2)

(د) ما بها (س)

∴ الدرجة (صفر) وعدد الحدود (1)

[2] اكتب الحدوديات التالية وفق المعطيات:

(أ) $أ_4 = 7$ ، $أ_3 = 4$ ، $أ_2 = 1$ ، $أ_1 = \text{صفر}$ ، $أ_0 = 2 -$

الحل: الحدودية من الدرجة الرابعة (لأنه معك $أ_4$) ∴ الحدودية على الصورة.

$$\therefore ح = 4س^4 + 3س^3 + 2س^2 + 1س^1 + 0س^0$$

$$= 4س^4 + 3س^3 + 2س^2 + 0س + 2 -$$

(ب) $أ_0 = 3$ ، $أ_6 = 2$ ، $أ_1 = 4 -$ ، $أ_5 = 3$ ، $أ_4 = 4 = \text{صفر}$ ، $أ_2 = \frac{1}{2}$

الحل: معك $أ_6$

∴ الحدودية من الدرجة السادسة.

$$\therefore ح = 6س^6 + 5س^5 + 4س^4 + 3س^3 + 2س^2 + 1س^1 + 3$$

تم التحميل من مدونة ملخصات الثانوية العامة في اليمن

<https://ye-thirdsecondr.blogspot.com/>

$$3 + 4س - 2س \frac{1-}{2} 0 + 0 + 0 + 6س2 =$$

$$\frac{1}{4} = 3 \text{ أ} ، 1 = 0 \text{ أ} = 5 \text{ أ} ، 1 = -6 \text{ أ} ، 2 = 7 \text{ أ} ، 0 = 4 \text{ أ} = 2 \text{ أ} = 1 \text{ أ} \text{ (ج)}$$

الحل: الحدودية من الدرجة السابعة لأن المعامل الرئيسي أ₇

$$\therefore \text{ ح} = 7س + 7س + 6س + 5س + 4س + 3س + 2س + 1س + 0$$

$$2س - 7س + 6س + 5س + 1س + 3س =$$

$$(د) 1 = 0 \text{ أ} ، 2 = 3 \text{ أ} ، 1 = 2 \text{ أ} = 1 \text{ أ} = \text{صفر} ، 1 = 0 \text{ أ}$$

الحل: الحدودية من الدرجة الثالثة لوجود أ₃

$$\therefore \text{ ج} = 3س + 3س + 2س + 1س + 0$$

$$2س + 3س = 1 + 0 + 0 + 3س = 1 + 3س$$

[3] أوجد درجة كل حدودية مما يأتي والمعامل الرئيسي والحد المطلق فيها:

$$(أ) 5س - 4س + 2س :$$

$$\text{الحل: المعادلة من الشكل: } 4س + 4س + 3س + 2س + 1س + 0$$

∴ الدرجة الرابعة.

∴ المعامل الرئيسي (أ₄ = 1)

∴ الحد المطلق (أ₀ = 5)

$$(ب) 3س + 3س - 7س + 4س :$$

$$\text{الحل: الدرجة (السابعة) المعامل الرئيسي (أ₇ = 3) الحد المطلق (أ₀ = 0)}$$

$$(ج) 7س - 2س + 9 :$$

$$\text{الحل: الدرجة (الثانية) المعامل الرئيسي (أ₂ = 1) الحد المطلق (أ₀ = 9)}$$

$$(د) 2 + 2س :$$

$$\text{الحل: الدرجة (الأولى) المعامل الرئيسي (أ₁ = 1) الحد المطلق (أ₀ = 2)}$$

تم التحميل من مدونة ملخصات الثانوية العامة في اليمن

<https://ye-thirdsecondr.blogspot.com/>

[4] أوجد القيمة العددية للحدوديات التالية:

$$(أ) \quad 3 + 2س + 3س^2 = \text{عند } س = \frac{1}{2}$$

$$\text{الحل: القيمة العددية (ضع } س = \frac{1}{2} \text{)} = 3 + (\frac{1}{2})2 + 3(\frac{1}{2})^2 = 3 + 1 + \frac{3}{4} = 4 + \frac{3}{4} = \frac{19}{4}$$

$$\# \quad \frac{11}{4} = \frac{8+3}{4} = \frac{2}{1} + \frac{3}{4} = 3 + 1 - \frac{3}{4} = 3 + \frac{2}{2} - \frac{1}{4} \times 3 =$$

$$(ب) \quad 2ص^3 - 3ص^2 + 3 = \text{عندما } ص = 0$$

$$\# \quad \text{الحل: القيمة العددية} = 3 + 0 - 0 = 3$$

$$(ج) \quad 7 + 3^2 = \text{عندما } أ = 3$$

$$\text{الحل: القيمة العددية} = 3 + 3 = 7 + 9 = 16$$

$$(د) \quad 6ع^4 - 3ع^3 + 3 = \text{عندما } ع = 1$$

$$\#10 = 3 + 1 + 6 = 3 + 3(1) - 4(1) = 6$$

تم التحميل من مدونة ملخصات الثانوية العامة في اليمن

<https://ye-thirdsecondr.blogspot.com/>

العمليات الأربعة على الحدوديات

{1} عند جمع أو طرح حدوديتين نجمع الحدود المتشابهة، وتكون درجة الحدودية الناتجة أصغر أو تساوي أكبر درجة للحدوديتين.

$$\text{مثال: } 1 + 3س = 1س + 3س^2 + 3س^3 + 1 \quad , \quad 2س^3 + 2س^2 + 1 = 2س^3 + 2س^2 + 1$$

$$3س^3 + 3س^2 + 1 = 2س^3 + 2س^2 + 1 + 1س^3 + 1س^2$$

$$\text{لاحظ درجة (1) } = 3 \quad , \quad \text{درجة (2) } = 3 \quad , \quad \text{درجة (3) } = 3$$

$$\text{مثال: } 1س^3 + 3س^2 = 1س^3 + 3س^2 - 1س^3 + 3س^2$$

$$\therefore 3س^3 + 3س^2 - 1س^3 = 1س^3 + 3س^2 + 2س^3$$

$$\text{لاحظ: درجة (1) } = 3$$

$$\text{درجة (2) } = 3$$

$$\text{لكن: درجة (3) } = ? \quad \text{أقل منهم.}$$

{2} عند ضرب حدودية بعدد (ك) يضرب ك في المعاملات فقط ولا يؤثر على الدرجة.

$$\text{مثال: } 1س^3 + 2س^2 + 7 = 1س^3 + 2س^2 + 7$$

$$\text{فإن } 5 \times 1س^3 = 5س^3 + 5س^2 + 35$$

$$= 5س^3 + 10س^2 + 35$$

$$\therefore \text{ضربت 5 في المعاملات وبقيت درجة (1) } = 3$$

{3} ضرب حدوديتين يُعطي حدودية ثالثة درجتها تساوي مجموع درجتي الحدوديتين.

$$\text{مثال: } 1س^3 + 3س^2 = 1س^3 + 3س^2 + 1س^3 + 3س^2$$

$$\text{عندئذ: } 3س^3 = 1س^3 + 3س^2 + 2س^3 + 2س^2 + 1س^3 + 3س^2$$

$$= 3س^3 + 6س^2 + 2س^3 + 2س^2 + 1س^3 + 3س^2$$

تم التحميل من مدونة ملخصات الثانوية العامة في اليمن

<https://ye-thirdsecondr.blogspot.com/>

1 + س +
0 0

تم التحميل من مدونة ملخصات الثانوية العامة في اليمن

<https://ye-thirdsecondr.blogspot.com/>

مثال: إذا كانت $د_1 = 1 + 2س$ ، $د_2 = 1 + س$

هل توجد $د_3$ بحيث $د_1 = د_2 \times د_3$ ؟

الحل: نقوم بالقسمة المطولة:

$$\frac{1 + 2س}{1 + س} = \frac{1 + 2س}{1 + س}$$

$1 + س$	$1 + س$	$2س$
	$س$	$+ 2س - 2س$
	$1 + س$	$- 2س$
	1	$\mp 2س \pm 2س$
	2	

تمرين: إذا كانت: $د_1 = 1 - 4س$ وكانت $د_2 = 1 - س$ عاملاً من عواملها أوجد $د_3$ بحيث

$$د_1 = د_2 \times د_3$$

الحل: كُنَّا نتبع طريقة القسمة المطولة. الآن نتعرف على طريقة جديدة تدعى طريقة

المعاملات.

$$د_1 = 1 - 4س = 1 - 0س + 2س + 3س + 4س$$

مثال: $د_1 = 10 - 3س + س$ ، $د_2 = 2 - س$

أوجد $د_3$ بطريقة المعاملات:

الحل:

تم التحميل من مدونة ملخصات الثانوية العامة في اليمن

<https://ye-thirdsecondr.blogspot.com/>

تمارين ومسائل (2/4)

[1] لتكن: $د_1$ هي $2س^3 + 4س - 6$

$$د_2 = 4 + س - 2س^2$$

$$د_3 = 4س^3 - 2س^2 + س$$

أوجد ما يلي:

$$(أ) د_1 + د_2$$

$$\text{الحل: } د_1 + د_2 = 2س^3 + 4س - 6 + 4 + س - 2س^2 = 2س^3 - 2س^2 + 5س - 2$$

نجمع الحدود المتشابهة

$$2س^3 - 2س^2 + 5س - 2 =$$

$$(ب) - (د_1 + د_3)$$

$$\text{الحل: } 5 - (د_1 + د_3) = 5 - (2س^3 + 4س - 6 + 4س^3 - 2س^2 + س) = 5 - (6س^3 - 2س^2 + 5س - 6) =$$

$$= 5 - 6س^3 + 2س^2 - 5س + 6 = 11 - 6س^3 + 2س^2 - 5س$$

$$= 11 - 6س^3 + 2س^2 - 5س$$

$$(ج) د_1 - د_3$$

$$\text{الحل: } د_1 - د_3 = 2س^3 + 4س - 6 - (4س^3 - 2س^2 + س) = 2س^3 + 4س - 6 - 4س^3 + 2س^2 - س =$$

$$= -2س^3 + 2س^2 + 3س - 6 =$$

$$= -2س^3 + 2س^2 + 3س - 6$$

$$(د) د_3 - 0$$

$$\text{الحل: } د_3 - 0 = 4س^3 - 2س^2 + س = (4س^3 - 2س^2 + س) + 0 = 4س^3 - 2س^2 + س$$

$$= 4س^3 - 2س^2 + س + 0 = 4س^3 - 2س^2 + س$$

$$= 4س^3 - 2س^2 + س + 0 = 4س^3 - 2س^2 + س$$

$$= 4س^3 - 2س^2 + س + 0 = 4س^3 - 2س^2 + س$$

$$(ه) د_1 (د_2 + د_3)$$

تم التحميل من مدونة ملخصات الثانوية العامة في اليمن

<https://ye-thirdsecondr.blogspot.com/>

$$\begin{aligned} \text{الحل: د}_1(د_1 + د_3) &= (2س^3 + 4س - 6) (س^2 + 4س - 3) \\ &= (2س^3 + 4س - 6) (س^2 + 4س - 3) \\ &= 2س^5 + 8س^4 - 6س^3 + 8س^4 + 16س^3 - 24س^2 - 6س^3 - 24س^2 + 18س - 18 \\ &= 2س^5 + 16س^4 - 12س^3 - 6س^2 + 18س - 18 \end{aligned}$$

$$\text{(و) } \frac{1}{2} د_1 + 2د_2 + د_3$$

$$\begin{aligned} \text{الحل: } \frac{1}{2} (2س^3 + 4س - 6) + 2(س^2 + 4س - 3) + (س^2 + 4س - 3) \\ = س^3 + 2س^2 + 3س - 3 + 2س^2 + 8س - 6 + س^2 + 4س - 3 \\ = 4س^3 + 12س^2 + 15س - 12 \end{aligned}$$

[2] إذا كانت د₁ ، د₂ حدوديتين فأوجد د₁ ، د₂ في كل مما يأتي وقارن درجته الناتجة مع

درجة د₁ ، د₂:

$$\text{(أ) } د_1 = 3س^3 ، د_2 = 3 + 2س$$

$$\text{الحل: د}_3 = د_1 \times د_2 = 3(3 + 2س) = 9 + 6س \text{ درجة د}_3(4)$$

$$\text{مجموع درجتي (د}_1 ، د_2) = 3 + 1 = 4$$

∴ درجة د₃ = مجموع درجتي د₁ ، د₂

$$\text{(ب) } د_1 = 2 + س ، د_2 = 2س^2 + 4س + 4$$

$$\text{الحل: د}_1 \times د_2 = (2 + س)(2س^2 + 4س + 4) = 4س^2 + 8س + 4 + 2س^3 + 4س^2 + 4س = 2س^3 + 6س^2 + 12س + 4$$

$$2س^3 + 6س^2 + 12س + 4 = 2س^3 + 4س^2 + 4س + 8$$

$$\# 2س^3 + 6س^2 + 12س + 4 = 2س^3 + 4س^2 + 4س + 8$$

$$\therefore \text{درجة د}_3(3) = \text{درجة (د}_1) + \text{درجة (د}_2) = 2 + 1 = 3$$

∴ متساويين.

$$\text{(ج) د}_1 = 1 + 2س^3 ، د_2 = -س^3 + \frac{1}{2} - س$$

تم التحميل من مدونة ملخصات الثانوية العامة في اليمن

<https://ye-thirdsecondr.blogspot.com/>

$$\text{الحل: ح}_3 = \text{ح}_1 \times \text{ح}_2 = (1 + 3\text{س}^2) (1 - \text{س} + \frac{1}{2}\text{س}^3)$$

$$= 1 - \text{س} + \frac{1}{2}\text{س}^3 + 3\text{س}^2 - 3\text{س}^3 - 4\text{س}^4 + 6\text{س}^5 - 2\text{س}^6 =$$

$$= 1 - \text{س} + \frac{1}{2}\text{س}^3 + 3\text{س}^2 - 3\text{س}^3 - 4\text{س}^4 + 6\text{س}^5 - 2\text{س}^6 =$$

$$\therefore \text{درجة ح}_3 = (6) \text{ ، درجة ح}_1 = (1) + \text{درجة ح}_2 = (3) + 3 = 6$$

$$\therefore \text{درجة ح}_3 = \text{درجة ح}_1 + \text{درجة ح}_2$$

$$\text{(د) ح}_1 = 3\text{س}^4 \text{ ، ح}_2 = 3\text{س}^3 + 27\text{س} + 15 \text{ (3) + 3 = 6}$$

$$\text{ح}_3 = \text{ح}_1 \times \text{ح}_2 = (3\text{س}^4) (3\text{س}^3 + 27\text{س} + 15)$$

$$= 3\text{س}^7 + 81\text{س}^5 + 45\text{س}^4 =$$

$$= 3\text{س}^7 + 9\text{س}^5 + 3\text{س}^4 + 5 \times 9\text{س}^4 + 3\text{س}^7 + 9\text{س}^5 + 5\text{س}^4 =$$

$$\therefore \text{درجة ح}_3 = (7) \text{ ، درجة ح}_1 = (1) + \text{درجة ح}_2 = (3) + 4 = 7$$

\therefore \text{متساويين.}

$$\text{(هـ) ح}_1 = 1 - 2\text{س} \text{ ، ح}_2 = 2\text{س} (1 - 2\text{س}^2)$$

$$\text{الحل: ح}_2 = 4\text{س}^3 - 2\text{س}$$

$$\text{ح}_3 = \text{ح}_1 \times \text{ح}_2 = (1 - 2\text{س}) (4\text{س}^3 - 2\text{س})$$

$$= 4\text{س}^3 - 2\text{س} - 8\text{س}^4 + 4\text{س}^2 =$$

$$= 4\text{س}^3 - 2\text{س} - 8\text{س}^4 + 4\text{س}^2 =$$

$$= 4\text{س}^3 - 2\text{س} - 8\text{س}^4 + 4\text{س}^2 =$$

$$\therefore \text{درجة ح}_3 = (4) \text{ ، درجة ح}_1 = (1) + \text{درجة ح}_2 = (3) + 1 = 4 \therefore \text{متساويين.}$$

$$\text{(و) ح}_1 = 1 + 2\text{س} + 2\text{س}^2 \text{ ، ح}_2 = (2 - 2\text{س}) (2\text{س}^3 + \text{س})$$

$$\text{الحل: ح}_2 = 2\text{س}^4 + 2\text{س}^3 - 2\text{س}^2 - 2\text{س} = 2\text{س}^4 + 2\text{س}^3 - 2\text{س}^2 - 2\text{س}$$

$$\text{ح}_3 = \text{ح}_1 \times \text{ح}_2 = (1 + 2\text{س} + 2\text{س}^2) (2\text{س}^4 + 2\text{س}^3 - 2\text{س}^2 - 2\text{س})$$

$$= 2\text{س}^6 - 6\text{س}^5 + 2\text{س}^4 - 4\text{س}^3 + 3\text{س}^4 - 5\text{س}^5 + 4\text{س}^4 - 4\text{س}^3 + 3\text{س}^4 - 4\text{س}^3 + 2\text{س}^4 - 4\text{س}^3 + 2\text{س}^4 - 4\text{س}^3 =$$

تم التحميل من مدونة ملخصات الثانوية العامة في اليمين

<https://ye-thirdsecondr.blogspot.com/>

$$+ 2s^{-2} 2s$$

$$= 2s^6 + 2s^5 + 2s^5 - 2s^2 - 2s^2$$

[3] إذا كانت $د_1$ ، $د_2$ ، $د_3$ حدوديات فأذكر الخاصية التي تعتمد عليها التالية:

- (أ) $(د_1 + د_2) + د_3 = د_1 + (د_2 + د_3)$ ← الخاصية التجميعية.
 (ب) $د_1 + د_2 = د_2 + د_1$ ← الخاصية التبديلية.
 (ج) $د_1 \cdot 0 = 0 \cdot د_3$ ← الخاصية الإبدالية.
 (د) $(د_1 \cdot 0) د_2 = د_1 (0 د_3)$ ← الخاصية التجميعية.
 (هـ) $(د_1 + د_2) د_3 = د_1 د_3 + د_2 د_3$ ← الخاصية التوزيع.

[4] إذا كانت $د_1$ حدودية من الدرجة الرابعة و: $د_2$ حدودية من الدرجة الثانية.

فحدد درجة كل من الحدوديات التالية:

(أ) $د_2 + د_1 = د_3$ الحل: درجة $(د_3) \geq$ درجة $(د_1)$ الكبرى

∴ درجة $د_3 \geq 4$ لأن الجمع أو الطرح قد يذهب بأعلى درجة.

(ب) $د_2 - د_1 = د_4$ ← درجتها ≥ 4

(ج) $د_1 = د_3$ ← درجتها = درجة $د_2 = (2)$ لأن الضرب بعدد لا يؤثر على الدرجة.

(د) $د_2 \times د_1 = د_3$ ← $د_2$ درجة $+ د_1$ درجة = $د_3$ درجة = $2 + 4 = 6$

(هـ) $د_1^2 = د_3$ ← درجتها = درجة $د_1^2$ + درجة $(د_2) = 2 + 8 = 10$

(و) $د_1 \cdot د_2 = د_3$ ← درجتها = درجة $د_1$ + درجة $د_2$ + درجة $د_2$

$$8 = 2 + 2 + 4 =$$

[5] إذا كانت $د_2$ عاملاً من عوامل $د_1$ في كل مما يأتي فأوجد العامل الآخر:

(أ) $د_3 = د_1 \div د_2 = \frac{1 + 3s}{1 + s} = \frac{(1 + s)(1 + 2s)}{(1 + s)} = 1 + 2s - 2s - 1 = 1$

(ب) $د_1 = 3s^3 - 7s^2 + 11s + 15$

الحل: $د_2 = \frac{15 - 4s - 3s^2}{2}$

	$3s^3 - 7s^2 + 11s + 15$
$1 - s$	$3s^3 - 3s^2 + 2s^2 - 7s^2 + 11s + 15$
	$4s^2 - 2s^2 + 11s + 15$
	$4s^2 \pm 4s^2$
	$15 + s - 15$
	$15 \pm 15s$
	$0 \quad 0$

15

9

تم التحميل من مدونة ملخصات الثانوية العامة في اليمن

<https://ye-thirdsecondr.blogspot.com/>

$$\text{(ج) د}_1 = 2س^5 - 8س^3 + 4س^2 - 4$$

$$\text{د}_2 = 4س^2 - 4$$

$$\text{الحل: د}_3 = 1د_1 \div 2د_2 = 2س^3 + 1$$

$$\text{(د) د}_1 = 2س^4 - 3س^3 - 8$$

$$\text{د}_2 = 2س^3 + 2س^2 + 4$$

$$\text{الحل: د}_3 = 1د_1 \div 2د_2 = 2س - 2$$

$$\text{(و) د}_1$$