دورات مادة الرياضيات

مع سلالم التصحيح

2017-2019

سوريانا
التعليمية

الاسم :
الرقم :
المدة : ثلاث ساعات
الدرجة : ستمئة

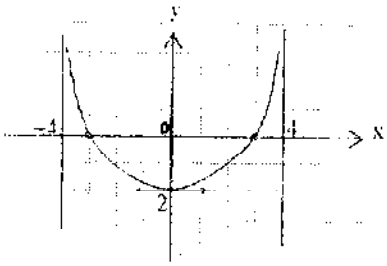
امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة دورة عام ٢٠١٧

الرياضيات (الفرع العلمي – نظام حديث) الدورة الأولى

- الصفحة الأولى -

أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول:



نتأمل في الشكل المجاور C الخط البياني للتابع f المعرف على $]-4\,,4[$

1- احسب $\lim\limits_{x \to -4} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +4} f(x)$ ، واستنتج معادلة كلّ مقارب للخط C.

2- احسب $f(0)$ و $f'(0)$.

3- جد حلول المعادلة $f(x)=0$.

السؤال الثاني:

حل المعادلة $9^x + 3^{x+1} - 4 = 0$ في $\mathbb{R}$.

السؤال الثالث:

1- اكتب معادلة للكرة S التي مركزها O مبدأ الإحداثيات، ونصف قطرها $R=\sqrt{3}$.

2- تحقق أنّ المستوي P الذي معادلته $P:\ x-y+z+3=0$ يمس الكرة S .

السؤال الرابع:

في أحد الامتحانات يطلب من الطالب الإجابة عن خمسة أسئلة من ثمانية أسئلة.

1) بكم طريقة يمكن للطالب أن يختار الأسئلة؟

2) بكم طريقة يمكنه الاختيار إذا كانت الأسئلة الثلاثة الأخيرة إجباريّة؟

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية: (60 درجة لكلّ تمرين)

التمرين الأول: لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق: $u_0=1$, $u_{n+1}=\frac{1}{3}u_n-2$.

ولتكن المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق $v_n=u_n+3$

1- أثبت أنّ $(v_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية ، وأوجد أساسها.

2- اكتب عبارة v_n بدلالة n، ثمّ عبارة u_n بدلالة n.

3- ليكن في حالة عدد طبيعي n : $S_n=v_0+v_1+\ldots+v_n$ ، عبّر عن S_n بدلالة n ، واستنتج نهاية المتتالية $(S_n)_{n\geq 0}$.

التمرين الثاني:

ليكن العددان العقديان $z_1=1+\sqrt{3}i$ ، $z_2=1+i$ ، والمطلوب:

1- اكتب بالشكل المثلثي كلاً من الأعداد z_1 و z_2 و $\frac{z_1}{z_2}$.

2- اكتب بالشكل الجبري $\frac{z_1}{z_2}$ ، واستنتج $\cos\frac{\pi}{12}$.

التمرين الثالث:

نلقي قطعة نقود غير متوازنة ثلاث مرات متتالية، بحيث يكون احتمال ظهور الشعار في كلّ رمية يساوي $\frac{1}{3}$.

نعرف X المتحول العشوائي الذي يدلّ على عدد مرات ظهور الشعار.

اكتب مجموعة قيم المتحول العشوائي X ، واكتب جدول قانونه الاحتمالي ، واحسب توقعه الرياضي ، وتباينه.

يتبع في الصفحة الثانية

سوريانا التعليمية

الاسم :
الرقم :
المدة : ثلاث ساعات
الدرجة : ستمئة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة دورة عام ٢٠١٧

الرياضيات **(الفرع العلمي – نظام حديث)** **الدورة الأولى**

– الصفحة الثانية –

التمرين الرابع:

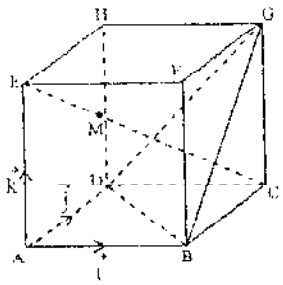
ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x) = x + \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ المطلوب:

1- احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$.

2- أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y = x + 1$ مقارب مائل للخط C عند $+\infty$ وادرس الوضع النسبي للمقارب Δ والخط C .

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى:



في الشكل المجاور $ABCD\,EFGH$ مكعب طول حرفه 2 نتأمل المعلم المتجانس $(A, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ،

$\overrightarrow{AE} = 2\vec{k}$, $\overrightarrow{AD} = 2\vec{j}$, $\overrightarrow{AB} = 2\vec{i}$

1- اكتب معادلة للمستوي (GBD).

2- اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (EC).

3- جد إحداثيات نقطة تقاطع المستقيم (EC) مع المستوي (GBD) .

4- جد إحداثيات النقطة M التي تحقق $\overrightarrow{EM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{EC}$.

5- أثبت تعامد المستقيمين (HM) , (EC).

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]0, +\infty[$ وفق: $f(x) = \frac{\ln x}{x^2}$

1- احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$ ، واستنتج معادلة المقارب الأفقي والشاقولي.

2- ادرس تغيرات التابع f ، ونظم جدولاً بها، ثمّ دلّ على القيمة الحدية محلياً .

3- جد معادلة للمماس Δ في النقطة A من الخط C التي فاصلتها $x = 1$.

4- ارسم كل مقارب وجدته ، وارسم المماس Δ ، ثمّ ارسم C.

5- احسب S مساحة السطح المحصور بين C و المحور $x'x$ و المستقيم $x = e$.

ملاحظة : يمنع استعمال الآلات الحاسبة والجداول اللوغاريتمية

– انتهت الأسئلة –

سوريانا التعليمية

الجمهورية العربية السورية
وزارة التربية

سلّم تصحيح شهادة الثانوية العامة ـ الفرع العلمي

لمادة الرياضيات ــ نظام حديث

الدورة الامتحانية الأولى لعام ٢٠١٧م

سوريانا التعليمية

ملاحظات عامة

١- في ركن تسجيل الدرجات على القسيمة تخصص الحقول على التتالي كما يأتي :

الحقل	رقم السؤال	موضوع السؤال
١	السؤال الأول	قراءة خط بياني
٢	السؤال الثاني	حل معادلة
٣	السؤال الثالث	معادلة كرة
٤	السؤال الرابع	تحليل توافقي
٥	السؤال الخامس/ التمرين الأول	المتتالية
٦	السؤال السادس/ التمرين الثاني	الأعداد العقدية
٧	السؤال السابع/ التمرين الثالث	احتمالات
٨	السؤال الثامن/ التمرين الرابع	مقارب مائل
٩	السؤال التاسع/ المسألة الأولى	مسألة أشعة وهندسة تحليلية
١٠	السؤال العاشر / المسألة الثانية	مسألة التابع اللوغارتمي

٢- يُحذف (درجتان) لكل خطأ حسابي من الدرجات المخصصة للخطوة التي وقع فيها الخطأ.

٣- إذا دمج الطالب خطوتين أو أكثر وكان باستطاعة الطالب الجيد أن يقوم بذلك الدمج ، يعطى الطالب مجموع الدرجات المخصصة لما دمج من خطوات .

٤- لا يجوز تجزئة الدرجات المخصصة للخطوة الواحدة إلا عند وجود خطأ حسابي .

٥- إذا أخطأ الطالب في خطوة من خطوات الحل ثم تابع الحل بمنطق سليم ومفيد فيعطى عن الخطوات التي تليها ما يستحق من درجات وفق السلّم بشرط ألاّ يؤدي خطؤه إلى خفض سوية السؤال أو تغيير مضمونه .

٦- إذا أجاب الطالب عن موقف بطريقة غير واردة في السلّم ومبرراً خطوات حله، فعلى المصحح أن يعرض الطريقة على ممثل الفرع الذي عليه أن يقوم والموجهون الاختصاصيون بدراسة هذه الطريقة والتأكد من صحتها علمياً ومن ثم توزيع الدرجات لتلك الطريقة بما يكافئ التوزيع الوارد على الطريقة الواردة في السلّم ثم يعمّم هذا التوزيع بعد أخذ موافقة التوجيه الأول لمادة الرياضيات في وزارة التربية.

٧- عند الاضطرار إلى تعديل درجة حصل عليها الطالب عن سؤال ما ، يجب على كل من المصحح والمدقق تسجيل اسمه مقروناً بتوقيعه في جوار الدرجة المعدّلة مرفقاً بمهر خاتم الامتحانات .

٨- إذا حل الطالب سؤالاً بأكثر من طريقة تصحح كافة حلوله وتعتمد الدرجة الأعلى.

١٠- إذا لم يُجب الطالب عن سؤال ما، تُكتب (إلى جانب السؤال)العبارة الآتية: (صفر للسؤال..... لأنه بلا إجابة)

١١- تُسجل الدرجات التي يستحقها الطالب عن طلبات السؤال ومراحله (رقماً) وبوضوح على الهامش ، أما الدرجة المستحقة عن السؤال كاملاً تُسجل على الهامش الأيمن (مقابل بداية الإجابة) رقماً وكتابةً.

مثال ذلك :

الأحاد	العشرات	المئات
٢	١	١

بعد استبدال حقل الكسور بالآحاد.

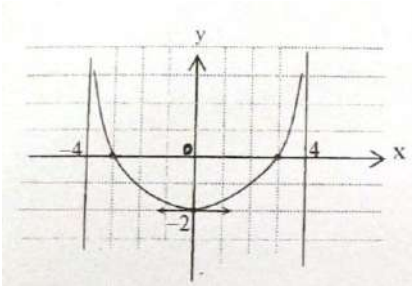
حقل الآحاد بالعشرات.

حقل العشرات بالمئات.

الدورة الامتحانية الأولى لعام ٢٠١٧م – نظام حديث

أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول:



نتأمّل في الشكل المجاور C الخط البياني للتابع f المعرف على $]-4\,,4[$

1- احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} -4} f(x)$ و $\lim\limits_{x \xrightarrow{<} +4} f(x)$ ، واستنتج معادلة كلّ مقارب للخط C.

2- احسب $f(0)$ و $f'(0)$.

3- جد حلول المعادلة $f(x)=0$.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$\lim\limits_{x\to+4} f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to-4} f(x)=+\infty$	5+5
٢	$x=+4$ و $x=-4$	5+5
٣	$f'(0)=0\ ,\ f(0)=-2$	5+5
٤	$x_2=+3\ ,\ x_1=-3$	5+5
	المجموع	40

ملاحظات: ١- إذا كتب الطالب الإجابات مباشرة وبالترتيب : يأخذ الدرجة كاملة (٤٠ درجة)

٢- إذا ذكر الطالب في الخطوة الأولى $+\infty$ مرة واحدة يأخذ (١٠ درجات)

سوريانا التعليمية

السؤال الثاني:

حل المعادلة $9^x + 3^{x+1} - 4 = 0$ في $\mathbb{R}$.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
	$9^x + 3^{x+1} - 4 = 0$	
١	$(3^2)^x + 3.3^x - 4 = 0$ $3^{2x} + 3.3^x - 4 = 0$	5+5 5
٢	$(3^x + 4)(3^x - 1) = 0$	5 للتحليل+5 للأعداد
٣	$3^x + 4 \neq 0$ لا ينعدم	5
٣	$3^x - 1 = 0$	5
٤	$3^x = 1 > 0$ ومنه $x = 0$	3 + 2
	المجموع	40

طريقة ثانية:

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$3^x = t$ ومنه $t^2 + 3t - 4 = 0$	5
٢	$\Delta = (3)^2 - 4(1)(-4)$ ومنه $\Delta = 25$	5+5
٣	$t_1 = \frac{-3+5}{2} = 1$ $3^x = 1$ ومنه $x = 0$	5 5 5
٤	$t_2 = \frac{-3-5}{2} = -4$ مرفوض $3^x = -4$	5 5
	المجموع	40

ملاحظة: ينال درجات السؤال كاملة إذا اعطى الحل مباشرة $x = 0$ وتوثق من الحل

سوريانا التعليمية

السؤال الثالث:

1- اكتب معادلة للكرة S التي مركزها O مبدأ الإحداثيات، ونصف قطرها $R=\sqrt{3}$.

2- تحقق أنّ المستوي P الذي معادلته $P:\ x-y+z+3=0$ يمس الكرة S .

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	معادلة الكرة: $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2=R^2$	5
٢	$x^2+y^2+z^2=3$	5+5
٣	دستور البعد التعويض بسط ومقام الناتج	5 دستورضمناً + 5 تعويض بسط + 5 تعويض مقام + 5 ناتج
	$d=\sqrt{3}=R$	5
	المجموع	40

السؤال الرابع:

في أحد الامتحانات يطلب من الطالب الإجابة عن خمسة أسئلة من ثمانية أسئلة.

1) بكم طريقة يمكن للطالب أن يختار الأسئلة؟

2) بكم طريقة يمكنه الاختيار إذا كانت الأسئلة الثلاثة الأخيرة إجباريّة؟

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$\binom{8}{5}=\frac{8\times7\times6\times5\times4}{5\times4\times3\times2\times1}=56$ (10 درجات للتوافيق و 5 درجات + 5 درجات تعويض + ناتج)	5 × 4
٢	$\binom{5}{2}=\frac{5\times4}{2\times1}=10$ (10 درجات للتوافيق و 5 درجات + 5 درجات تعويض + ناتج)	5 × 4
	المجموع	40

ملاحظات:

١- إذا استخدم التراتيب أو المبدأ الأساسي للعد يخسر (10) درجات فقط وتوزع الدرجات دستور (10) و (5) حساب لكل من الطلبين

٢- في الخطوة الأولى إذا كتب الطالب $\binom{8}{3}=56$ ينال 20 درجة

٣- في الخطوة الثانية إذا كتب الطالب $\binom{8}{3}\binom{5}{2}=$ يخسر 10 درجات

سوريانا التعليمية

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية: (60 درجة لكل تمرين)

السؤال الخامس :

التمرين الأول: لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق: $u_0=1$ ، $u_{n+1}=\frac{1}{3}u_n-2$.

ولتكن المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق $v_n=u_n+3$

1- أثبت أنّ $(v_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية ، وأوجد أساسها.

2- اكتب عبارة v_n بدلالة n، ثمّ عبارة u_n بدلالة n.

3- ليكن في حالة عدد طبيعي n : $S_n=v_0+v_1+.....+v_n$ ، عبّر عن S_n بدلالة n ، واستنتج نهاية المتتالية $(S_n)_{n\geq 0}$.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
	$u_{n+1}=\frac{1}{3}u_n-2$, $u_0=1$ $v_n=u_n+3$	
١	إثبات أن $(v_n)_{n\geq 0}$ هندسية: $v_{n+1}=u_{n+1}+3=\frac{1}{3}u_n+1$	5+5
٢	$v_{n+1}=\frac{1}{3}(u_n+3)=\frac{1}{3}v_n$ v_n هندسية أساسها $q=\frac{1}{3}$	5+5 5
٣	$v_n=v_0\,q^n$ $v_0=4$ $v_n=4\left(\frac{1}{3}\right)^n$ $u_n=v_n-3$ $u_n=4\left(\frac{1}{3}\right)^n-3$	5 3 5 2 5
٤	$S_n=v_0\,\frac{1-q^{n+1}}{1-q}$	5
٥	$S_n=4\times\frac{1-(\frac{1}{3})^{n+1}}{1-\frac{1}{3}}=6[1-(\frac{1}{3})^{n+1}]=6-6(\frac{1}{3})^{n+1}$	5 لأي شكل منها
٦	$\lim\limits_{x\to+\infty} S_n=6$ (النهاية $\lim(\frac{1}{3})^{n+1}=0$ 3 درجات + الجواب 6 درجتان)	3 + 2
	المجموع	60

ملاحظة: إذا كتب عدد الحدود n بدلاً من $n+1$ يخسر درجتان

سوريان التعليمية

السؤال السادس : (٦٠ درجة)

التمرين الثاني:

ليكن العددان العقديان $z_1 = 1+\sqrt{3}i$ ، $z_2 = 1+i$ ، والمطلوب:

1- اكتب بالشكل المثلثي كلاً من الأعداد z_1 و z_2 و $\frac{z_1}{z_2}$.

2- اكتب بالشكل الجبري $\frac{z_1}{z_2}$ ، واستنتج $\cos\frac{\pi}{12}$.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$z_2 = 1+i \quad , \quad z_1 = 1+\sqrt{3}i$	
٢	$r_1 = \sqrt{3+1} = 2$ $\theta = \frac{\pi}{3}$	5 5
٣	$z_1 = 2\left[\cos\frac{\pi}{3} + i\ \sin\frac{\pi}{3}\right]$ $z_2 = 1+i$ ..... $r_2 = \sqrt{2}$ ..... $\theta = \frac{\pi}{4}$ ..... $z_2 = \sqrt{2}\left[\cos\frac{\pi}{4} + i\ \sin\frac{\pi}{4}\right]$	5 5 5 5
٤	..... $\frac{z_1}{z_2} = \frac{2}{\sqrt{2}}(\cos(\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{4}) + i\sin(\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{4}))$ ..... $\frac{z_1}{z_2} = \sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{12} + i\sin\frac{\pi}{12})$	5 5
٥	$\frac{z_1}{z_2} = \frac{1+\sqrt{3}i}{1+i}$ ..... $= \frac{(1-i)(1+\sqrt{3}i)}{(1-i)(1+i)}$ ..... $\frac{z_1}{z_2} = \frac{1+\sqrt{3}+i\sqrt{3}-i)}{2}$	5 5
٦	$\frac{z_1}{z_2} = \frac{1+\sqrt{3}}{2} + \frac{i(\sqrt{3}-1)}{2}$	5
٧	ومنه يكون $\sqrt{2}\cos\frac{\pi}{12} = \frac{1+\sqrt{3}}{2}$ $\cos\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$	3 2
	المجموع	60

ملاحظة: إذا استعمل الشكل الأسي ينال الدرجات كاملة

السؤال السابع: (٦٠ درجة)

التمرين الثالث:

نلقي قطعة نقود غير متوازنة ثلاث مرّات متتالية، بحيث يكون احتمال ظهور الشعار في كلّ رمية يساوي $\frac{1}{3}$.

نعرف X المتحول العشوائي الذي يدلّ على عدد مرات ظهور الشعار.

اكتب مجموعة قيم المتحول العشوائي X ، واكتب جدول قانونه الاحتمالي ، واحسب توقعه الرياضي ، وتباينه.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$X(\Omega)=\{0,1,2,3\}$	20
	$P(X=0)=\left(\frac{2}{3}\right)^3=\frac{8}{27}$	2+2
	$P(X=1)=3\left(\frac{2}{3}\right)^2\left(\frac{1}{3}\right)=\frac{12}{27}$	2+2
	$P(X=2)=3\left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{6}{27}$	2+2
	$P(X=1)=\left(\frac{1}{3}\right)^3=\frac{1}{27}$	2+2
٢	x_i: 0, 1, 2, 3 ; $P(x=k)$: $\frac{8}{27}$, $\frac{12}{27}$, $\frac{6}{27}$, $\frac{1}{27}$	2+2
٣	$E(x)=np \Rightarrow E(x)=3\left(\frac{1}{3}\right)=1$	5 + 3 + 2
	$V(x)=npq$	5
	$V(x)=3\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{3}\right)$	3+ 2
	المجموع	60

ملاحظة: في الخطوة الثالثة إذا كتب الطالب

$$E(x)=0+\frac{12}{27}+\frac{12}{27}+\frac{3}{27}=1$$ (5 دستور ، 2 + 3 تعويض)

$$E(x^2)=0+\frac{12}{27}+\frac{24}{27}+\frac{9}{27}=\frac{5}{3}$$

$$V(x)=E(x^2)-(E(x))^2$$ (5 درجات)

$$=\frac{5}{3}-1=\frac{2}{3}$$ (3 + 2 درجات)

سوريانا التعليمية

السؤال الثامن

التمرين الرابع:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x)=x+\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ المطلوب:

1- احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.

2- أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y=x+1$ مقارب مائل للخط C عند $+\infty$

وادرس الوضع النسبي للمقارب Δ والخط C .

طريقة أولى:

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$f(x)=x+\frac{x}{\lvert x\rvert\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}$	5
٢	$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}(x+\frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}})=+\infty$	5+5
٣	$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}(x-\frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}})=-\infty$	5+5
٤	$f(x)-y=\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}-1$	5
٥	$\lim_{x\to+\infty}[f(x)-y]=\lim_{x\to+\infty}[\frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}-1]=0$	5+5
٦	$\Delta: y=x+1$ مقارب مائل لـ C بجوار $+\infty$	5
	دراسة الوضع النسبي	
	$f(x)-y=\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}-1$	
٧	$f(x)-y=\frac{x-\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^2+1}}<0$	5
٨	لأن $\sqrt{x^2+1}>x$	5
٩	C تحت Δ	5
	المجموع	60

سوريانا التعليمية

السؤال الثامن طريقة ثانية:

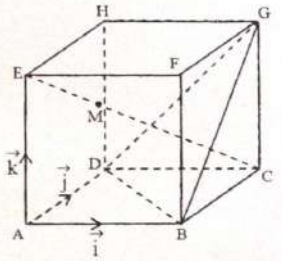
١	$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} x(1+\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}) = -\infty$	5+5
٢	$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} x(1+\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}) = +\infty$	5+5
٣	$\Delta : y = x+1$	
4	$f(x)-y = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} - 1$	5
٥	$f(x)-y = \frac{x}{\lvert x\rvert\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}} - 1$	5
٦	$\lim_{x\to+\infty}[f(x)-y] = \lim_{x\to+\infty}[\frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}} - 1] = 0$	5+5
٧	$\lim_{x\to+\infty}(\frac{x}{\sqrt{x^2+1}} - 1) = \lim_{x\to+\infty}(\frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}} - 1) = 1-1 = 0$	5
	دراسة الوضع النسبي	
	$f(x)-y = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} - 1$	
٨	$f(x)-y = \frac{x-\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^2+1}} < 0$	5
٩	لأن $\sqrt{x^2+1} > x$	5
١٠	C تحت Δ	5
	المجموع	60

سوريانا التعليمية

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسالة)

السؤال التاسع:

المسألة الأولى:



في الشكل المجاور $ABCD\,EFGH$ مكعب طول حرفه 2

نتأمل المعلم المتجانس $(A,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ،

$\overrightarrow{AE}=2\vec{k}\ ,\ \overrightarrow{AD}=2\vec{j}\ ,\ \overrightarrow{AB}=2\vec{i}$

1- اكتب معادلةً للمستوي (GBD).

2- اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (EC).

3- جد إحداثيات نقطة تقاطع المستقيم (EC) مع المستوي (GBD) .

4- جد إحداثيات النقطة M التي تحقق $\overrightarrow{EM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{EC}$.

5- أثبت تعامد المستقيمين (HM) , (EC).

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
	$(A,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$	
	$2\vec{i}=\overrightarrow{AB}\ ,\ 2\vec{j}=\overrightarrow{AD}\ ,\ 2\vec{k}=\overrightarrow{AE}$	
١	$B(2,0,0)\ ,\ D(0,2,0)\ ,\ G(2,2,2)$	4×3
٢	حساب مركبات شعاعين مناسبين مثلاً: $\overrightarrow{BD}(-2,2,0)\ ,\ \overrightarrow{BG}(0,2,2)$	4×2
٣	لنفترض أن $\vec{n}(a,b,c)$ ناظم على المستوي (GBD)	4
٤	$\vec{n}\cdot\overrightarrow{GD}=-2a-2c=0\qquad -2a+2b=0\qquad \vec{n}\cdot\overrightarrow{BD}=0$	2+2
٥	$\vec{n}\cdot\overrightarrow{GD}=-2b-2c=0\qquad 2b+2c=0\qquad \vec{n}\cdot\overrightarrow{BG}=0$	2+2
٦	بفرض ان $c=-1\ \Leftarrow\ a=b=1\qquad a=1$ مثلاً	2
٧	الوصول إلى ناظم المستوي المناسب	4
٨	الوصول إلى معادلة مستوي (BDG) $x+y-z-2=0$	4
٩	$E(0,0,2)\ ,\ C(2,2,0)$	4+4
١٠	$\overrightarrow{EC}(2,2,-2)$	4
١١	$(EC):\begin{cases}x=2t\\ y=2t\\ z=2-2t\end{cases}\ :t\in\mathbb{R}$	2×3
١٢	التعويض في المستوي	2×3
١٣	الوصول إلى قيمة t	2
١٤	احداثيات نقطة التقاطع	2×3
١٥	$(x,y,z-2)=\frac{1}{3}(2,2,-2)$	4
١٦	حساب إحداثيات النقطة M	4
١٧	معرفة $H(0,2,2)$ والتعويض بالعلاقة	4+4
١٨	$\overrightarrow{HM}\cdot\overrightarrow{EC}=\frac{2}{3}(2)-\frac{4}{3}(2)-\frac{2}{3}(-2)=0$	2×4
١٩	إذاً $\overrightarrow{HM}\perp\overrightarrow{EC}$	2
	المجموع	100

سوريانا التعليمية

ملاحظات:

طريقة ثانية لإيجاد معادلة المستوي:

	$G(2,2,2)\ ,B(2,0,0)\ ,D(0,2,0)$	3+3+3
	$ax+by+cz+d=0$	5
	$2a+2b+2c+d=0$	4
	$2a=-d$	4
	$2b=-d$	4
	$-d-d+2c+d=0$ ومنه $2c=d$	4+4
	$-\frac{d}{2}x-\frac{d}{2}y+\frac{d}{2}z+d=0$	3
	$x+y-z-2=0$	5
	المجموع	42

طريقة ثالثة:

	$G(2,2,2)\ ,B(2,0,0)\ ,D(0,2,0)$	3+3+3
	$M(x,y,z)\quad \overrightarrow{GM}=\alpha\overrightarrow{GB}+\beta\overrightarrow{GD}$	5
	$(x-2,y-2,z-2)=\alpha(0,-2,-2)+\beta(-2,0,-2)$	3+3+3
	$(x-2,y-2,z-2)=(-2\beta,-2\alpha,-2\alpha-2\beta)$	3
	$x-2=-2\beta$ $y-2=-2\alpha$ $z-2=-2\alpha-2\beta$	3+3+3
	بتعويض الأولى و الثانية في الثالثة $z-2=y-2+x-2$	4
	$x+y-z-2=0$	3

سوريانا التعليمية

السؤال العاشر

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]0,+\infty[$ وفق: $f(x)=\frac{\ln x}{x^2}$

1- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ ، واستنتج معادلة المقارب الأفقي والشاقولي.

2- ادرس تغيرات التابع f ، ونظم جدولاً بها، ثمّ دلّ على القيمة الحدية محلياً .

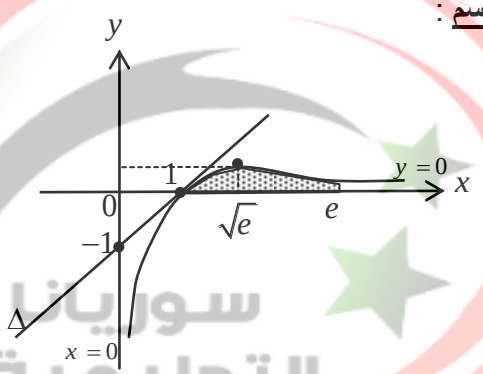
3- جد معادلة للمماس Δ في النقطة A من الخط C التي فاصلتها $x=1$.

4- ارسم كل مقارب وجدته ، وارسم المماس Δ ، ثمّ ارسم C.

5- احسب S مساحة السطح المحصور بين C و المحور $x'x$ و المستقيم $x=e$.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
	$f(x)=\frac{\ln x}{x^2}$	
١	$\lim\limits_{x\to 0} f(x)=-\infty$ ومنه $x=0$ مقارب	5+5
٢	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ ومنه $y=0$ مقارب أفقي	5+5
٣	$f'(x)=\frac{\frac{1}{x}x^2-2x\ln x}{x^4}$	5
٤	$f'(x)=\frac{1-2\ln x}{x^3}$	5
٥	ينعدم المشتق عند $x=e^{\frac{1}{2}}=\sqrt{e}$	5
٦	$f(\sqrt{e})=\frac{1}{2e}$	5
٧	$\begin{array}{c\|ccccc} x & 0 & & \sqrt{e} & & +\infty \\ \hline f'(x) & \| & + & 0 & - & \\ \hline f(x) & \|-\infty & \nearrow & \frac{1}{2e} & \searrow & 0 \end{array}$	5+5
٨	$f(\sqrt{e})=\frac{1}{2e}$ قيمة كبرى محلياً	5
٩	$f(1)=0$ ومنه نقطة التماس $A(1,0)$	5
١٠	ميل المماس $m=f'(1)=1$	5+5
١١	$\Delta: y=x-1$	5

١١) الرسم :



5 مماس + 5 رسم الخط

١٢	حساب المساحة $S=\int_a^b f(x)\,dx$	5
١٣	$S=\int_1^e x^{-2}\ln x\,dx$	2 لحد التكامل
١٤	$u=\ln x \quad u'=\frac{1}{x}$ $v'=x^{-2} \quad v=-\frac{1}{x}$	2+2
١٥	$S=[-\frac{1}{x}\ln x]_1^e-\int_1^e -\frac{1}{x^2}dx$	2
	$S=[-\frac{1}{x}\ln x-\frac{1}{x}]_1^e$	
١٦	$S=-\frac{1}{e}-\frac{1}{e}+0+1=1-\frac{2}{e}$	2
	المجموع	100

انتهى السلّم

سوريانا التعليمية

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة دورة 2017

(الفرع العلمي – نظام حديث)

الدورة الثانية

الرياضيات

الصفحة الأولى

الاسم:

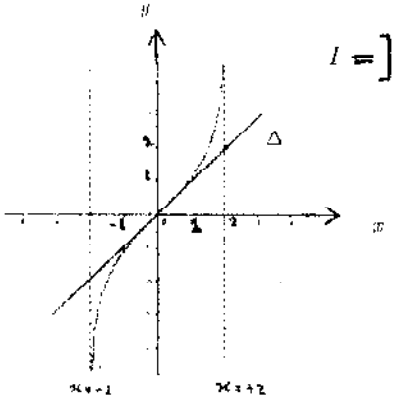
الرقم:

الدرجة العظمى: ستمئة

المدة: ثلاث ساعات

أولاً أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية. (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: تأمل الشكل المرسوم جانباً:



حيث C هو الخط البياني للتابع f المعرف على $I =]-2\ +2[$

والمطلوب:

1- احسب $\lim_{x\to -2} f(x)$ ، $\lim_{x\to 2} f(x)$

2- أوجد $f(0)$ ، $f'(0)$

3- هل التابع f فردي أم زوجي.

4- اكتب معادلة المماس Δ.

السؤال الثاني: اكتب شعاعي التوجيه للمستقيمين d و d'.

$$d: \begin{cases} x = t+1 \\ y = -3t+2, \quad t\in\mathbb{R} \\ z = 3t+3 \end{cases} \quad \text{و} \quad d': \begin{cases} x = s \\ y = -3s-3, \quad s\in\mathbb{R} \\ z = -s+1 \end{cases}$$

وهل المستقيمان d و d' يقعان في مستوي واحد ؟ علل إجابتك.

السؤال الثالث: حل المعادلة التفاضلية الآتية: $2y' + 3y = 0$ والخط البياني C للحل يمر بالنقطة $A(\ln 4, 1)$.

السؤال الرابع: نتأمل، في المعلم المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، النقطتين $A(2,0,1)$ و $B(1,-2,1)$. والمطلوب

اكتب معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AB]$.

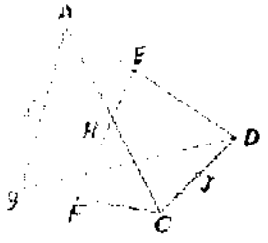
ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية. (60) درجة لكل تمرين

التمرين الأول: لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق ما يأتي $u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$

1) أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متناقصة.

2) أثبت أن $0 \leq u_n \leq 1$ واستنتج أنها متقاربة واحسب نهايتها.

التمرين الثاني:



$ABCD$ رباعي وجوه، و a عددٌ حقيقي. I و J هما، بالترتيب، منتصفا $[AB]$ و $[CD]$.

و E و F نقطتان تحققان، العلاقتين: $\overrightarrow{AE} = a\overrightarrow{AD}$ و $\overrightarrow{BF} = a\overrightarrow{BC}$.

وأخيراً H هي منتصف $[EF]$. أثبت أنّ I و J و H تقع على استقامة واحدة.

يتبع في الصفحة الثانية

سوريانا التعليمية

التمرين الثالث : : لتكن النقطة M التي يمثلها العدد العقدي $z = -1 + i$. والمطلوب

❶ اثبت أن z^8 عدداً حقيقياً.

❷ جد العدد العقدي z' الممثل للنقطة M' صورة M وفق دوران مركزه $A(1+i)$ وزاويته $\frac{\pi}{4}$ واكتبه بالشكل الأسي .

التمرين الرابع: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $R\setminus\{-3\}$ وفق : $f(x) = \frac{x^2+2x-2}{x+3}$

1) اكتب التابع f بالشكل $f(x) = ax + b + \frac{1}{x+3}$

2) أثبت أن المستقيم $y = ax + b$ مقارب مائل للخط البياني C في جوار $+\infty$.

3) احسب $\int_0^2 f(x)dx$

ثالثاً حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى : ليكن C هو الخط البياني للتابع f المعرف على $I =]0, +\infty[$ وفق $f(x) = x + x(\ln x)^2$ ، وليكن $g(x) = (\ln(x)+1)^2$ والمطلوب:

1. أوجد نهاية التابع f عند الصفر وعند $+\infty$.
2. أثبت أن $f'(x) = g(x)$
3. حل المعادلة $g(x) = 0$.
4. نظم جدول بتغيرات f .
5. أكتب معادلة المماس Δ للخط C في نقطة فاصلتها $x = \frac{1}{e}$ وارسم المماس Δ وارسم C .

المسألة الثانية : يضمّ مصنع ورشتين A و B لتصنيع الأقلام . عندما ورد طلب لعدد من الأقلام قدره 1000 قلم، صنّعت الورشة A منها 600 قلماً وصنّعت البقية الورشة B . هناك نسبة 5% من أقلام الورشة A غير صالحة للاستعمال، في حين تكون نسبة 2% من اقلام الورشة B غير صالحة للاستعمال. نسحب عشوائياً قلماً من الطلب. نرمز بالرمز A إلى الحدث «القلم مصنوع في الورشة A» وبالرمز B إلى الحدث «القلم مصنوع في الورشة B» وبالرمز D إلى الحدث «القلم غير صالح للاستعمال».

❶ أعط تمثيلاً شجرياً للتجربة.

❷ احسب احتمال أن يكون القلم صالح للاستعمال.

❸ إذا كان القلم صالحاً للاستعمال فما احتمال أن يكون مصنوعاً في الورشة A .

❹ نسحب عشوائياً من الورشة A قلمين معاً وليكن X المتحول العشوائي الذي يمثل عدد الأقلام المسحوبة الصالحة للاستعمال ، احسب $P(X = 0)$.

انتهت الأسئلة

الجمهورية العربية السورية
وزارة التربية

سلّم تصحيح شهادة الثانوية العامة ـ الفرع العلمي

لمادة الرياضيات ــ نظام حديث

الدورة الامتحانية ثانية لعام ٢٠١٧م

سوريانا التعليمية

ملاحظات عامة

١- في ركن تسجيل الدرجات على القسيمة تخصص الحقول على التتالي كما يأتي :

الحقل	رقم السؤال	موضوع السؤال
١	السؤال الأول	تمثيل بياني
٢	السؤال الثاني	هندسة
٣	السؤال الثالث	تفاضلية
٤	السؤال الرابع	المستوي المحوري
٥	السؤال الخامس/ التمرين الأول	متتاليات
٦	السؤال السادس/ التمرين الثاني	أشعة
٧	السؤال السابع/ التمرين الثالث	عقدية
٨	السؤال الثامن/ التمرين الرابع	تكامل
٩	السؤال التاسع/ المسألة الأولى	مسألة تحليل
١٠	السؤال العاشر / المسألة الثانية	مسألة احتمالات

٢- يُحذف (درجتان) لكل خطأ حسابي من الدرجات المخصصة للخطوة التي وقع فيها الخطأ.

٣- إذا دمج الطالب خطوتين أو أكثر وكان باستطاعة الطالب الجيد أن يقوم بذلك الدمج ، يعطى الطالب مجموع الدرجات المخصصة لما دمج من خطوات .

٤- لا يجوز تجزئة الدرجات المخصصة للخطوة الواحدة إلا عند وجود خطأ حسابي .

٥- إذا أخطأ الطالب في خطوة من خطوات الحل ثم تابع الحل بمنطق سليم ومفيد فيعطى عن الخطوات التي تليها ما يستحق من درجات وفق السلّم بشرط ألاّ يؤدي خطؤه إلى خفض سوية السؤال أو تغيير مضمونه .

٦- إذا أجاب الطالب عن موقف بطريقة غير واردة في السلّم ، فعلى المصحح أن يعرض الطريقة على ممثل الفرع الذي عليه أن يقوم والموجهون الاختصاصيون بدراسة هذه الطريقة والتأكد من صحتها ومن ثم توزيع الدرجات لتلك الطريقة بما يكافئ التوزيع الوارد على الطريقة الواردة في السلّم ثم يعمّم هذا التوزيع بعد أخذ موافقة التوجيه الأول لمادة الرياضيات في وزارة التربية .

٧- عند الاضطرار إلى تعديل درجة حصل عليها الطالب عن سؤال ما ، يجب على كل من المصحح والمدقق تسجيل اسمه مقروناً بتوقيعه في جوار الدرجة المعدّلة مرفقاً بمهر خاتم الامتحانات .

٨- إذا حل الطالب سؤالاً بأكثر من طريقة تصحح كافة حلوله وتعتمد الدرجة الأعلى.

١٠- إذا لم يُجب الطالب عن سؤال ما، تُكتب (إلى جانب السؤال)العبارة الآتية: (صفر للسؤال..... لأنه بلا إجابة)

١١- تُسجل الدرجات التي يستحقها الطالب عن طلبات السؤال ومراحله (رقماً) وبوضوح على الهامش ، أما الدرجة المستحقة عن السؤال كاملاً تُسجل على الهامش الأيمن (مقابل بداية الإجابة) رقماً وكتابةً.

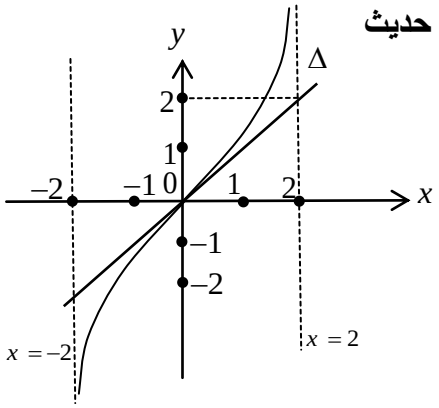
مثال ذلك : الأحاد العشرات المئات

٢ ١ ١

بعد استبدال حقل الكسور بالآحاد.

حقل الآحاد بالعشرات.

حقل العشرات بالمئات.



أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: تأمل الشكل المرسوم جانباً:

حيث C هو الخط البياني للتابع f المعرف على $I =]-2\,,+2[$

والمطلوب:

1- احسب $\lim\limits_{x\to -2} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$

2- أوجد $f(0)$ ، $f'(0)$

3- هل التابع f فردي ام زوجي

4- اكتب معادلة المماس Δ

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$\lim\limits_{x\to -2} f(x) = -\infty$ و $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = +\infty$	2×10
٢	$f(0) = 0\,,\ f'(0) = 1$	2×5
٣	فردي	5
٤	$y = x$	5
	المجموع	40

السؤال الثاني: اكتب شعاعي التوجيه للمستقيمين d و d'

$$d:\begin{cases} x = t+1 \\ y = -3t+2 \\ z = -3t+3 \end{cases} \quad t\in\mathbb{R} \quad \text{و} \quad d':\begin{cases} x = s \\ y = -3s-3 \\ z = -s+1 \end{cases} \quad s\in\mathbb{R}$$

وهل المستقيمان d و d' يقعان في مستوٍ واحد؟ علّل إجابتك.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	شعاع توجيه d $v_d(1,-3,-3)$	10
٢	شعاع توجيه d' $v_{d'}(1,-3,-1)$	10
٣	المركبات غير متناسبة . v_d و $v_{d'}$ غير مرتبطان	5
٤	الحل المشترك للمعادلتين	5
٥	الإصلاح والنتيجة	5
٦	المستقيمان لا يقعان في مستوي واحد	5
	المجموع	40

ملاحظة: إذا أخطأ الطالب في إحدى الخطوتين ١أو٢ وجعل المركبات متناسبة واستنتج أن المستقيمان متوازيان ويقعان في مستو واحد يخسر 15درجة

سوريانا التعليمية

طريقة ثانية:

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	شعاع توجيه d $v_d(1,-3,-3)$	10
٢	شعاع توجيه d' $v_{d'}(1,-3,-1)$	10
٣	المركبات غير متناسبة . v_d و $v_{d'}$ غير مرتبطان	5
٤	اختيار نقطتين $t=0 \quad A(1,2,3)$ $s=0 \quad B(0,-3,1)$ $\overrightarrow{AB}(-1,-5,-2)$	5
٥	$\overrightarrow{AB}=a\overrightarrow{v_d}+b\overrightarrow{v_{d'}}$ $(-1,-5,-2)=(a+b,-3a-3b,-3a-b)$ نبحث عن a,b $a+b=-1 \quad (1)$ $-3a-3b=-5 \quad (2)$ $-3a-b=-2 \quad (3)$	5
٦	بضرب(1) بـ 3 وجمع مع(2) نجد $0=-8$ مستحيلة فالأشعة $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{v_d}$, $\overrightarrow{v_{d'}}$ غير مرتبطة خطياً والمستقيمان لا يقعان في مستو واحد	5
	المجموع	40

السؤال الثالث: حل المعادلة التفاضلية الآتية: $2y'+3y=0$ والخط البياني C للحل يمر بالنقطة $A(\ln 4,1)$.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	الوصول إلى $y=k\,e^{-\frac{3}{2}x}$	5 +10 10دستور + 5 التعويض
٢	التعويض بإحداثيات النقطة A	5
٣	الإصلاح	5+5
٤	الوصول إلى قيمة k	5
٥	الحل النهائي	5
	المجموع	40

السؤال الرابع: نتأمل، في المعلم المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، النقطتين $A(2,0,1)$ و $B(1,-2,1)$. والمطلوب:

اكتب معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AB]$

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	حساب مركبات $\overrightarrow{AB}(-1,-2,0)$	5×2
٢	إحداثيات M منتصف AB $M(\frac{3}{2},-1,1)$	5×2
٣	معرفة الناظم $\vec{n}=\overrightarrow{AB}$	5
٤	كتابة معادلة المستوي	5
٥	التعويض + كتابة النتيجة	5+5
	المجموع	40

سوريانا التعليمية

طريقة ثانية :

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	افتراض $M(x,y,z)$ من المستوي المحوري	5
٢	$\|\overrightarrow{AM}\|=\|\overrightarrow{BM}\|$	15
٣+٤+٥	القانون و التعويض والإصلاح	5+10+5
	المجموع	40

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية: (60 درجة لكل تمرين)

السؤال الخامس : (٦٠ درجة)

التمرين الأول: لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق ما يأتي: $u_n=\sqrt{n+1}-\sqrt{n}$

1- أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متناقصة.

2- أثبت أن $0\leq u_n\leq 1$ واستنتج أنها متقاربة واحسب نهايتها.

طريقة أولى للطلب الأول:

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
	افتراض تابع $f(x)=\sqrt{x+1}-\sqrt{x}\quad :x\geq 0$	
١	$f'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x+1}}-\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$	2×5
٢	$f'(x)<0$ + التعليل	5+5
٣	f متناقص ومنه المتتالية متناقصة	5
	المجموع	25

طريقة ثانية للطلب الأول:

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$u_n=\sqrt{n+1}-\sqrt{n}=\dfrac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$	5
٢	$u_{n+1}=\sqrt{n+2}-\sqrt{n+1}=\dfrac{1}{\sqrt{n+2}+\sqrt{n+1}}$	5
	$\sqrt{n+2}+\sqrt{n+1}>\sqrt{n+1}+\sqrt{n}$	5
٣	$\dfrac{1}{\sqrt{n+2}+\sqrt{n+1}}<\dfrac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$	5
٤	$u_{n+1}<u_n$ المتتالية متناقصة	5
	المجموع	25

طريقة ثالثة للطلب الأول:

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة

سوريانا التعليمية

١	$u_n = \frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$	5
٢	$u_{n+1} = \frac{1}{\sqrt{n+2}+\sqrt{n+1}}$	5
٣	$u_{n+1} - u_n = \frac{\sqrt{n}-\sqrt{n+2}}{(\sqrt{n+2}+\sqrt{n+1})(\sqrt{n+1}+\sqrt{n})}$	5
٤	$\sqrt{n} \le \sqrt{n+2}$ $\sqrt{n}-\sqrt{n+2} \le 0$	5
٥	$u_{n+1} - u_n \ge 0$ فالمتتالية متناقصة	5
	المجموع	25

طريقة أولى للطلب الثاني:

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
	$u_n = \sqrt{n+1}-\sqrt{n} = \frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$	5
	$\sqrt{n+1}+\sqrt{n} \ge 0$ ومنه $u_n \ge 0$	5
	$u_{n+1} = \sqrt{n+2}-\sqrt{n+1} = \frac{1}{\sqrt{n+2}+\sqrt{n+1}} \le 1$	5+5
	المجموع	20

التقارب والنهاية

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
٤	المتتالية متناقصة ومحدودة من الأدنى متقاربة	5
٥	$\lim_{n\to+\infty} u_n = \lim_{n\to+\infty} \frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}} = 0$	5+5
	المجموع	15

ملاحظة: إذا أثبت الطالب أن $1 \ge u_n \ge 0$ مستعملاً البرهان بالتدريج

الترميز $E(n)$ درجتان

إثبات $E(0)$ 3 درجات

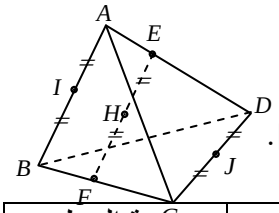
افتراض $E(n)$ صحيحة 5 درجات

اشتقاق التابع وتناقصه 5+5 درجات

يخسر درجتان لكتابة إلى $f(u_n) = u_{n+1}$

سوريانا التعليمية

السؤال السادس : (٦٠ درجة)



التمرين الثاني:

$ABCD$ رباعي وجوه و عدد حقيقي. I و J هما، بالترتيب ، منتصفا $[AB]$ و $[CD]$.

و E و F نقطتان تحققان العلاقتين: $\overrightarrow{AE}=a\,\overrightarrow{AD}$ و $\overrightarrow{BF}=a\,\overrightarrow{BC}$ وأخيراً H هي منتصف $[EF]$.

أثبت أن I و J و H تقع على استقامة واحدة.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$\overrightarrow{BF}=a\overrightarrow{BC}$ ومنه F مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين $(B,1-a)$ (c,a)	5+5
٢	$\overrightarrow{AE}=a\overrightarrow{AD}$ ومنه E مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين $(A,1-a)$ (D,a)	5+5
٣	H مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين $(E,1)$ $(F,1)$	5+5
	مركز الأبعاد المتناسبة لرؤوس رباعي الوجوه $(H,2)$	
٤	$(I,2-2a)$ مركز الأبعاد المتناسبة للنقط $(A,1-a)$ $(B,1-a)$	5+5
٥	$(J,2a)$ مركز الأبعاد المتناسبة للنقط (B,a) (C,a)	5+5
٦	ومنه H مركز الأبعاد المتناسبة للنقط $(J,2a)$ $(I,2-2a)$	5
٧	فالنقط على استقامة واحدة	5
	المجموع	60

طريقة ثانية:

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$\overrightarrow{IH}=\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{EH}$	5
٢	$\overrightarrow{IH}=\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{BF}+\overrightarrow{FH}$	5
٣	$2\overrightarrow{IH}=\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{BF}$	5
٤	$2\overrightarrow{IH}=a\overrightarrow{AD}+a\overrightarrow{BC}$	5
٥	$2\overrightarrow{IH}=a(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC})$ (1)	5
٦	$\overrightarrow{IJ}=\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DJ}$	5
٧	$\overrightarrow{IJ}=\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CJ}$	5
٨	$2\overrightarrow{IJ}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}$ (2)	5
	نعوض (2) في (1)	
٩	$2\overrightarrow{IH}=a(2\overrightarrow{IJ})$ أي $\overrightarrow{IH}=a(\overrightarrow{IJ})$	5
١٠	$\overrightarrow{IH}$, $\overrightarrow{IJ}$ مرتبطان خطياً إذاً I , J , H على استقامة واحدة	5
	المجموع	60

طريقة ثالثة:

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
	نختار معلم كيفي: $(B;\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BD},\overrightarrow{BA})$	5
	$D(0,1,0)$, $A(0,0,1)$, $B(0,0,0)$, $F(a,0,0)$	2×5
	نوجد $E(x,y,z)$	5
	$\overrightarrow{AE}=a\overrightarrow{AD} \Rightarrow (x,y,z-1)=(0,a,-a)$	2×3
	$x=0$, $y=a$, $z=1-a$	2×3
	$I(0,0,\frac{1}{2})$ $J(\frac{1}{2},\frac{1}{2},0)$ $\overrightarrow{IJ}(\frac{1}{2},\frac{1}{2},-\frac{1}{2})$	3×3
	H منتصف EF $H(\frac{a}{2},\frac{a}{2},\frac{1-a}{2}) \Rightarrow \overrightarrow{IH}(\frac{a}{2},\frac{a}{2},\frac{-a}{2})$	2×3 القانون 3
	الشعاعان مركبتاهما متناسبة فهما مرتبطان خطياً وبالتالي I , J , H على استقامة واحدة	5+5

التمرين الثالث : : لتكن النقطة M التي يمثلها العدد العقدي $z = -1 + i$. والمطلوب

❶ اثبت أن z^8 عدداً حقيقياً.

❷ جد العدد العقدي z' الممثل للنقطة M' صورة M وفق دوران مركزه $A(1+i)$ وزاويته $\frac{\pi}{4}$ وأكتبه بالشكل الأسي .

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$z^8 = (z^2)^4 = ((-1+i)^2)^4$	5
٢	$z^8 = (1-2i-1)^4$ ، $i^2 = -1$	5
٣	$z^8 = (-2i)^4 = 16i^4 = 16$	2+3+5
٤	$z' - a = e^{i\frac{\pi}{4}}(z-a)$	10
٥	$z' = e^{i\frac{\pi}{4}}(-1+i-1-i)+1+i$	5
٦	$z' = e^{i\frac{\pi}{4}}(-2)+1+i$	5
٧	$z' = -2e^{i\frac{\pi}{4}} + \sqrt{2}.e^{i\frac{\pi}{4}}$	5
٨	$z' = (-2+\sqrt{2})e^{i\frac{\pi}{4}}$	5
٩	$z' = -(2-\sqrt{2})e^{i\frac{\pi}{4}}$	5
١٠	$z' = (-2+\sqrt{2})\, e^{i\frac{\pi}{4}}\, e^{\pi}$	3
١١	$z' = (2-\sqrt{2})e^{i\frac{5\pi}{4}}$	2
	المجموع	60

طريقة (٢) الطلب (١):

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$r = \sqrt{2}$	2
٢	$\theta = \frac{3\pi}{4}$	2
٣	$z = \sqrt{2}e^{3\frac{\pi}{4}i}$	4
	$z^8 = (\sqrt{2})^8 e^{8(3\frac{\pi}{4}i)}$	2 + 2+2
	$= 16 . e^{i6\pi} = 16(1) = 16$	2 + 2+2

سوريانا التعليمية

التمرين الرابع: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $R\setminus\{-3\}$ وفق : $f(x)=\frac{x^2+2x-2}{x+3}$

1) اكتب التابع f بالشكل $f(x)=ax+b+\frac{1}{x+3}$

2) أثبت أن المستقيم $y=ax+b$ مقارب مائل للخط البياني C في جوار $+\infty$.

3) احسب $\int_0^2 f(x)dx$

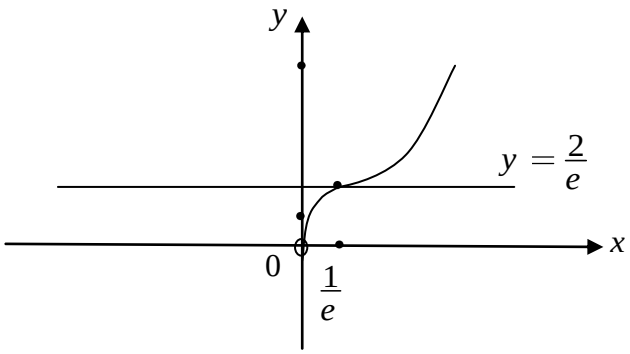
الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$\begin{array}{r\|l} & x-1 \\ \hline x+3 & x^2+2x-2 \\ & x^2+3x \\ \hline & -x-2 \\ & -x-3 \\ \hline & 1 \end{array}$	5 5 5
٢	$f(x)=x-1+\frac{1}{x+3}$	5
٣	$g(x)=f(x)-x-1=\frac{1}{x+3}$	5+5 قانون + نتيجة
٤	$\lim_{x\to\infty}(\frac{1}{x+1})=0$ Δ مقارب مائل	5
٥	$\int_0^2(x-1+\frac{1}{x+3})dx=[\frac{x^2}{2}-x+\ln(x+3)]_0^2$	5×3
٦	$2-2+\ln5-\ln3=\ln5-\ln3$	5×2
	المجموع	60

ثالثاً حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى : ليكن C هو الخط البياني للتابع f المعرف على $I=]0,+\infty[$ وفق $f(x)=x+x(\ln x)^2$. وليكن $g(x)=(\ln(x)+1)^2$ والمطلوب:

1. أوجد نهاية التابع f عند الصفر وعند $+\infty$.
2. أثبت أن $f'(x)=g(x)$
3. حل المعادلة $g(x)=0$.
4. نظم جدول بتغيرات f .
5. أكتب معادلة المماس Δ للخط C في نقطة فاصلتها $x=\frac{1}{e}$ وارسم المماس Δ وارسم C.

سوريانا التعليمية

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$\lim\limits_{x\to 0} f(x)=0$	5
٢	$f(x)=x+4(\sqrt{x}\ \ln\sqrt{x})^2$ $\lim\limits_{x\to 0} x\ \ln x\ =0$	2×5
٥	$\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=+\infty$	10
٦	$f'(x)=1+(\ln x)^2+2\ln x\,.\frac{1}{x}.x$	2 + 5 + 5
٧	$f'(x)=(\ln x)^2+2\ln x\ +1$	5
٨	$=(\ln(x)+1)^2=g(x)$	3
٩	$g(x)=0$ ومنه $\ln(x)+1=0$	5
١٠	$\ln(x)=-1$ ومنه $x=\frac{1}{e}$	5+5
١١	$f(\frac{1}{e})=\frac{2}{e}$	5
١٢	$\begin{array}{c\|ccccc} x & 0 & & \frac{1}{e} & & +\infty \\ \hline f'(x) & & + & 0 & + & \\ \hline f(x) & 0 & \nearrow & \frac{2}{e} & \nearrow & +\infty \end{array}$	5 5
١٣	قانون المماس	قانون المماس5 تعويض5
١٥	معادلة المماس	5
١٦		5+5
	المجموع	100

طريقة ثانية لإزالة حالة عدم التعيين:

١	$\ln(x)=t\ \Rightarrow x=e^t$	2+2
٢	$x\longrightarrow 0\Rightarrow t=-\infty$	
٣	$f(x)=e^t+e^t.t^2$	2+2+2
٤	$\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ t\to -\infty}} f(x)=\lim\limits_{t\to -\infty}(\underset{\searrow 0}{e^t}+\underset{\searrow 0}{e^t}.t^2)$	
٥	$0+0=0$	5

سوريانا التعليمية

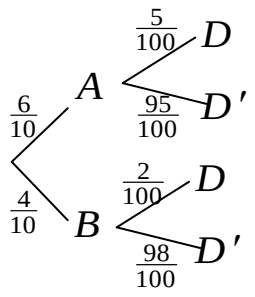
المسألة الثانية : يضمّ مصنع ورشتين A و B لتصنيع الأقلام . عندما ورد طلب لعدد من الأقلام قدره 1000 قلم، صنّعت الورشة A منها 600 قلماً وصنّعت البقية الورشة B. هناك نسبة 5% من أقلام الورشة A غير صالحة للاستعمال، في حين تكون نسبة 2% من اقلام الورشة B غير صالحة للاستعمال. نسحب عشوائياً قلماً من الطلب. نرمز بالرمز A إلى الحدث «القلم مصنوع في الورشة A» وبالرمز B إلى الحدث «القلم مصنوع في الورشة B» وبالرمز D إلى الحدث «القلم غير صالح للاستعمال».

❶ أعط تمثيلاً شجرياً للتجربة.

❷ احسب احتمال أن يكون القلم صالح للاستعمال.

❸ إذا كان القلم صالحاً للاستعمال فما احتمال أن يكون مصنوعاً في الورشة A.

❹ نسحب عشوائياً من الورشة A قلمين معاً وليكن X المتحوّل العشوائي الذي يمثل عدد الأقلام المسحوبة الصالحة للاستعمال ، احسب $\mathbb{P}(X=0)$.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
		5+30
	$P(D')=\frac{6}{10}\cdot\frac{95}{100}+\frac{4}{10}\cdot\frac{98}{100}$	5×4+5
	$P(D')=\frac{570}{1000}+\frac{392}{1000}=\frac{962}{1000}$	5
	$P(A\mid D')=\frac{P(A\cap D')}{P(D')}=\frac{\frac{6}{10}\times\frac{95}{100}}{\frac{962}{1000}}=\frac{570}{962}$	5×4
	عدد الأرقام غير الصالحة : $\frac{5\times 600}{100}=30$	2
	$P(X=0)=\frac{\binom{30}{2}}{\binom{600}{2}}=\frac{29}{20\times 599}$	3+3 5 للتوافيق 2 للنتيجة
	المجموع	100

انتهى السلم

سوريانا التعليمية

الاسم :

الرقم :

المدة : ثلاث ساعات

الدرجة : ستمئة

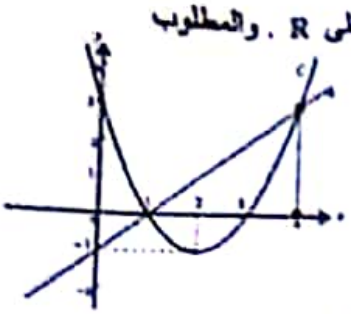
امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة دورة عام 2018

الرياضيات الدورة الأولى (الفرع العلمي)

- الصفحة الأولى -

أولاً أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: تأمل الشكل المرسوم جانباً ، ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$. والمطلوب



1- دل على القيمة الحدية الصغرى للتابع f.

2- جد $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

3- ما حلول المعادلة $f(x)=y_A$.

4- اكتب معادلة المستقيم Δ.

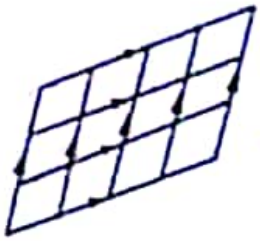
السؤال الثاني :

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لتكن النقطة $A(1,-2,0)$ والمستوي P الذي معادلته:

$p: x+2y+z-1=0$ والمطلوب :

احسب بعد النقطة A عن المستوي P ، ثم اكتب معادلة الكرة التي مركزها A وتمس المستوي P .

السؤال الثالث:



في الشكل المجاور نتأمل شبكة منتظمة من المستقيمات المتوازية،

تشكل فيما بينها متوازيات أضلاع والمطلوب : احسب عدد متوازيات الإضلاع في الشبكة.

السؤال الرابع: ليكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x)=\dfrac{1}{3+\cos x}$

1- أثبت محدودية f.

2- استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2}{3+\cos x}$.

ثانياً:حل التمارين الأربعة الآتية: (60درجة لكل تمرين)

التمرين الأول : في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ نتأمل النقاط A , B , C , M التي تُمثلها على الترتيب الأعداد العقدية $a=-1-i$, $b=1-i$, $c=2i$, $m=-1+i$ والمطلوب:

1) مثّل الأعداد $a=-1-i$, $b=1-i$, $c=2i$, $m=-1+i$ في المستوي.

2)احسب العدد العقدي d الممثل للنقطة D صورة النقطة C وفق دوران مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

3) أثبت أن النقاط M و O و B تقع على استقامة واحدة.

4) احسب $\arg\dfrac{c-d}{m}$ ، واستنتج أن (OM) و (DC) متعامدان.

التمرين الثاني:

ليكن لدينا المتتاليتان $(u_n)_{n\geq1}$ ، $(v_n)_{n\geq1}$ المعرفتان وفق: $u_n=5-\frac{1}{n}$ ، $v_n=5+\frac{1}{n^2}$ والمطلوب:

1- اثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq1}$ متزايدة.

2- اثبت أن المتتالية $(v_n)_{n\geq1}$ متناقصة.

3- هل المتتاليتان $(u_n)_{n\geq1}$ ، $(v_n)_{n\geq1}$ متجاورتان ؟ علل إجابتك .

يتبع في الصفحة الثانية

Scanned by CamScanner

الاسم :
الرقم :
المدة : ثلاث ساعات
درجة : ستمئة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة دورة عام 2018
الرياضيات (الفرع العلمي) الدورة الأولى

- الصفحة الثانية -

التمرين الثالث: ليكن X متحول عشوائي يمثل عدد النجاحات في تجربة برنولية. الجدول غير المكتمل المجاور هو القانون الاحتمالي للمتحول X المثل لثلاث نجاحات، فإذا علمت أن احتمال النجاح يساوي $\frac{2}{3}$ و $P(X=0)=\frac{1}{27}$ و $P(X=1)=\frac{6}{27}$

k	0	1	2	3
$P(X=k)$	$\frac{1}{27}$	$\frac{6}{27}$	...	...

1) جد $P(X=2)$ ، $P(X=3)$

2) ما التوقع الرياضي للمتحول العشوائي X ؟

3) ما تباين المتحول العشوائي X ؟

التمرين الرابع: ليكن $J=\int_0^{\ln 2}\frac{e^x}{e^x+2}dx$ ، $I=\int_0^{\ln 2}\frac{2}{e^x+2}dx$ والمطلوب

1- احسب J.

2- احسب $I+J$ ثم استنتج I.

ثالثاً حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x)=\ln(e^{-x}+1)$

1- جد نهاية f عند $-\infty$ ، وعند $+\infty$ ، هل يقبل الخط C مقاربات غير مائلة؟

2- اثبت أن $f(x)=-x+\ln(e^{x}+1)$

3- اثبت أن المستقيم $y=-x$ مقارب مائل للخط C في جوار $-\infty$.

4- ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها.

5- ارسم المقاربات وارسم الخط البياني C.

المسألة الثانية: في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقاط $A(1,1,0)$ و $B(1,2,1)$ و $C(4,0,0)$ والمطلوب

1) اثبت أن النقاط A ، B ، C ليست على استقامة واحدة .

2) اثبت أن معادلة المستوي (ABC) تعطى بالعلاقة $x+3y-3z-4=0$

3) ليكن المستويان P ، Q معادلتهما :

$$P: x+2y-z-4=0$$
$$Q: 2x+3y-2z-5=0$$

أثبت أن المستويان يتقاطعان في الفصل المشترك d التمثيلات الوسيطية التالية : $t\in\mathbb{R}$ ،
$$d:\begin{cases}x=t-2\\ y=3\\ z=t\end{cases}$$

4) ما هي نقطة تقاطع المستويات P ، Q ، (ABC).

5) احسب بعد A عن المستقيم d.

ملاحظة : يمنع استعمال الآلات الحاسبة والجداول اللوغاريتمية

- انتهت الأسئلة -

سوريانا التعليمية

Scanned by CamScanner

الجمهورية العربية السورية
وزارة التربية

سلّم تصحيح شهادة الثانوية العامة ـ الفرع العلمي

لمادة الرياضيات

الدورة الامتحانية الأولى لعام ٢٠١٨م

سوريانا التعليمية

ملاحظات عامة

١- في ركن تسجيل الدرجات على القسيمة تخصص الحقول على التتالي كما يأتي :

الحقل	رقم السؤال	موضوع السؤال
١	السؤال الأول	تمثيل بياني
٢	السؤال الثاني	أشعة
٣	السؤال الثالث	تحليل توافقي
٤	السؤال الرابع	تحليل
٥	السؤال الخامس/ التمرين الأول	عقدية
٦	السؤال السادس/ التمرين الثاني	متتاليات
٧	السؤال السابع/ التمرين الثالث	احتمالات
٨	السؤال الثامن/ التمرين الرابع	تكامل
٩	السؤال التاسع/ المسألة الأولى	مسألة تحليل
١٠	السؤال العاشر / المسألة الثانية	مسألة أشعة

٢- يُحذف (درجتان) لكل خطأ حسابي من الدرجات المخصصة للخطوة التي وقع فيها الخطأ.

٣- إذا دمج الطالب خطوتين أو أكثر وكان باستطاعة الطالب الجيد أن يقوم بذلك الدمج ، يعطى الطالب مجموع الدرجات المخصصة لما دمج من خطوات .

٤- لا يجوز تجزئة الدرجات المخصصة للخطوة الواحدة إلا عند وجود خطأ حسابي .

٥- إذا أخطأ الطالب في خطوة من خطوات الحل ثم تابع الحل بمنطق سليم ومفيد فيعطى عن الخطوات التي تليها ما يستحق من درجات وفق السلّم بشرط ألاّ يؤدي خطؤه إلى خفض سوية السؤال أو تغيير مضمونه .

٦- إذا أجاب الطالب عن موقف بطريقة غير واردة في السلّم ، فعلى المصحح أن يعرض الطريقة على ممثل الفرع الذي عليه أن يقوم والموجهون الاختصاصيون بدراسة هذه الطريقة والتأكد من صحتها ومن ثم توزيع الدرجات لتلك الطريقة بما يكافئ التوزيع الوارد على الطريقة الواردة في السلّم ثم يعمّم هذا التوزيع بعد أخذ موافقة التوجيه الأول لمادة الرياضيات في وزارة التربية .

٧- عند الاضطرار إلى تعديل درجة حصل عليها الطالب عن سؤال ما ، يجب على كل من المصحح والمدقق تسجيل اسمه مقروناً بتوقيعه في جوار الدرجة المعدّلة مرفقاً بمهر خاتم الامتحانات .

٨- إذا حل الطالب سؤالاً بأكثر من طريقة تصحح كافة حلوله وتعتمد الدرجة الأعلى.

١٠- إذا لم يُجب الطالب عن سؤال ما، تُكتب (إلى جانب السؤال)العبارة الآتية: (صفر للسؤال..... لأنه بلا إجابة)

١١- تُسجل الدرجات التي يستحقها الطالب عن طلبات السؤال ومراحله (رقماً) وبوضوح على الهامش ، أما الدرجة المستحقة عن السؤال كاملاً تُسجل على الهامش الأيمن (مقابل بداية الإجابة) رقماً وكتابةً.

مثال ذلك :

الأحاد	العشرات	المئات
٢	١	١

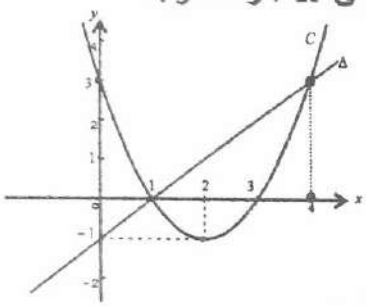
بعد استبدال حقل الكسور بالآحاد.

حقل الآحاد بالعشرات.

حقل العشرات بالمئات.

أولاً أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: تأمل الشكل المرسوم جانباً ، ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$. والمطلوب



1- دل على القيمة الحدية الصغرى للتابع f .

2- جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

3- ما حلول المعادلة $f(x)=y_{\Delta}$.

4- اكتب معادلة المستقيم Δ .

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	القيمة الحديّة $f(2)=-1$	5
٢	$\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=+\infty$	5
٣	حلول المعادلة $f(x)=y_{\Delta}$: $\left.\begin{matrix} x=1 \\ x=4 \end{matrix}\right\}$	5 5
٤	معادلة المستقيم Δ : $\left.\begin{matrix}\text{الميل قانون + النتيجة} \\ \text{المعادلة}\end{matrix}\right\}$	5+5 5(قانون)+5(معادلة)
	المجموع	40

ملاحظة: ١- إذا كتب في الخطوة (2) $(1,0)$ و $(4,3)$ ينال الدرجات المخصصة للخطوة.
٢- أي طريقة صحيحة لإيجاد معادلة المستقيم Δ ينال الدرجات المخصصة.
٣- إذا ذكر صراحةً يبلغ القيم الحدّية في النقطة (2,-1) ينال درجة الخطوة الأولى.

السؤال الثاني :
في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لتكن النقطة $A(1,-2,0)$ والمستوي P الذي معادلته:
$p: x+2y+z-1=0$ والمطلوب :
احسب بعد النقطة A عن المستوي P ، ثم اكتب معادلة الكرة التي مركزها A وتمس المستوي P .

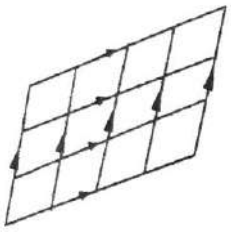
الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	دستور البعد	5
٢	تعويض البسط	5
٣	تعويض المقام	5
٤	النتيجة	5
٥	معادلة الكرة: القانون	5
٦	معرفة البعد $dist(A,p)=R$	5
٧	تعويض في معادلة الكرة + نتيجة	5 + 5
	المجموع	40

سوريانا التعليمية

السؤال الثالث:

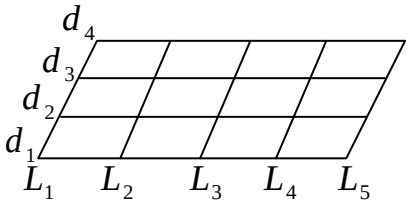
في الشكل المجاور نتأمّل شبكة منتظمة من المستقيمات المتوازية،

تشكل فيما بينها متوازيات أضلاع والمطلوب : احسب عدد متوازيات الإضلاع في الشبكة.



الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	معرفة عدد طرائق تشكيل مستقيمين متوازيين من المستقيمات المتوازية الأولى $\binom{5}{2}$	5
٢	معرفة عدد طرائق تشكيل مستقيمين متوازيين من المستقيمات المتوازية الثانية $\binom{4}{2}$	5
	عدد متوازيات الأضلاع	
٣	الجداء	5
٤	قيمة كل من التوافيق	10 + 10
٥	النتيجة	5
	المجموع	40

طريقة (2):



نلاحظ أن عدد متوازيات الأضلاع الشبكة بين المستقيمين d_1 و d_2 هي $1+2+3+4=10$ 10+5

عدد متوازيات الأضلاع الشبكة بين المستقيمين L_1 و L_2 هي $1+2+3=6$ 10+5

ومنه عدد متوازيات الأضلاع $6\times10=60$ 10

طريقة (3):

مناقشة عدد متوازيات الأضلاع التي أبعادها {1,1} تساوي 12

عدد متوازيات الأضلاع التي أبعادها {1,2} تساوي 20

عدد متوازيات الأضلاع التي أبعادها {1,3} تساوي 10

عدد متوازيات الأضلاع التي أبعادها {1,4} تساوي 3

عدد متوازيات الأضلاع التي أبعادها {2,2} تساوي 6

عدد متوازيات الأضلاع التي أبعادها {2,3} تساوي 6

عدد متوازيات الأضلاع التي أبعادها {3,3} تساوي 2

عدد متوازيات الأضلاع التي أبعادها {3,4} تساوي 1

فيكون عدد متوازيات الأضلاع في الشبكة يساوي $12+20+10+3+6+6+2+1=60$

في حال إهمال حالة من الحالات يخسر 5 درجات.

ملاحظات:

١- في حال كتب الطالب علاقة توافقية غير منسجمة ينال درجة ايجاد ناتج التوافيق فقط.

٢- في الخطوتين الأولى والثانية إذا كتب تراتيب عوضاً عن التوافيق يخسر درجات الخطوتين والنتيجة الأخيرة.

السؤال الرابع: ليكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x)=\dfrac{1}{3+\cos x}$

1- أثبت محدودية f.

2- استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2}{3+\cos x}$.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$-1\le\cos x\le 1$	5
٢	إضافة 3 لأطراف المتراجحة	5
٣	الأصلاح (المقلوب)	5 + 5
٤	النتيجة: $\frac{1}{4}\le f(x)\le\frac{1}{2}$	5
٥	الضرب بـ: x^2	5
٦	معرفة: $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^2}{4}=+\infty$	5
٧	معرفة النتيجة	5
	المجموع	40

طريقة ثانية:

إذا درس الطالب تغيرات التابع f على مجال طوله 2π (دور التابع) لإثبات محدوديّته، وتوصّل إلى النتيجة الموافقة ينال الدرجات المخصّصة

سوريانا التعليمية

ثانيا: حل التمارين الاربعة الاتية: (60 درجة لكل تمرين)

السؤال الخامس : (٦٠ درجة)

التمرين الأول : في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ نتأمل النقاط M, C, B, A التي تُمثلهما على الترتيب الأعداد العقدية $a=-1-i$, $b=1-i$, $c=2i$, $m=-1+i$

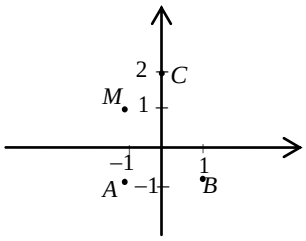
والمطلوب:

1) مثّل الأعداد $a=-1-i$, $b=1-i$, $c=2i$, $m=-1+i$ في المستوي.

2) احسب العدد العقدي d الممثل للنقطة D صورة النقطة C وفق دوران مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

3) أثبت أن النقاط M و O و B تقع على استقامة واحدة.

4) احسب $\arg\frac{c-d}{m}$ ، واستنتج أن (OM) و (DC) متعامدان.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	على الرسم مباشرة أو تمثيلها بثنائيات 	2×4=8
٢	حساب قانون + نتيجة $d=ic=-2$	6×2
٣	إثبات وقوع النقط على استقامة واحدة: طريقة (1): الارتباط الخطي لشعاعين – كتابة الشعاعين- التعليل طريقة (2): نسبة عددين عقديين (عدد حقيقي) طريقة (3): كتابة معادلة مستقيم مار من نقطتين والتحقق من أن النقطة تنتمي المستقيم طريقة (4): استعمال الرسم مع التعليل الصريح طريقة (5): استعمال إحدى التحويلات الهندسية (دوران أو تناظر).	3×5
٤	حساب الزاوية التعويض في العلاقة $\frac{c-d}{m}$	5
٥	الإصلاح في الطرفين	5+5
٦	نتيجة	5
٧	استنتاج تعامد المستقيمين (oM) و (DC)	5
	المجموع	60

ملاحظة: يمكن الاعتماد على الرسم مع التعليل الهندسي في الخطوات الثانية والسابعة

سوريانا التعليمية

السؤال السادس : (٦٠ درجة)

التمرين الثاني:

ليكن لدينا المتتاليتان $(u_n)_{n\geq1}$, $(v_n)_{n\geq1}$ المعرفتان وفق: $u_n = 5 - \frac{1}{n}$, $v_n = 5 + \frac{1}{n^2}$ والمطلوب:

1- اثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq1}$ متزايدة.

2- اثبت أن المتتالية $(v_n)_{n\geq1}$ متناقصة.

3- هل المتتاليتان $(u_n)_{n\geq1}$, $(v_n)_{n\geq1}$ متجاورتان ؟ علل إجابتك .

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	إثبات التزايد: طريقة (1): $u_{n+1} - u_n > 0$ يوجد u_{n+1} يحسب الفرق + النتيجة طريقة (2): التابع + مشتق + نتيجة طريقة (3): النسبة $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ + التعليل الدقيق للخطوات + النتيجة طريقة (4): التدريج ذكر العلاقة + خطوات التدريج + النتيجة	5+10+5 5+10+5 5+10+5 3+15+2
٢	إثبات تناقص $(v_n)_{n\geq1}$: بنفس الأسلوب	5+10+5
٣	نهاية الفرق ⟵ { إيجاد الفرق النهاية استنتاج التجاور }	5 10 5
	المجموع	60

ملاحظة: - أذا كتب الطالب: $\lim_{x\to+\infty} v_n = 5$

$\lim_{x\to+\infty} u_n = 5$

$\lim_{x\to+\infty} v_n = \lim_{x\to+\infty} u_n$ ينال درجات الخطوة الثالثة

ملاحظة: في الخطوة (٣) إذا اكتفى الطالب بالإجابة بكلمة نعم دون تعليل الإجابة يخسر ١٥ درجة

سوريانا التعليمية

السؤال السابع : (٦٠ درجة)

التمرين الثالث: ليكن X متحول عشوائي يمثل عدد النجاحات في تجربة برنولية. الجدول غير المكتمل المجاور هو القانون الاحتمالي للمتحول X الممثل لثلاث نجاحات، فإذا علمت أن احتمال النجاح يساوي $\frac{2}{3}$ و

$\mathbb{P}(X=0)=\frac{1}{27}$ و $\mathbb{P}(X=1)=\frac{6}{27}$

k	0	1	2	3
$\mathbb{P}(X=k)$	$\frac{1}{27}$	$\frac{6}{27}$	$\frac{\dots}{\dots}$	$\frac{\dots}{\dots}$

1) جد $\mathbb{P}(X=2)$, $\mathbb{P}(X=3)$

2) ما التوقع الرياضي للمتحول العشوائي X ؟.

3) ما تباين المتحول العشوائي X ؟.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	إيجاد $P(x=2)$ قانون + تعويض + نتيجة إيجاد $P(x=3)$ تعويض + نتيجة	10+5+5 5 × 2
٢	حساب التوقع الرياضي $E(X)=np$ تعويض + نتيجة	5 × 3
٣	إيجاد التباين $v(X)=npq$ تعويض + نتيجة	5 × 3
	المجموع	60

ملاحظة: في حال كتب الطالب : $P(x=2)=\frac{12}{27}$ و $P(x=2)=\frac{8}{27}$ ينال الدرجات المخصصة ضمناً.

ملاحظة: حساب التوقع أو التباين اعتماداً على الجدول ينال الدرجات المخصصة.

سوريانا التعليمية

السؤال الثامن : (٦٠ درجة)

التمرين الرابع: ليكن $J = \int_0^{\ln 2} \frac{e^x}{e^x+2}dx$ ، $I = \int_0^{\ln 2} \frac{2}{e^x+2}dx$ والمطلوب

1- احسب J.

2- احسب $I + J$ ثُم استنتج I.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	التابع الأصلي التعويض	15 لكل حد 2 × 5
٢	ناتج مجموع $J + I$	5 × 2
٣	التابع الأصلي الناتج	10 5
٤	$I = \ln 2 - J$ + الناتج	5+5
	المجموع	60

سوريانا التعليمية

السؤال التاسع :

ثالثاً حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x) = \ln(e^{-x}+1)$

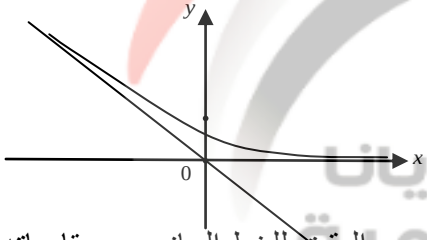
1- جد نهاية f عند $-\infty$، وعند $+\infty$، هل يقبل الخط C مقاربات غير مائلة؟

2- اثبت أن $f(x) = -x + \ln(e^{x}+1)$

3- اثبت أن المستقيم $y = -x$ مقارب مائل للخط C في جوار $-\infty$.

4- ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها.

5- ارسم المقاربات وارسم الخط البياني C.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	حساب : $\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$ $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$ نعم أو (يذكر المقارب $y = 0$)	10 10 5
٢	طريقة (١) $f(x) = \ln(e^{-x}+1)$ $f(x) = \ln(e^{-x}(1+e^{x}))$ $f(x) = \ln(e^{-x}) + \ln(1+e^{x})$ $f(x) = -x + \ln(1+e^{x})$ طريقة (٢) $f(x) = \ln(\frac{1}{e^{x}}+1)$ (5 درجات) $f(x) = \ln(\frac{1+e^{x}}{e^{x}})$ (5 درجات) $f(x) = \ln(1+e^{x}) - \ln(e^{x})$ (5 درجات) $f(x) = -x + \ln(1+e^{x})$ (5 درجات) طريقة (٣) $f(x) = -x + \ln(1+e^{x})$ $f(x) = \ln(e^{-x}) + \ln(e^{x}+1)$ (5 درجات) $f(x) = \ln(e^{-x}(1+e^{x}))$ (5 درجات) $f(x) = \ln(e^{-x}+1)$ (5+5 درجات)	5 5 + 5 5
٣	$f(x) - y_{\Delta} = \ln(e^{x}+1)$	5
٤	حساب النهاية	10
٥	$f'(x) = \frac{-e^{-x}}{1+e^{-x}}$	15
٦	x: $-\infty$ ، $+\infty$ $f'(x)$: $-$ $f(x)$: $+\infty$ ↘ 0	5 5
٧	 الرسم الدقيق للخط البياني مع مقارباته	رسم C 5 رسم المقارب المائل 5 المقارب الأفقي 5
	المجموع	100

السؤال العاشر :

المسألة الثانية: في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، لدينا النقاط $A(1,1,0)$ و $B(1,2,1)$ و $C(4,0,0)$ والمطلوب

1) اثبت أن النقاط C,B,A ليست على استقامة واحدة .

2) اثبت أن معادلة المستوي (ABC) تعطى بالعلاقة $x+3y-3z-4=0$

3) ليكن المستويان P , Q معادلتهما :

$$P:\ x+2y-z-4=0$$
$$Q:\ 2x+3y-2z-5=0$$

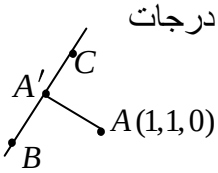
أثبت أن المستويان يتقاطعان في الفصل المشترك d التمثيلات الوسيطية التالية : $d:\begin{cases} x=t-2 \\ y=3 \quad ,t\in\mathbb{R} \\ z=t \end{cases}$

4) ما هي نقطة تقاطع المستويات P , Q , (ABC).

5) أحسب بعد A عن المستقيم d.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	إيجاد مركبات الشعاعين	5+5
٢	الشعاعين غير مرتبطين خطياً	5
٣	**طريقة (١):** نفرض $\vec{n}(a,b,c)$ يحقق $\vec{n}.\overrightarrow{AB}=0$ ، $\vec{n}.\overrightarrow{AC}=0$ إيجاد ناظم للمستو الوصول إلى معادلة المستوي (ABC) **طريقة (٢):** افتراض $M(x,y,z)$ تنتمي إلى المستوي (ABC) تحقق $\overrightarrow{AM}=\alpha\overrightarrow{AB}+\beta\overrightarrow{AC}$ (5 درجات) التعويض والإصلاح (15 درجة) الوصول إلى معادلة المستوي (ABC) (5 درجات) **طريقة (٣)** : تعويض النقاط A , B , C في معادلة المستوي والتحقق من انتمائها (25 درجة) **طريقة (٤):** $ax+by+cz+d=0$ تعويض النقاط (15 درجة) حل جملة المعادلات والوصول إلى المعادلة (10 درجات)	5 5 10 5
٤	الفصل المشترك **طريقة أولى** التعويض بمعادلتي المستويين والتحقق (5+10+10 درجات) **طريقة ثانية** الوصول إلى المعادلات الوسيطية بعزل أحد المجاهيل. **طريقة ثالثة** اختيار نقطتين من الفصل المشترك وإثبات أنهما تنتميان إلى المستويين Q و p **طريقة رابعة** اختيار نقطتين من الفصل المشترك وإيجاد شعاع توجيه لمستقيم الفصل المشترك ثم كتابة معادلة d	25

سوريانا التعليمية

٥	نقطة التقاطع **طريقة(١)** الحل المشترك للمعادلات الوسيطية مع المستوي (ABC) (15 درجة) الوصول إلى إحداثيات نقطة التقاطع (5 درجات) **طريقة(٢)** حل جملة المعادلات الثلاث والوصول إلى إحداثيات نقطة التقاطع (20 درجة)	20
٦	حساب البعد طريقة (١):تعيين $A'(a,b,c)$ المسقط القائم للنقطة A على المستقيم d 1- $\overrightarrow{AA'}\cdot\overrightarrow{u_d}=0$ (3) درجات 2- $A'\in P$ و $A'\in Q$ (3) درجات 3- الحصول على إحداثيات A' (3) درجات 4- حساب البعد (3) درجات 5- النتيجة (3) درجات طريقة (٢): 1- كتابة معادلة المستوي R المار بالنقطة A والعمودي على المستقيم d ناظم + معادلة (3+3) 2- الحل المشترك للمستوي R مع المستقيم d واستنتاج A' المسقط القائم للنقطة A على d (3) درجات 3- حساب البعد (3) درجات 4- النتيجة (3) درجات طريقة (٣): 1- بفرض $M(t-2,3,t)\in d$ (3) درجات 2- حساب AM^2 والكتابة $AM^2=2t^2-6t+13=f(t)$ (3) درجات 3- دراسة اطراد f أو الإتمام إلى مربع كامل (3) درجات 4- استنتاج قيمة t الموافقة أصغر قيمة للتابع f (3) درجات 5- حساب AM (3) درجات طريقة (٤):  وجود نقطتين من d مثل $B(-2,3,0)$ و $C(-1,3,1)$ وحساب $\overrightarrow{BA}$ و $\overrightarrow{BC}$ 1- حساب $\|\overrightarrow{BC}\|=\sqrt{2}$ و $\|\overrightarrow{BA}\|=\sqrt{13}$ (3) درجات 2- $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=3$ (3) درجات 3- $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{BA'}$ (3) درجات 4- الوصول إلى $\|\overrightarrow{BA'}\|=\frac{3}{\sqrt{2}}$ (3) درجات 5- حساب $AA'=\sqrt{\frac{17}{2}}$ حسب فيثاغورث في المثلث $AA'B$ (3) درجات	15
	المجموع	100

انتهى السلم

سوريانا التعليمية

الاسم :
الرقم :
المدّة : ثلاث ساعات
الدرجة : ستمئة

امتحان شهادة الدراسية الثانوية العامة دورة عام 2018

الرياضيات (الفرع العلمي) الدورة الثانية

- الصفحة الأولى -

أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : تأمل جدول تغيرات التابع f المعرف على $\mathbb{R}$ والمطلوب :

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	2	$\nearrow$	4	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

1- جد $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2- اكتب معادلة المقارب الأفقي للتابع f .

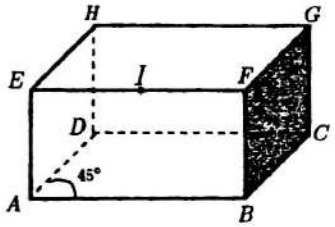
3- ماعدد حلول المعادلة $f(x)=0$.

4- دل على القيمة الحدية الصغرى للتابع f .

السؤال الثاني :

$ABCDEFGH$ متوازي سطوح ، فيه $AB=2$ و $BC=GC=1$. وقياس الزاوية $\widehat{DAB}$ يساوي $45°$.

والنقطة I منتصف $[EF]$ المطلوب :



1- احسب $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}$.

2- عين موضع النقطة M التي تحقق العلاقة $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{FB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{GH}$.

السؤال الثالث :

في إحدى مراكز الخدمة ثلاث مهندسين وخمس عمال ، كم لجنة قوامها مهندس واحد وعاملان يمكننا تشكيلها لمتابعة أعمال الخدمة .

السؤال الرابع:

$(u_n)_{n\geq0}$ متتالية هندسية أساسها $q=2$ وفيها $u_0=1$ ، والمطلوب:

احسب u_3 ثم احسب المجموع $S=u_3+u_4+u_5+u_6+u_7$.

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية: (60 درجة لكلّ تمرين)

التمرين الأول : ليكن f التابع المعرف على المجال $]2,+\infty[$ وفق: $f(x)=x-4+\sqrt{x-2}$

1- ادرس تغيرات f على المجال $]2,+\infty[$ ونظم جدولاً بها.

2- أثبت أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلاً وحيداً.

3- اكتب معادلة المماس للخط C في النقطة التي فاصلتها 3.

التمرين الثاني : صندوق يحوي (9) كرات متماثلة منها (4) كرات خضراء و (5) كرات حمراء، نسحب عشوائياً من الصندوق ثلاث كرات معاً، نتأمل المتحول العشوائي X الذي يأخذ القيمة 5 إذا كانت نتيجة السحب ثلاث كرات حمراء والقيمة 3 إذا كانت نتيجة السحب كرتين حمراوين وكرة خضراء والقيمة صفر فيما عدا ذلك والمطلوب:

اكتب القانون الاحتمالي للمتحول العشوائي X واحسب توقعه الرياضي.

التمرين الثالث :

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x)=e^x-1$ والمطلوب :

1- جد مجموعة حلول المتراجحة $f(x)\leq0$.

2- احسب : $\int_0^{\ln 2} f(x)d(x)$.

يتبع في الصفحة الثانية

Scanned by CamScanner

الاسم :
الرقم :
المدّة : ثلاث ساعات
الدرجة : ستمئة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة دورة عام 2018

الرياضيات (الفرع العلمي)

الدورة الثانية

التمرين الرابع : في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ نتأمل النقطتين A , B اللتين يمثلهما على الترتيب العددان العقديان: $z_A = 4$, $z_B = 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}\,i$ ولتكن I منتصف [AB] .

المطلوب:

1) مثّل النقطتين A , B في معلم متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ واكتب z_B بالشكل الأسي.

2) بيّن طبيعة المثلث OAB ، وأثبت أن قياس الزاوية $(\vec{u},\overrightarrow{OI})$ هو $\frac{\pi}{8}$.

3) اكتب العدد العقدي z_I الممثل للنقطة I بالصيغة الجبرية والأسية واستنتج $\sin(\frac{\pi}{8})$.

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى : في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، لدينا النقاط:

$A(2,1,3)$ و $B(1,0,-1)$ و $C(4,0,0)$ و $D(0,4,0)$ و $E(1,-1,1)$

1) جد $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{CD}$ ، $\overrightarrow{CE}$.

2) أثبت أنّ النقاط C و D و E ليست واقعة على استقامة واحدة .

3) أثبت أن (AB) يعامد المستوي (CDE).

4) اكتب معادلة المستوي (CDE).

5) احسب بعد B عن المستوي (CDE).

6) اكتب معادلة الكرة التي مركزها B وتمس المستوي (CDE).

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $I =]0,+\infty[$ وفق: $f(x) = x^2 - \ln x$ والمطلوب :

1- جد نهاية التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه .

2- ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها.

3- اكتب معادلة المماس T للخط البياني C في نقطة منه فاصلتها $x = 1$.

4- في معلم متجانس ارسم المماس T والخط البياني C.

5- احسب مساحة السطح المحصور بالخط البياني C ومحور الفواصل والمستقيمين $x = 1$ ، $x = e$.

6- نُعرّف المتتالية $(u_n)_{n\geq1}$ حيث : $u_n = n^2 - \ln(n)$. أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq1}$ متزايدة .

ملاحظة : يمنع استعمال الآلات الحاسبة والجداول اللوغاريتمية

- انتهت الأسئلة -

سوريانا التعليمية

Scanned by CamScanner

الجمهورية العربية السورية
وزارة التربية

سلّم تصحيح شهادة الثانوية العامة ـ الفرع العلمي

لمادة الرياضيات

الدورة الامتحانية الثانية لعام ٢٠١٨م

ملاحظات عامة

١- في ركن تسجيل الدرجات على القسيمة تخصص الحقول على التتالي كما يأتي :

الحقل	رقم السؤال	موضوع السؤال
١	السؤال الأول	جدول التغيرات
٢	السؤال الثاني	أشعة
٣	السؤال الثالث	تحليل توافقي
٤	السؤال الرابع	متتالية
٥	السؤال الخامس/ التمرين الأول	تابع مركب
٦	السؤال السادس/ التمرين الثاني	احتمالات
٧	السؤال السابع/ التمرين الثالث	تابع أسي
٨	السؤال الثامن/ التمرين الرابع	عقدية
٩	السؤال التاسع/ المسألة الأولى	مسألة أشعة
١٠	السؤال العاشر / المسألة الثانية	مسألة تحليل

٢- يُحذف (درجتان) لكل خطأ حسابي من الدرجات المخصصة للخطوة التي وقع فيها الخطأ.

٣- إذا دمج الطالب خطوتين أو أكثر وكان باستطاعة الطالب الجيد أن يقوم بذلك الدمج ، يعطى الطالب مجموع الدرجات المخصصة لما دمج من خطوات .

٤- لا يجوز تجزئة الدرجات المخصصة للخطوة الواحدة إلا عند وجود خطأ حسابي .

٥- إذا أخطأ الطالب في خطوة من خطوات الحل ثم تابع الحل بمنطق سليم ومفيد فيعطى عن الخطوات التي تليها ما يستحق من درجات وفق السلّم بشرط ألاّ يؤدي خطؤه إلى خفض سوية السؤال أو تغيير مضمونه .

٦- إذا أجاب الطالب عن موقف بطريقة غير واردة في السلّم ، فعلى المصحح أن يعرض الطريقة على ممثل الفرع الذي عليه أن يقوم والموجهون الاختصاصيون بدراسة هذه الطريقة والتأكد من صحتها ومن ثم توزيع الدرجات لتلك الطريقة بما يكافئ التوزيع الوارد على الطريقة الواردة في السلّم ثم يعمّم هذا التوزيع بعد أخذ موافقة التوجيه الأول لمادة الرياضيات في وزارة التربية .

٧- عند الاضطرار إلى تعديل درجة حصل عليها الطالب عن سؤال ما ، يجب على كل من المصحح والمدقق تسجيل اسمه مقروناً بتوقيعه في جوار الدرجة المعدّلة مرفقاً بمهر خاتم الامتحانات .

٨- إذا حل الطالب سؤالاً بأكثر من طريقة تصحح كافة حلوله وتعتمد الدرجة الأعلى.

١٠- إذا لم يُجب الطالب عن سؤال ما، تُكتب (إلى جانب السؤال)العبارة الآتية: (صفر للسؤال..... لأنه بلا إجابة)

١١- تُسجل الدرجات التي يستحقها الطالب عن طلبات السؤال ومراحله (رقماً) وبوضوح على الهامش ، أما الدرجة المستحقة عن السؤال كاملاً تُسجل على الهامش الأيمن (مقابل بداية الإجابة) رقماً وكتابةً.

مثال ذلك :

الأحاد	العشرات	المئات
٢	١	١

بعد استبدال حقل الكسور بالآحاد.

حقل الآحاد بالعشرات.

حقل العشرات بالمئات.

اولا: اجب عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : تأمل جدول تغيرات التابع f المعرف على $\mathbb{R}$ والمطلوب :

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	2	$\nearrow$	4	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

1- جد $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2- اكتب معادلة المقارب الأفقي للتابع f .

3- ماعدد حلول المعادلة $f(x)=0$.

4- دل على القيمة الحدية الصغرى للتابع f .

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	2 $+\infty$	8 8
٢	$y=2$	8
٣	حلان	8
٤	$f(2)=-1$ أو (-1)	8
	المجموع	40

ملاحظة:

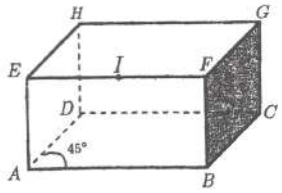
السؤال الثاني :

$ABCDEFGH$ متوازي سطوح ، فيه $AB=2$ و $BC=GC=1$. وقياس الزاوية $\widehat{DAB}$ يساوي $45°$.

والنقطة I منتصف $[EF]$ المطلوب :

1- احسب $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}$.

2- عين موضع النقطة M التي تحقق العلاقة $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{FB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{GH}$.



الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}=\|\overrightarrow{AB}\|.\|\overrightarrow{AD}\|\cos\theta$	5
٢	$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}=2\times1\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$	5+5
٣	$\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BF}+\frac{1}{2}\overrightarrow{GH}$	5
٤	$\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AF}+\frac{1}{2}(2\overrightarrow{FI})$	5+5
٥	$\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AF}+\overrightarrow{FI}=\overrightarrow{AI}$	5
٦	M تنطبق على I	5
	المجموع	40

طريقة ثانية للطلب الثاني:

في حال اختار الطالب معلم كيفي مناسب وأوجد إحداثيات الرؤوس وإحداثيات M وأحداثيات I ووجد أنّ M تنطبق على I فإن:

للإحداثيات 16 درجة

التعويض بالعلاقة المفروضة 4 درجات ، الوصول للنتيجة 5 درجات

أو الوصول إلى النتيجة بأي طريقة صحيحة ومبررة ينال الدرجات المخصصة

السؤال الثالث :

في إحدى مراكز الخدمة ثلاث مهندسين وخمس عمال ، كم لجنة قوامها مهندس واحد وعاملان يمكننا تشكيلها لمتابعة أعمال الخدمة .

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$\binom{3}{1}\binom{5}{2}=$	10+10
٢	$=3.\frac{5\times4}{2}$	5+10
٣	$=3\times10=30$	5
	المجموع	40

ملاحظات : ١- إذا كتب الطالب $\binom{5}{3}$ ينال فقط درجة النشر و الناتج (15) درجة.

٢- اختيار المهندس بثلاث طرائق (3) ينال (15) درجة.

٣- إذا جمع توافيق يخسر (20) درجة.

السؤال الرابع:

$(u_n)_{n\geq0}$ متتالية هندسية أساسها $q=2$ وفيها $u_0=1$ ، والمطلوب:

احسب u_3 ثم احسب المجموع $S=u_3+u_4+u_5+u_6+u_7$.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$u_3=u_0\,q^3$	5
٢	$u_3=1\times(2)^3=8$ تعويض + نتيجة	5+5
٣	$S=u_3\times\frac{1-(q)^n}{1-q}$	10
٤	$S=8\times\frac{1-(2)^5}{1-2}$ (القيمة 8 + الأس)	5 + 5
٤	$S=\frac{8}{-1}.(1-32)=284$	5
	المجموع	40

ملاحظات :

١- الوصول إلى u_3 بشكل صحيح (15) درجة .

٢- المجموع بشكل صحيح (25) درجة.

ثانيا: حل التمارين الاربعة الاتيه: (60 درجة لكل تمرين)

السؤال الخامس : (٦٠ درجة)

التمرين الأول : ليكن f التابع المعرف على المجال $]2,+\infty[$ وفق: $f(x)=x-4+\sqrt{x-2}$

1- ادرس تغيرات f على المجال $]2,+\infty[$ ونظم جدولاً بها.

2- أثبت أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلاً وحيداً.

3- اكتب معادلة المماس للخط C في النقطة التي فاصلتها 3.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$\lim\limits_{x\to 2} f(x)=-2$	5
٢	$\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=+\infty$	5
٣	$f'(x)=1+\dfrac{1}{2\sqrt{x-2}}$	5
٤	$\begin{array}{c\|c} x & 2 \qquad\qquad +\infty \\ \hline f'(x) & \| \qquad + \\ f(x) & \| -2 \nearrow +\infty \end{array}$	5+5
٥	f مستمر ومتزايد تماماً (مطرد)	5+5
٦	$f\ ]2,+\infty[=]-2,+\infty[$	5
٧	$0\in]-2,+\infty[$ للمعادلة حل وحيد	3+2
٨	$x=3\ ,\ f(x)=0$	5
٩	$f'(3)=\dfrac{3}{2}$	5
١٠	$y=\dfrac{3}{2}(x-3)$	3 + 2 نتيجة + قانون
	المجموع	60

ملاحظة: إذا حل الطالب المعادلة جبرياً وتوصل للحل المطلوب ينال الدرجات المخصصة للخطوات ٥ ، ٦ ، ٧

السؤال السادس : (٦٠ درجة)

التمرين الثاني : صندوق يحوي (9) كرات متماثلة منها (4) كرات خضراء و (5) كرات حمراء، نسحب عشوائياً من الصندوق ثلاث كرات معاً، نتأمل المتحول العشوائي X الذي يأخذ القيمة 5 إذا كانت نتيجة السحب ثلاث كرات حمراء والقيمة 3 إذا كانت نتيجة السحب كرتين حمراوين وكرة خضراء والقيمة صفر فيما عدا ذلك والمطلوب:

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$X=\{0,3,5\}$	5
٢	$p(X=5)=\dfrac{\binom{5}{3}}{\binom{5}{3}}=\dfrac{10}{84}$	5+5+5
٣	$p(X=3)=\dfrac{\binom{5}{2}\binom{4}{1}}{\binom{9}{3}}=\dfrac{40}{84}$	5+5+5
٤	$p(X=0)=\dfrac{34}{84}$	5+5
	$\begin{array}{c\|ccc} x_i & 0 & 3 & 5 \\ \hline p(X=x_i) & \frac{34}{84} & \frac{40}{84} & \frac{10}{84} \end{array}$	
٥	$E(X)=\dfrac{170}{84}$ (قانون + تعويض + نتيجة)	5+5+5
	المجموع	60

السؤال السابع : (٦٠ درجة)

التمرين الثالث :

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x)=e^x-1$ والمطلوب :

1- جد مجموعة حلول المتراجحة $f(x)\le 0$.

2- احسب : $\int_0^{\ln 2} f(x)d(x)$.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$e^x-1\le 0$	5
٢	$e^x\le 1$ ، $\ln(1)=0$	5+5
٣	$x\le 0$ أو $x\in]-\infty,0]$	5
	$\int_0^{\ln 2} f(x)dx=\int_0^{\ln 2}(e^x-1)dx$	
٤	$=[e^x-x]_0^{\ln 2}$	10+10
٥	$F(\ln 2)-F(0)=(2-\ln 2)-(1-0)$	5+5+5
٦	$=1-\ln 2$	5
	المجموع	60

طريقة٢ للطلب الأول:

$f'(x)=e^x>0$ 5 درجات

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$		0 ↗	

5 درجات

5 درجات

من الجدول نجد أن: $f(x)\le 0$ عندما $x\in]-\infty,0]$ 5 درجات

السؤال الثامن : (٦٠ درجة)

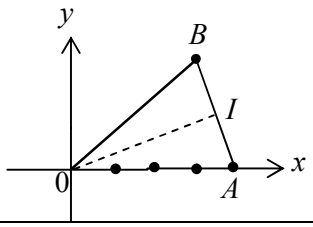
التمرين الرابع : في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ نتأمل النقطتين A , B اللتين يمثلهما على الترتيب العددان العقديان: $z_A = 4$, $z_B = 2\sqrt{2}+2\sqrt{2}\,i$ ولتكن I منتصف [AB] .

المطلوب:

1) مثّل النقطتين A , B في معلم متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ واكتب z_B بالشكل الأسي.

2) بيّن طبيعة المثلث OAB ، وأثبت أن قياس الزاوية $(\vec{u},\overrightarrow{OI})$ هو $\frac{\pi}{8}$.

3) اكتب العدد العقدي z_I الممثل للنقطة I بالصيغة الجبرية والأسية واستنتج $\sin(\frac{\pi}{8})$.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	 درجتان لـ A و 3 لـ B	2+3
٢	$Z_B = 2\sqrt{2}+2\sqrt{2}i$ $r=\sqrt{8+8}=4$	5
٣	$\theta=\frac{\pi}{4}$	5
٤	$Z_B = 4e^{i\frac{\pi}{4}}$	5
٥	$OB=r=4$, $OA=4$ المثلث OAB متساوي الساقين	5
٦	OI متوسط في المثلث OAB المتساوي الساقين فهو منصف وقياس $(\vec{u},\overrightarrow{OI})=\frac{\pi}{8}$	5
٧	$I(2+\sqrt{2},\sqrt{2})$	5
٨	$Z_I = 2+\sqrt{2}+\sqrt{2}i$	5
٩	$r_I=\sqrt{(2+\sqrt{2})^2+2}$ $=\sqrt{8+8\sqrt{2}}$ أو $=2\sqrt{2+\sqrt{2}}$	5
١٠	$Z_I = 2\sqrt{2+\sqrt{2}}\,e^{i\frac{\pi}{8}}$	5
١١	$\sin\frac{\pi}{8}=\frac{y_I}{r}=\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2+\sqrt{2}}}$ أو أي نتيجة مكافئة	5+5
	المجموع	60

السؤال التاسع : ثالثاً حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى : في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، لدينا النقاط:

$A(2,1,3)$ و $B(1,0,-1)$ و $C(4,0,0)$ و $D(0,4,0)$ و $E(1,-1,1)$

1) جد $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{CD}$ ، $\overrightarrow{CE}$.

2) أثبت أنّ النقاط C و D و E ليست واقعة على استقامة واحدة .

3) أثبت أن (AB) يعامد المستوي (CDE).

4) اكتب معادلة المستوي (CDE).

5) احسب بعد B عن المستوي (CDE).

6) اكتب معادلة الكرة التي مركزها B وتمس المستوي (CDE).

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$\overrightarrow{AB}=(-1,-1,-4)$ $\overrightarrow{CD}=(-4,4,0)$ $\overrightarrow{CE}=(-3,-1,1)$ $\frac{-4}{-3}\neq\frac{4}{-1}$ المركبات غير متناسبة والنقاط ليست على استقامة واحدة	3 3 3 6
٢	$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}=4-4+0=0$ $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CE}=3+1-4=0$	5 5
٣	$\overrightarrow{AB}$ عمود على كل من $\overrightarrow{CD}$ و $\overrightarrow{CE}$ ومنه (AB) يعامد المستوي (CED)	5 5
٤	معرفة الناظم $\vec{n}(-1,-1,-4)$ كتابة المعادلة العامة للمستوي والتعويض الوصول إلى معادلة المستوي $x+y+4z-4=0$	10 5+10 5
٥	$dist(B,CDE)=\frac{7}{\sqrt{18}}$ قانون + تعويض + نتيجة	5+5+5
٦	معرفة أن $d=R=\frac{7}{\sqrt{18}}$	10
٧	معادلة الكرة + تعويض	5+5
	المجموع	100

طريقة ثانية لإيجاد معادلة المستوي:

يمكن تعويض النقاط و الوصول إلى ثلاث معادلات بأربع مجاهيل 15 درجة

والإصلاح و الوصول إلى قيمة الوسطاء 10 درجات

كتابة معادلة المستوي 5 درجات

طريقة ثالثة لإيجاد معادلة المستوي (CED) **:**

نفترض أن $M(x,y,z)\in(CED)$

$\overrightarrow{CM}=\alpha\overrightarrow{CD}+\beta\overrightarrow{CE}$ ، إيجاد مركبات $\overrightarrow{CM}$ ، تعويض في العلاقة 5 + 5 + 5

إيجاد α , β ، الوصول إلى معادلة المستوي 5 + 5 + 5

السؤال العاشر :

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $I =]0,+\infty[$ وفق: $f(x) = x^2 - \ln x$ والمطلوب :

1- جد نهاية التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه .

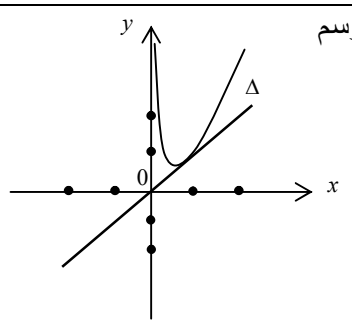
2- ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها.

3- اكتب معادلة المماس T للخط البياني C في نقطة منه فاصلتها $x = 1$.

4- في معلم متجانس ارسم المماس T والخط البياني C.

5- احسب مساحة السطح المحصور بالخط البياني C ومحور الفواصل والمستقيمين $x = 1$ ، $x = e$.

6- نُعرّف المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ حيث : $u_n = n^2 - \ln(n)$. أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ متزايدة .

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$\lim\limits_{x\to 0} f(x) = +\infty$	5
٢	$\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = +\infty$ إزالة عدم التعيين + النهاية	5+5
٣	$f'(x) = 2x - \frac{1}{x}$	5
٤	ينعدم $f'(x)$ عندما $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$ و ($x = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ مرفوض)	2+3
٥	$f(\frac{1}{\sqrt{2}}) = \frac{1}{2} + \ln\sqrt{2}$ أو $f(\frac{1}{\sqrt{2}}) = \frac{1}{2} - \ln\frac{1}{\sqrt{2}}$	5
٦	$\begin{array}{c\|ccccc} x & 0 & & \frac{1}{\sqrt{2}} & & +\infty \\ \hline f'(x) & \| & - & 0 & + & \\ \hline f(x) & \| & +\infty \searrow & \frac{1}{2}+\ln\sqrt{2} & \nearrow & +\infty \end{array}$	5+5
٧	$f(1) = 1$ $f'(1) = 1$	5 5
٨	معادلة المماس $y = x$	5
٩	الرسم 	5+5
١٠	$S = \int_1^e (x^2 - \ln x)dx = \left[\frac{x^3}{3}\right]_1^e - \int_1^e \ln x\, dx =$	5+5
١١	تكامل بالتجزئة: $I = \int_1^e \ln x\, dx$ ، $u = \ln x \quad v' = 1$ $u' = \frac{1}{x} \quad v = x$ $I = x\ln x\Big]_1^e - \int_1^e 1dx$ $= x\ln x - x\Big]_1^e$	5

١٢	$=\frac{x^3}{3}-x\ln x+x\Big\vert_1^e=\frac{e^3-4}{3}$	5+5
	$u_n=f(n)$	
١٣	من جدول التغيرات نلاحظ أن التابع f مستمر ومتزايد على المجال $\left[\frac{1}{\sqrt{2}},+\infty\right[$	5
١٤	فهو متزايد على المجال $[1,+\infty[$	3
١٥	ومنه u_n متزايدة	2
	المجموع	100

طريقة ثانية لإثبات تزايد المتتالية:

$$u_n=n^2-\ln n$$

$$u_{n+1}=(n+1)^2-\ln(n+1)$$

$$u_{n+1}-u_n=(n+1)^2-n^2-\ln(n+1)+\ln$$

$$u_{n+1}-u_n=2n+1+\ln(\frac{n}{n+1})>0$$ المتتالية متزايدة

طريقة ثالثة لإثبات تزايد المتتالية:

$$u_n=n^2-\ln n \qquad n\geq 1$$

لنرمز بـ $E(n)$ ..... $u_{n+1}>u_n$

نثبت صحة $E(1)$ ..... $u_2=4-\ln 2>u_1=1$

نفرض صحة $E(n)$ ..... $u_{n+1}>u_n$

ومنه $u_{n+1}-u_n>0$

أي $2n+1+\ln(\frac{n}{n+1})>0$

نثبت $E(n+1)$ أي نثبت أن $u_{n+2}-u_{n+1}>0$

$$u_{n+2}-u_{n+1}=(n+1)^2-\ln(n+2)-(n+1)^2+\ln(n+1)$$

$$u_{n+2}-u_{n+1}=2n+3+\ln(\frac{n+1}{n+2})$$

$$u_{n+2}-u_{n+1}=2n+3+\ln(\frac{n}{n+1}.\frac{(n+1)^2}{n(n+2)})$$

$$u_{n+2}-u_{n+1}=2n+3+\ln(\frac{n}{n+1})+\ln\left(\frac{(n+1)^2}{n(n+2)}\right)$$

$$u_{n+2}-u_{n+1}=2n+\ln(\frac{n}{n+1})+n+2+\ln\left(\frac{n^2+2n+1}{n^2+2n}\right)$$

موجب **موجب فرضاً**

ملاحظة:

إذا كتب الطالب التابع الأصلي للتابع $\ln x$ هو $x\ln x$ وتوثق من ذلك بالاشتقاق ينال **5** درجات.

<u>انتهى السلم</u>

الاسم :
الرقم :
المدّة : ثلاث ساعات
الدرجة : مستملة

امتحان شهادة الدراسية الثانوية العامة دورة عام 2019

الرياضيات (الفرع العلمي) الدورة الأولى

- الصفحة الأولى -

أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: نجد جانباً جدول تغيرات التابع f المعرف على $\mathbb{R}$ خطه البياني C .

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	4	$\searrow$	3

1- جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

2- اكتب معادلة المقارب الأفقي للخط البياني C.

3- دل على القيمة الحدية الصغرى للتابع f.

4- احسب $f(\,]-1,2[\,)$.

السؤال الثاني : عيّن الحد المستقل عن x في منشور $\left(x+\frac{1}{x^2}\right)^6$.

السؤال الثالث : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}^*$ وفق : $f(x)=x+3-\frac{1}{x^2}$ والمطلوب:

أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y=x+3$ مقارب للخط C في جوار $+\infty$ ، ثمّ ادرس الوضع النسبي للخط C والمستقيم Δ.

السؤال الرابع: في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، نتأمل النقطتين $A(1,0,1)$ و $B(0,1,1)$.

1) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d المار من A ويقبل شعاع توجيه له $\vec{u}(2,2,1)$.

2) أثبت أن المستقيمين (AB) و d متعامدان.

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية: (60 درجة لكلّ تمرين)

التمرين الأول : لتكن المتتالية $(S_n)_{n\geq0}$ المعرفة وفق: $S_n=1+\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+.....+\frac{1}{3^n}$ والمطلوب :

1) أثبت أن المتتالية $(S_n)_{n\geq0}$ متزايدة تماماً.

2) أثبت أن S_n تكتب بالشكل $S_n=\frac{1}{2}(3-\frac{1}{3^n})$ ، ثمّ استنتج عنصراً راجحاً على المتتالية $(S_n)_{n\geq0}$ وبيّن أنّها متقاربة.

التمرين الثاني :

يحتوي صندوق على خمس كرات، ثلاث حمراء اللون وتحمل الأرقام 0 , 1 , 2 وكرتان بيضاء اللون وتحمل الأرقام 0, 1 ، نسحب عشوائياً كرتين على التتالي دون إعادة من هذا الصندوق.

1- الحدث A : " الكرتان المسحوبتان لهما اللون ذاته" ، احسب $P(A)$.

2- نعرّف متحولاً عشوائياً X يدل على مجموع رقمي الكرتين المسحوبتين.

عيّن مجموعة قيم المتحول العشوائي X ، واكتب جدول قانونه الاحتمالي، ثمّ احسب توقعه الرياضي.

التمرين الثالث:

ليكن التابع f المعرف على $I=\left]e^{-1},+\infty\right[$ وفق العلاقة : $f(x)=\frac{2+\ln x}{1+\ln x}$ والمطلوب :

1) جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثمّ أعطِ عدداً حقيقياً A يحقق الشرط: إذا كان $x>A$ ، كان $f(x)$ في المجال $]0.9\,,1.1[$.

2) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(f(x))$.

يتبع في الصفحة الثانية

Scanned by CamScanner

الاسم :
الرقم :
المدّة : ثلاث ساعات
الدرجة : ستمئة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة دورة عام 2019

الرياضيات (الفرع العلمي) الدورة الأولى

الصفحة الثانية

التمرين الرابع : لتكن النقطتان A و B اللتان تمثلهما الأعداد العقدية $z_A=-1+i$ و $z_B=-3i$ ،

وليكن $p(z)=z^2+(1+2i)z+3+3i$ والمطلوب :

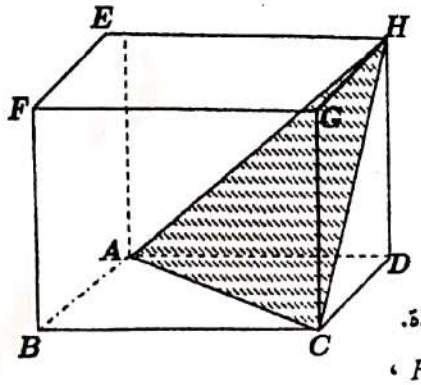
1- أثبت أنّ z_A حلاً للمعادلة $p(z)=0$ ثمّ استنتج الحل الآخر للمعادلة.

2- جد العدد العقدي z' الممثّل للنقطة A' صورة النقطة A وفق دوران مركزه B وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

3- اكتب z_A بالشكل الأسّي.

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: نتأمل في معلم متجانس $(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE})$، المكعب $ABCDEFGH$



والمطلوب:

1) اكتب في هذا المعلم إحداثيات كل من النقاط A, C, H, F, D.

2) اكتب معادلة للمستوي (ACH) .

3) أثبت أن المستوي P الذي معادلته $p:-2x+2y-2z+1=0$ يوازي المستوي (ACH).

4) بفرض I مركز ثقل المثلث ACH أثبت أنّ F, I, D على استقامة واحدة.

5) اكتب معادلة للكرة S التي مركزها $\Omega(1,-1,1)$ ونصف قطرها $R=\sqrt{3}$ ، وبيّن أن المستوي (ACH) يمس الكرة S.

المسألة الثانية: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x)=\frac{4}{1+e^x}$ والمطلوب :

1- جد نهاية التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه واكتب معادلة كل مقارب وجدته.

2- ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها.

3- جد معادلة للمماس T للخط البياني C عند النقطة $(0 ، 2)$ ، وادرس الوضع النسبي لـ C و T.

4- في معلم متجانس ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم المماس T والخط البياني C .

5- ليكن C' الخط البياني للتابع g المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $g(x)=\frac{4e^x}{1+e^x}$ ، استنتج الخط البياني C' للتابع g .

– انتهت الأسئلة –

ملاحظة : يُمنع استعمال الآلات الحاسبة والجداول اللوغاريتمية .

سوريانا التعليمية

Scanned by CamScanner

الجمهورية العربية السورية
وزارة التربية

سلّم تصحيح شهادة الثانوية العامة ـ الفرع العلمي

لمادة الرياضيات

الدورة الامتحانية الأولى لعام 2019م

سوريانا التعليمية

ملاحظات عامة

1- في ركن تسجيل الدرجات على القسيمة تخصص الحقول على التتالي كما يأتي :

الحقل	رقم السؤال	موضوع السؤال
1	السؤال الأول	جدول تغيرات
2	السؤال الثاني	تحليل توافقي
3	السؤال الثالث	تحليل(مقارب)
4	السؤال الرابع	أشعة
5	السؤال الخامس/ التمرين الأول	متتاليات
6	السؤال السادس/ التمرين الثاني	احتمالات
7	السؤال السابع/ التمرين الثالث	تحليل
8	السؤال الثامن/ التمرين الرابع	عقدية
9	السؤال التاسع/ المسألة الأولى	مسألة أشعة
10	السؤال العاشر / المسألة الثانية	مسألة تحليل

2- يُحذف (درجتان) لكل خطأ حسابي من الدرجات المخصصة للخطوة التي وقع فيها الخطأ.

3- إذا دمج الطالب خطوتين أو أكثر وكان باستطاعة الطالب الجيد أن يقوم بذلك الدمج ، يعطى الطالب مجموع الدرجات المخصصة لما دمج من خطوات .

4- لا يجوز تجزئة الدرجات المخصصة للخطوة الواحدة إلا عند وجود خطأ حسابي .

5- إذا أخطأ الطالب في خطوة من خطوات الحل ثم تابع الحل بمنطق سليم ومفيد فيعطى عن الخطوات التي تليها ما يستحق من درجات وفق السلّم بشرط ألاّ يؤدي الخطأ إلى خفض سوية السؤال أو تغيير مضمونه .

6- إذا أجاب الطالب عن موقف بطريقة غير واردة في السلّم ، فعلى المصحح أن يعرض الطريقة على ممثل الفرع الذي عليه أن يقوم والموجهون الاختصاصيون بدراسة هذه الطريقة والتأكد من صحتها ومن ثم توزيع الدرجات لتلك الطريقة بما يكافئ التوزيع الوارد على الطريقة الواردة في السلّم ثم يعمّم هذا التوزيع بعد أخذ موافقة التوجيه الأول لمادة الرياضيات في وزارة التربية .

7- عند الاضطرار إلى تعديل درجة حصل عليها الطالب عن سؤال ما ، يجب على كل من المصحح والمدقق تسجيل اسمه مقروناً بتوقيعه في جوار الدرجة المعدّلة مرفقاً بمهر خاتم الامتحانات .

8- إذا حل الطالب سؤالاً بأكثر من طريقة تصحح كافة حلوله وتعتمد الدرجة الأعلى.

10- إذا لم يُجب الطالب عن سؤال ما، تُكتب (إلى جانب السؤال)العبارة الآتية: (صفر للسؤال..... لأنه بلا إجابة)

11- تُسجل الدرجات التي يستحقها الطالب عن طلبات السؤال ومراحله (رقماً) وبوضوح على الهامش ، أما الدرجة المستحقة عن السؤال كاملاً تُسجل على الهامش الأيمن (مقابل بداية الإجابة) رقماً وكتابةً.

مثال ذلك :

الأحاد	العشرات	المئات
2	1	1

بعد استبدال حقل الكسور بالآحاد.

حقل الآحاد بالعشرات.

حقل العشرات بالمئات.

أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: نجد جانباً جدول تغيرات التابع f المعرف على $\mathbb{R}$ خطه البياني C .

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	4	$\searrow$	3

1- جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

2- اكتب معادلة المقارب الأفقي للخط البياني C.

3- دل على القيمة الحدية الصغرى للتابع f.

4- احسب $f(\,]-1,2[\,)$.

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+3$ أو فقط (3)	8
2	$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$ أو فقط $(+\infty)$	8
3	المقارب الأفقي $y=3$	8
4	$f(-1)=-2$ أو فقط (-2)	8
5	$f(\,-1,2\,)=-2,4$ أو فقط $(\,-2,4\,)$	4 + 4 أطراف مجالات
	المجموع	40

السؤال الثاني : عيّن الحد المستقل عن x في منشور $\left(x+\frac{1}{x^2}\right)^6$.

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$T_r=\binom{n}{r}a^{\,n-r}.b^r$	10
2	$T_r=\binom{6}{r}x^{\,6-r}\left(\frac{1}{x^2}\right)^r$	5+5
3	$T_r=\binom{6}{r}x^{\,6-r}\;x^{-2\;r}$	5
4	$T_r=\binom{6}{r}x^{\,6-3r}$	5
5	الحد المستقل عن x $6-3r=0$ $r=2$	3 2
6	$T_2=\binom{6}{2}$ أو كتب الحد الثالث	5
	المجموع	40

ملاحظة: إذا حسب الطالب بشكل منفرد $x^{\,6-r}\left(\frac{1}{x^2}\right)^r$

- إذا كتب الطالب $x^{\,6-r}\left(\frac{1}{x^2}\right)^r=x^0$ ينال 20 درجة فقط
- $x^{\,6-3r}=x^0$ 5 درجات
- $6-3r=0$ 5 درجات
  $r=2$

السؤال الثالث : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}^*$ وفق : $f(x)=x+3-\frac{1}{x^2}$ والمطلوب:

أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y=x+3$ مقارب للخط C في جوار $+\infty$ ، ثمّ ادرس الوضع النسبي للخط C والمستقيم Δ.

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$f(x)-y=(x+3-\frac{1}{x^2})-(x+3)$	5 + 5 تعويض قانون
2	$=-\frac{1}{x^2}$	5 نتيجة
3	$\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-y_\Delta)=0$	10
4	$f(x)-y_\Delta=-\frac{1}{x^2}<0$	10
5	C تحت Δ	5
	المجموع	40

السؤال الرابع: في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، نتأمل النقطتين $A(1,0,1)$ و $B(0,1,1)$.

1) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d المار من A ويقبل شعاع توجيه له $\vec{u}(2,2,1)$.

2) أثبت أن المستقيمين (AB) و d متعامدان.

الرقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$d:\begin{cases}x=2t+1\\y=2t\\z=t+1\end{cases}\quad :t\in R$	5 + 10 تعويض قانون
2	$\overrightarrow{AB}(-1,1,0)$	5
3	$\overrightarrow{AB}.\vec{u}=(-1)(2)+(1)(2)+(0)(1)$	5 + 5
4	$\overrightarrow{AB}.\vec{u}=0$	5
5	إذن المستقيم (AB) يعامد المستقيم d	5
	المجموع	40

سوريانا التعليمية

ثانيا: حل التمارين الاربعة الاتية: (60 درجة لكل تمرين)

السؤال الخامس : (60 درجة)

التمرين الأول : لتكن المتتالية $(S_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق: $S_n = 1+\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+.....+\frac{1}{3^n}$ والمطلوب :

1) أثبت أن المتتالية $(S_n)_{n\geq 0}$ متزايدة تماماً.

2) أثبت أن S_n تكتب بالشكل $S_n = \frac{1}{2}(3-\frac{1}{3^n})$ ، ثمّ استنتج عنصراً راجحاً على المتتالية $(S_n)_{n\geq 0}$ وبيّن أنها متقاربة.

الرقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$S_{n+1}=1+\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+.....+\frac{1}{3^n}+\frac{1}{3^{n+1}}$	10
2	$S_{n+1}-S_n=\frac{1}{3^{n+1}}>0$	5 + 5+ 5 قانون
3	قانون مجموع حدود متتالية هندسية	5
4	$S_n=(1).\frac{1-(\frac{1}{3})^{n+1}}{1-\frac{1}{3}}$	5
5	$S_n=\frac{3}{2}(1-(\frac{1}{3})^{n+1})$	5
6	$=\frac{1}{2}(3-\frac{1}{3^n})$	5
7	$S_n\leq\frac{3}{2}$	5
8	الحد الراجح أي عدد أكبر أو يساوي $\frac{3}{2}$	5
9	S_n $_{n\geq 0}$ متتالية متزايدة ومحدودة من الأعلى فهي متتالية متقاربة	5
	المجموع	60

ملاحظة: إذا أوجد $\lim_{n\to+\infty} S_n=\frac{3}{2}$ وكتب كذلك المتتالية متقاربة ينال الدرجة المخصصة للخطوة رقم 9

ملاحظة: إذا حلّ الطالب الطلب الثاني بالتدريج ينال الدرجات المخصصة للخطوات 3 , 4 , 5 , 6 وفق الجدول الآتي:

1	ترميز $E(n)$	2
2	إثبات صحة $E(0)$	2+2
3	نفرض صحة $E(n)$ ونُثبت صحة $E(n+1)$	2+2
4	كتابة $S_{n+1}=S_n+\frac{1}{3^{n+1}}$	2
5	استخدام الفرض وكتابة: $S_{n+1}=\frac{1}{2}(3-\frac{1}{3^n})+\frac{1}{3^n}\times\frac{1}{3}$	2
6	$S_{n+1}=\frac{3}{2}-\frac{1}{2}\frac{1}{3^n}+\frac{1}{3^n}\times\frac{1}{3}$	2
7	الوصول إلى: $S_{n+1}=\frac{3}{2}-\frac{1}{3^n}(\frac{1}{3\times 2})$	2
8	$S_{n+1}=\frac{1}{2}(3-\frac{1}{3^{n+1}})$	2

سوريانا التعليمية

ملاحظة: إذا اثبت التزايد بالتدريج وفق ما يأتي ينال الدرجات المخصصة للخطوات 1و2 وفق الجدول الآتي:

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$S_{n+1}-S_n>0$	5
2	ترميز $E(n)$	2
3	إثبات صحة $E(0)$	2+2
4	نفرض صحة $E(n)$ ونُثبت صحة $E(n+1)$	2+2
5	الإصلاح و النتيجة	(5)×2

السؤال السادس : (60 درجة)

التمرين الثاني :

يحتوي صندوق على خمس كرات، ثلاث حمراء اللون وتحمل الأرقام 0 , 1 , 2 وكرتان بيضاء اللون وتحمل الأرقام 0, 1 ، نسحب عشوائياً كرتين على التتالي دون إعادة من هذا الصندوق.

1- الحدث A : " الكرتان المسحوبتان لهما اللون ذاته" ، احسب $P(A)$.

2- نعرّف متحولاً عشوائياً X يدل على مجموع رقمي الكرتين المسحوبتين.

عيّن مجموعة قيم المتحول العشوائي X ، واكتب جدول قانونه الاحتمالي، ثمّ احسب توقعه الرياضي.

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$P(A)=\frac{3}{5}\times\frac{2}{4}+\frac{2}{5}\times\frac{1}{4}=\frac{8}{20}$	4× 3
2	$X(\Omega)=\{0,1,2,3\}$	8
3	$P(x=0)=.....=\frac{2}{20}$ $P(x=1)=.....=\frac{8}{20}$ $P(x=2)=.....=\frac{6}{20}$ $P(x=3)=.....=\frac{4}{20}$	5 5 5 5
4	$\begin{array}{c\|c\|c\|c\|c} x & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \hline P(x) & \frac{2}{20} & \frac{8}{20} & \frac{6}{20} & \frac{4}{20} \end{array}$	5
5	$E(x)=\sum_{i=1}^{i=4} x_i P_i$ 5	5
6	$=\frac{0+8+12+12}{20}$	5
7	$=\frac{32}{20}$	5
	المجموع	60

سوريانا التعليمية

ملاحظة: إذا أنجز الحل على اعتبار أن السحب بالتتالي مع إعادة وتابع بشكل صحيح يخسر (10 درجات)

ملاحظة: في الخطوتين 3 و 4 إذا كتب الطالب:

	0	1	2
0	0	1	2
1	1	2	3

ثمّ كتب جدول القانون الاحتمالي وفق الشكل:

X	0	1	2	3
$P(X)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{1}{6}$

ينال 15 درجة فقط للخطوتين

ملاحظة: إذا أنجز الطالب إحدى الخطوات 1 أو 2 أو 3 أو 4 معتمداً على جدول ينال الدرجات المخصصة

السؤال السابع : (60 درجة)

التمرين الثالث:

ليكن التابع f المعرف على $I=\left]e^{-1},+\infty\right[$ وفق العلاقة : $f(x)=\frac{2+\ln x}{1+\ln x}$ والمطلوب :

1) جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثمّ أعطِ عدداً حقيقياً A يحقق الشرط: إذا كان $x>A$ ، كان $f(x)$ في المجال $]0.9\,,1.1[$.

2) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(f(x))$.

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$	5 + 5
2	$\left\lvert\frac{\ln(x)+2}{\ln(x)+1}-1\right\rvert<0.1$	5 + 5 + 5 + 5 نصف قطر + مركز + قانون + تعويض
3	$\left\lvert\frac{1}{\ln(x)+1}\right\rvert<\frac{1}{10}$	5
4	$1+\ln(x)>10$	5 + 5
5	$\ln(x)>9$	3
6	$x>e^9$ $A=e^9$ أو أي عدد أكبر منها	2
7	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(f(x))=f(1)=2$	5 + 5
	المجموع	60

ملاحظة: إذا حل الطالب بالطريقة الآتية:

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$f(x)=1+\frac{1}{\ln x+1}$	5
2	$\frac{9}{10}<1+\frac{1}{\ln x+1}<\frac{11}{10}$	5 + 5
3	$-\frac{1}{10}<\frac{1}{\ln x+1}<\frac{1}{10}$	5
4	$0<\frac{1}{\ln x+1}<\frac{1}{10}$	5
5	$\ln(x)+1>10$	5
6	$\ln(x)>9$	5
7	$x>e^9$	5
	$A=e^9$ أو أي عدد أكبر منها	

ملاحظة: إذا أخطأ الطالب في حساب المركز أو نصف القطر يخسر درجتان ويُتابع له التصحيح.

السؤال الثامن : (60 درجة)

التمرين الرابع : لتكن النقطتان A و B اللتان تمثلهما الأعداد العقدية $z_A=-1+i$ و $z_B=-3i$ ،

وليكن $p(z)=z^2+(1+2i)z+3+3i$ والمطلوب :

1- أثبت أنّ z_A حلاً للمعادلة $p(z)=0$ ثمّ استنتج الحل الآخر للمعادلة.

2- جد العدد العقدي z' الممثّل للنقطة A' صورة النقطة A وفق دوران مركزه B وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

3- اكتب z_A بالشكل الأسّي.

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$P(-1+i)=(-1+i)^2+(1+2i)(-1+i)+3+3i=0$	5 + 5 + 5 تعويض + نشر + نتيجة
2	$Z_1+Z_2=-\frac{b}{a}$ أو $Z_1.Z_2=\frac{c}{a}$	5
3	الوصول $Z=-3i$	5 + 5 تعويض + نتيجة
4	$Z'-Z_B=e^{i\theta}(Z_A-Z_B)$	5
5	$Z'+3i=e^{i\frac{\pi}{2}}(-1+i+3i)$	5
6	$Z'=-4-4i$	5
7	$r=\sqrt{2}$	5
8	$\theta=\frac{3\pi}{4}(2\pi)$	5
9	$Z_A=\sqrt{2}\,e^{i\frac{3\pi}{4}}$	5
	المجموع	60

ملاحظة: إذا استنتج الطالب الجذر الآخر بأي طريقة صحيحة ينال الدرجة المخصصة

ملاحظة: إذا أوجد الجذرين باستخدام المميز أو الإتمام إلى مربع كامل أو القسمة الإقليدية ينال الدرجات المخصصة كاملة

إيجاد المميز $3\times(2)$ درجات

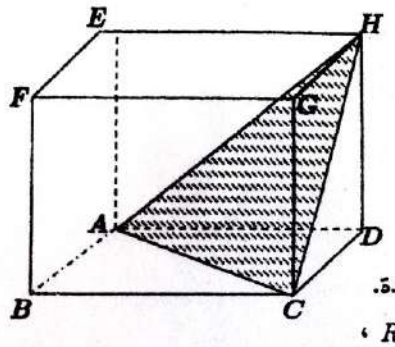
إيجاد الجذرين الطبيعيين للمميز $2\times(8)$ درجات

إيجاد الجذرين المطلوبين $2\times(4)$ درجات

سوريانا التعليمية

السؤال التاسع :

المسألة الأولى: نتأمل في معلم متجانس $(A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE})$، المكعب $ABCDEFGH$



والمطلوب:

1) اكتب في هذا المعلم إحداثيات كل من النقاط A , C , H , F , D.

2) اكتب معادلة للمستوي (ACH) .

3) أثبت أن المستوي P الذي معادلته $p : -2x + 2y - 2z + 1 = 0$ يوازي المستوي (ACH).

4) بفرض I مركز ثقل المثلث ACH أثبت أنّ F , I , D على استقامة واحدة.

5) اكتب معادلة للكرة S التي مركزها $\Omega(1,-1,1)$ ونصف قطرها $R = \sqrt{3}$ ، وبيّن أن المستوي (ACH) يمس الكرة S.

الرقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	ايجاد إحداثيات A,C,D,F,H	5×(3)
2	معادلة المستوي من الشكل $ax+by+cz+d=0$	5
3	تعويض النقاط الثلاث والحصول على ثلاث معادلات خطية بدلالة a,b,c,d	(4)×3
4	إيجاد a,b,c	(3)×3
5	كتابة معادلة المستوي	4
6	التحقق من التوازي	2×(5)
7	احداثيات مركز الثقل	3×3
8	إثبات النقاط H,I,F على استقامة واحدة	5 + 3 + 3 شعاع شعاع تناسب
9	معادلة الكرة (قانون +تعويض)	2×(5)
10	حساب بعد Ω عن المستوي (ACH)(قانون + نتيجة)	5+5
11	التحقق من بعد Ω عن المستوي $= r$	5
	المجموع	100

طريقة ثانية لإيجاد معادلة المستوي:

1	$\overrightarrow{AM} = \alpha\overrightarrow{AC} + \beta\overrightarrow{AH}$	5
2	$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \alpha \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \beta \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$	3×3
3	الإصلاح وكتابة المعادلات	3×(4)
	إيجاد معادلة المستوي	4

طريقة ثالثة لإيجاد معادلة المستوي:

1	$\vec{n}(a,b,c)$ ناظم	2
2	إيجاد مركبات أي شعاعين من (ACH)	(3)×2
3	الجداء السلمي يساوي الصفر	(3)×2+(3)×2
4	حساب الثوابت a , b , c أو كتابة $\vec{n}(a,b,c)$	3×(2)
5	معادلة المستوي	4

- ملاحظة1: الوصول إلى معادلة المستوي بأي طريقة سليمة أخرى لم تذكر في السلم توزع الدرجات بما يتوافق مع السلم
- ملاحظة2: إذا نسب الطالب المكعب إلى معلم آخر وتابع حلّ المسالة بطريقة صحيحة يخسر 3 درجات فقط

السؤال العاشر :

المسألة الثانية: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x)=\frac{4}{1+e^{x}}$ والمطلوب :

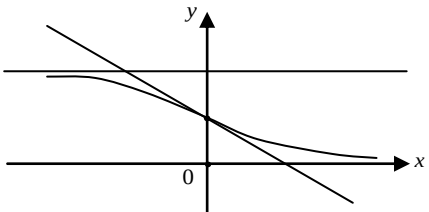
1- جد نهاية التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه واكتب معادلة كل مقارب وجدته.

2- ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها.

3- جد معادلة للمماس T للخط البياني C عند النقطة $(0 ، 2)$ ، وادرس الوضع النسبي لـ C و T.

4- في معلم متجانس ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم المماس T والخط البياني C .

5- ليكن C' الخط البياني للتابع g المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $g(x)=\frac{4e^{x}}{1+e^{x}}$ ، استنتج الخط البياني C' للتابع g.

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$	10
2	مقارب أفقي $y=0$	5
3	$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=4$	10
4	مقارب أفقي $y=4$	5
5	$f'(x)=\frac{-4e^{x}}{(1+e^{x})^{2}}<0$	10
6	x: $-\infty$ ، $+\infty$ ؛ $f'(x)$: $-$ ؛ $f(x)$: $4 \searrow 0$	5 5
7	قانون المماس	5
8	$m=f'(0)=-1$	3
9	معادلة T: $y=-x+2$	2
10	تشكيل تابع الفرق	5
11	x: $-\infty$ ، 0 ، $+\infty$ ؛ الوضع النسبي: C فوق Δ ، C تحت Δ	5×2
12	 الرسم الدقيق للخط البياني مع مقارباته مع المماس	رسم C 5 رسم المقاربين 2+3 رسم المماس 5
13	$f(-x)=\frac{4}{1+e^{-x}}=f(-x)=\frac{4}{1+e^{-x}}$ C' نظير C بالنسبة لمحور التراتيب	5+5
	المجموع	100

ملاحظة: في استنتاج C' إذا كتب الطالب ما يأتي:

1	$g(x)=\frac{4e^{x}+4-4}{(1+e^{x})^{2}}=4-f(x)$	5
2	C' ينتج عن C وفق تناظر لمحور الفواصل ثمّ إنسحاب شعاعه $4\vec{j}$ على محور التراتيب	5

ملاحظة: الرسم الصحيح للخط C' ينال 10 درجات

انتهى السلم

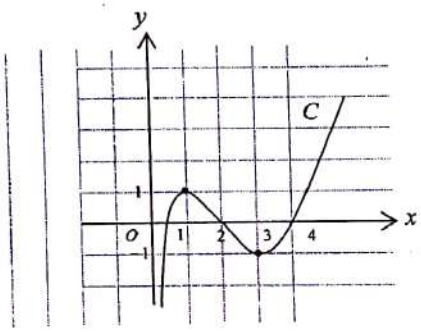
الاسم :
الرقم:
المدّة : ثلاث ساعات
الدرجة : ستمئة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة دورة عام ٢٠١٩

الرياضيات: **(الفرع العلمي)** **الدورة الثانية**

أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول:



في الشكل المرسوم جانباً ،ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على المجال $]0,+\infty[$ والمطلوب:

1) جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$.

2) دل على القيم الحدّية مبيّناً نوعها.

3) جد حلول المتراجحة: $f'(x)\le 0$.

4) جد $f([1,3])$.

السؤال الثاني: عيّن قيم العدد n التي تحقق العلاقة : $\binom{15}{2n}=\binom{15}{n+3}$.

السؤال الثالث: ليكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق :

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x\sin x}{\sqrt{x^2+1}-1} & :x\neq 0\\ m & :x=0\end{cases}$$ والمطلوب:

1- جد نهاية التابع f عند الصفر .

2- عيّن قيمة العدد m ليكون f مستمراً عند الصفر

السؤال الرابع:

نتأمّل في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقطتان : $A(2,1,-2)$, $B(-1,2,1)$ والمستوي: $P: 3x-y-3z-8=0$

1- أثبت أنّ المستقيم (AB) يعامد المستوي P .

2- اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (AB) ، ثمّ عيّن إحداثيات النقطة A' المسقط القائم للنقطة A على P .

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية: (60 درجة لكلّ تمرين)

التمرين الأول: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]0,+\infty[$ وفق: $f(x)=ax+b-\dfrac{\ln x}{x}$ **والمطلوب:**

1- عيّن العددين الحقيقيين a , b إذا علمت أن المماس للخط C في النقطة $A(1,0)$ يوازي المستقيم d الذي معادلته: $y=3x$

2- من أجل $a=4$, $b=-4$ أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y=4x-4$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$ ثمّ ادرس الوضع النسبي بين C و Δ.

التمرين الثاني:

نتأمل في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ النقاط A , B , C التي تمثلها الأعداد العقدية: $a=6-i$, $b=-6+3i$, $c=-18+7i$ بالترتيب. **المطلوب:**

1) احسب العدد $\dfrac{b-a}{c-a}$، واستنتج أنّ النقاط A , B , C تقع على استقامة واحدة.

2) بفرض $d=1+6i$ العدد العقدي الممثل للنقطة D صورة A وفق دوران مركزه O وزاويته θ أحسب θ.

3) جد العدد العقدي n الممثل للنقطة N ليكون الرباعي $OAND$ مربعاً.

يتبع في الصفحة الثانية

Scanned by CamScanner

الاسم :
الرقم:
المدّة : ثلاث ساعات
الدرجة : ستمئة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة دورة عام ٢٠١٩

الرياضيات: **(الفرع العلمي)**

الدورة الثانية

التمرين الثالث:

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق: $u_n = \frac{2n-1}{n+1}$ والمطلوب:

1) ادرس اطراد المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$.

2) أثبت أن العدد 2 راجح على $(u_n)_{n\geq 0}$.

3) احسب $\lim_{n\to+\infty} u_n$ ، ثم جد عدداً طبيعياً n_0 يحقق أيّاً كان $n > n_0$ كان u_n في المجال $]2.1 , 1.9[$.

التمرين الرابع:

صندوق يحتوي على خمس كرات منها .كرتان حمراوان. وثلاث كرات زرقاء، نكرر عملية سحب عشوائي لكرة من الصندوق دون إعادة حتى لا يتبقى في الصندوق إلا كرات من اللون ذاته .

ليكن X المتحول العشوائي الذي يمثل عدد مرات السحب اللازمة.

عيّن مجموعة القيم التي يأخذها X ، واكتب جدول القانون الاحتمالي للمتحول X ، واحسب توقعه الرياضي.

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى:

نتأمل في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقطة $A(1,2,0)$ والمستويات:

$P:\ 2x-y+2z-2=0$

$Q:\ x+y+z-1=0$

$R:\ x-z-1=0$

والمطلوب:

1) أثبت أنّ المستويين P , Q متقاطعان بفصل مشترك Δ ، إكتب تمثيلاً وسيطياً له.

2) تحقق أن المستوي R يعامد Δ ويمر بالنقطة A .

3) أثبت أنّ المستويات P , Q , R تتقاطع بنقطة I يطلب تعيين إحداثياتها.

4) استنتج بعد النقطة A عن المستقيم Δ.

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x)=\frac{2x}{e^x}$ والمطلوب :

1) جد نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه واكتب معادلة المقارب الأفقي.

2) ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها.

3) في معلم متجانس ارسم الخط C.

4) احسب مساحة السطح المحصور بين الخط C ومحوري الإحداثيات والمستقيم $x=1$.

5) استنتج رسم الخط C_1 للتابع g المعرف وفق: $g(x)=2xe^x$.

6) أثبت أنّ $f(x)$ هو حل للمعادلة التفاضلية : $y'+y=2e^{-x}$.

==========

– انتهت الأسئلة –

ملاحظة : يمنع استعمال الآلات الحاسبة والجداول اللوغاريتمية

سوريانا التعليمية

Scanned by CamScanner

الجمهورية العربية السورية
وزارة التربية

سلّم تصحيح شهادة الثانوية العامة ـ الفرع العلمي

لمادة الرياضيات

الدورة الامتحانية الثانية لعام 2019م

سوريانا التعليمية

ملاحظات عامة

1- في ركن تسجيل الدرجات على القسيمة تخصص الحقول على التتالي كما يأتي :

الحقل	رقم السؤال	موضوع السؤال
1	السؤال الأول	قراءة خط بياني
2	السؤال الثاني	تحليل توافقي
3	السؤال الثالث	الاستمرار
4	السؤال الرابع	أشعة
5	السؤال الخامس/ التمرين الأول	تابع لوغاريتمي مقارب مائل
6	السؤال السادس/ التمرين الثاني	عقدية
7	السؤال السابع/ التمرين الثالث	متتاليات
8	السؤال الثامن/ التمرين الرابع	احتمالات
9	السؤال التاسع/ المسألة الأولى	مسألة أشعة / هندسة
10	السؤال العاشر / المسألة الثانية	مسألة تحليل

2- يُحذف (درجتان) لكل خطأ حسابي من الدرجات المخصصة للخطوة التي وقع فيها الخطأ.

3- إذا دمج الطالب خطوتين أو أكثر وكان باستطاعة الطالب الجيد أن يقوم بذلك الدمج ، يعطى الطالب مجموع الدرجات المخصصة لما دمج من خطوات .

4- لا يجوز تجزئة الدرجات المخصصة للخطوة الواحدة إلا عند وجود خطأ حسابي .

5- إذا أخطأ الطالب في خطوة من خطوات الحل ثم تابع الحل بمنطق سليم ومفيد فيعطى عن الخطوات التي تليها ما يستحق من درجات وفق السلّم بشرط ألاّ يؤدي الخطأ إلى خفض سوية السؤال أو تغيير مضمونه .

6- إذا أجاب الطالب عن موقف بطريقة غير واردة في السلّم ، فعلى المصحح أن يعرض الطريقة على ممثل الفرع الذي عليه أن يقوم والموجهون الاختصاصيون بدراسة هذه الطريقة والتأكد من صحتها ومن ثم توزيع الدرجات لتلك الطريقة بما يكافئ التوزيع الوارد على الطريقة الواردة في السلّم ثم يعمّم هذا التوزيع بعد أخذ موافقة التوجيه الأول لمادة الرياضيات في وزارة التربية .

7- عند الاضطرار إلى تعديل درجة حصل عليها الطالب عن سؤال ما ، يجب على كل من المصحح والمدقق تسجيل اسمه مقروناً بتوقيعه في جوار الدرجة المعدّلة مرفقاً بمهر خاتم الامتحانات .

8- إذا حل الطالب سؤالاً بأكثر من طريقة تصحح كافة حلوله وتعتمد الدرجة الأعلى.

10- إذا لم يُجب الطالب عن سؤال ما، تُكتب (إلى جانب السؤال)العبارة الآتية: (صفر للسؤال..... لأنه بلا إجابة)

11- تُسجل الدرجات التي يستحقها الطالب عن طلبات السؤال ومراحله (رقماً) وبوضوح على الهامش ، أما الدرجة المستحقة عن السؤال كاملاً تُسجل على الهامش الأيمن (مقابل بداية الإجابة) رقماً وكتابةً.

مثال ذلك :

الأحاد	العشرات	المئات
2	1	1

بعد استبدال حقل الكسور بالآحاد.

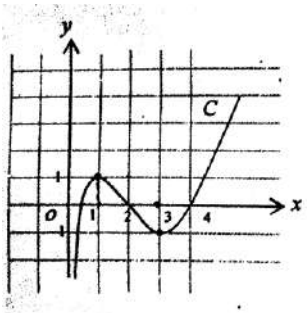
حقل الآحاد بالعشرات.

حقل العشرات بالمئات.

الدورة الامتحانية الثانية لعام 2019م

أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول:



في الشكل المرسوم جانباً ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على المجال $]0,+\infty[$ والمطلوب:

1) جد $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$, $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$.

2) دل على القيم الحدّية مبيّناً نوعها.

3) جد حلول المتراجحة: $f'(x)\le 0$.

4) جد $f([1,3])$.

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$\lim\limits_{x\to 0} f(x)=-\infty$ أو فقط $(-\infty)$	5
2	$\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=+\infty$ أو فقط $(+\infty)$	5
3	(كبرى محلياً) $f(1)=1$ أو (1)	5+5
4	(صغرى محلياً) $f(3)=-1$ أو $(1-)$	5+5
5	$[1,3]$	5
	$[-1,+1]$	5
	المجموع	40

ملاحظة: إذا فتح أحد طرفي المجالات أو كلاهما يخسر درجتين.

السؤال الثاني: عيّن قيم العدد n التي تحقق العلاقة : $\binom{15}{2n}=\binom{15}{n+3}$.

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	شرط الحل	10
2	الوصول إلى $n=4$ أو $n=3$	15+15
	المجموع	40

طريقة ثانية:

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	إيجاد شرط الحل	10
2	$\frac{15!}{(2n)!(15-2n)!}=\frac{15!}{(n+3)!(12-n)!}$ $(2n)!(15-2n)!=(n+3)!(12-n)!$ $\frac{(2n)!}{(n+3)!}=\frac{(12-n)!}{(15-2n)!}$	4+4 4 4
3	$P_{2n}^{n-3}=P_{12-n}^{n-3}$	4
4	$2n=12-n$ n=4 n=3	..... 5+5
	المجموع	40

ملاحظة1: كتب n=3 , n=4 مباشرة يخسر 10 درجات (شرط الحل)

ملاحظة2: في حال جرب الأعداد من 0 إلى 7 فقط ، ينال درجة شرط الحل ثم اكمل بتحديد n=3 أو n=4 ينال الدرجات كاملة

السؤال الثالث: ليكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق :

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x\sin x}{\sqrt{x^2+1}-1} & :x\neq 0\\ m & :x=0\end{cases}$$ والمطلوب:

1- جد نهاية التابع f عند الصفر .

2- عيّن قيمة العدد m ليكون f مستمراً عند الصفر

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	ح.ع.ت	5
2	الضرب بالمرافق والإصلاح	5 + 5
3	إيجاد النهاية	3+2
4	شرط الاستمرار	10
5	استنتاج قيمة m	10
	المجموع	40

ملاحظة: إذا وجد الطالب النهاية دون ذكر حالة عدم التعيين تعطى درجة الخطوة الأولى ضمناً.

السؤال الرابع:

نتأمّل في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقطتان: $A(2,1,-2)$, $B(-1,2,1)$ والمستوي: $P:3x-y-3z-8=0$

1- أثبت أنّ المستقيم (AB) يعامد المستوي P .

2- اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (AB) ، ثمّ عيّن إحداثيات النقطة A' المسقط القائم للنقطة A على P .

الرقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$\overrightarrow{AB}(-3,1,3)$, $\vec{n}(3,-1,-3)$	5 + 5
2	$\overrightarrow{AB}=-\vec{n}$ أو تناسب المركبات	5
3	$\overrightarrow{AB}$ يعامد P	
4	$(AB):\begin{cases}x=2-3t\\ y=1+t \quad t\in R\\ z=-2+3t\end{cases}$	10
5	$6+9t-1-t+6-9t-8=0$	5
6	إحداثيات A' و قيمة t	5+5
	المجموع	40

ملاحظة:

إذا كتب الطالب تمثيل وسيطي آخر مناسب للمستقيم (AB) وتابع بشكل صحيح ينال درجات الخطوات 4 و 5 و 6

سوريانا التعليمية

ثانيا: حل التمارين الاربعة الاتية: (60 درجة لكل تمرين)

السؤال الخامس : (60 درجة)

التمرين الأول: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]0,+\infty[$ وفق: $f(x)=ax+b-\frac{\ln x}{x}$ **والمطلوب:**

1- عيّن العددين الحقيقيين a , b إذا علمت أن المماس للخط C في النقطة $A(1,0)$ يوازي المستقيم d الذي معادلته: $y=3x$

2- من أجل $a=4$, $b=-4$ أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y=4x-4$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$ ثمّ ادرس الوضع النسبي بين C و Δ.

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$f'(x)=a-\frac{1-\ln x}{x^2}$	3 + 5
2	$f(1)=0$, $a+b=0$	3 + 5
3	$f'(1)=3$, $a-1=3$	3 + 2
4	قيمة b ، قيمة a	2 + 2
5	$f(x)-y_\Delta=-\frac{\ln x}{x}$	5+5
6	$\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-y_\Delta)=0$	5
7	x: 0 ، 1 ، $+\infty$ $+$ ، 0 ، $-$ C فوق Δ | C تحت Δ	5+5 5+5
	المجموع	60

السؤال السادس : (60 درجة)

التمرين الثاني:

نتأمل في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ النقاط A , B , C التي تمثلها الأعداد العقدية:

$a=6-i$, $b=-6+3i$, $c=-18+7i$ بالترتيب. **المطلوب:**

1) احسب العدد $\frac{b-a}{c-a}$، واستنتج أنّ النقاط A , B , C تقع على استقامة واحدة.

2) بفرض $d=1+6i$ العدد العقدي الممثل للنقطة D صورة A وفق دوران مركزه O وزاويته θ أحسب θ.

3) جد العدد العقدي n الممثل للنقطة N ليكون الرباعي $OAND$ مربعاً.

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$\frac{b-a}{c-a}=\frac{-12+4i}{-24+8i}=\frac{4(-3+i)}{8(-3+i)}=\frac{1}{2}$	5+5+5
2	النسبة عدد حقيقي فالنقاط على استقامة واحدة أو أي عبارة مناسبة صحيحة	5
3	قانون الدوران $d=ae^{i\theta}$	5
4	$e^{i\theta}=\frac{d}{a}=\frac{1+6i}{6-i}=i$	3 × 5
5	$\theta=\frac{\pi}{2}$	5
6	$\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{DN}$	5
7	$a=n-d$, $n=a+d$, $n=7+5i$	5+3+2
	المجموع	60

سوريانا التعليمية

السؤال السابع : (60 درجة)

التمرين الثالث:

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق: $u_n = \frac{2n-1}{n+1}$ والمطلوب:

1) ادرس اطراد المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$.

2) أثبت أن العدد 2 راجح على $(u_n)_{n\geq 0}$.

3) احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ ، ثم جد عدداً طبيعياً n_0 يحقق أيّاً كان $n > n_0$ كان u_n في المجال $]1.9\ ,\ 2.1[$.

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	كتابة الفرق $u_{n+1}-u_n$ ثم التعويض	5+5
2	إصلاح استنتاج أن u_n متزايدة تماماً	5 5
3	$u_n - 2 = \frac{-3}{n+1} < 0 \Rightarrow u_n < 2$	5+5
4	$\lim\limits_{x\to\infty} u_n = 2$	5
5	$\lvert u_n - 2\rvert < 0.1$	5+5 قانون + تعويض
6	$\frac{3}{n+1} < \frac{1}{10}$ ، إصلاح	5+5
7	نتيجة	5
	المجموع	60

ملاحظة1:

إذا كتب الطالب $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$ + المشتق + $f'(x) > 0$ + (f متزايد ومنه u_n متزايدة) 4×5 درجة

ملاحظة2: أخذ $n \geq 1$ $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ ، إصلاح 5+5

ثم حسب u_0 وإثبات $u_1 > u_0$ 5

ومنه u_n متزايدة 5

السؤال الثامن : (60 درجة)

التمرين الرابع:

صندوق يحتوي على خمس كرات منها .كرتان حمراوان. وثلاث كرات زرقاء، نكرر عملية سحب عشوائي لكرة من الصندوق دون إعادة حتى لا يتبقى في الصندوق إلا كرات من اللون ذاته .

ليكن X المتحول العشوائي الذي يمثل عدد مرات السحب اللازمة.

عيّن مجموعة القيم التي يأخذها X ، واكتب جدول القانون الاحتمالي للمتحول X ، واحسب توقعه الرياضي

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$X(\Omega)=\{2,3,4\}$	3×2=6
3	حساب $P(X=2)$ حساب $P(X=3)$ حساب $P(X=4)$	4+4 4+4+4 4
4	الجدول الموافق للحل	5+5
5	التوقع قانون + تعويض + نتيجة	2+3+15
	المجموع	60

ملاحظة1:

إذا كتب الطالب قيمتان للمتحول فقط، يخسر درجتان ويخسر حساب القيمة المفقودة ويخسر درجتان من الجدول

ملاحظة2:

إذا رسم الطالب شجرة ينال درجة واحدة لكل فرع (18درجة)

ثم حسب $P(X=2)$ و $P(X=3)$ و $P(X=4)$ ينال (4+4+4 درجات)

الجدول (10 درجات)

التوقع (20 درجة)

السؤال التاسع :

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى:

نتأمل في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقطة $A(1,2,0)$ والمستويات:

$$P:\ 2x-y+2z-2=0$$
$$Q:\ x+y+z-1=0$$
$$R:\ x-z-1=0$$

والمطلوب:

1) أثبت أنّ المستويين P , Q متقاطعان بفصل مشترك Δ ، إكتب تمثيلاً وسيطياً له.

2) تحقق أن المستوي R يعامد Δ ويمر بالنقطة A .

3) أثبت أنّ المستويات P , Q , R تتقاطع بنقطة I يطلب تعيين إحداثياتها.

4) استنتج بعد النقطة A عن المستقيم Δ.

الرقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$\vec{n}_P(2,-1,2)$ $\vec{n}_Q(1,1,1)$	10+10
2	استنتاج أن الشعاعين $\vec{n}_P$, $\vec{n}_Q$ غير مرتبطان خطياً	5+5
3	$2x-y+2z-2=0$ $+\quad x+y+z-1=0$ $3x+3z-3=0$	5
4	$x=1-z$	5
5	$z=t \Rightarrow x=1-t$ حساب $y=0$	5 5
6	$\Delta:\begin{cases} x=1-t \\ y=0 \quad t\in R \\ z=t \end{cases}$	5
7	$\vec{n}_R(1,0,-1)$, $\vec{u}_\Delta(1-,0,1)$	5+5
8	استنتاج الارتباط تعويض A في R	5 2
9	تعويض المعادلات الوسيطية لـ Δ في R	8
10	إحداثيات I و قيمة t	4+6
11	معرفة أن AI هو بعد A عن d $dis(A,\Delta)=AI=2$	2 5+3
	المجموع	100

ملاحظة1:

إذا حسب الطالب بعد A عن d بأي طريقة ينال درجة الخطوة 11 الأخيرة .

ملاحظة2:

إذا وجد الطالب أي معادلات وسيطية مكافئة للمستقيم ينال الدرجة الخطوات 6 و 5 و 4 و 3

ملاحظة3:

إذا افترض الطالب نقطة I تحقق Δ وتحقق R واستنتج أنها نقطة التقاطع ينال درجتي الخطوتين 9 و 10 أو توصل إلى إحداثيات نقطة التقاطع I بحل جملة المعادلات الخطية أو اي طريقة مكافئة ينال درجات المخصصة للخطوتين 9 و 10.

ملاحظة4: إذا حسب الطالب بعد A عن المستقيم Δ وشرط التعامد ينال الدرجات المخصصة للخطوة 11 أو كتابة معادلة مستوٍ مار من A ويعامد Δ وإيجاد إحداثيات نقطة التقاطع وحساب المساحة.

السؤال العاشر :

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x)=\frac{2x}{e^x}$ والمطلوب :

1) جد نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه واكتب معادلة المقارب الأفقي.

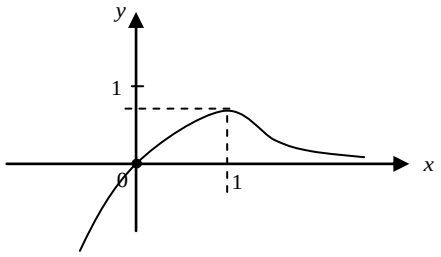
2) ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها.

3) في معلم متجانس ارسم الخط C.

4) احسب مساحة السطح المحصور بين الخط C ومحوري الإحداثيات والمستقيم $x=1$.

5) استنتج رسم الخط C_1 للتابع g المعرف وفق: $g(x)=2xe^x$.

6) أثبت أنّ $f(x)$ هو حل للمعادلة التفاضلية : $y'+y=2e^{-x}$.

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$	5
2	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$	5
3	$y=0$ مقارب أفقي	5
4	إيجاد $f'(x)$	5 + 5 قانون + تعويض
5	إيجاد القيمة التي تعدم $f'(x)$ + صورتها	5+5
6	$\begin{array}{c\|ccccc} x & -\infty & & 1 & & +\infty \\ \hline f'(x) & & + & 0 & - & \\ \hline f(x) & -\infty & \nearrow & \frac{2}{e} & \searrow & 0 \end{array}$	5+5 5+5
		5+(5 للمبدأ)
7	$s=\int_0^1 f(x)dx$	5
8	كتابة u و إيجاد u' كتابة v' و إيجاد v	2×4
9	قانون التكامل بالتجزئة + التعويض + الناتج	3×4
10	C_1 نظير C بالنسبة لـ O أو من الرسم	5
11	المعادلة التفاضلية التعويض + الناتج	3+2
	المجموع	100

انتهى السلم

سوريانا التعليمية

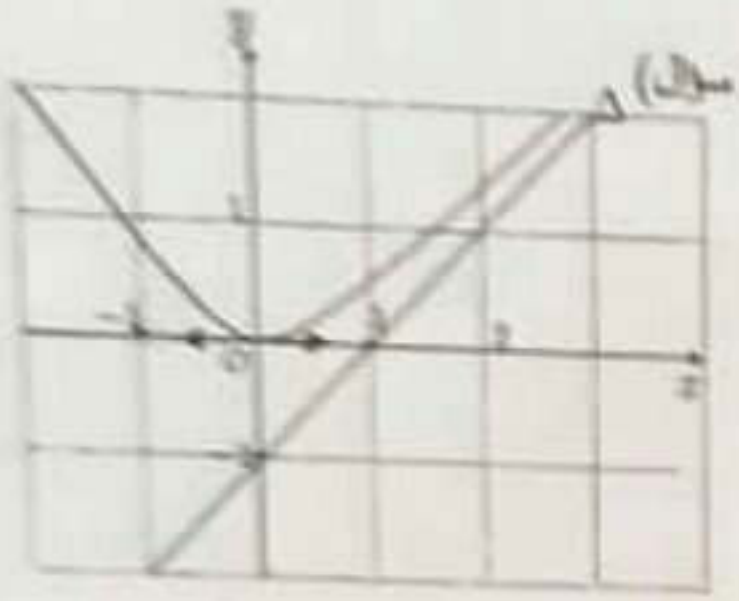
الاسم :
الرقم :
المدة : ثلاث ساعات
الدرجة : ستمئة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة دورة عام 2020

(الفرع العلمي)

التوجيهات:

الصفحة الأولى



أولاً: أجب عن أربعة فقط من الأسئلة الخمسة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول:

نتأمل جانباً الخط البياني C للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ ، والمستقيم Δ مقارب مائل لـ C والمطلوب:

1- جد $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

2- اكتب معادلة المستقيم Δ .

3- جد $f(0)$ ، $f'(0)$.

4- جد حلول المتراجحة $f'(x) < 0$

السؤال الثاني: نتأمل المستويين $p_1 : 2x - y + z + 1 = 0$ ، $p_2 : x + y - z = 0$ والمطلوب:

1- تبيّن أن المستويين متعامدان.

2- اكتب تمثيلاً وسيطياً لفصلهما المشترك.

التجمع التعليمي

السؤال الثالث: يوجد لبعض أنواع السيارات مذياع ذو قفل رقمي مضاد للسرقة يفتح عند إدخال كود مكون من ثلاث خانات يمكن لأي منها أن يأخذ أياً من القيم: 5 ، 4 ، 3 ، 2 ، 1 ، 0

1- ما هو عدد الرمازات التي تصلح للقفل.

2- ما هو عدد الرمازات التي تصلح للقفل المكونة من خانات مختلفة مثنى مثنى.

السؤال الرابع: أثبت أن: $\ln(x+1) < \sqrt{x+1}$ أياً كان $x > -1$

السؤال الخامس: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x) = x - E(x)$. المطلوب:

1- اكتب $f(x)$ بصيغة مستقلة عن $E(x)$ على المجال $[0,2[$.

2- جد $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x^2}$.

ثانياً: حل ثلاثة فقط من التمارين الأربعة الآتية: (80 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول :

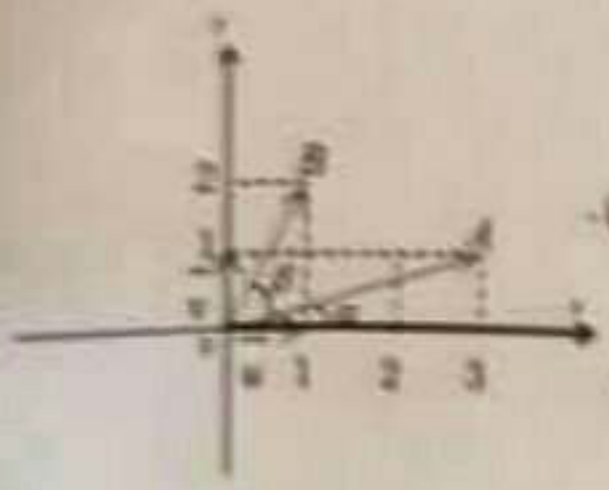
نتأمل المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرّفة بالعلاقة التدريجية: $u_0 = 3$ ، $u_{n+1} = \frac{u_n}{2} + \frac{2}{u_n}$ عند كل $n \geq 0$. والمطلوب:

1- أثبت أن التابع $f(x) = \frac{x}{2} + \frac{2}{x}$ متزايد تماماً على $[2,+\infty[$.

2- أثبت بالتدريج أن $2 \leq u_{n+1} \leq u_n$ أياً كان العدد الطبيعي n

3- استنتج أن المتتالية متقاربة، واحسب نهايتها.

التمرين الثاني:



نتأمل في المستوي العقدي المزوّد بالمعلم المتجانس $(O, \vec{u}, \vec{v})$:

بفرض أن α القياس الأساسي للزاوية $(\vec{u}, \overrightarrow{OA})$ و β القياس الأساسي للزاوية $(\vec{u}, \overrightarrow{OB})$.

المطلوب:

1) اكتب بالشكل الجبري العددين العقديين Z_A و Z_B اللذين يمثلان النقطتين A و B.

2) اكتب العدد العقدي $\frac{Z_B}{Z_A}$ بالشكلين الجبري والأسي، ثم استنتج قيمة $\alpha - \beta$.

يتبع في الصفحة الثانية

الاسم :
الرقم:
المدّة : ثلاث ساعات
الدرجة : ستمئة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة دورة عام 2020

(الفرع العلمي)

الرياضيات:

الصفحة الثانية

التمرين الثالث:

f التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(0)=0$ و $f(x)=x^2\sin\frac{1}{x}$ في حالة $x\neq 0$. المطلوب:

1- أثبت أنّ f اشتقاقي عند $x=0$.

2- احسب $f'(x)$ على $\mathbb{R}^*$.

3- جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

التمرين الرابع:

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لتكن النقاط: $D(0,0,1)$ ، $C(-1,1,2)$ ، $B(4,3,-3)$ ، $A(1,0,0)$. المطلوب:

1) أثبت أن $\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{AB}$ غير مرتبطين خطياً.

2) أثبت أنّ الأشعة: $\overrightarrow{AD}$ و $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ مرتبطة خطياً.

3) استنتج أنّ النقطة D مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة: (A,α) ، (B,β) ، (C,γ) حيث أنّ α و β و γ أعداد حقيقية يطلب تعيينها.

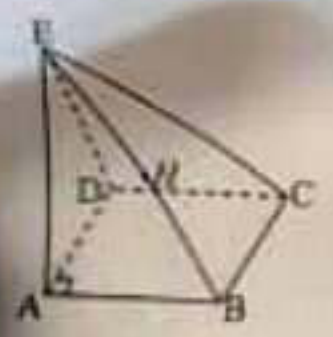
ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى:

$(EABCD)$ هرم رباعي رأسه E ، قاعدته مربع طول ضلعه 3،

$[AE]$ عمودي على المستوي $(ABCD)$ و $EA=3$.

نختار المعلم المتجانس $(A,\frac{1}{3}\overrightarrow{AB},\frac{1}{3}\overrightarrow{AD},\frac{1}{3}\overrightarrow{AE})$ والمطلوب:



1) عين إحداثيات A , B , C , D , E

2) جد معادلة المستوي (EBC).

3) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم المار من A ويعامد المستوي (EBC).

4) استنتج أنّ H منتصف $[EB]$ هي المسقط القائم لـ A على المستوي (EBC).

5) احسب حجم رباعي الوجوه $(AEBC)$.

التجمع التعليمي

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على المجال $]-2,2[$ وفق: $f(x)=\ln\left(\frac{x+2}{2-x}\right)$ والمطلوب:

1) أثبت أن f تابع فردي.

2) ادرس تغيرات التابع f على المجال $[0,2[$.

3) اكتب معادلة المماس T عند النقطة التي فاصلتها $x=0$، واحسب القيمة التقريبية للتابع f عند النقطة التي فاصلتها $x=0.1$.

4) في معلم متجانس ارسم الخط البياني C .

5) استنتج رسم الخط البياني C' للتابع $g(x)=\ln(2-x)-\ln(x+2)$ على المجال $]-2,2[$.

- انتهت الأسئلة -

ملاحظة : يمنع استعمال الآلات الحاسبة والجداول اللوغاريتمية

الجمهوريّة العربيّة السوريّة

وزارة التربية

سلّم تصحيح مادّة الرياضيّات

لشهادة الدّراسة الثانويّة العامّة

الفرع العلميّ

دورة عام 2020

 حقوق النشر والتوزيع والطبع محفوظة لوزارة التربية

CamScanner الممسوحة ضوئيا بـ

ملاحظات عامة

1- في ركن تسجيل الدرجات على القسيمة تخصص الحقول على التتالي كما يأتي :

الحقل	رقم السؤال	موضوع السؤال
1	السؤال الأول	قراءة خط بياني
2	السؤال الثاني	تعامد مستويين
3	السؤال الثالث	تحليل توافقي
4	السؤال الرابع	متراجحة
5	السؤال الخامس	تابع الجزء الصحيح
6	السؤال السادس/ التمرين الأول	متتالية
7	السؤال السابع/ التمرين الثاني	الأعداد العقدية
8	السؤال الثامن/ التمرين الثالث	قابلية اشتقاق
9	السؤال التاسع/ التمرين الرابع	مركز أبعاد
10	السؤال العاشر / المسألة الأولى	مسألة أشعة وهندسة تحليلية
11	السؤال الحادي عشر / المسألة الثانية	مسألة التابع اللوغارتمي

2- تُحذف (درجة واحدة) لكلّ خطأ حسابيّ من الدرجات المخصّصة للخطوة التي وقع فيها الخطأ.

3- في الأسئلة والتمارين الاختياريّة تصحّح جميعها ويُمنح الطالب الدرجة الأعلى منها.

4- إذا دمج الطالب خطوتين أو أكثر وكان باستطاعة الطالب الجيّد أن يقوم بذلك الدمج، يعطى الطالب مجموع الدرجات المخصّصة لما دمج من خطوات .

5- لا يجوز تجزئة الدرجات المخصّصة للخطوة الواحدة إلّا عند وجود خطأ حسابي .

6- إذا أخطأ الطالب في خطوة من خطوات الحلّ ثم تابع الحلّ بمنطق سليم ومفيد يعطى عن الخطوات التي تليها ما يستحق من درجات وفق السلّم بشرط ألّا يؤدّي خطؤه إلى خفض سويّة السؤال أو تغيير مضمونه .

7- إذا أجاب الطالب عن موقف بطريقة غير واردة في السلّم ومبرّراً خطوات حلّه، فعلى المصحح أن يعرض الطريقة على ممثّل الفرع الذي عليه أن يقوم والموجّهون الاختصاصيّون بدراسة هذه الطريقة والتأكد من صحّتها علمياً ومن ثَمّ توزيع الدرجات لتلك الطريقة بما يكافئ التوزيع الوارد على الطريقة الواردة في السلّم ثم يعمّم هذا التوزيع بعد أخذ موافقة التوجيه الأول لمادّة الرياضيات في وزارة التربية.

8- عند الاضطرار إلى تعديل درجة حصل عليها الطالب عن سؤال ما، يجب على كلّ من المصحّح والمدقّق تسجيل اسمه مقروناً بتوقيعه في جوار الدرجة المعدّلة مرفقاً بمهر خاتم الامتحانات.

9- إذا حلّ الطالب سؤالاً بأكثر من طريقة تصحّح حلوله كافّة وتعتمد الدرجة الأعلى.

10- إذا لم يُجب الطالب عن سؤال ما، تُكتب(إلى جانب السؤال)العبارة الآتية:(صفر للسؤال.... لأنّه؛ بلا إجابة)

11- تُكتب الدرجات الجزئية لكلّ سؤال ضمن دائرة وبالأرقام العربية (1,2,3,4,....)

12- تُسجل الدرجات التي يستحقها الطالب عن طلبات السؤال ومراحله (رقماً) وبوضوح على الهامش، أما الدرجة المستحقّة عن السؤال كاملاً فتُسجّل على الهامش الأيمن (مقابل بداية الإجابة) رقماً وكتابةً.

مثال ذلك :

الآحاد	العشرات	المئات
2	1	1

بعد استبدال حقل الكسور بالآحاد.

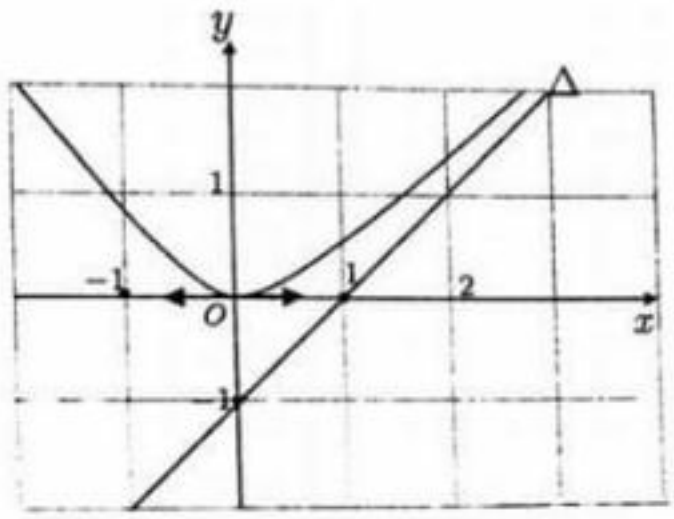
حقل الآحاد بالعشرات.

حقل العشرات بالمئات.

CamScanner الممسوحة ضوئيا بـ

سلّم درجات مادة: الرياضيات — الدرجة: ستمئة

أولاً: أجب عن أربعة فقط من الأسئلة الخمسة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)



السؤال الأول: نتأمل جانباً الخط البياني C للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$، والمستقيم Δ مقارب مائل لـ C والمطلوب:

1- جد $\lim_{x\to-\infty} f(x)$, $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

2- اكتب معادلة المستقيم Δ.

3- جد $f(0)$, $f'(0)$.

4- جد حلول المتراجحة $f'(x) < 0$

الإجابة	الدرجة	الملاحظات
-1 $\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$ $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$	5 5	
-2 حساب الميل قانون معادلة مستقيم تعويض + نتيجة	5 5 2+3	إذا كتب الطالب معادلة المستقيم $y = x - 1$ مباشرةً ينال الدرجات المخصصة
-3 $f(0) = 0$ $f'(0) = 0$	5 5	
-4 $]-\infty, 0[$	5	إذا كتب الطالب $[-2,0[$ وكان منسجماً مع حلّه في النهايات ينال الدرجة المخصّصة
مجموع	40	

السؤال الثاني: نتأمل المستويين $p_1 : 2x - y + z + 1 = 0$, $p_2 : x + y - z = 0$ والمطلوب:

1- تيقن أن المستويين متعامدان.

2- اكتب تمثيلاً وسيطياً لفصلهما المشترك.

الإجابة	الدرجة	الملاحظات
-1 $\vec{n_1} = (2,-1,1)$ $\vec{n_2} = (1,1,-1)$ شرط التعامد + تعويض + نتيجة	3×2 3×2 2+2+4	الحلّ المشترك 6 درجات الوصول لقيمة x 5 درجات
-2 التمثيل الوسيطي الحلّ المشترك + الوصول إلى قيمة x أو عزل أحد المجاهيل أو اختيار النقطتين أو اختيار نقطة وشعاع توجيه التمثيلات الوسيطية	5+6 3×3	
مجموع	40	

CamScanner الممسوحة ضوئيا بـ

السؤال الثالث: يوجد لبعض أنواع السيارات مذياع ذو قفل رقمي مضاد للسرقة يفتح عند إدخال كود مكون من ثلاث خانات يمكن لأي منها أن يأخذ أياً من القيم: 5 , 4 , 3 , 2 , 1 , 0

1- ما هو عدد الرمازات التي تصلح للقفل.

2- ما هو عدد الرمازات التي تصلح للقفل المكونة من خانات مختلفة مثنى مثنى.

الإجابة		الدرجة	الملاحظات
-1	عدد الرمازات: جداء + نتيجة	5×3+5	الجداء 5×3 ، النتيجة 5
-2	عدد الرمازات من خانات مختلفة	5×3+5	
	مجموع	**40**	

ملاحظة: في حال أخطأ الطالب في إحدى الخانات يخسر 5 درجات مرّة واحدة فقط.

السؤال الرابع: أثبت أن $\ln(x+1) < \sqrt{x+1}$ أياً كان $x > -1$

الإجابة	الدرجة	الملاحظات
افتراض تابع الفرق $g(x) = \ln(x+1) - \sqrt{x+1}$	4	
التابع المشتق	4+4	
انعدام المشتق (حل المعادلة $f'(x) = 0$, إيجاد الصورة)	4+4	
الإشارة الموافقة الأسهم المنسجمة $\begin{array}{c\|ccccc} x & -1 & & 3 & & +\infty \\ \hline f'(x) & & + & 0 & - & \\ \hline f(x) & & \nearrow & 2\ln 2 - 2 & \searrow & \end{array}$	4+4 4+4	
التعليل	4	
مجموع	**40**	
طريقة ثانية: اصطناع تابع f اشتقاقي على $]-1,+\infty[$ $f(x) = \dfrac{\ln(x+1)}{\sqrt{x+1}}$	5	
إيجاد التابع المشتق $f'(x) = \dfrac{2-\ln(x+1)}{2\sqrt{x+1}(x+1)}$	5+5	
ينعدم $f'(x)$ عند $x = e^2 - 1$	3	
$f(e^2-1) = \dfrac{2}{e}$	2	
$\begin{array}{c\|ccccc} x & -1 & & e^2-1 & & +\infty \\ \hline f'(x) & & + & 0 & - & \\ \hline f(x) & & \nearrow & \dfrac{2}{e} & \searrow & \end{array}$	5+5	
لمّا كان $\dfrac{2}{e} < 1$ كان $\dfrac{\ln(x+1)}{\sqrt{x+1}} < 1$	5	
وبالتالي $\ln(x+1) < \sqrt{x+1}$	5	

ملاحظة: يمكن للطالب أن يكتب $g(x) = \sqrt{x+1} - \ln(x+1)$ يبقى التوزيع كما هو.

CamScanner الممسوحة ضوئيا بـ

السؤال الخامس: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x) = x - E(x)$. **المطلوب:**

1- اكتب $f(x)$ بصيغة مستقلة عن $E(x)$ على المجال $[0,2[$.

2- جد $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x^2}$.

	الإجابة	الدرجة	الملاحظات	
-1	$f(x)=\begin{cases} x & :0\le x<1 \\ x-1 & :1\le x<2 \end{cases}$	4+4 4+4	إذا كتب الطالب $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^2}=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x-E(x)}{x^2}$ $=\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{1}{x}-\frac{E(x)}{x}\frac{1}{x}\right)$ $=0$ لأن $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x}=0$ و $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{E(x)}{x}=1$	4×4
-2	$x-1<E(x)\le x$	3+3		
	$-x+1>-E(x)\ge -x$ $+1>x-E(x)\ge 0$	3+3		
	$\frac{1}{x^2}>\frac{f(x)}{x^2}\ge 0$	4		
	$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x^2}=0$	4		4+4
	$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^2}=0$ (حسب مبرهنة الإحاطة)	4		
	مجموع	**40**		

	الإجابة	الدرجة	الملاحظات	
2- طريقة ثانية	$E(x)\le x<1+E(x)$:	3+3	2- طريقة ثالثة : أياً كان x من $\mathbb{R}$ $x-E(x)<1$	12
	$0\le x-E(x)<1$	3+3		
	$0\le\frac{x-E(x)}{x^2}<\frac{1}{x^2}$ $\frac{1}{x^2}>\frac{f(x)}{x^2}\ge 0$	4	$\frac{x-E(x)}{x^2}<\frac{1}{x^2}$	4
	$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x^2}=0$	4	$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x^2}=0$	4
	$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^2}=0$ (حسب مبرهنة الإحاطة)	4	$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^2}=0$	4

CamScanner الممسوحة ضوئيا بـ

ثانياً: حل ثلاثة فقط من التمارين الأربعة الآتية: (80 درجة لكل تمرين)

السؤال السادس :التمرين الأوّل:

نتأمل المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرّفة بالعلاقة التدريجية: $u_0 = 3$, $u_{n+1} = \frac{u_n}{2} + \frac{2}{u_n}$ عند كل $n \geq 0$. والمطلوب:

1- أثبت أن التابع $f(x) = \frac{x}{2} + \frac{2}{x}$ متزايد تماماً على $[2,+\infty[$.

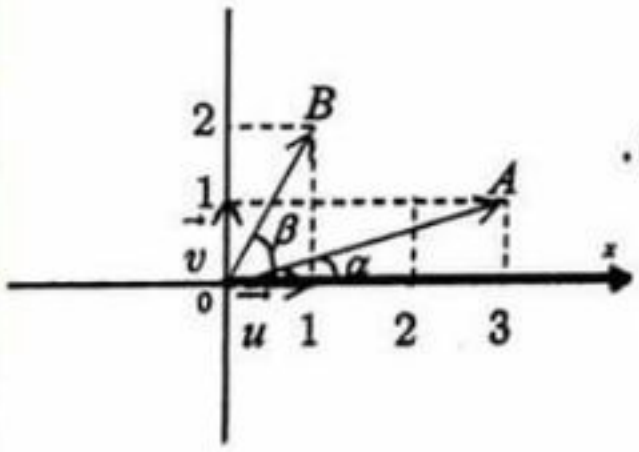
2- أثبت بالتدريج أن $2 \leq u_{n+1} \leq u_n$ أيّاً كان العدد الطبيعي n

3- استنتج أن المتتالية متقاربة، واحسب نهايتها.

	الإجابة	الدرجة	الملاحظات
-1	إيجاد مشتق f دراسة الإشارة 5 درجات للبسط 5 درجات للمقام النتيجة	5+5 5+5 5	
-2	ترميز العلاقة $E(n):\ 2 \leq u_{n+1} \leq u_n$ محققة $E(0):\ 2 \leq u_1 \leq u_0$ افتراض صحّة $E(n)$ من أجل n عدد طبيعي إثبات صحّة $E(n+1)$ إيجاد صور أطراف المتراجحة وفق التابع المتزايد f والوصول إلى $2 \leq u_{n+2} \leq u_{n+1}$ النتيجة	2 5+5 5 5 5 3	5 درجات لحساب قيمة u_1 و5 درجات تحقّق العلاقة
-3	المتتالية متقاربة (متناقصة + محددة من الأدنى) حلّ المعادلة $f(x) = x$ الوصول إلى $x = 2$ النهاية	5+5 5 5 5	
	مجموع	**80**	

CamScanner الممسوحة ضوئيا بـ

السؤال السابع - التمرين الثاني:



نتأمل في المستوي العقدي المزوّد بالمعلم المتجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$:

بفرض أن α القياس الأساسي للزاوية $(\vec{u},\overrightarrow{oA})$ و β القياس الأساسي للزاوية $(\vec{u},\overrightarrow{oB})$.

المطلوب:

1) اكتب بالشكل الجبري العددين العقديين Z_A و Z_B اللذين يمثلان النقطتين A و B.

2) اكتب العدد العقدي $\frac{Z_B}{Z_A}$ بالشكلين الجبري والأسي، ثمّ استنتج قيمة $\beta-\alpha$.

الإجابة	الدرجة	الملاحظات
-1 $z_A=3+i$	5+5	
$z_B=1+2i$	5+5	
$\frac{z_B}{z_A}=\frac{1+2i}{3+i}$	5	
-2 الشكل الجبري للعدد $\frac{z_B}{z_A}$		
الضرب بالمرافق	5	
إصلاح البسط	5	
إصلاح المقام	5	
النتيجة	5	
-3 الشكل الأسّيّ للعدد $\frac{z_B}{z_A}$		
حساب r	5+5	
حساب $\theta=\frac{\pi}{4}$	10	
كتابة الشكل الأسّيّ (قانون + نتيجة)	5+5	
استنتاج قيمة $\beta-\alpha$	5	
مجموع	**80**	

ملاحظة:

إذا كتب الطالب $\frac{z_A}{z_B}$ وتابع بشكل صحيح وتوصّل إلى قياس $\alpha-\beta$ يساوي $(-\frac{\pi}{4})$ يخسر درجة واحدة فقط من درجات الخطوة الثالثة وإذا تابع واستنتج $\beta-\alpha$ تساوي $(\frac{\pi}{4})$ ينال الدرجة كاملة.

CamScanner الممسوحة ضوئيا بـ

السؤال الثامن - التمرين الثالث:

f التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(0)=0$ و $f(x)=x^2\sin\frac{1}{x}$ في حالة $x\neq 0$. المطلوب:

1- أثبت أنّ f اشتقاقي عند $x=0$.

2- احسب $f'(x)$ على $\mathbb{R}^*$.

3- جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

	الإجابة	الدرجة	الملاحظات	
-1	قانون معدل التغيير + تعويض	5+5	1- طريقة ثانية	
	$\lvert\sin\frac{1}{x}\rvert\leq 1$	5	قانون معدل التغيير + تعويض	5+5
	$\lvert x\sin\frac{1}{x}\rvert\leq\lvert x\rvert$	5	$-1\leq\sin\frac{1}{x}\leq 1$	5
	$\lim\limits_{x\to 0}\lvert x\rvert=0$	5	عندما $x>0$:	
	$\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)-f(0)}{x}=0$	2	$-x\leq x\sin\frac{1}{x}\leq x$	3
	f اشتقاقي عند الصفر	3	$\lim\limits_{x\to 0^+}(-x)=\lim\limits_{x\to 0^+}(x)=0$	3
			$\lim\limits_{x\to 0^+} x\sin\frac{1}{x}=0$	3
			$x<0$:	
			$-x\geq x\sin\frac{1}{x}\geq x$	2
			لذلك	
			$\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=0$	2
			إذن f اشتقاقي	2
-2	مشتق التابع	5+10+5	قاعدة الاشتقاق + المشتق + النتيجة	
-3	طريقة أولى		3- طريقة ثانية	
	$f(x)=x\dfrac{\sin\frac{1}{x}}{\frac{1}{x}}$	10	نفرض $t=\frac{1}{x}$ $\Leftarrow$ $x=\frac{1}{t}$	5
			$t\to 0$ $x\to+\infty$	5
	$\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=+\infty$	10	التعويض	5
	$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sin\frac{1}{x}}{\frac{1}{x}}=1$ و $\lim\limits_{x\to\infty} x=+\infty$ لأنّ	5+5	$\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=+\infty$	5
			$\lim\limits_{x\to 0}\frac{1}{t}=+\infty$ لأنّ و	5
			$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin t}{t}=1$	5
	مجموع	**80**		

ملاحظة : في حال الاكتفاء بمناقشة إحدى الحالتين $x<0$ أو $x>0$ حسب الطريقة الثانية يخسر درجتين ويُتابع له.

CamScanner الممسوحة ضوئيا بـ

السؤال التاسع - التمرين الرابع:

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لتكن النقاط: $D(0,0,1)$ ، $C(-1,1,2)$ ، $B(4,3,-3)$ ، $A(1,0,0)$. **المطلوب:**

1) أثبت أن $\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{AB}$ غير مرتبطين خطياً.

2) أثبت أنّ الأشعة : $\overrightarrow{AD}$ و $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ مرتبطة خطياً.

3) استنتج أنّ النقطة D مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة: (C,γ) ، (B,β) ، (A,α) حيث أنّ α و β و γ أعداد حقيقية يطلب تعينها.

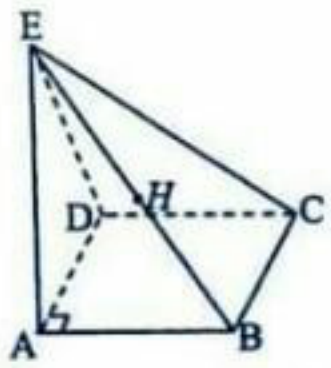
الإجابة	الدرجة	الملاحظات	
-1 $\overrightarrow{AB}(3,3,-3)$	6		
$\overrightarrow{AC}(-2,1,2)$	6		
المركّبات غير متناسبة	4		
$\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{AC}$ غير مرتبطين خطّياً	4		
-2 $\overrightarrow{AD}=\alpha\overrightarrow{AB}+\beta\overrightarrow{AC}$	10		
$\overrightarrow{AD}(-1,0,1)$	6		
$\begin{pmatrix}-1\\0\\1\end{pmatrix}=\alpha\begin{pmatrix}3\\3\\-3\end{pmatrix}+\beta\begin{pmatrix}-2\\1\\2\end{pmatrix}$	3+3		
$3\alpha-2\beta=1$	3		
$3\alpha+\beta=0$	3		
$-3\alpha+2\beta=1$	3		
من الأولى والثانية $\alpha=\frac{1}{9}$ $\beta=\frac{1}{3}$	2		
نعوض في الثالثة فنجدها محقّقة	2		
ومنه الأشعة مرتبطة خطّياً (ضمناً)	5		
-3 طريقة أولى: $\overrightarrow{AD}=-\frac{1}{9}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$	5	-3 طريقة ثانية $\overrightarrow{AD}=-\frac{1}{9}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$	5
$\gamma=\frac{1}{3}$ و $\beta=-\frac{1}{9}$	5+5	$9\overrightarrow{AD}=-\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{DB}+3\overrightarrow{AD}+3\overrightarrow{DC}$	5
$\alpha=1-\beta-\gamma=\frac{7}{9}$	5	$7\overrightarrow{DA}-\overrightarrow{DB}+3\overrightarrow{DC}=\vec{0}$	4
		$(A,7)$, $(B,-1)$, $(C,3)$	2+2+2
-3 طريقة ثالثة: $\overrightarrow{AD}=\frac{\beta}{\alpha+\beta+\gamma}\overrightarrow{AB}+\frac{\gamma}{\alpha+\beta+\gamma}\overrightarrow{AC}$	5		
$\overrightarrow{AD}=-\frac{1}{9}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{9}\overrightarrow{AC}$	5+5		
$\gamma=3$ و $\beta=-1$	5		
$\alpha=7$			
مجموع	80		

CamScanner الممسوحة ضوئيا بـ

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

السؤال العاشر: $(EABCD)$ هرم رباعي رأسه E ، قاعدته مربع طول ضلعه 3 ،

المسألة الأولى: $[AE]$ عمودي على المستوي $(ABCD)$ و $EA = 3$.



نختار المعلم المتجانس $(A, \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}, \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}, \frac{1}{3}\overrightarrow{AE})$ والمطلوب:

1) عين إحداثيات A , B , C , D , E

2) جد معادلة المستوي (EBC).

3) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم المار من A ويعامد المستوي (EBC).

4) استنتج أنّ H منتصف $[EB]$ هي المسقط القائم لـ A على المستوي (EBC).

5) احسب حجم رباعي الوجوه $(AEBC)$.

الإجابة	الدرجة	الملاحظات
1- إيجاد النقاط	5×3	لكلّ نقطة 3 درجات
2- افتراض الناظم $\vec{n}(a,b,c)$	3	3 درجات لكلّ شعاع مع مركباته
اختيار الشعاعين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ غير مرتبطين خطياً	3+3	
وإيجاد الإحداثيات		
$\vec{n}\vec{u} = 0$ و المعادلة الناتجة	3+3	
$\vec{n}\vec{v} = 0$ و المعادلة الناتجة	3+3	
إيجاد الناظم	4	
حساب d في معادلة المستوي	5	
معادلة المستوي	5	
3- إيجاد المستقيم (d) المار من A ويعامد (EBC)		
شعاع التوجيه	5	
قانون + تعويض	5+5	

4- طريقة أولى النقطة $H(\frac{3}{2},0,\frac{3}{2})$ تحقّق التمثيلات الوسيطية للمستقيم المارّ من A ويعامد المستوي (EBC) فهي المسقط القائم للنقطة A عليه	20	4- طريقة ثانية: - إيجاد إحداثيات H منتصف $[EB]$ - إيجاد الشعاع $\overrightarrow{AH}$ - التحقق من تناسب المركّبات للشعاع $\overrightarrow{AH}$ وناظم المستوي (EBC) - استنتاج أنّ $\overrightarrow{AH}$ وناظم المستوي (EBC) مرتبطان خطّياً - H هي المسقط القائم للنقطة A على المستوي (EBC)	6 4 4 4 2
4- طريقة ثالثة: - إيجاد إحداثيات H منتصف $[EB]$ - لتعيين A' نقطة تقاطع المستوي (EBC) مع المستقيم (d) الوصول إلى $t+t-3=0 \Rightarrow t=\frac{3}{2}$ - $z=\frac{3}{2}$, $y=0$, $x=\frac{3}{2}$ وهي إحداثيات H نفسها إذاً A' تنطبق H	6 4+4 6		

CamScanner الممسوحة ضوئيا بـ

الاسم
الرقم
المدة : ثلاث
الدرجة : سبعمئة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة دورة عام 2020

الرياضيات (الفرع العلمي) الدورة الثانية الاستثنائية

الصفحة الأولى

أولاً: أجب عن أربعة فقط من الأسئلة الخمسة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول:

نجد جانباً جدول تغيرات التابع f المعرف على $\mathbb{R}$

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	6	$\searrow$	$-\infty$

خطه البياني C . المطلوب:

1- جد $\lim_{x\to-\infty} f(x)$, $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

2- دل على القيم الحدية للتابع f مبيناً نوعها.

3- ما عدد حلول المعادلة $f(x)=0$.

4- جد حلول المتراجحة $f'(x)>0$.

السؤال الثاني:

يحتوي صندوق على 5 كرات مرقمة بالأرقام 5 , 4 , 3 , 2 , 1 ، نسحب من الصندوق كرتين على التتالي مع الإعادة.

والمطلوب: 1- كم عدد النتائج المختلفة لهذا السحب.

2- كم عدد النتائج المختلفة والتي تشتمل على كرتين مجموعهما عدد فردي.

السؤال الثالث:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x)=x+\sqrt{x^2+1}$. المطلوب:

1) أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y=2x$ مقارب مائل للخط البياني C في جوار $+\infty$.

2) ادرس الوضع النسبي بين C و Δ .

السؤال الرابع:

نتأمل في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ المستوي $P: 2x+y-3z+2=0$ والنقطة $A(1,1,-2)$. المطلوب:

1) أثبت أن النقطة A لا تنتمي إلى المستوي P .

2) اكتب معادلة للمستوي Q المار من A والموازي للمستوي P .

السؤال الخامس: نتأمل التابع f المعرف على $[0,+\infty[$ وفق: $f(x)=x-\sin x$

1- احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$. 2- أثبت أن التابع f متزايد.

ثانياً: حل ثلاثة فقط من التمارين الأربعة الآتية: (80 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول : ليكن العدد العقدي $w=\frac{-\sqrt{2}}{1+i}e^{i\frac{\pi}{3}}$. المطلوب:

1- بين أن $|w|=1$ ، ثم اكتب العدد w بالشكل الأسي.

2- ليكن z عدد عقدي ما أثبت أن $Z=\frac{z-\bar{z}w}{1-w}$ عدد حقيقي.

التمرين الثاني: ليكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ وفق : $f(x)=\frac{2x+3}{x-1}$. المطلوب:

1- عين التابع المشتق f' للتابع f .

2- نرمز بالرمز g إلى التابع المعرف على $J=]1,+\infty[$ وفق $g(x)=f(\sqrt{x})$ ، أثبت أن g اشتقاقي على J

ثم احسب $g'(x)$ على J.

يتبع في الصفحة التالية

التمرين الثالث:

المستقيمان d و d' معرفان وسيطياً وفق:

$$d:\begin{cases}x=t+2\\y=2t+1\\z=-t\end{cases},\ t\in\mathbb{R} \quad \text{و} \quad d':\begin{cases}x=2s-1\\y=s-2\\z=3s-2\end{cases},\ s\in\mathbb{R}$$

المطلوب: 1) أثبت أن d و d' متقاطعان، ثم عيّن إحداثيات I نقطة التقاطع.

2) جد معادلة المستوي المحدد بالمستقيمين d و d'.

التمرين الرابع:

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ المعرفة وفق: $u_n=\frac{1}{e}+\frac{2}{e^2}+\frac{3}{e^3}+\dots\dots+\frac{n}{e^n}$. المطلوب:

1) أثبت أن $n\leq 2^n$ أياً كان العدد الطبيعي $n\geq 1$.

2) استنتج أن $\frac{2}{e-2}$ عنصر راجح على المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$.

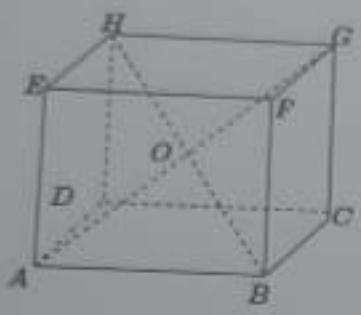
3) أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ متقاربة .

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: مكعب $ABCDEFGH$ طول حرفه 2 ،

O نقطة تقاطع القطرين $[AG]$ و $[HB]$.

نختار المعلم المتجانس $(A,\frac{1}{2}\overrightarrow{AB},\frac{1}{2}\overrightarrow{AD},\frac{1}{2}\overrightarrow{AE})$ ، والمطلوب:



1) جد إحداثيات النقاط A و B و G و H و O .

2) أعط معادلة للمستوي (GOB).

3) احسب $\overrightarrow{OG}.\overrightarrow{OB}$ واستنتج $\cos\widehat{GOB}$.

4) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (DC).

5) أثبت أن المستقيم (DC) يوازي المستوي (GOB) .

6) جد الأعداد الحقيقية α و β و γ حتى تكون النقطة D مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة (A,α) و (B,β) و (C,γ).

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $I=]0,+\infty[$ وفق : $f(x)=\frac{1}{x}+\frac{\ln x}{x}$ والمطلوب :

1) احسب نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه واكتب معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي.

2) ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها .

3) اثبت أن للمعادلة $f(x)=0$ حلاً وحيداً في المجال $]\frac{1}{3},\frac{1}{2}[$.

4) في معلم متجانس ارسمْ الخط C .

5) استنتج رسم C_1 الخط البياني للتابع: $g(x)=\frac{1-x+\ln x}{x}$.

- انتهت الأسئلة -

ملاحظة : يمنع استعمال الآلات الحاسبة والجداول اللوغاريتمية

الجمهوريّة العربيّة السوريّة

وزارة التربية

سلّم تصحيح مادّة الرياضيّات

لشهادة الدّراسة الثانويّة العامّة

الفرع العلميّ

دورة ثانية عام 2020

ملاحظات عامة

1- في ركن تسجيل الدرجات على القسيمة تخصص الحقول على التتالي كما يأتي :

الحقل	رقم السؤال	موضوع السؤال
1	السؤال الأول	قراءة جدول
2	السؤال الثاني	تحليل توافقي
3	السؤال الثالث	المقارب المائل
4	السؤال الرابع	هندسة: معادلة مستو مواز لمستو آخر
5	السؤال الخامس	إيجاد نهاية وإثبات تزايد تابع
6	السؤال السادس/ التمرين الأول	عقدية
7	السؤال السابع/ التمرين الثاني	مشتق تابع مركب
8	السؤال الثامن/ التمرين الثالث	تقاطع مستقيمين
9	السؤال التاسع/ التمرين الرابع	متتالية
10	السؤال العاشر / المسألة الأولى	مسألة أشعّة وهندسة تحليلية
11	السؤال الحادي عشر / المسألة الثانية	مسألة دراسة تابع

2- تُحذف (درجة واحدة) لكلّ خطأ حسابيّ من الدرجات المخصّصة للخطوة التي وقع فيها الخطأ.

3- في الأسئلة والتمرينات الاختياريّة تصحّح جميعها ويُمنح الطالب الدرجة الأعلى منها.

4- إذا دمج الطالب خطوتين أو أكثر وكان باستطاعة الطالب الجيّد أن يقوم بذلك الدمج، يعطى الطالب مجموع الدرجات المخصّصة لما دمج من خطوات .

5- لا يجوز تجزئة الدرجات المخصّصة للخطوة الواحدة إلّا عند وجود خطأ حسابي .

6- إذا أخطأ الطالب في خطوة من خطوات الحلّ ثم تابع الحلّ بمنطق سليم ومفيد يعطى عن الخطوات التي تليها ما يستحق من درجات وفق السلّم بشرط ألّا يؤدّي خطؤه إلى خفض سويّة السؤال أو تغيير مضمونه .

7- إذا أجاب الطالب عن موقف بطريقة غير واردة في السلّم ومبرّراً خطوات حلّه، فعلى المصحح أن يعرض الطريقة على ممثّل الفرع الذي عليه أن يقوم والموجّهون الاختصاصيّون بدراسة هذه الطريقة والتأكد من صحّتها علمياً ومن ثَمّ توزيع الدرجات لتلك الطريقة بما يكافئ التوزيع الوارد على الطريقة الواردة في السلّم ثم يعمّم هذا التوزيع بعد أخذ موافقة التوجيه الأول لمادّة الرياضيات في وزارة التربية.

8- عند الاضطرار إلى تعديل درجة حصل عليها الطالب عن سؤال ما، يجب على كلّ من المصحّح والمدقّق تسجيل اسمه مقروناً بتوقيعه في جوار الدرجة المعدّلة مرفقاً بمهر خاتم الامتحانات.

9- إذا حلّ الطالب سؤالاً بأكثر من طريقة تصحّح حلوله كافّة وتعتمد الدرجة الأعلى.

10- إذا لم يُجب الطالب عن سؤال ما، تُكتب(إلى جانب السؤال)العبارة الآتية:(صفر للسؤال.... لأنّه؛ بلا إجابة)

11- تُكتب الدرجات الجزئية لكلّ سؤال ضمن دائرة وبالأرقام العربية (1,2,3,4,....)

12- تُسجّل الدرجات التي يستحقّها الطالب عن طلبات السؤال ومراحله (رقماً) وبوضوح على الهامش، أمّا الدرجة المستحقّة عن السؤال كاملاً فتُسجّل على الهامش الأيمن (مقابل بداية الإجابة) رقماً وكتابةً.

مثال ذلك :

الآحاد	العشرات	المئات
2	1	1

بعد استبدال حقل الكسور بالآحاد.

حقل الآحاد بالعشرات.

حقل العشرات بالمئات.

سلّم درجات مادة: الرياضيات **الدرجة: ستمئة**

أولاً: أجب عن أربعة فقط من الأسئلة الخمسة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول:

نجد جانباً جدول تغيرات التابع f المعرف على $\mathbb{R}$

خطه البياني C . المطلوب:

1- جد $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2- دل على القيم الحدّية للتابع f مبيّناً نوعها.

3- ما عدد حلول المعادلة $f(x)=0$.

4- جد حلول المتراجحة $f'(x)>0$.

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	6	$\searrow$	$-\infty$

	الإجابة	الدرجة	الملاحظات
-1	$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$	5 5	أو كتابة الجواب فقط
-2	$f(0)=2$ صغرى محلّياً $f(4)=6$ كبرى محلّياً	5+5 5+5	أو 2 صغرى أو 6 كبرى
-3	$f(x)=0$ لها حلّ وحيد	5	
-4	$]0,4[$	5	إذا أغلق المجال من أي طرف يخسر درجة واحدة فقط
	مجموع	**40**	

السؤال الثاني:

يحتوي صندوق على 5 كرات مرقمة بالأرقام 5 , 4 , 3, 2, 1 ، نسحب من الصندوق كرتين على التتالي مع الإعادة.

والمطلوب: 1- كم عدد النتائج المختلفة لهذا السحب.

2- كم عدد النتائج المختلفة والتي تشتمل على كرتين مجموعهما عدد فردي.

	الإجابة	الدرجة	الملاحظات
-1	$5\times5=25$	10+10	- إذا كتب الطالب الإجابة مباشرةً ينال الدرجات المخصّصة. - إذا كتب $4\times5=20$ يخسر عشر درجات
-2	$2\times3\times2=12$	10+10	- إذا لم يضرب بالعدد 2 يخسر خمس درجات
	مجموع	**40**	

السؤال الثالث: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x)=x+\sqrt{x^2+1}$. المطلوب:

1) أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y=2x$ مقارب مائل للخط البياني C في جوار $+\infty$.

2) ادرس الوضع النسبي بين C و Δ .

الإجابة	الدرجة	الملاحظات
-1 $f(x)-y_\Delta=\sqrt{x^2+1}-x$	5+5	قانون + تعويض
$f(x)-y_\Delta=\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}+x}$ $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-y_\Delta\right)=0$	5+5 10	ضرب بالمرافق + النتيجة
-2 لدراسة الوضع النسبي بين C و Δ ندرس إشارة تابع الفرق $\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}+x}>0$ أو $\sqrt{x^2+1}-x>0$	5	
النتيجة C فوق Δ	5	
مجموع	**40**	

السؤال الرابع: نتأمل في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ المستوي $P:2x+y-3z+2=0$ والنقطة $A(1,1,-2)$. المطلوب:

1) أثبت أن النقطة A لا تنتمي إلى المستوي P . 2) اكتب معادلة للمستوي Q المار من A والموازي للمستوي P .

الإجابة	الدرجة	الملاحظات
-1 التعويض + النتيجة	5+5	
-2 معادلة المستوي $ax+by+cz+d=0$	10	
معرفة الناظم $\vec{n}(2,1,-3)$	10	
إيجاد d	5	
كتابة معادلة للمستوي	5	
مجموع	**40**	

ملاحظة: إذا حسب بعد A عن P وكان البعد لا يساوي الصفر ينال الدرجة المخصصة للخطوة الأولى.

السؤال الخامس: نتأمل التابع f المعرف على $[0,+\infty[$ وفق: $f(x)=x-\sin x$

1- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$. 2- أثبت أن التابع f متزايد.

الإجابة	الدرجة	الملاحظات	
-1 $1\ge\sin x\ge-1$	5	طريقة 2: إذا اعتمد المبرهنة $f(x)\le g(x)$	
$-1\le-\sin x\le1$	5	$\sin x\le1$	5
$x-1\le x-\sin x\le x+1$	5	$-\sin x\ge-1$	5
$\lim\limits_{x\to\infty}(x-1)=+\infty$	5	$x-\sin x\ge x-1$	5
$\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=+\infty$	5	$\lim\limits_{x\to\infty}(x-1)=+\infty$	5
-2 $f'(x)=1-\cos x\ge0$ أو $f'(x)=2\sin^2\frac{x}{2}\ge0$	5+5	$\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=+\infty$	5
f تابع متزايد على المجال $[0,+\infty[$	5		
مجموع	**40**		

ثانياً: حل ثلاثة فقط من التمارين الأربعة الآتية: (80 درجة لكل تمرين)

السؤال السادس :

التمرين الأول : ليكن العدد العقدي $w = \frac{-\sqrt{2}}{1+i}e^{i\frac{\pi}{3}}$. المطلوب:

1- بيّن أنّ $|w| = 1$ ، ثمّ اكتب العدد w بالشكل الأسي.

2- ليكن z عدد عقدي ما أثبت أنّ $Z = \frac{z - \bar{z}w}{1-w}$ عدد حقيقي.

	الإجابة	الدرجة	الملاحظات	
-1	$\lvert w\rvert = \frac{\lvert -\sqrt{2}\rvert}{\lvert 1+i\rvert}$ بسط + مقام $\lvert w\rvert = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \times 1 = 1$	5+5 5+5+5	طريقة ثانية: لإثبات أن $\lvert W\rvert = 1$ $-\sqrt{2} = \sqrt{2}e^{\pi i}$ $1+i = \sqrt{2}e^{\frac{\pi}{4}i}$ $\left\lvert\frac{-\sqrt{2}}{1+i}\right\rvert = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 1$	10 5+5 5
-2	معرفة r معرفة θ الصيغة	5 5 5		
-3	$\bar{z} = \overline{\frac{z - \bar{z}.w}{1-w}}$ $\bar{z} = \frac{\bar{z} - z.\bar{w}}{1-\bar{w}}$ $\bar{z} = \frac{\bar{z}.w - z.w.\bar{w}}{w - \bar{w}.w}$ $\bar{z} = \frac{\bar{z}.w - z}{w - 1}$ $\bar{z} = \frac{z - \bar{z}.w}{1-w}$ $\bar{z} = z$	5+5 5+5 5 5 5 5	بسط + مقام بسط + مقام نضرب البسط و المقام بـ w	
	مجموع	**80**		

ملاحظة:

1- إذا كتب الطالب العدد العقدي w بالشكل الأسّي ثم أثبت أنّ $|w| = 1$ ينال الدرجات المخصصة للخطوتين الأولى والثانية كاملة

2- إذا كتب الطالب $\bar{w} = \frac{1}{w}$ وأثبت ذلك ، ينال الدرجة المخصصة للخطوة الأولى.

3- إذا كتب الطالب الصيغة الجبرية لـ w ثم توصّل إلى $|w| = 1$ ، ينال الدرجة المخصصة للخطوة الأولى.

السؤال السابع:

التمرين الثاني: ليكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ وفق : $f(x)=\dfrac{2x+3}{x-1}$. **المطلوب:**

1- عين التابع المشتقّ f' للتابع f .

2- نرمز بالرمز g إلى التابع المعرّف على $J=]1,+\infty[$ وفق $g(x)=f(\sqrt{x})$ ، أثبت أن g اشتقاقي على J، ثمّ احسب $g'(x)$ على J.

الإجابة	الدرجة	الملاحظات
-1 $f(x)=\dfrac{2x+3}{x-1}$ $f':\mathbb{R}\setminus\{1\}\to\mathbb{R}$	5	إذا كتب الطالب اشتقاقي على $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ ينال الدرجة المخصصة للخطوة الأولى
$f'(x)=\dfrac{-5}{(x-1)^2}$	10+10	قانون + نتيجة
-2 $g(x)=f\left(\sqrt{x}\right)$ مركّب تابعين اشتقاقيين على J $x\mapsto\sqrt{x}$ اشتقاقي على J إذاً $f\left(\sqrt{x}\right)$ اشتقاقي على J $g'(x)=\left(\sqrt{x}\right)'f'\left(\sqrt{x}\right)$ $g'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}\left(\dfrac{-5}{\left(\sqrt{x}-1\right)^2}\right)$	5 5 5 20 10+10	طريقة ثانية: $g(x)=\dfrac{2\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-1}$ 5 البسط تابع اشتقاقي على J 2 المقام تابع اشتقاقي على J ولا ينعدم 3 ومنه g تابع اشتقاقي على J 5 إيجاد $g'(x)$ قانون + مشتق الجذر + التعويض + النتيجة 10×4
مجموع	**80**	

ملاحظة: ممكن مناقشة اشتقاق التابع المركب

التابع $f(x)$ اشتقاقي على $\mathbb{R}\setminus\{1\}$

تابع الجذر التربيعي اشتقاقي على المجال $]0,+\infty[$, $1\neq\sqrt{x}$ **فهو اشتقاقي على** J

$g(x)=f\left(\sqrt{x}\right)$ **اشتقاقي على المجال** J (مركب تابعين اشتقاقيين على J هو تابع اشتقاقي على J **).**

السؤال الثامن - التمرين الثالث:

المستقيمان d و d' معرفان وسيطياً وفق:

$$d:\begin{cases} x = t+2 \\ y = 2t+1 \\ z = -t \end{cases} , t \in \mathbb{R} \quad \text{و} \quad d':\begin{cases} x = 2s-1 \\ y = s-2 \\ z = 3s-2 \end{cases} , s \in \mathbb{R}$$

المطلوب: 1) أثبت أنّ d و d' متقاطعان، ثم عيّن إحداثيات I نقطة التقاطع.

2) جد معادلة للمستوي المحدد بالمستقيمين d و d'.

الإجابة	الدرجة	الملاحظات	
-1 $\vec{u}_d(1,2,-1)$	5	1- طريقة ثانية اختيار نقطة A من d و نقطة B من d'	2+2
$\vec{u}_{d'}(2,1,3)$	5	إثبات أنّ $\vec{u}_d$ و $\vec{u}_{d'}$ غير مرتبطين خطيّاً	4×2
$\frac{1}{2} \neq \frac{2}{1}$ المركّبات غير متناسبة إذاً $\vec{u}_d$ و $\vec{u}_{d'}$ غير مرتبطين خطيّاً	5	إثبات أنّ الأشعة $\overrightarrow{AB}$ و $\vec{u}_d$ و $\vec{u}_{d'}$ مرتبطة خطيّاً	4×2
فالمستقيمان متقاطعان أو متخالفان	5		
الحلّ المشترك لجملة المعادلتين	5	فالمستقيمان d و d' يقعان في مستو واحد وغير متوازيين فهما متقاطعان و يتابع له بالحلّ المشترك وإحداثيات نقطة التقاطع	25
إيجاد s و t	5+5		
التحقّق من المعادلة المتبقية	5		
إحداثيات نقطة التقاطع	5		
-2 افتراض الناظم $\vec{n}(\alpha,\beta,\gamma)$			
$\vec{n}.\vec{u}_d = 0$	5		
$\vec{n}.\vec{u}_{d'} = 0$	5		
إيجاد مركبات الشعاع الناظم	5+5+5		
كتابة معادلة المستوي	5+5		
مجموع	**80**		

ملاحظة:

في الخطوة الأولى يمكن استنتاج التقاطع من الحل المشترك وتحقّق المعادلة الثالثة والحصول على الحلّ الوحيد

السؤال التاسع - التمرين الرابع:

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ المعرفة وفق: $u_n = \frac{1}{e} + \frac{2}{e^2} + \frac{3}{e^3} + ... + \frac{n}{e^n}$. المطلوب:

1) أثبت أنّ $n \leq 2^n$ أيّاً كان العدد الطبيعي $n \geq 1$.

2) استنتج أن $\frac{2}{e-2}$ عنصر راجح على المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$.

3) أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ متقاربة .

الإجابة	الدرجة	الملاحظات
-1 نفرض $E(n):\ n \leq 2^n \quad : n \geq 1$	2	
نثبت صحّة $E(1)$	3	
محققة $E(1):\ 1 \leq 2$	5	
نفترض صحّة $E(n)$		
$E(n):\ n \leq 2^n$		
نثبت صحذة $E(n+1)$	5	
$E(n+1):\ n+1 \leq 2^{n+1}$		
لدينا $n \leq 2^n$	5	
$n+1 \leq 1+2^n \leq 2.2^n$	5+3	
فالعلاقة صحيحة من أجل $n+1$ فهي صحيحة من أجل n	2	
-2 $U_n = \frac{1}{e} + \frac{2}{e^2} + ... + \frac{n}{e^n}$		
$U_n \leq \frac{2^1}{e} + \frac{2^2}{e^2} + ... + \frac{2^n}{e^n}$	5	
أو $U_n \leq \left(\frac{2}{e}\right)^1 + \left(\frac{2}{e}\right)^2 + ... + \left(\frac{2}{e}\right)^n$		
تمثل مجموع n حدّاً من متتالية هندسية	5	إذا حسب المجموع دون ذكر أنّها هندسية ينال الدرجة ضمناً
أساسها $q = \frac{2}{e}$ و حدّها الأول $\frac{2}{e}$	5+5	
$U_n \leq \frac{2}{e}\left(\frac{1-\left(\frac{2}{e}\right)^n}{1-\frac{2}{e}}\right)$ قانون + نتيجة	5+5	
$U_n \leq \frac{2}{e-2}\left(1-\left(\frac{2}{e}\right)^n\right)$	5	
عنصر راجح $M = \frac{2}{e-2}$	5	
أو $U_n \leq \frac{2}{e-2}$		
$U_{n+1} - U_n \leq \frac{n+1}{e^{n+1}} > 0$	5	
فالمتتالية متزايدة إذاً المتتالية متزايدة ومحدودة من الأعلى فهي متقاربة	5	إذا كتب الطالب متتالية مجاميع جزئية موجبة فهي متزايدة
مجموع	**80**	

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

السؤال العاشر:

المسألة الأولى: مكعب $ABCDEFGH$ طول حرفه 2 ،

O نقطة تقاطع القطرين $[AG]$ و $[HB]$.

نختار المعلم المتجانس $(A,\frac{1}{2}\overrightarrow{AB},\frac{1}{2}\overrightarrow{AD},\frac{1}{2}\overrightarrow{AE})$. والمطلوب:

1) جد إحداثيات النقاط A و B و G و H و O .

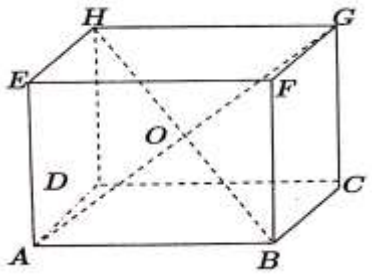
2) أعط معادلة للمستوي (GOB).

3) احسب $\overrightarrow{OG}.\overrightarrow{OB}$ واستنتج $\cos\widehat{GOB}$.

4) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (DC).

5) أثبت أن المستقيم (DC) يوازي المستوي (GOB).

6) جد الأعداد الحقيقية α و β و γ حتى تكون النقطة D مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة (A,α) و (B,β) و (C,γ).



الإجابة	الدرجة	الملاحظات	
-1 إيجاد إحداثيات النقاط الخمسة	3×5		
-2 افتراض الناظم $\vec{n}(a,b,c)$ اختيار الشعاعين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ غير مرتبطين خطياً $\vec{n}.\vec{u}=0$ و المعادلة الناتجة $\vec{n}.\vec{v}=0$ و المعادلة الناتجة إيجاد إحداثيات الناظم $\vec{n}(a,b,c)$ حساب d في معادلة المستوي كتابة معادلة المستوي	5 3+2 3+2 3×3 3 3	طريقة ثانية: لإيجاد معادلة المستوي (OGB): كتابة المعادلة العامة $ax+by+cz+d=0$ تعويض النقاط والوصول إلى المعادلات إيجاد قيم الوسطاء a,b,c,d التعويض	5 3×3 3×4 4
		- طريقة ثالثة لإيجاد معادلة المستوي: نفرض $M(x,y,z)$ نقطة من المستوي (OGB) $\overrightarrow{OM}=\alpha\overrightarrow{OG}+\beta\overrightarrow{OB}$ $\overrightarrow{OM},\overrightarrow{OG},\overrightarrow{OB}$ كتابة المعادلات الوصول للمعادلة	6 3×3 3×3 6
-3 إيجاد مركبات $\overrightarrow{OG}$, $\overrightarrow{OB}$ حساب $\overrightarrow{OG}.\overrightarrow{OB}$ قانون $\cos GOB$ + النتيجة	3+3 3+3 3+3	يمكن الوصول إلى $\cos\theta$ بتطبيق $\cos\theta=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$ حيث a,b,c أطوال أضلاع المثلث $\overset{\Delta}{GOB}$ حساب a,b,c القانون +التعويض+ النتيجة	3×3 3×3
-4 إيجاد مركّبات $\overrightarrow{DC}$ المعادلات الوسيطية (قانون + تعويض)	3 6+6		

5- إثبات أن (DC) يوازي (GOB) إمّا إثبات أنّ المستقيم (DC) يوازي مستقيماً محتوى في المستوي (GOB) أو بالحلّ المشترك للتمثيل الوسيطي للمستقيم (DC) ومعادلة المستوي (GOB) واستنتاج أن المعادلة مستحيلة أو إثبات تعامد شعاع ناظم على المستوي (GOB) مع شعاع التوجيه للمستقيم (DC)	6		
6- إيجاد α , β , γ قانون مركز الأبعاد المتناسبة تعويض استنتاج معادلتين بثلاثة مجاهيل α , β , γ حلّ جملة المعادلتين وإيجاد قيمة كلٍّ من α , β , γ	6 2 2 2+2+2	طريقة ثانية: نلاحظ $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}$ ومنه $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{DB} = \vec{0}$ استنتاج أنّ D مركز أبعاد متناسبة وإيجاد قيمة كلٍّ من α , β , γ	6 4 2+2+2

السؤال الحادي عشر: المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $I =]0,+\infty[$ وفق : $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{\ln x}{x}$ والمطلوب :

1) احسب نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه واكتب معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي.

2) ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها .

3) اثبت أن للمعادلة $f(x) = 0$ حلاً وحيداً في المجال $\left]\frac{1}{3},\frac{1}{2}\right[$.

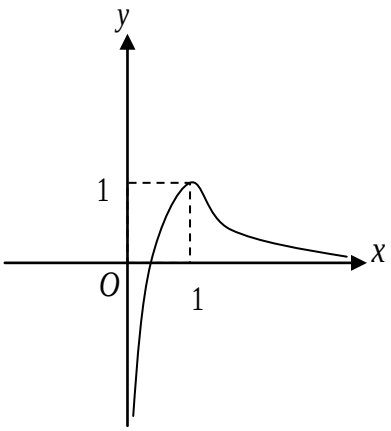
4) في معلم متجانس ارسمْ الخط C .

5) استنتج رسم C_1 الخط البياني للتابع: $g(x) = \frac{1 - x + \ln x}{x}$.

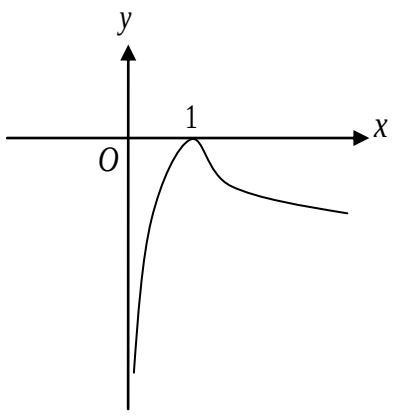
	الإجابة	الدرجة	الملاحظات
-1	$\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0$ $\lim_{x \to 0^+} f(x) = -\infty$ معادلة المقارب الأفقي $y = 0$ معادلة المقارب الشاقولي $x = 0$	5 5 5 5	
-2	$f'(x) = -\frac{1}{x^2} + \frac{1 - \ln x}{x^2}$ $f'(x) = \frac{-\ln x}{x^2}$ ينعدم $f'(x)$ عندما $x = 1$ $f(1) = 1$	5+5 5 5 5	

$$\begin{array}{c\|ccccc} x & 0 & & 1 & & +\infty \\ \hline f'(x) & & + & 0 & - & \\ \hline f(x) & -\infty & \nearrow & 1 & \searrow & 0 \end{array}$$	5+5 5+5	إشارة المشتق انسجام الأسهم مع إشارات المشتق

-3 f مستمرّ ومتزايد على المجال $\left]\frac{1}{3}, \frac{1}{2}\right[$ فللمعادلة $f(x)=0$ حل وحيد لأن $\left.\begin{array}{l} f\left(\frac{1}{3}\right)=3-3\ln 3<0 \\ f\left(\frac{1}{2}\right)=2-2\ln 2>0 \\ f\left(\frac{1}{2}\right).f\left(\frac{1}{3}\right)<0 \end{array}\right\}$	5 3+2 3+2	أو حلّ المعادلة جبرياً $f(x)=0$ الوصول إلى $\ln(x)=-1$ ومنه $x=\frac{1}{e}$ $\frac{1}{3}<\frac{1}{e}<\frac{1}{2}$	5 5 5

-4 رسم الخطّ 	10	

استنتاج رسم الخط C_g

-5 إمّا $g(x)=f(x)-1$ أو بالرسم أو كتابة ينتج عن C_f بانسحاب بمقدار 1- على محور التراتيب أو $(x,y)\mapsto(x,y-1)$	10	

– انتهى السلّم –

الاسم :
الرقم :
المدة : ثلاث ساعات
الدرجة : ستمائة

الرياضيات:

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة دورة عام ٢٠٢١

(الفرع العلمي - دورة أولى)

الصفحة الأولى

أولاً: أجب عن خمسة فقط من الأسئلة الستة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول:

نتأمل الخط البياني C للتابع f المعرف على $]-\infty,0[\cup]1,+\infty[$.

والمطلوب:

1) جد $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim_{x\to1} f(x)$ ، $\lim_{x\to0} f(x)$.

2) اكتب معادلة كل مقارب أفقي ومعادلة كل مقارب شاقولي لـ C.

3) جد حلول المتراجحة $f'(x) < 0$.

4) جد حل المعادلة $f(x) = 0$.

السؤال الثاني: جد قيمة الحد الثابت (المستقل عن x) في منشور $(x + \frac{1}{x^2})^{12}$.

السؤال الثالث: احسب العدد: $I = \int_0^4 (2-|2-x|)dx$.

السؤال الرابع:

نتأمل في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، النقط الآتية: $A(2,0,1)$ ، $B(1,-2,1)$ ، $C(5,0,5)$ ، $D(6,2,5)$ والمطلوب:

1) أثبت أن $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{AC}$ غير مرتبطين خطياً.

2) عيّن العددين الحقيقيين α ، β بحيث $\overrightarrow{AD} = \alpha\overrightarrow{AB} + \beta\overrightarrow{AC}$ واستنتج أن النقط A ، B ، C ، D تقع في مستوٍ واحد.

السؤال الخامس:

ليكن f هو التابع المعرف على $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ وفق: $f(x) = \frac{ax^2+bx+1}{x-1}$. المطلوب:

عيّن العددين الحقيقيين a ، b لتكون $f(-1) = 0$ قيمة حدية للتابع f.

السؤال السادس:

نتأمل حجر نرد متوازن فيه أربعة وجوه ملونة بالأسود، ووجهان ملونان بالأحمر، نلقي هذا الحجر خمس مرات على التوالي.

نعرف متحولاً عشوائياً X يدل على عدد الوجوه السوداء التي نحصل عليها. المطلوب:

1) اكتب قيم المتحول العشوائي X واحسب $P(X=0)$.

2) احسب التوقع الرياضي للمتحول العشوائي X وتباينه.

ثانياً: حل التمارين الثلاثة الآتية: (70 درجة لكل من التمرينين الأول والثاني- 60 درجة للتمرين الثالث)

التمرين الأول: لتكن لدينا المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ المعرفة بالعلاقة التدريجية: $u_0 = 2$ ، $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 3$

ولنعرف المتتالية $(v_n)_{n\geq0}$ وفق: $v_n = u_n + 6$.

المطلوب:

1) أثبت أن المتتالية $(v_n)_{n\geq0}$ هندسية، عيّن أساسها واحسب v_n ، ثم اكتب عبارة v_n بدلالة n .

2) نعرف المتتالية $(w_n)_{n\geq0}$ وفق: $w_n = \ln(v_n)$ ، أثبت أن المتتالية $(w_n)_{n\geq0}$ حسابية واحسب w_n، ثم احسب المجموع $S = w_0 + w_1 + w_2 + w_3 + w_4 + w_5$.

يتبع في الصفحة الثانية

الاسم :
الرقم:
المدة : ثلاث
الدرجة : ستة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة دورة عام ٢٠٢١

(الفرع العلمي – دورة أولى)

الصفحة الثانية

التمرين الثاني:

في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ نتأمل النقاط A ، B ، C التي تمثلها الأعداد الع
$a=8$ ، $b=-4+4i$ ، $c=-4i$ على الترتيب. والمطلوب:

1) احسب العدد $\frac{b-c}{a-c}$ ، واستنتج أن المثلث ABC قائم ومتساوي الساقين.

2) جد العدد العقدي d الممثل للنقطة D صورة النقطة A وفق دوران مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{4}$.

3) جد العدد العقدي e الممثل للنقطة E ليكون الرباعي $ACBE$ مربعاً.

التمرين الثالث:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $I=]0,+\infty[$ وفق: $f(x)=x-4+\ln(\frac{x}{x+1})$

1) أثبت أن f تابع متزايد تماماً على I، واستنتج $f(I)$.

2) أثبت أن المستقيم d الذي معادلته $y=x-4$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$.

3) ادرس الوضع النسبي بين الخط البياني C والمستقيم d.

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى:

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نتأمل النقاط: $A(-1,2,3)$ ، $B(2,1,1)$ ، $C(-3,4,-1)$ ، $D(3,1,1)$. المطلوب:

1) جد $\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{AB}$ ، وبين أن المستقيمين (AC) و (AB) متعامدان.

2) أثبت أن الشعاع $\vec{n}(2,4,1)$ يعامد المستوي (ABC) واكتب معادلة للمستوي (ABC).

3) جد تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d المار من النقطة D والعمودي على المستوي (ABC) .

4) احسب بعد D عن المستوي (ABC) ثم احسب حجم الهرم $D-ABC$.

5) بفرض أن G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(A,1)$ ، $(B,-1)$ ، $(C,2)$ أثبت أن المستقيمين (AB) و (CG) متوازيان.

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x)=\frac{(x+1)^2}{e^x}$ والمطلوب :

1) احسب نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه واكتب معادلة المستقيم المقارب الأفقي.

2) أثبت أن $f'(x)=(1-x^2)e^{-x}$.

3) ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها ودل على القيم الحدية مبيناً نوعها.

4) ارسم C في معلم متجانس.

5) استنتج رسم الخط البياني C_1 للتابع g المعرف وفق: $g(x)=(x-1)^2e^x$.

6) مجموعة تعريف التابع: $h(x)=\ln(f(x))$.

– انتهت الأسئلة –

يمنع استعمال الآلات الحاسبة والجداول اللوغاريتمية

تسجيل الدخول
Smal ... .pdf

ملاحظات عامة

١- في ركن تسجيل الدرجات على القسيمة تخصص الحقول على التتالي كما يأتي :

الحقل	رقم السؤال	موضوع السؤال
١	السؤال الأول	قراءة الرسم البياني
٢	السؤال الثاني	تحليل توافقي
٣	السؤال الثالث	التكامل
٤	السؤال الرابع	اشعة
٥	السؤال الخامس	قيمة حدية
٦	السؤال السادس	احتمالات
٧	السؤال السابع/ التمرين الأول	متتاليات
٨	السؤال الثامن/ التمرين الثاني	عقدية
٩	السؤال التاسع/ التمرين الثالث	تابع لوغارتمي
١٠	السؤال العاشر / المسألة الأولى	مسألة أشعة وهندسة تحليلية
١١	السؤال الحادي عشر / المسألة الثانية	مسألة دراسة تابع أسي

٢- في الأسئلة الاختياريّة في حال أجاب الطالب على جميع الأسئلة تصحّح أول خمس إجابات منها فقط حسب ترتيب إجاباته ويكتب جانب الإجابة الأخيرة (اختياري ملغى)

٣- تُحذف (درجة واحدة) لكلّ خطأ حسابيّ من الدرجات المخصّصة للخطوة التي وقع فيها الخطأ.

٤- إذا دمج الطالب خطوتين أو أكثر وكان باستطاعة الطالب الجيّد أن يقوم بذلك الدمج، يعطى الطالب مجموع الدرجات المخصّصة لما دمج من خطوات .

٥- لا يجوز تجزئة الدرجات المخصّصة للخطوة الواحدة إلّا عند وجود خطأ حسابي .

٦- إذا أخطأ الطالب في خطوة من خطوات الحلّ ثم تابع الحلّ بمنطق سليم ومفيد يعطى عن الخطوات التي تليها ما يستحق من درجات وفق السلّم بشرط ألّا يؤدّي خطؤه إلى خفض سويّة السؤال أو تغيير مضمونه .

٧- إذا أجاب الطالب عن موقف بطريقة غير واردة في السلّم ومبرّراً خطوات حلّه، فعلى المصحح أن يعرض الطريقة على ممثّل الفرع الذي عليه أن يقوم والموجّهون الاختصاصيّون بدراسة هذه الطريقة والتأكد من صحّتها علمياً ومن ثمّ توزيع الدرجات لتلك الطريقة بما يكافئ التوزيع الوارد على الطريقة الواردة في السلّم ثم يعتمد هذا التوزيع بعد أخذ موافقة التوجيه الأول لمادّة الرياضيات في وزارة التربية.

٨- عند الاضطرار إلى تعديل درجة حصل عليها الطالب عن سؤال ما، يجب على كلّ من المصحّح والمدقّق تسجيل اسمه مقروناً بتوقيعه في جوار الدرجة المعدّلة مرفقاً بمهر خاتم الامتحانات.

٩- إذا حلّ الطالب سؤالاً بأكثر من طريقة تصحّح حلوله كافّة وتعتمد الدرجة الأعلى.

١٠- إذا لم يُجب الطالب عن سؤال ما، تُكتب(إلى جانب السؤال)العبارة الآتية:(صفر للسؤال.... لأنه بلا إجابة)

١١- تُكتب الدرجات الجزئية لكلّ سؤال ضمن دائرة وبالأرقام العربية (1,2,3,4,....)

١٢- تُسجّل الدرجات التي يستحقّها الطالب عن طلبات السؤال ومراحله (رقماً) وبوضوح على الهامش، أمّا الدرجة المستحقّة عن السؤال كاملاً فتسجّل على الهامش الأيمن (مقابل بداية الإجابة) رقماً وكتابة.

مثال ذلك :

الأحاد	العشرات	المئات
٢	١	١

بعد استبدال حقل الكسور بالأحاد.

حقل الأحاد بالعشرات.

حقوق النشر والتوزيع والطبع محفوظة لوزارة التربية صفحة ٢

Scanned with CamScanner

تسجيل الدخول

حقل المشرات بالمئات.

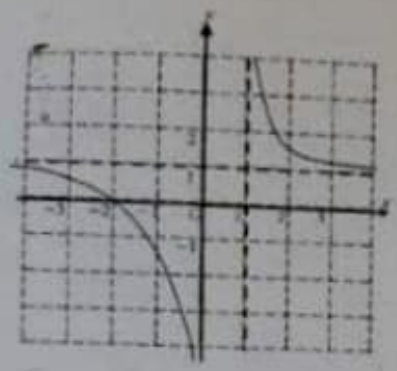
امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة / الفرع العلمي /tma الدورة الأولى عام ٢٠٢١م

الدرجة: ستمئة

سلم درجات مادة: الرياضيات

أولاً: أجب عن خمسة فقط من الأسئلة الستة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول:



نتأمل الخط البياني C للتابع f المعرف على $]-\infty,0[\cup]1,+\infty[$.

والمطلوب:

1) جد $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim_{x\to1} f(x)$ ، $\lim_{x\to0} f(x)$.

2) اكتب معادلة كل مقارب أفقي ومعادلة كل مقارب شاقولي لـ C.

3) جد حلول المتراجحة $f'(x) < 0$.

4) جد حل المعادلة $f(x) = 0$.

$\lim_{x\to+\infty} f(x)=1$	5	
$\lim_{x\to1^+} f(x)=+\infty$	5	
$\lim_{x\to0^-} f(x)=-\infty$	5	
$x=0$ ، $x=1$ ، $y=1$	5×3	
$f'(x)<0 \quad]-\infty,0[\cup]1,+\infty[$	5	
$x=-2$	5	إذا كتب الطالب $(-2,0)$ في حل الطلب الأخير ينال الدرجة المخصصة
مجموع درجات السؤال الأول	40	

السؤال الثاني: جد قيمة الحد الثابت (المستقل عن x) في منشور $(x+\frac{1}{x})^{12}$.

$T_r=\binom{n}{r}a^{n-r}b^r$	5	إذا كتب الطالب $T_r=\binom{n}{r}a^r b^{n-r}$ ينال الدرجة المخصصة للقانون ويُتابع له
$\binom{12}{r}x^{12-r}x^{-2r}=\binom{12}{r}x^{12-3r}$	5×3	إذا حسب الطالب المنشور كاملاً وحدد القيمة المطلوبة ينال الدرجات المخصصة كاملة
$12-3r=0$	5	
$r=4$	5	
$T_4=\binom{12}{4}=495$	$5+3+2$	عند حساب r و T_r في الخطوتين الأخيرتين يخسر الدرجات المخصصة في حال كان r سالباً أو كسراً
مجموع درجات السؤال الأول	40	

حقوق النشر والتوزيع والطبع محفوظة لوزارة التربية صفحة ٣

صفحة 3 / 10

Scanned with CamScanner

السؤال الثالث: احسب العدد: $I = \int_{0}^{4}\left(2-|2-x|\right)dx$.

$I = \int_{0}^{2} x\,dx + \int_{2}^{4}(4-x)\,dx$ $= \left[\frac{1}{2}x^2\right]_0^2 + \left[4x - \frac{1}{2}x^2\right]_2^4$	5×3 5×3	5 لتجزئة حدود التكامل و 5 + 5 لحاصلي التكامل 5 لكل تابع أصلي
التعويض الناتج	2×4 2	إذا كتب الطالب $I = \int_{0}^{4} 2-(2-x)\,dx$ $= \int_{0}^{4} x\,dx$ $= \left[\frac{1}{2}x^2\right]_0^4 = \frac{9}{2}$ ينال الطالب 5 درجات للتابع الأصلي و 2+2 للتعويض و النتيجة
مجموع درجات السؤال الأول	40	

السؤال الرابع: نتأمل في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، النقاط الآتية: $A(2,0,1)$ ، $B(1,-2,1)$ ، $C(5,0,5)$ ، $D(6,2,5)$

والمطلوب:

1) أثبت أنّ $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{AC}$ غير مرتبطين خطياً.

2) عيّن العددين الحقيقيين α ، β بحيث $\overrightarrow{AD} = \alpha\overrightarrow{AB} + \beta\overrightarrow{AC}$ واستنتج أنّ النقاط A ، B ، C ، D تقع في مستوٍ واحد.

$\overrightarrow{AB}(-1,-2,0)$ $\overrightarrow{AC}(3,0,4)$	3 3	لكل مركبة درجة لكل مركبة درجة
$-\frac{1}{3} \neq \frac{0}{4}$ أوالمركبات غير متناسبة أو أية عبارة تثبت عدم الارتباط الخطي	3 3	
$\overrightarrow{AD}(4,2,4)$	3	لكل مركبة درجة
تعويض الأشعة في العبارة $\overrightarrow{AD} = \alpha\overrightarrow{AB} + \beta\overrightarrow{AC}$	3×2	لتعويض الشعاعين في العبارة
الوصول إلى ثلاث معادلات خطية من العبارة السابقة بطريقة صحيحة إيجاد α و β التحقق	3×3 2+2 3	لكل معادلة 3 درجات
$\overrightarrow{AD} = -\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ أو النقاط تقع في مستوٍ واحد	3	إذا كتب الطالب العبارة $\overrightarrow{AD} = -\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ مباشرةً بعد تعويض الأشعة في علاقة الارتباط الخطي ينال الدرجات 3×2 و 4
مجموع درجات السؤال الرابع	40	

حقوق النشر والتوزيع والطبع محفوظة لوزارة التربية صفحة ٤

Scanned with CamScanner

ثانياً: حل التمارين الثلاثة الآتية: (70 درجة لكلٍّ من التمرينين الأول والثاني- 60 درجة للتمرين الثالث)

التمرين الأول : لتكن لدينا المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالعلاقة التدريجية: $u_0 = 2$ ، $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 3$

ولنعرّف المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ وفق: $v_n = u_n + 6$.

المطلوب:

١) أثبت أن المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ هندسية، عيّن أساسها واحسب v_0 ، ثم اكتب عبارة v_n بدلالة n .

٢) لنعرّف المتتالية $(w_n)_{n\geq 0}$ وفق: $w_n = \ln(v_n)$ ، أثبت أن المتتالية $(w_n)_{n\geq 0}$ حسابية واحسب w_0، ثم احسب المجموع $S = w_0 + w_1 + w_2 + w_3 + w_4 + w_5$.

حساب v_{n+1} بدلالة u_{n+1}	٥	
حساب v_{n+1} بدلالة u_n	٥	
إظهار v_{n+1} بدلالة v_n	٥	
حساب q	٥	
حساب v_0	٥	
كتابة v_n بدلالة n بأي صيغة صحيحة	٥	
القانون $w_{n+1} - w_n$	٥	
حساب $w_{n+1} - w_n$ بدلالة $v_n - v_{n+1}$	٥	
استخدام خواص اللوغاريتم	٣	
الوصول للعدد الثابت أساس المتتالية الحسابية	2	
حساب w_0	5	
حساب w_n	5	
قانون حساب مجموع متتالية حسابية	5	إذا قام الطالب بحساب كلٍّ من $w_0, w_1, w_2, w_3, w_4, w_5$ ثم قام بحساب المجموع S ينال الدرجات المخصّصة
التعويض في القانون	5	
الحساب و النتيجة	5	
المجموع	٧٠	

ملاحظات التمرين الأول:

عند إثبات أن المتتالية $(w_n)_{n\geq 0}$ حسابية يمكن الكتابة بأكثر من صياغة بطرائق مختلفة منها:

١- $w_{n+1} - w_n = \ln(v_{n+1}) - \ln(v_n)$ 5+5

$= \ln\left(\frac{v_{n+1}}{v_n}\right)$ 3

$= \ln(q) =$ ثابت 2

Scanned with CamScanner

٢- $w_{n+1} - w_n = \ln\left(\frac{1}{2}v_n\right) - \ln(v_n)$ 5+5

$= \ln\left(\frac{1}{2}\right) =$ ثابت 3+2

٣- $w_{n+1} - w_n = \ln\left(\frac{1}{2^{n+2}}\right) - \ln\left(\frac{1}{2^{n+1}}\right)$

$= \ln\left(\frac{2^{n+1}}{2^{n+2}}\right) = \ln\left(\frac{1}{2}\right) =$ ثابت

التمرين الثاني:

في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(O, \vec{u}, \vec{v})$ نتأمل النقاط A ، B ، C التي تمثلها الأعداد العقدية $a = 8$ ، $b = -4 + 4i$ ، $c = -4i$ على الترتيب. **والمطلوب:**

1) احسب العدد $\frac{b-c}{a-c}$ ، واستنتج أن المثلث ABC قائم ومتساوي الساقين.

٢) جد العدد العقدي d الممثل للنقطة D صورة النقطة A وفق دوران مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{4}$.

٣) جد العدد العقدي e الممثل للنقطة E ليكون الرباعي $ACBE$ مربعاً.

التعويض في $\frac{b-c}{a-c}$	5	
$= \frac{-4+8i}{8+4i}$ الإصلاح	5+5+5+5	
النتيجة	5	في حال كتب الطالب النتيجة مباشرة بعد التعويض ينال الدرجات المخصصة - للإصلاح بالإضافة إلى درجة النتيجة
المثلث قائم ومتساوي الساقين	5	
قانون الدوران	5	
التعويض	5	
النتيجة بالشكل الجبري	5	
اختيار طريقة مناسبة لإيجاد E مثل $\overline{AC} = \overline{EB}$ أو تناصف القطرين أو تساوي طولي القطرين أو الدوران	5	إذا لم يراعي الطالب ترتيب رؤوس الرباعي يخسر * درجات المخصصة للطريقة ويُتابع له الحل
تطبيق الطريقة	5+5	
الوصول إلى قيمة e	5	
المجموع	٧٠	

صفحة 5 / 10

Scanned with CamScanner

التمرين الثالث:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $I=]0,+\infty[$ وفق: $f(x)=x-4+\ln(\frac{x}{x+1})$

1) أثبت أنّ f تابع متزايد تماماً على I، واستنتج $f(I)$.

2) أثبت أنّ المستقيم d الذي معادلته $y=x-4$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$.

3) ادرس الوضع النسبي بين الخط البياني C والمستقيم d.

$x \mapsto \frac{x}{x+1}$ متزايد تماماً على I $x \mapsto \ln x$ متزايد تماماً على I مركب تابعين متزايدين هو تابع متزايد على I $x \mapsto x-4$ متزايد تماماً على I ومجموع تابعين متزايدين هو تابع متزايد	5 5 5 5 5	$f'(x)=1+\frac{x}{x(x+1)}>0$ أو الاشتقاق 5×3 $f'(x)>0$ 10
مجموعة قيم f $f(]0,+\infty[)=]-\infty,+\infty[$	5×2	ملاحظة: إذا حسب الطالب $\lim_{x\to0} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ثم كتب النتيجة يُعطى 5+5
القانون $f(x)-y_\Delta$ إيجاد النهاية $\lim_{x\to+\infty}(f(x)-y_\Delta)=0$ الوضع النسبي الإشارة + التعليل $\frac{x}{x+1}<1$ ومنه $\ln(\frac{x}{x+1})<0$ الوضع النسبي المنسجم مع إشارته C تحت d	5 5 5+5 5	ملاحظة: في حال حلّ الطالب المعادلة $\frac{x}{x+1}=1$ وذكر أنها مستحيلة وذكر أنّ التابع $g(x)=\frac{x}{x+1}$ متزايد تماماً على I فإنه يحافظ على إشارة واحدة $g(x)<1$ ومنه $\ln(\frac{x}{x+1})<0$ ينال الطالب الدرجة المخصصة لتعليل إشارة تابع الفرق على I
المجموع	٦٠	

Scanned with CamScanner

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى:

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نتأمل النقاط: $A(-1,2,3)$ ، $B(2,1,1)$ ، $C(-3,4,-1)$ ، $D(3,1,1)$. **المطلوب:**

١) جد $\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{AB}$ ، وبيّن أنّ المستقيمين (AC) و (AB) متعامدان.

٢) أثبت أنّ الشعاع $\vec{n}(2,4,1)$ يعامد المستوي (ABC) واكتب معادلة للمستوي (ABC).

٣) جد تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d المار من النقطة D والعمودي على المستوي (ABC).

٤) احسب بعد D عن المستوي (ABC) ثم احسب حجم الهرم $D-ABC$.

٥) بفرض أنّ G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(A,1)$ ، $(B,-1)$ ، $(C,2)$ أثبت أنّ المستقيمين (AB) و (CG) متوازيان.

حساب $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$	3×2	لكل مركبة درجة واحدة
حساب $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ قانون + نتيجة	$3+2$	
حساب $\vec{n}.\overrightarrow{AB}=0$ التعويض + نتيجة	$3+2$	
حساب $\vec{n}.\overrightarrow{AC}=0$ التعويض + نتيجة	$3+2$	
التعبير عن معرفته أن $\vec{n}$ يعامد شعاعين غير مرتبطين خطياً أو التعبير عن معرفته أن $\vec{n}$ ناظم على المستوي	3	
قانون المستوي	5	
التعويض + نتيجة	$5+5$	
التعبير عن معرفته لشكل التمثيل الوسيطي	$5+3\times5$	للقانون ٥ ولكل معادلة ٥
قانون المسافة + التعويض + النتيجة	$3+5+5$	كتابة النتيجة مباشرة بشكل صحيح
حساب $\|\overrightarrow{AB}\|$ و $\|\overrightarrow{AC}\|$	$4+4$	يذال درجة القانون ضمناً
حساب المساحة	4	
قانون الحجم	3	
والنتيجة	3	
$\overrightarrow{GA}-\overrightarrow{GB}+2\overrightarrow{GC}=\vec{0}$	3	
$\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{BG}+2\overrightarrow{GC}=\vec{0}$	2	
$\overrightarrow{BA}=-2\overrightarrow{GC}$	3	
$\overrightarrow{BA}$ و $\overrightarrow{GC}$ مرتبطين خطياً	2	
$(BA)\parallel(CG)$		
المجموع	١٠٠	

حقوق النشر والتوزيع والطبع محفوظة لوزارة التربية صفحة ٩

Scanned with CamScanner

السؤال الخامس:

ليكن f هو التابع المعرّف على $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ وفق: $f(x) = \dfrac{ax^2 + bx + 1}{x - 1}$. المطلوب:

عيّن العددين الحقيقيين a , b لتكون $f(-1) = 0$ قيمة حدّية للتابع f .

التعويض $f(-1) = \dfrac{a - b + 1}{-2} = 0$	٥	
الوصول إلى العلاقة الأولى	٥	
حساب المشتق	١٠	إذا أخطأ الطالب بحساب المشتق وتابع الحل ينال الدرجات المخصصة للخطوات اللاحقة فقط
معرفة أن المشتق ينعدم عند 1-	٥	
التعويض في المشتق	٥	
الوصول إلى العلاقة الثانية	٦	
بالحل المشترك		
$a = 1$	٢	
$b = 2$	٢	
مجموع درجات السؤال الخامس	٤٠	

السؤال السادس:

نتأمل حجر نرد متوازن فيه أربعة وجوه ملوّنة بالأسود، ووجهان ملونان بالأحمر، نلقي هذا الحجر خمس مرات على التوالي. نعرّف متحولاً عشوائياً X يدل على عدد الوجوه السوداء التي نحصل عليها. **المطلوب:**

١) اكتب قيم المتحول العشوائي X واحسب $P(X = 0)$.

2) احسب التوقع الرياضي للمتحول العشوائي X وتباينه.

قيم X $X = \{0,1,2,3,4,5\}$	٣	ملاحظة: إذا أهمل أو أضاف الطالب أي قيمة من قيم المتغير العشوائي يخسر درجة واحدة لكل قيمة يهملها أو يضيفها بما لا يتجاوز ٣ درجات يخسر الطالب ٥ درجات إذا بدل بين p و q إذا حسب الطالب $p(X = 0) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3}$ ينال الدرجة المخصصة لحساب $p(X = 0)$ كاملة
قانون حساب الاحتمال	١٠	
قيم p + قيم q	٥+٥	
التعويض	٥	
النتيجة	٢	
قانون + نتيجة $E(X)$	٣ + ٢	إذا كتب الطالب القانون الاحتمالي للمتحول العشوائي X ، ثم حسب التوقع الرياضي والتباين منه ينال الدرجات المخصصة
قانون + نتيجة $V(X)$	٣ + ٢	
مجموع الدرجات	٤٠	

حقوق النشر والتوزيع والطبع محفوظة لوزارة التربية صفحة ٥

Scanned with CamScanner

طريقة ثانية للطلب الأخير مجموع تقني A و B يساوي الصفر فيكون $(BA)\parallel(CG)$	2+2
طريقة ثالثة للطلب الأخير احداثيات G مركبات $\overrightarrow{CG}$ و $\overrightarrow{AB}$ $\overrightarrow{AB}=-2\overrightarrow{CG}$	2+2+2 2 2
طريقة رابعة للطلب الأخير $\overrightarrow{AG}=\frac{\beta}{\alpha+\beta+\gamma}\overrightarrow{AB}+\frac{\gamma}{\alpha+\beta+\gamma}\overrightarrow{AC}$ $\overrightarrow{AG}=-\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$ $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CG}=-\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$ $\overrightarrow{CG}=-\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$ الشعاعان مرتبطان خطياً والمستقيمان متوازيان	2 2 2 2 2
طريقة خامسة للطلب الأخير نفرض I مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين $(C,2)$ و $(B,-1)$ إذاً $\overrightarrow{BI}=2\overrightarrow{BC}$ تكون C منتصف $[BI]$ ويكون مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط $(B,-1)$ و $(A,1)$ و $(C,2)$ هو مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين $(I,1)$ و $(A,1)$ بحسب الخاصة التجميعية ومنه G في منتصف $[IA]$. وبالتالي $[CG]$ تصل بين منتصفي ضلعين في مثلث ومنه $(AB)\parallel(CG)$.	2+2 1 2 1 2

Scanned with CamScanner

المسألة الثانية: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x)=\frac{(x+1)^2}{e^x}$ **والمطلوب:**

1) احسب نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه واكتب معادلة المستقيم المقارب الأفقي.

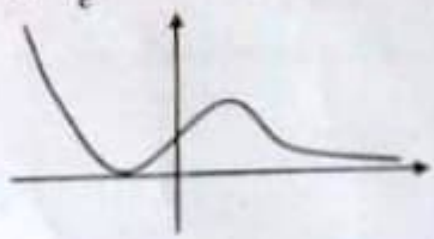
2) أثبت أن $f'(x)=(1-x^2)e^{-x}$.

3) ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها ودل على القيم الحدية مبيناً نوعها.

4) ارسم C في معلم متجانس.

5) استنتج رسم الخط البياني C_1 للتابع g المعرف وفق: $g(x)=(x-1)^2e^x$.

6) جد مجموعة تعريف التابع: $h(x)=\ln(f(x))$.

حساب $\lim_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$	5	
حساب $\lim_{x\to+\infty} f(x)=0$	5+3	النهاية + التعليل
$y=0$ مقارب أفقي	٥	
$f'(x)$	5+5+5	قانون + التعويض + النتيجة
ينعدم $f'(x)$ عندما $x=-1$ و $x=1$	3+3	
$f(-1)=0$ $\quad f(1)=\frac{4}{e}$	٣+٣	
$\begin{array}{c\|ccccccc} x & -\infty & & -1 & & +1 & & +\infty \\ \hline f'(x) & & - & 0 & + & 0 & - & \\ \hline f(x) & +\infty & \searrow & 0 & \nearrow & \frac{4}{e} & \searrow & 0 \end{array}$	(٢+٣)×٣	إشارة + سهم إذا لم يضع الطالب الإشارة في سطر $f'(x)$ يخسر ٦ درجات
قيمة صغرى محلياً $f(-1)=0$	٥	
قيمة كبرى محلياً $f(1)=\frac{4}{e}$	5	
	5+5	٥ للانسجام مع الجدول ٥ للانسجام مع المقارب والقيم الحدية
C_1 نظير C بالنسبة لمحور التراتيب أو $g(x)=f(-x)$ أو الرسم	١٠	
مجموعة التعريف $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$	٥+٥	التعليل + النتيجة في الخطوة الأخيرة إذا كتب الطالب $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ ينال ١٠ درجات
المجموع	١٠٠	

انتهى السلم

Scanned with CamScanner

الاسم :
الرقم:
المدة : ثلاث ساعات
الدرجة : ستمئة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة دورة عام ٢٠٢١

الرياضيات: (الفرع العلمي – دورة ثانية)

الصفحة الأولى

أولاً: أجب عن خمسة فقط من الأسئلة الستة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: عيّن قيمة n التي تحقق المعادلة $P_{n+1}^{3}=16\binom{n+2}{2}$.

السؤال الثاني: نتأمل في معلّم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقطة $A(2,1,2)$ والمستوي $P: 2x+y-2z-4=0$. **المطلوب:**

1) احسب بعد A عن المستوي P .

2) اكتب معادلة للكرة التي مركزها A وتمس المستوي P .

السؤال الثالث: احسب التكامل الآتي: $I=\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} x\ \sin x\ dx$

السؤال الرابع: تأمل جدول تغيرات التابع f المعرّف على $]0,+\infty[$ خطه البياني C . **والمطلوب:**

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	‖ $-\infty$	↗	$\frac{1}{e}$	↘	0

1) جد $\lim_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim_{x\to 0} f(x)$ واكتب معادلة المقارب الأفقي.

2) ما عدد حلول المعادلة $f(x)=0$.

3) دلّ على القيمة المحلية وبيّن نوعها.

4) جد مجموعة حلول المتراجحة $f'(x)>0$.

السؤال الخامس:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]-\infty,0[$ وفق: $f(x)=\frac{2x^2+\cos^2 x}{x}$. **المطلوب:**

أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y=2x$ مقارب مائل لـ C في جوار $-\infty$ وادرس الوضع النسبي بين C و Δ .

السؤال السادس:

يحتوي صندوق على كرات حمراء و كرات بيضاء ، عدد الكرات الحمراء يساوي ثلاثة أضعاف عدد الكرات البيضاء.

المطلوب:

1) نسحب عشوائياً من الصندوق كرة، ما احتمال أن تكون بيضاء اللون.

2) نسحب من الصندوق ثلاث كرات على التتالي مع الإعادة، نعرّف X المتحول العشوائي الذي يدل على عدد الكرات البيضاء المسحوبة أثناء عمليات السحب الثلاثة. اكتب مجموعة قيم X وجدول القانون الاحتمالي.

ثانياً: حل التمارين الثلاثة الآتية: (70 درجة لكلٍّ من التمرينين الأول والثاني– 60 درجة للتمرين الثالث)

التمرين الأول :

نتأمل المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق: $u_0=\frac{5}{2}$ وأياً كان العدد الطبيعي n: $u_{n+1}=(u_n-2)^2+2$. **المطلوب:**

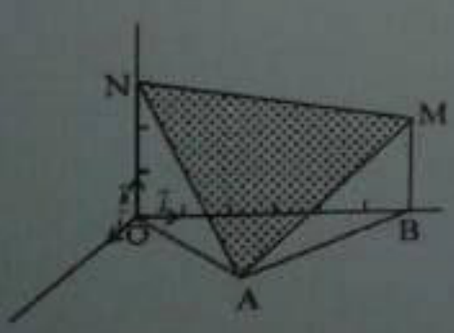
1) أثبت بالتدريج أن $2\leq u_n\leq 3$ أيا كان العدد الطبيعي n .

2) أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متناقصة .

3) استنتج تقارب المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ وجدْ $\lim_{n\to+\infty} u_n$.

التمرين الثاني: في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقاط :

$A(1,3,0)$, $B(0,6,0)$, $N(0,0,3)$, $M(0,6,2)$.



المطلوب:

1) اكتب معادلة للمستوي (AMN) .

2) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم Δ المار من O ويعامد المستوي (AMN).

3) أثبت أن المستوي الذي معادلته $z-1=0$ هو المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[BM]$.

يتبع في الصفحة الثانية

الاسم :
الرقم:
المدة : ثلاث ساعات
الدرجة : ستمئة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة دورة عام ٢٠٢١

(الفرع العلمي – دورة ثانية)

الرياضيات:

الصفحة الثانية

التمرين الثالث:

ليكن التابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x)=(ax+b)e^{-x}$. المطلوب:

أولاً: احسب قيمة كل من a ، b إذا علمت أنّ $f(-1)=e$ قيمة حدية للتابع.

ثانياً: لتكن المعادلة التفاضلية $y'+y=\lambda e^{-x}$ ، عيّن قيمة λ إذا علمت أنّ $f(x)=(x+2)e^{-x}$ حلاً لها.

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى:

أولاً: ليكن $P(z)$ كثير حدود معرّف بالصيغة $P(z)=z^3-2(\alpha+i\sqrt{3})z^2-4(\alpha-i\sqrt{3})z+8$ حيث $\alpha\in\mathbb{R}$.

المطلوب:

1) احسب العدد α لكي يكون $z=2$ حلاً للمعادلة $P(z)=0$.

2) بفرض $\alpha=1$ جد كثير الحدود من الدرجة الثانية $Q(z)$ يحقق: $P(z)=(z-2)Q(z)$ ،

ثمّ استنتج حلول المعادلة $P(z)=0$.

ثانياً: لتكن A و B و C نقاط المستوي التي تمثل الأعداد العقدية بالترتيب:

$a=2$, $b=1+i\sqrt{3}$, $c=-1+i\sqrt{3}$. المطلوب:

a) أثبت أنّ: $\frac{a-b}{c-b}=e^{\frac{2\pi}{3}i}$ ، واستنتج طبيعة المثلث ABC.

b) ليكن المثلث $A'B'C'$ صورة المثلث ABC وفق تناظر بالنسبة لمحور الفواصل، عيّن a' و b' و c' التي تمثلها نقاط المستوي A', B', C' على الترتيب.

المسألة الثانية:

ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرف على $I=]0,+\infty[$ وفق: $f(x)=e^{-x}(1+\ln x)$ ، والتابع g المعرّف على I وفق: $g(x)=\frac{1}{x}-1-\ln x$. المطلوب:

1) ادرس تغيرات التابع g ونظّم جدولاً بها.

2) بيّن أن للمعادلة $g(x)=0$ حلاً وحيداً α، ثم تحقق أنّ $\alpha=1$.

3) جد نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه.

4) أثبت أنّ: $f'(x)=\frac{g(x)}{e^x}$.

5) مستفيداً من تغيرات التابع g ادرس تغيرات التابع f ونظّم جدولاً بها.

6) في معلم متجانس ارسم الخط C_f.

– انتهت الأسئلة –

ملاحظة : يمنع استعمال الآلات الحاسبة.

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة / الفرع العلمي / الدورة الثانية عام ٢٠٢١م

الدرجة: منقحة

سلم درجات مادة الرياضيات

أولاً: أجب عن خمسة فقط من الأسئلة الستة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول:

عين قيمة n التي تحقق المعادلة $P^3_{n+2} = 16\binom{n+3}{2}$.

شرط الحل $n \in \{0,1,2,\dots\}$ $(n+3)(n+2)(n+1) = 16\frac{(n+3)(n+1)}{2}$ $n+2 = 8$ $n = 6$	٥ ٥ قانون توافيق + ٥ نشر + ٥ قانون ترتيب + ٥ نشر + ٥ شرط الاحتمال المعادلة درجة ثاني ٥	ملاحظة: الخطأ بتطبيق القانون يخسر ٥ درجات
مجموع درجات السؤال الأول	٤٠	

السؤال الثاني: نشأ في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقطة $A(2,1,2)$ والمستوي $P: 2x+y-2z-4=0$. **المطلوب:**

1) احسب بعد A عن المستوي P.

2) اكتب معادلة الكرة التي مركزها A وتمس المستوي P.

$dist_{(A,P)} = \frac{\lvert ax_A+by_A+cz_A+d\rvert}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$ $= \frac{\lvert 4+1-4-4\rvert}{\sqrt{4+1+4}} = \frac{3}{3} = 1$ معرفة $d = \mathbb{R}$ $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-2)^2 = 1$	٥ ٥+٥+٥< ١٠ 5+5	ملاحظة: أي خطأ بتطبيق القانون يخسر ٥ درجات قانون + تعويض + نتيجة (3×5) تعويض + اصلاح + نتيجة إذا كتب قانون خاطئ يخسر ٢٠ درجة إذا كتب معادلة الكرة بدون ترفيع يخسر ٢٠ درجة قانون + تعويض
مجموع درجات السؤال الثاني	٤٠	

السؤال الثالث: احسب التكامل الآتي: $I = \int_0^{\pi} x\sin x\,dx$

حساب التكامل: افتراض $u = x$ و $u' = 1$ $v = -\cos x$ و $v' = \sin x$ قانون التكامل بالتجزئة $I = -x\cos x + \sin x\Big]_0^{\pi} = 1$	٢×٥ ٢×٥ 5 5+5+5	إذا بدل بالترميزات يدل ١٥ درجة فقط على كامل السؤال (القانون + الاشتقاق + التعويض)
مجموع درجات السؤال الثالث	٤٠	

السؤال الرابع: دلل جدول تغيرات التابع f المعرف على $]0,+\infty[$ خطه البياني C . **والمطلوب:**

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	‖ $-\infty$	↗	$\frac{1}{e}$	↘	0

1) جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to 0^{+}} f(x)$ واكتب معادلة المقارب الأفقي.

2) ما عدد حلول المعادلة $f(x)=0$؟

3) دلل على القيمة الحدية وبيّن نوعها.

4) جد مجموعة حلول المتراجحة $f'(x)>0$.

$\lim\limits_{x\to 0^{+}} f(x)=-\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$	٥+٥	
المقارب الأفقي $y=0$	٥	
عدد حلول المعادلة: حل وحيد	٥	
القيمة الكبرى محلياً $\frac{1}{e}$	٥+٥	
مجموعة حلول المتراجحة المجال $]0,+\infty[$	١٠	إذا أغلق المجال يخسر ٥ درجات إذا كتب مجال $]1,0[$ يخسر ١٠ درجات
مجموع درجات السؤال الرابع	٤٠	

السؤال الخامس:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]-\infty,0[$ وفق: $f(x)=\frac{2x^{2}+\cos^{2}x}{x}$. **المطلوب:**

أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y=y_{\Delta}$ مقارب مائل لـ C في جوار $-\infty$ وادرس الوضع النسبي بين C و Δ.

$f(x)-y_{\Delta}=\frac{\cos^{2}x}{x}$	٥	
$\lim\limits_{x\to-\infty}(f(x)-y_{\Delta})=0$	٥	
$-1\le\cos x\le 1$	٥	
$0\le\cos^{2}x\le 1$	٣	عند القسمة على $x<0$ ولم يغير جهة التراجح يخسر درجتان
$\frac{-1}{x}\le\frac{\cos^{2}x}{x}\le 0$	٢	
$\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{1}{x}=0$ حسب الإحاطة	٥	
$\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{\cos^{2}x}{x}=0$	٥	
الوضع النسبي دراسة إشارة $g(x)=\frac{\cos^{2}x}{x}$	٣	
البسط موجب		
إشارة الكسر من إشارة المقام والمقام سالب $g(x)<0$	٥	إذا كتب الخلف $g(x)<0$ والخط C يقع تحت المقارب ينال الدرجات المخصصة
ومنه الخط C يقع تحت المقارب	٢	
		دون الحاجة لذكر النقاط المشتركة
مجموع درجات السؤال الخامس	٤٠	

السؤال السادس: يحتوي صندوق على كرات حمراء و كرات بيضاء ، عدد الكرات الحمراء يساوي ثلاثة أضعاف عدد الكرات البيضاء. المطلوب: 1) نسحب عشوائياً من الصندوق كرة، ما احتمال أن تكون بيضاء التي

2) نسحب من الصندوق ثلاث كرات على التتالي مع الإعادة، نعرف X المتحول العشوائي الذي يدل على عدد الكرات البيضاء المسحوبة أثناء عمليات السحب الثلاثة. اكتب مجموعة قيم X وجدول القانون الاحتمالي

w : الحدث الكرة البيضاء $P(w)=\frac{1}{4}$	٨	في كل المتحول العشوائي يحصر مرحلتان إما نصف قيمة أو الخمس قيمة
$X=\{0,1,2,3\}$	٨	
$p(X=0)=\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}=\frac{27}{64}$	٣×٢	
$p(X=1)=\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}\times 3=\frac{27}{64}$	٣×٣	
$p(X=2)=\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}\times 3=\frac{9}{64}$	٣×٣	عدم الضرب بالثلاثة يحصر ٣ مرحلات
$p(X=3)=\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{64}$	٣×٢	
x_i: ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ $p(X=x_i)$: $\frac{27}{64}$ ، $\frac{27}{64}$ ، $\frac{9}{64}$ ، $\frac{1}{64}$	٢	تنظيم الجدول
مجموع درجات السؤال السادس	٤٠	
طريقة 2 حساب $p=\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$ ، $q=\frac{3}{4}$	٢×٢	عدد المسألة بين الإعادة يحصر مرحلتين فقط
$X(\Omega)=\{0,1,2,3\}$ قانون برنولي	٨ ٢	
حساب $P(0)$ و $P(1)$ و $P(2)$ و $P(3)$	٢ التعويض + ٢ النتيجة لكل احتمال	$(2+3)\times 4$

ثانياً: حل التمارين الثلاثة الآتية: (70 درجة لكلٍّ من التمرينين الأول والثاني - 60 درجة للتمرين الثالث)

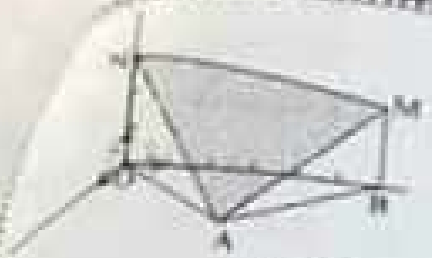
التمرين الأول: نتأمل المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق: $u_0=\frac{5}{2}$ وأياً كان العدد الطبيعي n: $u_{n+1}=(u_n-2)^2+2$

المطلوب: ١) أثبت بالتدريج أن $2\leq u_n\leq 3$ أياً كان العدد الطبيعي n.

٢) أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متناقصة. ٣) استنتج تقارب المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ وجد $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

لترمز القضية	٢	
إثبات صحة $E(0)$	٥	
افتراض صحة $E(n)$	٥	
وإثبات $E(n+1)$	5×4	
$E(n+1)$ محققة فإن $E(n)$ صحيحة أياً كانت $n\geq 0$	٢	
إثبات أنها متناقصة: $u_{n+1}-u_n\leq 0$		
$(u_n-2)^2+2-u_n=(u_n-3)(u_n-2)$	٥+٥+٥+٥	
$u_n-3\leq 0$, $u_n-2\geq 0$ ومنه	٣+٣	لو تبرر أنها متناقصة ومحدودة من الأدنى
$(u_n-3)(u_n-2)\leq 0$	٤	$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=2$
المتتالية متناقصة ومحدودة من الأدنى فهي متقاربة. النهاية هي حل المعادلة $f(x)=x$	٥	
ومنه $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=2$	٥	
المجموع	٢٠	

طريقة ثانية لبرهان التناقص بطريقة التدريج		طريقة ثانية لبرهان المحدودية	
$Q(n): u_{n+1}\leq u_n ; n\geq 0$	٥	إثبات صحة $E(0)$	
$Q(0): u_1\leq u_0$, $\frac{9}{4}\leq\frac{5}{2}$ محققة	٥	افتراض صحة $E(n)$	
نفرض $Q(n)$ صحيحة من أجل n	٥	وإثبات $E(n+1)$	
$Q(n+1): u_{n+2}\leq u_{n+1} ; n\geq 0$		نعرف تابع $f(u_n)=u_{n+1}$	
من الفرض $u_{n+1}\leq u_n$		$f(x)=(x-2)^2+2$	٢
$u_{n+1}-2\leq u_n-2$	٢	$f'(x)=2(x-2)$	٢
$(u_{n+1}-2)^2\leq(u_n-2)^2$	٢	$x\geq 2$	٢
$(u_{n+1}-2)^2+2\leq(u_n-2)^2+2$	٢	f متزايد تماماً على $[2,+\infty[$	٢
$u_{n+2}\leq u_{n+1}$	٢	من الفرض $2\leq u_n\leq 3$	
$Q(n+1)$ محققة ومنه $Q(n)$ صحيحة أياً كانت $n\geq 0$	٢	$f(2)\leq f(u_n)\leq f(3)$	٥
		$2\leq u_{n+1}\leq 3$	٥
		$E(n+1)$ محققة فإن $E(n)$ صحيحة أياً كانت $n\geq 0$	٢



التمرين الثاني: في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقاط:

$A(1,3,0)$ ، $B(0,6,0)$ ، $N(0,0,3)$ ، $M(0,6,2)$

المطلوب:

1) اكتب معادلة المستوي (AMN).

2) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم Δ المار من O ويعامد المستوي (AMN).

3) أثبت أن المستوي الذي معادلته $z-1=0$ هو المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[BM]$.

الوصول إلى معادلة المستوي (AMN) إما من العلاقة $ax+by+cz+d=0$ تعويض النقاط وحساب قيم a ، b ، c ، d كتابة معادلة المستوي المعادلات الوسيطية – قانون شعاع توجيه نتيجة إثبات أن $z=1$ معادلة المستوي المحوري إيجاد إحداثيات المنتصف معرفة الناظم $\overrightarrow{BM}$ كتابة معادلة المستوي المحوري	٦ ١+١+١ ١+١+١+١ ٥ ٥ ٣×٣ ٢×٣ ٣×٣ ٢×٣ ٥	ملاحظات: لإيجاد $\overrightarrow{AM}$ ، $\overrightarrow{AN}$ + $\vec{n}\cdot\overrightarrow{AN}=0$ ، $\vec{n}\cdot\overrightarrow{AM}=0$ نفرض $\vec{n}(a,b,c)$ إيجاد قيم الوسطاء a ، b ، c كتابة معادلة المستوي لو $k(x,y,z)$ نقطة من المستوي $\overrightarrow{AK}=\alpha\overrightarrow{AM}+\beta\overrightarrow{AN}$ إيجاد α,β الوصول إلى معادلة المستوي	٣×٢ ٢×٢ ٣< ١+١+١ ٥ ٥ ٥ قانون ٥ تعويض ٥+٥ ٥
المجموع	**٢٠**		
طريقة: المستوي المحوري $D(x,y,z)$ ، $D\in P$ $BD=\sqrt{x^2+(y-6)^2+1}$ $MD=\sqrt{x^2+(y-6)^2+1}$ $BD=MD$ م المستوي المحوري	٥ ٤+٣ ٣ ٣ ٥	$z-1=0$ $\vec{n}(0,0,1)$ $\overrightarrow{MB}(0,0,2)$ $I(0,6,1)$ $I(0,6,1)$ تحقق معادلة المستوي م $\vec{n}$ ، $\overrightarrow{MB}$ مرتبطان خطياً م المستوي المحوري	٤ ٣ ٣ ٤ ٤ ٥
طريقة: لو $k(x,y,z)$ نقطة من المستوي المحوري $KM=MB$ ومنه $KM^2=MB^2$ تعويض – إصلاح – نتيجة	٥ ٥ ٢+٣+٥	في التمثيل الوسيطي عند استخدام نقطة غير البدء يخسر درجة واحدة	

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: أولاً: ليكن $P(z)$ كثير حدود معرف بالصيغة

$P(z) = z^3 - 2(\alpha+1-i\sqrt{3})z^2 - 4(\alpha-1-i\sqrt{3})z + 8$ حيث $\alpha \in \mathbb{R}$. **المطلوب:**

1) احسب العدد α لكي يكون $z = 2$ حلاً للمعادلة $P(z) = 0$.

2) بفرض $\alpha = 0$ جد كثير الحدود من الدرجة الثانية $Q(z)$ يحقق: $P(z) = (z-2)Q(z)$.

ثم استنتج حلول المعادلة $P(z) = 0$.

ثانياً: لتكن A و B و C نقاط المستوي التي تمثل الأعداد العقدية بالترتيب: $a = 2$, $b = 1+i\sqrt{3}$, $c = -1+i\sqrt{3}$.

المطلوب: a) أثبت أن: $\frac{a-b}{c-b} = e^{\frac{2\pi}{3}i}$. واستنتج طبيعة المثلث ABC .

b) ليكن المثلث $A'B'C'$ صورة المثلث ABC وفق تناظر بالنسبة لمحور الفواصل، علماً أن a' و b' و c' التي تمثلها نقاط المستوي A' , B' , C' على الترتيب.

أولاً: 1- التعويض $z = 2$ في المعادلة الوصول إلى معادلة خطية الوصول إلى قيمة α	0 0 0		
2- إجراء القسمة الإقليدية أو أي طريقة أخرى صحيحة وإيجاد $Q(z)$ حساب Δ جذر أول جذر ثاني جذر ثالث	5+5+5 0 0 0 0 0	طريقة ثانية لإيجاد $Q(z)$ $P(z) = (z-2)(az^2+bz+c)$ إيجاد a و b و c	0 0+0+0
ثانياً: a- إثبات $\frac{b-a}{c-a} = e^{\frac{2\pi}{3}i}$ تعويض الشكل الجبري الشكل المثلثي الشكل الأسي استنتاج مثلث متساوي الساقين و منفرج الزاوية	5+5 0 0 10 0	طريقة كتابة $e^{\frac{2\pi}{3}i}$ بالشكل المثلثي كتابة $e^{\frac{2\pi}{3}i}$ بالشكل الجبري حساب $\frac{b-a}{c-a}$ وكتابتها بالشكل الجبري والنتيجة ملاحظة: إذا كتب الطالب مثلث متساوي الساقين و قائم يعتبر الدرجة المخصصة ملاحظة2: إذا قام الطالب بحساب AB , AC , BC واستنتج أن المثلث متساوي الساقين ينال 0 درجات ملاحظة: إذا كتب الطالب المثلث متساوي الساقين أو منفرج الزاوية ينال 0 درجات المخصصة للفقرة	0 0+0 0+0+0
b- إيجاد a' , b' , c'	3+3+3	متساوي الساقين: $\frac{a-b}{c-b} = 1$	
المجموع	100		

حقوق النشر والتوزيع والطبع محفوظة لوزارة التربية

المسألة الثانية: ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرف على $I =]0,+\infty[$ وفق: $f(x) = e^{-x}(1+\ln x)$ ،

والتابع g المعرف على I وفق: $g(x) = \frac{1}{x} - 1 - \ln x$. **المطلوب:**

1) ادرس تغيرات التابع g ونظم جدولاً بها. 2) بين أن للمعادلة $g(x) = 0$ حلاً وحيداً α، ثم تحقق أن $\alpha = 1$.

3) جد نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه. 4) أثبت أن: $f'(x) = \frac{g(x)}{e^x}$.

5) مستفيداً من تغيرات التابع g ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها. 6) في معلم متجانس ارسم الخط C_f.

$\lim_{x\to 0} g(x) = +\infty$, $\lim_{x\to+\infty} g(x) = -\infty$	5+5	
$g'(x) = -\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x}$	5+5	
x: 0 ، $+\infty$ ؛ $g'(x)$: $-$ ؛ $g(x)$: $+\infty$ ↘ $-\infty$	5	
g مستمر على $]0,+\infty[$ ، g متناقص على $]0,+\infty[$ ، $0 \in f(]0,+\infty[) =]-\infty,+\infty[$	5×4	
للمعادلة $g(x) = 0$ حل وحيد		
$g(1) = 1 - 1 - \ln 1 = 0$	5	
$\lim_{x\to 0} f(x) = -\infty$.	5	
$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} \frac{1+\ln x}{e^x} = 0$	5+5	نتيجة + تحليل
$f'(x) = -\frac{1}{x}e^{-x} + (-e^{-x})(1+\ln x) = \frac{\frac{1}{x} - 1 - \ln x}{e^x} = \frac{g(x)}{e^x}$	5+5	لكل الشارة وسهم متوافق منها 5 درجات إذا لم يكتب الطالب العدد 1 ونظم جدولاً يتوافق مع حله ووضع الشارة واحدة مع سهم متوافق يخصم 5 درجات
x: 0 ، 1 ، $+\infty$ ؛ $f'(x)$: $+$ ، $+$ ، $-$ ؛ $f(x)$: $-\infty$ ↗ $\frac{1}{e}$ ↘ 0	5+5	
	10	يدل الطالب درجة الرسم المتوافق مع الجدول الذي نظمه
المجموع	100	

انتهى السلم

ملاحظات عامة

١- في ركن تسجيل الدرجات على القسيمة تخصص الحقول على التتالي كما يأتي :

الحقل	رقم السؤال	موضوع السؤال
١	السؤال الأول	تحليل توافقي
٢	السؤال الثاني	معادلة كثيرة
٣	السؤال الثالث	التكامل
٤	السؤال الرابع	جدول تغيرات
٥	السؤال الخامس	المقارب المائل
٦	السؤال السادس	الاحتمالات
٧	السؤال السابع/ التمرين الأول	متتاليات
٨	السؤال الثامن/ التمرين الثاني	تمرين الأشعة
٩	السؤال التاسع/ التمرين الثالث	القيمة المطلقة
١٠	السؤال العاشر / المسألة الأولى	مسألة الطفرة
١١	السؤال الحادي عشر / المسألة الثانية	مسألة دراسة تابع أسي

٢- في الأسئلة الاختيارية في حال أجاب الطالب على جميع الأسئلة تصحح أول خمس إجابات منها فقط حسب ترتيب إجاباته ويكتب جانب الإجابة الأخيرة (اختياري ملغى)

٣- تحذف (درجة واحدة) لكلّ خطأ حسابي من الدرجات المخصصة للخطوة التي وقع فيها الخطأ.

٤- إذا دمج الطالب خطوتين أو أكثر وكان باستطاعة الطالب الجيّد أن يقوم بذلك الدمج، يعطى الطالب مجموع الدرجات المخصصة لما دمج من خطوات .

٥- لا يجوز تجزئة الدرجات المخصصة للخطوة الواحدة إلا عند وجود خطأ حسابي .

٦- إذا أخطأ الطالب في خطوة من خطوات الحلّ ثم تابع الحلّ بمنطق سليم ومفيد يعطى عن الخطوات التي تليها ما يستحق من درجات وفق السلّم بشرط ألا يؤدي خطؤه إلى خفض سويّة السؤال أو تغيير مضمونه .

٧- إذا أجاب الطالب عن موقف بطريقة غير واردة في السلّم ومبرّراً خطوات حلّه، فعلى المصحح أن يعرض الطريقة على ممثّل الفرع الذي عليه أن يقوم والموجّهون الاختصاصيّون بدراسة هذه الطريقة والتأكد من صحّتها علمياً ومن ثمّ توزيع الدرجات لتلك الطريقة بما يكافئ التوزيع الوارد على الطريقة الواردة في السلّم ثم يختم هذا التوزيع بعد أخذ موافقة التوجيه الأول لمادة الرياضيات في وزارة التربية.

٨- عند الاضطرار إلى تعديل درجة حصل عليها الطالب عن سؤال ما، يجب على كلّ من المصحّح والمدقق تسجيل اسمه مقروناً بتوقيعه في جوار الدرجة المعدلة مرفقاً بمهر خاتم الامتحانات.

٩- إذا حلّ الطالب سؤالاً بأكثر من طريقة تصحّح حلوله كافّة وتعتمد الدرجة الأعلى.

١٠- إذا لم يجب الطالب عن سؤال ما، نكتب(إلى جانب السؤال)العبارة الآتية:(صفر للسؤال..... لأنه بلا إجابة)

١١- تكتب الدرجات الجزئية لكلّ سؤال ضمن دائرة وبالأرقام العربية (1,2,3,4,....)

١٢- تسجّل الدرجات التي يستحقها الطالب عن طلبات السؤال ومراحله (رقماً) وبوضوح على الهامش، أما الدرجة المستحقة عن السؤال كاملاً فتسجّل على الهامش الأيمن (مقابل بداية الإجابة) رقماً وكتابة.

	الآحاد	العشرات	المئات
	٢	٢	١

بعد استبدال حقل الكسور بالآحاد. حقل الآحاد بالعشرات. حقل العشرات بالمئات.