اسم الطالب: ______________

الشعبة: ______________

1- ليكن عند كل عدد طبيعي n ليكن $u_n = \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$ وليكن $S_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$ فإن $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$:

A	$-\frac{1}{2}$	B	$\frac{1}{2}$	C	$\frac{1}{4}$	0D	0

2- ليكن b, a عددان حقيقيان يحققان $b > a > 0$ ولتكن $(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية معرفة وفق $u_n = \frac{b^n - a^n}{b^n}$ عندئذ $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ تساوي:

A	$-\infty$	B	0	C	1	D	$+\infty$

3- المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ معرفة عند كل $n \geq 1$ وفق $u_n = \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \cdots + \frac{1}{n!}$ وكان $\frac{1}{2^{n-1}} \leq \frac{1}{n!}$ عندئذ أصغر عنصر راجح على المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ هو:

A	$\frac{1}{2}$	B	2	C	3	D	$\frac{3}{2}$

4- $(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية أساسها 3 وفيها $u_1 = -2$ فإن قيمة المجموع $S = u_2 + u_4 + u_6 + \cdots + u_{2n}$:

A	$-\frac{3}{4}(9^n - 1)$	B	$-\frac{6}{8}(1 - 9^n)$	C	$\frac{-6(1-9^{n-1})}{8}$	D	$\frac{6(1-9^{n+1})}{8}$

5- ليكن $u_n = \frac{1}{n(n+1)}$ و $n \geq 1$ فإن قيمة المجموع $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \cdots + u_n$

A	$S_n = \frac{1}{n+1} - 1$	B	$S_n = \frac{1}{n+1}$	C	$S_n = 1 + \frac{1}{n+1}$	D	$S_n = 1 - \frac{1}{n+1}$

6- المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ معرفة وفق $u_0 = \frac{1}{2}$ و $u_{n+1} = -\frac{1}{3}u_n^2 + 2u_n$ فإن نهايتها تساوي $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

A	2	B	0	C	3	D	-3

7- ليكن التابع المعرف على $[0, 2]$ وفق $f(x) = x\sqrt{x(2-x)}$ فإن معادلة المماس في نقطة $B(2, 0)$ هي:

A	$y = 2x$	B	$x = 2$	C	$y = 0$	D	$x = 0$

8- لنتأمل التابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x) = 2sinx + sin2x$ تابع دوري دوره الأصغر:

A	π	B	2π	C	3π	D	$\frac{\pi}{2}$

9- ليكن التابع $f(x) = 2sinx + tanx - 3x$ المعرف على $\left[0, \frac{\pi}{2}\right[$ فإن إشارة $f'(x)$ على المجال I تماثل إشارة:

A	$2cos^3x + 3cos^2x - 1$	B	$2cosx + cos^2x$
C	$2cosx + tan^2x - 3$	D	$2cos^3x - 3cos^2x + 1$

10- ليكن التابع f المعرف على المجال $I =]1, +\infty[$ وفق $f(x) = \frac{1}{x-1} - \sqrt{x}$ يكون للمعادلة $f(x) = 0$ جذراً وحيداً α يقع في مجال طوله (1):

A	$]0, 1[$	B	$]1, 2[$	C	$]2, 3[$	D	$]1, 3[$

11- ليكن التابع f المعرف على المجال $[1,+\infty[$ وفق $f(x)=x+\sqrt{x-1}-4$ فإن معادلة المماس في نقطة منه فاصلتها $x=1$:

A	$x=1$	B	$y=-3$	C	$x=-3$	D	$y=1$

12- ليكن التابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x)=4sin^3x+3cosx$ فإن مشتقه يعطى بالعلاقة:

A	$f'=3sinx(sin2x+1)$	B	$f'=12sin^2x+3sinx$
C	$f'=3sinx(2sin2x-1)$	D	$f'=12sin^2x-3sinx$

13- ليكن جدول التغيرات فإن قاعدة ربطه تعطى بالعلاقة:

x	0			$\frac{\pi}{2}$
f'		$+$		$\|$
f	0	$\nearrow$	$+\infty$	$\|$

A	$f(x)=tanx$	B	$f(x)=tanx-1$	C	$f(x)=tanx+1$	D	$f(x)=\frac{1}{cos^2x}$

14- ليكن التابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق العلاقة $f(x)=x^3+3x+2$ فإن عدد حلول المعادلة $f(x)=m$ أياً تكن m من $\mathbb{R}$

A	حل وحيد	B	حلين	C	ثلاث حلول	D	مستحيلة الحل

15- ليكن التابع f المعرف على المجال $]0,+\infty[$ وفق $f(x)=\sqrt{x}$ ويحقق $xf'(x)=\alpha f(x)$ عندئذ قيمة α:

A	1	B	2	C	$\frac{1}{2}$	D	-1

16- ليكن التابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x)=\begin{cases}\frac{1-\sqrt{x+1}}{x}, & x\neq 0\\ m, & x=0\end{cases}$ فإن قيمة m التي تجعل f مستمراً على $\mathbb{R}$:

A	$-\frac{1}{2}$	B	0	C	$\frac{1}{2}$	D	1

17- ليكن التابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x)=1-\frac{1}{x^2+1}$ فإن $f(\mathbb{R})$ يساوي:

A	$]0,1]$	B	$[0,1]$	C	$[0,1[$	D	$]0,1[$

18- ليكن C_1 الخط البياني للتابع $f(x)=\frac{2x}{(x-1)^2}$ و C_2 الخط البياني للتابع $f(x)=\frac{-2x}{(x+1)^2}$ فإن:

A	C_1 نظيرة C بالنسبة لـ $y'y$	B	C_1 نظير C بالنسبة لـ $x'x$
C	C_1 نظير C بالنسبة للمبدأ	D	C_1 نظير C بالنسبة لمنصف الربعين 1 و 3

19- ليكن جدول التغيرات فإن عدد القيم الحدية:

x	0		$\frac{1}{2}$		1		$+\infty$
f'	$\|$	$+$	0	$-$	0	$+$	
f	$\|$ 0	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

A	واحدة	B	اثنتان	C	ثلاث قيم	D	ولا قيمة حدية

20- ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ وفق $f(x)=\frac{x^2+2x+3}{x-1}$ وليكن a عدداً حقيقياً فإن قيمة a التي تجعل النقطة $A(1,a)$ مركز تناظر لـ C هو:

4	D	3	C	2	B	1	A

21- أي المتتاليات التالية متزايدة:

$t_0=3$, $t_{n+1}=t_n-2$	D	$S_0=-2$, $S_{n+1}=-3S_n$	C	$u_n=\frac{n+2}{2n+5}$	B	$u_n=\frac{1}{n}+\frac{1}{n+1}$	A

22- ليكن $S=a+b+c+\cdots+l$ مجموع لمتتالية حسابية أساسها r فإن عدد الحدود:

$\frac{l-a+r}{r}$	D	$l-a+1$	C	$\frac{l-a}{2}+1$	B	$\frac{l-a+1}{r}$	A

23- لتكن المتتالية $u_0=0$ $u_{n+1}=\frac{2u_n+1}{u_n+2}$ فإن نهايتها:

2	D	1	C	0	B	-1	A

24- قيمة المجموع $S=(1+2+\cdots+n)^2$:

$\frac{n^2(n+1)^2}{4}$	D	$\frac{n^2(n+1)^2}{2}$	C	$\frac{n^2(n+1)}{4}$	B	$\frac{n(n+1)}{2}$	A

25- $(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية فيها $u_8=81$ و $u_6=9$ عندئذ أساسها:

∓ 3	D	9	C	-3	B	3	A

26- قيمة المجموع $S=1+3+5+\cdots+(2n-1)$ هي:

$\frac{2n-1}{2}$	D	n	C	$2n$	B	n^2	A

27- ليكن التابع f المعرف $\mathbb{R}$ وفق $f(x)=\begin{cases}\alpha x^2-3\alpha^2, & x>0\\ 2x-3, & x\leq 0\end{cases}$ فإن قيمة α التي من أجلها يكون f مستمر على $\mathbb{R}$:

0	D	∓ 1	C	-1	B	1	A

28- $f(x)=\frac{\sqrt{1+sinx}-\sqrt{1-sinx}}{x}$ فإن نهايته عندما تسعى x نحو (0):

-1	D	2	C	1	B	0	A

29- لتكن u_n متتالية حسابية حدها الأول $u_0=-2$ وأساسها 5 وليكن $S=u_0+u_1+u_2+\cdots+u_{15}$ ولتكن v_n متتالية عددية بحيث $v_n-8u_n=0$ فإن قيمة المجموع $S'=v_0+v_1+v_2+\cdots+v_{15}$:

4544	D	568	C	873	B	871	A

30- لتكن $(u_n)_{n\geq 0}$ المتتالية المعرفة وفق $f(x)=\begin{cases}u_0=1\\ u_{n+1}=\frac{3u_n+2}{4}\end{cases}$ فإن المتتالية المعرفة بالشكل $v_n=u_n-2$ هي متتالية:

هندسية $q=\frac{1}{4}$	D	هندسية $q=\frac{3}{4}$	C	حسابية $r=3$	B	حسابية $r=\frac{3}{4}$	A

31- لتكن المتتالية $\begin{cases}u_0=2, u_1=3\\ u_{n+2}=7u_{n+1}-10u_n\end{cases}$ ولتكن $v_n=u_{n+1}-5u_n$ فإنها:

حسابية $r=10$	D	حسابية $r=7$	C	هندسية $q=7$	B	هندسية $q=2$	A

32- $(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية حسابية فيها $u_{30} = 20$ و $u_{15} = -10$ فإن قيمة المجموع $S = u_8 + u_9 + u_{10} + u_{20} + u_{21} + u_{22}$ تساوي:

180	D	-120	C	60	B	-60	A

33- العدد $3^6 - 2^3$ هو من مضاعفات:

7	D	6	C	4	B	3	A

34- $f(x) = \sqrt{1 + sinx + 3cos^2x} - 2$ فإن $f'(0) =$:

$\frac{1}{\sqrt{3}}$	D	$\frac{1}{4}$	C	$-\frac{1}{4}$	B	$\frac{1}{2}$	A

35- لتكن المتتالية $\begin{cases} u_0 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = \sqrt{\frac{1+u_n}{2}} \end{cases}$ فإن نهايتها تساوي:

-1	D	$\frac{1}{2}$	C	$-\frac{1}{2}$	B	1	A

36- لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالعلاقة $u_0 = 2$ $u_{n+1} = \frac{-1+2u_n}{u_n}$ فإن المتتالية $v_n = \frac{1}{u_n - 1}$ هي متتالية:

هندسية $q = 2$	D	هندسية $q = \frac{1}{2}$	C	حسابية $r = \frac{1}{2}$	B	حسابية $r = 1$	A

37- لتكن المتتاليتان $v_n = \frac{16\pi}{n^2}(1 + 2 + \cdots + n)$ $u_n = \frac{16\pi}{n^2}(1 + 2 + \cdots + (n-1))$ فإن المتتاليتان v_n و u_n:

متقاربتان نحو 8π	D	متقاربتان نحو 0	C	متباعدتان نحو $-\infty$	B	متباعدتان نحو $+\infty$	A

38- ليكن $\alpha = \sqrt{2}$ عندئذ قيمة المجموع $S = 1 + \alpha + \alpha^2 + \alpha^3 + \alpha^4 + \alpha^5$ تساوي:

$\frac{7(1+\sqrt{2})}{1-\sqrt{2}}$	D	$\frac{7}{1-\sqrt{2}}$	C	$7(1+\sqrt{2})$	B	$7(1-\sqrt{2})$	A

39- ليكن التابع $f(x) = x + \frac{E(x)}{x}$ مقاربه المائل في جوار $+\infty$ معادلته:

$y = -x - 1$	D	$y = x - 1$	C	$y = x + 1$	B	$y = x$	A

40- ليكن التابع f المعرف على $\mathbb{R}\backslash\{-2\}$ وفق $f(x) = \frac{x-5}{x+2}$ إن أصغر قيمة لـ A تحقق إذا كان $x > A$ كان $f(x) \in]0.98, 1.02[$ هي:

350	D	348	C	346	B	344	A

انتهت الأسئلة

١) $\dfrac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \dfrac{a}{2n-1} + \dfrac{b}{2n+1}$

$1 = 2an + a + 2bn - b$

$1 = (2a+2b)n + a - b$

بالمطابقة:

$2a + 2b = 0 \Rightarrow a + b = 0$

$a - b = 1$ $+$

$2a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{2} \quad b = -\frac{1}{2}$

$u_n = \dfrac{\frac{1}{2}}{2n-1} + \dfrac{-\frac{1}{2}}{2n+1}$

$u_n = \dfrac{1}{4n-2} - \dfrac{1}{4n+2}$

$u_0 = -\frac{1}{2} - \cancel{\frac{1}{2}}$

$u_1 = \cancel{\frac{1}{2}} - \cancel{\frac{1}{6}}$

$u_2 = \cancel{\frac{1}{6}} - \cancel{\frac{1}{10}}$

$\vdots$

$u_n = \cancel{\dfrac{1}{4n-2}} - \dfrac{1}{4n+2}$ $+$

$S = -\frac{1}{2} - \dfrac{1}{4n+2}$

"A"

ومنه

$\lim_{n \to +\infty} S_n = -\frac{1}{2}$

٢) $u_n = \dfrac{b^n - a^n}{b^n} = \dfrac{b^n}{b^n} - \dfrac{a^n}{b^n}$

$= 1 - \left(\frac{a}{b}\right)^n$

"C"

$\lim_{n \to +\infty} u_n = 1$

٣) $u_n = \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \dots + \frac{1}{n!}$

ولدينا $\dfrac{1}{n!} \leq \dfrac{1}{2^{n-1}}$

عندئذٍ

$u_n \leq \frac{1}{2^{1-1}} + \frac{1}{2^{2-1}} + \frac{1}{2^{3-1}} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}}$

$u_n \leq \left(\frac{1}{2}\right)^0 + \left(\frac{1}{2}\right)^1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \dots + \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

$u_n \leq a\,\dfrac{1-q^n}{1-q}$

$u_n \leq \dfrac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^n}{1-\frac{1}{2}} \Rightarrow u_n \leq 2\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right)$

$u_n \leq 2 - \cancel{2}\left(\frac{1}{\cancel{2}}\right)^n \Rightarrow \left.\begin{array}{l} u_n \leq 2 \\ u_n \leq M \end{array}\right\} \Rightarrow$

أي $M = 2$

"B"

٤) $u_n = u_1 \cdot q^{n-1} = -2(3)^{n-1}$

$u_n = \frac{-2}{3} \cdot 3^n$

$S = a\,\dfrac{1-q^n}{1-q} \qquad a = u_2 = \frac{-2}{3} \cdot 3^2$

$= -6$

القفزة

$q = q = 3^2 = 9$

n عدد الحدود $= \dfrac{\text{الأخير} - \text{الأول}}{\text{القفزة}} + 1$

$= \dfrac{2n-2}{2} + 1 = n$

$S = -6\,\dfrac{1-9^n}{1-9} = \dfrac{-6}{-8}(1-9^n)$

$S = \frac{6}{8}(1-9^n)$

$S = \frac{3}{4}(1-9^n)$

"A"

٥) $\dfrac{1}{n(n+1)} = \dfrac{a}{n} + \dfrac{b}{n+1}$

$1 = an + a + bn$

$1 = (a+b)n +$

بالمطابقة

$a + b = 0$

$a = 1 \Rightarrow b = -1$

$u_n = \dfrac{1}{n} - \dfrac{1}{n+1}$

$u_1 = 1 - \cancel{\frac{1}{2}}$

$u_2 = \cancel{\frac{1}{2}} - \cancel{\frac{1}{3}}$

$u_3 = \cancel{\frac{1}{3}} - \cancel{\frac{1}{4}}$

$\vdots$

$u_n = \cancel{\frac{1}{n}} - \dfrac{1}{n+1}$ $+$

$S = 1 - \dfrac{1}{n+1}$

"D"

١)
$$\frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{a}{2n-1} + \frac{b}{2n+1}$$
$$1 = 2an + a + 2bn - b$$
$$1 = (2a+2b)n + a - b$$
بالمطابقة
$$2a + 2b = 0 \Rightarrow a + b = 0$$
$$a - b = 1 \quad +$$
$$2a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{2} \qquad b = \frac{-1}{2}$$
$$u_n = \frac{\frac{1}{2}}{2n-1} + \frac{-\frac{1}{2}}{2n+1}$$
$$u_n = \frac{1}{4n-2} - \frac{1}{4n+2}$$
$$u_0 = \frac{-1}{2} - \cancel{\frac{1}{2}}$$
$$u_1 = \cancel{\frac{1}{2}} - \cancel{\frac{1}{6}}$$
$$u_2 = \cancel{\frac{1}{6}} - \cancel{\frac{1}{10}}$$
$$\vdots$$
$$u_n = \cancel{\frac{1}{4n-2}} - \frac{1}{4n+2} \quad +$$
$$S = \frac{-1}{2} - \frac{1}{4n+2}$$
$$\lim_{n\to+\infty} S_n = \frac{-1}{2}$$
"A"

٢)
$$u_n = \frac{b^n - a^n}{b^n} = \frac{b^n}{b^n} - \frac{a^n}{b^n}$$
$$= 1 - \left(\frac{a}{b}\right)^n$$
$$\lim_{n\to+\infty} u_n = 1$$
"C"

٣)
$$u_n = \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \dots + \frac{1}{n!}$$
ولدينا $\frac{1}{n!} \leq \frac{1}{2^{n-1}}$

عندئذ
$$u_n \leq \frac{1}{2^{1-1}} + \frac{1}{2^{2-1}} + \frac{1}{2^{3-1}} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}}$$
$$u_n \leq \left(\frac{1}{2}\right)^0 + \left(\frac{1}{2}\right)^1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \dots + \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$
$$u_n \leq a\,\frac{1-q^n}{1-q}$$
$$u_n \leq \frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^n}{1-\frac{1}{2}} \Rightarrow u_n \leq 2\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right)$$
$$u_n \leq 2 - \cancel{2}\left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow \left.\begin{array}{l} u_n \leq 2 \\ u_n \leq M \end{array}\right\} \Rightarrow$$
إذاً $M = 2$
"B"

٤)
$$u_n = u_1 \cdot q^{n-1} = -2(3)^{n-1}$$
$$u_n = \frac{-2}{3} \cdot 3^n$$
$$S = a\,\frac{1-q^n}{1-q} \qquad a = u_2 = \frac{-2}{3} \cdot 3^2 = -6$$
القفزة
$$q = q^2 = 3^2 = 9$$
$$n \text{ عدد الحدود} = \frac{\text{الأخير} - \text{الأول}}{\text{القفزة}} + 1$$
$$= \frac{2n-2}{2} + 1 = n$$
$$S = -6\,\frac{1-9^n}{1-9} = \frac{-6}{-8}(1-9^n)$$
$$S = \frac{6}{8}(1-9^n)$$
$$S = \frac{3}{4}(1-9^n)$$
"A"

٥)
$$\frac{1}{n(n+1)} = \frac{a}{n} + \frac{b}{n+1}$$
$$1 = an + a + bn$$
$$1 = (a+b)n + a$$
بالمطابقة
$$a + b = 0$$
$$a = 1 \Rightarrow b = -1$$
$$u_n = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$$
$$u_1 = 1 - \cancel{\frac{1}{2}}$$
$$u_2 = \cancel{\frac{1}{2}} - \cancel{\frac{1}{3}}$$
$$u_3 = \cancel{\frac{1}{3}} - \cancel{\frac{1}{4}}$$
$$\vdots$$
$$u_n = \cancel{\frac{1}{n}} - \frac{1}{n+1} \quad +$$
$$S = 1 - \frac{1}{n+1}$$
"D"

٦) نقاط تقاطع هو تابع حل المعادلة $f(x) = x$

$-\frac{1}{3}x^2 + 2x = x$

$-\frac{1}{3}x^2 + x = 0$

$x(-\frac{1}{3}x + 1) = 0 \to x = 0$ مرفوض

$\to x = 3$

ومنه $\lim_{x \to +\infty} = 3$ "C"

---

٧) $f(x) = x\sqrt{x(2-x)}$

$= x\sqrt{2x - x^2}$ "B"

$f'(x) = \sqrt{2x - x^2} + \frac{2 - 2x}{2\sqrt{2x - x^2}}$

$m = f'(2) = \infty$

المماس شاقولي ومعادلته $x = x_0 = 2$

---

٨) $f(x) = 2\sin x + \sin 2x$

$= 2\sin x + 2\sin x \cdot \cos x$

$T = \frac{2\pi}{|\alpha|} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi$ "B"

---

٩) $f(x) = 2\sin x + \tan x - 3x$

$f' = 2\cos x + \frac{1}{\cos^2 x} - 3$

$f' = \frac{2\cos^3 x + 1 - 3\cos^2 x}{\cos^2 x}$ "D"

إشارته من إشارة

$2\cos^3 x - 3\cos^2 x + 1$

---

١٠) $f(x) = \frac{1}{x-1} - \sqrt{x}$

$\lim_{x \to 1^+} f(x) = \frac{1}{0^+} - 1 = +\infty > 0$

$f(2) = 1 - \sqrt{2} < 0$ "B"

$\lim_{x \to 1^+} f(x) \times f(2) < 0$

ومنه $\alpha \in]1, 2[$

---

١١) $f'(x) = 1 + \frac{1}{2\sqrt{x-1}}$ "A"

$m = f'(1) = \infty$ المماس شاقولي

ومعادلته $x = 1$

---

١٢) $f' = 4\sin^3 x + 3\cos x$

$f' = 12\sin^2 x \cdot \cos x - 3\sin x$ "C"

$= 3\sin x(4\sin x \cdot \cos x - 1)$

$= 3\sin x(2\sin 2x - 1)$

---

١٣) $f(x) = \tan x$

لأن التابع دوري دوره π وهو فردي

لذلك يكفي دراسته على $[0, \frac{\pi}{2}[$ كما أن

$f(0) = 0$

$\lim_{x \to \frac{\pi}{2}} f(x) = +\infty$ "A"

---

١٤) $f(x) = x^3 + 3x + 2$

$\lim_{x \to \mp\infty} f(x) = \mp\infty$

$f'(x) = 3x^2 + 3$ مستحيلة $f' = 0$

x	$-\infty$		$+\infty$
f'		$+$	
f	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$

"A"

متزايد تماماً

للمعادلة $f(x) = m$ حل وحيد أياً كان $m \in \mathbb{R}$

---

١٥) لدينا $x f'(x) = \alpha f(x)$

$x \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = \alpha\sqrt{x}$ "C"

$\sqrt{x} \cdot \frac{1}{2} = \alpha\sqrt{x} \Rightarrow \alpha = \frac{1}{2}$

---

١٦) $f = \begin{cases} \frac{1 - \sqrt{x+1}}{x} & x \neq 0 \\ m & x = 0 \end{cases}$

$\lim_{x \to 0} f(x) = \frac{0}{0}$

$\lim_{x \to 0} \frac{1 - x - 1}{x(1 + \sqrt{x+1})} = -\frac{1}{2}$

حتى يكون مستمراً على $\mathbb{R}$ يجب أن يكون مستمراً عند (0)

يجب أن يتحقق

$\lim_{x \to 0} f(x) = f(0)$

$-\frac{1}{2} = m$ "A"

١٧)

$f(x) = 1 - \frac{1}{x^2+1}$

$\lim_{x \to \mp\infty} f(x) = 1 \qquad f' = -\frac{-2x}{(x^2+1)^2}$

$f' = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow f(0) = 0$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
f'		$-$	0	$+$	
f	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	1

$f(\mathbb{R}) = [0, 1[$

"C"

---

١٨)

$f_1(x) = \frac{2x}{(x-1)^2}$ "A"

$f_1(-x) = \frac{2(-x)}{(-x-1)^2} = -\frac{2x}{(x+1)^2} = f_2(x)$

ومنه C_1 و C_2 متناظران بالنسبة لـ O

---

١٩)

$f(\frac{1}{2}) = 1$ قيمة حدية كبرى

$f(1) = 0$ " " صغرى

أي للدالة قيمتين حديتين "B"

---

٢٠)

مركز التناظر هو نقطة تقاطع المقارب المائل مع الشاقولي .

$f(x) = x + 3 + \frac{6}{x-1}$

$$\begin{array}{r|l} x^2+2x+3 & x-1 \\ -x^2 \mp x & x+3 \\ \hline 3x+3 & \\ -3x \mp 3 & \\ \hline 6 & \end{array}$$

$y = x + 3$ المقارب المائل

$x = 1$ الشاقولي

ومنه

$y(1) = 4$

$A(1, 4) \qquad a = 4$ "D"

---

٢١)

$u'_n = \frac{-1}{n^2} + \frac{-1}{(n+1)^2} < 0$ متناقصة

$u'_n = \frac{2n+5-2n-4}{(2n+5)^2} = \frac{1}{(2n+5)^2} > 0$ متزايدة

$\left.\begin{array}{l} S_0 = -2 \\ S_1 = 6 \\ S_2 = -18 \end{array}\right\}$ متناوبة

"B"

$t_{n+1} - t_n = -2$

متناقصة .

---

٢٢)

عدد حدود المتتالية الحسابية $= \frac{\text{الأخير} - \text{الأول}}{\text{القفزة}} + 1$

القفزة في الحسابية $= r$

$n = \frac{l - a}{r} + 1 \qquad n = \frac{l - a + r}{r}$ "D"

---

٢٣)

$f(x) = x \Rightarrow \frac{2x+1}{x+2} = x$

$2x + 1 = x^2 + 2x \Rightarrow x^2 = +1$

ومنه $\lim_{n \to +\infty} u_n = 1$ "C"

---

٢٤)

$S = (1 + 2 + \dots + n)^2$

$= (n\,\frac{n+1}{2})^2 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$ "D"

---

٢٥)

$q^{m-p} = \frac{u_m}{u_p} \Rightarrow q^2 = \frac{81}{9} = 9$

$q = \mp 3$ "D"

---

٢٦)

$S = 1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1)$

مجموع لمتتالية حسابية $r = 2$

$n = \frac{2n-1-1}{2} + 1 = n$

$S = n\,\frac{2n-1+1}{2}$

$S = n^2$ "A"

---

٢٧)

$\lim_{x \to 0} f(x) = f(0)$

$\alpha(0)^2 - 3\alpha^2 = -2(0) - 3$

$\alpha^2 = 1$

$\alpha = \mp 1$ "C"

٢٨)

$$\lim_{x\to 0} \frac{1+\sin x-1+\sin x}{x\left(\sqrt{1+\sin x}+\sqrt{1-\sin x}\right)}$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{2\sin x}{x}\cdot\frac{1}{\sqrt{1+\sin x}+\sqrt{1-\sin x}}$$

$$= 2(1)\cdot\frac{1}{2} = 1$$

"B"

---

٢٩)

$u_n = u_0 + nr = -2+5n$

$S = u_0 + u_1 + \dots + u_{15}$

$S = 16\,\frac{u_{15}+u_0}{2} = 16\,\frac{73+(-2)}{2}$

$= 8(71) = 568$

$v_n - 8u_n = 0 \Rightarrow v_n = 8u_n$

"D"

$S' = 8u_0 + 8u_1 + \dots + 8u_n = 8S$

$S' = 8(568) = 4544$

---

٣٠)

$v_{n+1} = u_{n+1} - 2$

$v_{n+1} = \frac{3u_n+2}{4} - 2$

$v_{n+1} = \frac{3u_n+2-8}{4} = \frac{3u_n-6}{4}$

$= \frac{3(u_n-2)}{4} = \frac{3}{4}(u_n-2)$

"C"

$v_{n+1} = \frac{3}{4} v_n$

متتالية هندسية أساسها $q = \frac{3}{4}$

---

٣١)

$v_{n+1} = u_{n+2} - 5u_{n+1}$

$= 7u_{n+1} - 10u_n - 5u_{n+1}$

$= 2u_{n+1} - 10u_n$

"A"

$= 2(u_{n+1} - 5u_n) = 2v_n$

متتالية هندسية أساسها $q = 2$

---

٣٢) بالاستفادة من المجموع لمتتالية حسابية.

إذا كان a, b, c حدود متتالية حسابية

$\Rightarrow 2b = a + c$

$$\left.\begin{aligned} u_8 + u_9 + u_{10} &= 2u_9 \\ u_{20} + u_{21} + u_{22} &= 2u_{21} \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$S = 3u_9 + 3u_{21}$

$r = \frac{u_m - u_p}{m-p}$ $\quad m = 30,\ p = 15$

$= \frac{u_{30} - u_{15}}{30-15} = 2$

نوجد الحد العام u_n

$u_m = u_p + (m-p)r$ $\quad m = n,\ p = 15$

$u_n = u_{15} + (n-15)(2)$

"A"

$u_n = -40 + 2n$

ومنه $u_9 = -40 + 18$
$= -22$

$u_{21} = -40 + 42$
$= 2$

ومنه

$S = 3(-22) + 3(2)$

$= -60$

---

٣٣)

$3^6 - 2^3 = (3^2)^3 - (2)^3$

$= 9^3 - 2^3 = (9-2)(9^2 + 2\cdot 9 + 2^2)$

$= 7(81 + 18 + 4)$

من مضاعفات العدد 7.

"D"

٣٤)

$$f'(x) = \frac{\cos x - 6\cos x \cdot \sin x}{2\sqrt{1+\sin x+3\cos^2 x}}$$

$$f'(0) = \frac{1}{4} \qquad \text{"C"}$$

٣٥)

$f(x) = x$

$$\sqrt{\frac{1+x}{2}} = x \Rightarrow \frac{1+x}{2} = x^2$$

$$2x^2 = x+1 \Rightarrow 2x^2 - x - 1 = 0$$

إما $x = 1$

أو $x = -\frac{1}{2}$ مرفوض

"A"

$$\lim_{n\to+\infty} u_n = 1$$

٣٦)

$$v_{n+1} = \frac{1}{u_{n+1}-1} = \frac{-1}{\frac{-1+2u_n}{u_n}-1}$$

$$= \frac{-1}{\frac{-1+2u_n-u_n}{u_n}} = \frac{-u_n}{1+u_n}$$

$$= \frac{u_n-1+1}{-1+u_n}$$

$$= \frac{u_n-1}{-1+u_n} + \frac{1}{-1+u_n} \qquad A$$

$= 1 + v_n$ حسابية

$r = 1$

٣٧)

$$u_n = \frac{16\pi}{n^2}\left(n\,\frac{n+1}{2}\right) = \frac{16\pi(n^2+n)}{2n^2}$$

$$\lim_{n\to+\infty} u_n = 8\pi$$

$$v_n = \frac{16\pi}{n^2}\left((n-1)\frac{n}{2}\right) = \frac{16\pi(n^2-n)}{2n^2}$$

$$\lim_{n\to+\infty} v_n = 8\pi$$

فالمتتاليتين u_n , v_n متجاورتان

نحو 8π "D"

٣٨)

$$S = \frac{1-\alpha^6}{1-\alpha}$$

لكن $\alpha^6 = (\sqrt{2})^6 = 2^3 = 8$

$$= \frac{1-8}{1-\sqrt{2}} = \frac{-7}{1-\sqrt{2}} \qquad \text{"B"}$$

$$= \frac{-7(1+\sqrt{2})}{1-2} = 7(1+\sqrt{2})$$

٣٩)

$$x-1 < E(x) \le x$$

$$\frac{x-1}{x} < \frac{E(x)}{x} \le 1$$

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{E(x)}{x}\right) = 1$$

$y = x+1$

$$f - y = x + \frac{E(x)}{x} - x - 1$$

$$= \frac{E(x)}{x} - 1 \qquad \text{"B"}$$

$$\lim_{x\to+\infty}(f-y) = 1-1 = 0$$

٤٠)

$$0.98 < \frac{x-5}{x+2} < 1.02$$

$$0.98 < 1 + \frac{-7}{x+2} < 1.02$$

$$-0.02 < \frac{-7}{x+2} < 0.02$$

$$-0.02 < \frac{-7}{x+2} \Rightarrow 0.02 > \frac{7}{x+2}$$

$$50 < \frac{x+2}{7} \Rightarrow x+2 > 350$$

$x > 348$ "C"

$A = 348$