مدونة المناهج السعودية

https://eduschool40.blog

الموقع التعليمي لجميع المراحل الدراسية

في المملكة العربية السعودية

تم التحميل من مدونة ملخصات الثانوية العامة في اليمن
http://ye-thirdsecondr.blogspot.com

تمارين ومسائل (2 - 5)

61 أوجد مفكوك كل مما يأتي:

أ) $(2س + 3ص)^4$ ب) $(ص - \frac{1}{2ص})^5$ جـ) $(\frac{1}{2}أ + 2)^6$

د) $(1 - 3س)^6$ هـ) $(4 + س)^5$ و) $(س^2 - 1)^8$

ز) $(1 + س - 2س^2)^8$

الحل

أ) $(2س + 3ص)^4$

$= (\binom{4}{0})(2س)^4(3ص)^0 + (\binom{4}{1})(2س)^3(3ص)^1$

$+ (\binom{4}{2})(2س)^2(3ص)^2 + (\binom{4}{3})(2س)^1(3ص)^3$

$+ (\binom{4}{4})(2س)^0(3ص)^4$

$= 1 \times 16س^4 + 4 \times 8س^3 \times 3ص + \frac{3 \times 4}{1 \times 2} \times 4س^2 \times 9ص^2$

$+ 4 \times 2س \times 27ص^3 + 1 \times 1 \times 81ص^4$

$= 16س^4 + 96س^3ص + 216س^2ص^2 + 216س ص^3 + 81ص^4$

ب) $(ص - \frac{1}{2ص})^5$

$= (\binom{5}{0})(ص)^5(\frac{1}{2ص})^0 - (\binom{5}{1})(ص)^4(\frac{1}{2ص})^1$

$+ (\binom{5}{2})(ص)^3(\frac{1}{2ص})^2 - (\binom{5}{3})(ص)^2(\frac{1}{2ص})^3$

$+ (\binom{5}{4})(ص)^1(\frac{1}{2ص})^4 - (\binom{5}{5})ص^0(\frac{1}{2ص})^5$

$= 1 \times ص^5 - 5ص^4 \times \frac{1}{2ص} + \frac{4 \times 5}{1 \times 2} ص^3 \times \frac{1}{4ص^2}$

$$\frac{1}{4ص\,32}\times1\times1-\frac{1}{4ص16}\times ص5+\frac{1}{3ص8}\times{}^{2}ص\frac{4\times5}{1\times2}-$$

$$\frac{1}{5ص32}-\frac{5}{3ص16}+\frac{5}{ص4}-ص\frac{5}{2}+{}^{3}ص\frac{5}{2}=ص^{-5}$$

وبـاقـي المسائـل تُحل بنفس طريقـة (أ) ، (ب)

62 أوجـد كـلاً ممـا يأتـي:

أ) الحد الخامس من $(1+س)^{12}$ ب) الحد الثامن من $(1-س)^{11}$

جـ) $ح_4$ من $(\frac{2س}{3}-\frac{3}{2س})^{6}$ د) $ح_6$ من $(س+\frac{1}{س})^{11}$

هـ) $ح_8$ من $(30س+\frac{2}{3}س^{-2})^{10}$ و) $ح_6$ من $(\frac{2}{س}+\frac{س}{2})^{12}$

الحـــل:

أ) $ح_5 = \binom{ن}{4}$ (الأول)$^{ن-4}$ (الثاني)^{4}

$= \binom{12}{4}(1)^{8}(س)^{4}$

$= \frac{9\times10\times11\times12}{1\times2\times3\times4}\times1\times س^{4}$

$= 495\,س^{4}$

هـ) $ح_8 = \binom{10}{7}(30س)^{3}(\frac{2}{3}س^{-2})^{7}$

$= \frac{8\times9\times10}{1\times2\times3}\times900\times30س^{3}\times\frac{2^{7}}{3^{7}}س^{-14}$

$= \frac{128\times30\times900\times8\times9\times10}{27\times9\times9\times2\times3}$

$= \frac{128\times10\times4\times10}{27}س^{-11} = \frac{51200}{27}س^{-11}$

وباقـي المسائل تُحل بنفس الطريقة السابقة.

63 أوجـد كلاً ممـا يأتـي:

أ) معامل الحد السابع في مفكوك $(3س^{2}-\frac{2س}{3})^{11}$

ب) معامل $س^{9}$ في مفكوك $(س^{2} - \frac{3}{س^{3}})^{12}$

جـ) الحد الخالي من س في مفكوك $(س - 2س^{-1})^{10}$

د) الحد الخالي من س في مفكوك $(2س - \frac{3}{س^{3}})^{12}$

هـ) معامل $س^{2}$ في مفكوك $(1+س)^{10} (2-1س)^{5}$

الحـــل

ب) $ح_{ر+1} = {}^{12}_{ر}$ (الأول)$^{ن-ر}$ (الثاني)^{ر}

$= {}^{12}_{ر} (س^{2})^{12-ر} (-\frac{3}{س^{3}})^{ر}$

$= {}^{12}_{ر} س^{24-2ر} \times (-3)^{ر} \times س^{-3ر}$

$= {}^{12}_{ر} (-3)^{ر} \times س^{24-5ر}$

نضع $24-5ر = 9 \Leftarrow 5ر = 24-9 = 15 \Leftarrow 5ر = 15 \therefore ر = 3$

$\therefore ح_{4} = {}^{12}_{3} \times (-3)^{3} س^{9}$

$= \frac{10\times11\times12}{1\times2\times3} \times -27 س^{9} = 44 \times 5 \times -27س^{9}$

$= -220 \times 27س^{9} = -594س^{9}$

$\therefore$ معامل $س^{9} = -594$

جـ) $ح_{ر+1} = {}^{10}_{ر} س^{10-ر} (-2س^{-1})$

$= {}^{10}_{ر} س^{10-ر} \times (-2)^{ر} \times س^{-ر}$

$= {}^{10}_{ر} (-2)^{ر} \times س^{10-2ر}$

نضع 0 = 10 − 2ر ⇐ 2ر = 10 ⇐ ر = 5

∴ الحد الخالي من س هو ج

∴ ح$_6$ = $\binom{10}{5}$ $(-2)^5$ × $\frac{6\times7\times8\times9\times10}{1\times2\times3\times4\times5}$ = −32 × = − 8064

هـ)

(1) نحسب معامل س^2 في مفكوك $(1 + س)^{10}$

ح$_{ر+1}$ = $\binom{10}{ر}$ $(1)^{10-ر}$ $(س)^ر$

= $\binom{10}{ر}$ س^ر

نضع ر = (2)

∴ ح$_6$ = $\binom{10}{2}$ س^2 ∴ معامل س^2 هو $\binom{10}{2}$

(2) نحسب معامل س^2 في مفكوك $(1-2س)^5$

∵ ح$_{ر+1}$ = $\binom{5}{ر}$ × 1 $(-2س)^ر$

= $\binom{5}{ر}$ × $(-2)^ر$ × س^ر

نضع ر = 2

∴ ح$_3$ = $\binom{5}{2}$ $(-2)^2$ س^2

∴ معامل س^2 هو $\binom{0}{2}$ $(-2)^2$

∴معامل س^2 في مفكوك $(1+س)^{10}$ $(1-2س)^5$ = $\binom{10}{2}$ $\binom{5}{2}$ $(-2)^2$ = − 1800

---

64 أثبـــت أن:

أ) $(س + س^{-1})^6 - (س - س^{-1})^6 = 12\ (س^4 + س^{-4} + 3\frac{1}{3})$.

ب) معاملي الحدين الأوسطين في مفكوك $(س + ص)^{21}$ متساويان.

جـ(الحد الأوسط في مفكوك $\left(\frac{\text{ص}\sqrt{\text{س}}}{3} - \frac{3}{\text{ص}\sqrt{\text{س}}}\right)^{16}$ هو 12870 ص^{4}س$^{-4}$.

الحـــل

ب) ∵ ن = 21 فردية.

∴ رتبتا الحدين الأوسطين هما $\frac{1+21}{2}$ = 11 ، 12

∴ ح$_{11}$ = $\binom{21}{10}$ س^{11} ص^{10}

∴ ح$_{12}$ = $\binom{21}{11}$ س^{10} ص^{11}

نلاحظ $\binom{21}{10}$ = $\binom{21}{11}$ المعاملين متساويان.

جـ(ن = 16 زوجية.

∴ ترتيب الحد الأوسط = $\frac{2+16}{2}$ = $\frac{18}{2}$ = 9

∴الحد الأوسط = ح$_{9}$

$= \binom{16}{8} \left(\frac{\text{ص}\sqrt{\text{س}}}{3}\right)^{8} \left(-\frac{3}{\text{ص}\sqrt{\text{س}}}\right)^{8}$

$= \frac{9\times10\times11\times12\times13\times14\times15\times16}{1\times2\times3\times4\times5\times6\times7\times8} = \frac{\text{ص}^{8}}{3^{8}} \times \frac{\text{س}^{4}}{\text{ص}^{8}} \times \frac{3^{8}}{\text{س}^{4}}$

= 13 × 11 × 10 × 9 ص^{4} س$^{-4}$

= 12870 ص^{4} س$^{-4}$

وباقـي المسائـل تُحل بنفـس الطريقـة السابقـة.

65 أوجد قيمة:

أ) $(1+\sqrt{2})^{5} - (1-\sqrt{2})^{5}$ ب) $(\sqrt{3}+2)^{4} - (\sqrt{3}-2)^{4}$

جـ) $(1+\sqrt{\text{س}})^{4} + (1-\sqrt{\text{س}})^{4}$ د) $(\text{س}-2\text{ص})^{5} - (\text{س}+2\text{ص})^{5}$

الحـــل

أ) $(1+2)^{5} - (1-2)^{5}$

155

$= \text{ق}^5_0 (2)^0 + \text{ق}^5_1 (2)^1 + \text{ق}^5_2 (2)^2 + \text{ق}^5_3 (2)^3 + \text{ق}^5_4 (2)^4$

$+ \text{ق}^5_5 (2)^5 + \text{ق}^5_0 (2)^0 - \text{ق}^5_1 (2)^1 + \text{ق}^5_2 (2)^2$

$+ \text{ق}^5_3 (\sqrt{2})^3 - \text{ق}^5_4 (\sqrt{2})^4 + \text{ق}^5_5 (2)^5$

$= 2\ \text{ق}^5_1 (\sqrt{2})^1 + 2\ \text{ق}^5_3 (\sqrt{2})^3 + 2\ \text{ق}^5_5 (\sqrt{2})^5$

$= 2 \times 5 \times \sqrt{2} + (\sqrt{2})^3 \times \frac{4\times5}{1\times2} \times 2 + 2 \times 1 \times 4\ 2$

$= 10\sqrt{2} + 40\sqrt{2} + 8\sqrt{2} = 58\sqrt{2}$

جـ) $(1+ س)^4 + (1- س)^4$

$= \text{ق}^4_0 (\sqrt{س})^0 + \text{ق}^4_1 (\sqrt{س})^1 + \text{ق}^4_2 (\sqrt{س})^2 + \text{ق}^4_3 (\sqrt{س})^3$

$+ \text{ق}^4_4 (\sqrt{س})^4 + \text{ق}^4_0 (\sqrt{س})^0 - \text{ق}^4_1 (\sqrt{س})^1 + \text{ق}^4_2 (\sqrt{س})^2$

$- \text{ق}^4_3 (\sqrt{س})^3 + \text{ق}^4_4 (\sqrt{س})^4$

$= 2\ \text{ق}^4_0 (\sqrt{س})^0 + 2\ \text{ق}^4_2 (\sqrt{س})^2 + 2\ \text{ق}^4_4 (\sqrt{س})^4$

$= 2 \times 1 \times 1 + 2 \times \frac{3\times4}{1\times2} \times س + 1 \times 2 \times س^2$

$= 2 + 12س + 2س^2$

وبـاقـي المسائـل تُحـل بنفـس الطريقـة السابقـة.

66 أوجد:

أ) الحد الأوسط في مفكوك $(2س^3 + \frac{1}{2س})^{14}$

ب) الحد الأوسط في مفكوك $(س + \frac{1}{س})^8$

جـ) الحدين الأوسطين في مفكوك $(\frac{1}{2} س - ص)^9$.

د) النسبة بين الحدين الرابع والخامس في مفكوك $(2س - \frac{1}{4س^2})^5$

الحـــل

ب) ن = 8 ∴ ترتيب الحد الأوسط = $\frac{2+8}{2}$

= 5

∴ الحد الأوسط = $ح_3$

= $ق_4^8$ (س)^4 ($\frac{1}{س}$)^4

= $\frac{5\times6\times7\times8}{1\times2\times3\times4}$ × س^4 × $\frac{1}{س^4}$ = 70

د) $\frac{ح_5}{ح_4}$ = $\frac{س^2 - \frac{1}{4}}{2س}$ × $\frac{1+4-5}{4}$

= $\frac{2}{4}$ × $\frac{1-}{8}$ س = $\frac{1-}{16}$ س

(أ) ، (جـ) ، (هـ) وباقي المسائل بنفس الطريقة السابقة.

---

67 باستخدام مفكوك ذي الحدين أوجد قيمة كلٍ مما يأتي:

أ) (1.03)^{10} مقربة إلى ثلاثة منازل عشرية.

ب) (0.998)^5 مقربة إلى منزلتين عشريتين.

جـ) (51)^4 مقربة إلى منزلتين عشريتين.

د) (1.01)^{10} + (0.99)^{10} مقربة إلى ثلاثة منازل عشرية.

الحـــل

الحل: مـحـلـول كـمـثـال.

---

68 إذا كان الحد الثالث في مفكوك (1 + س)^8 يساوي 112، فأوجد قيمة س.

الحـــل

$ح_3$ = $\binom{8}{2}$ س^2 = 112

$\Leftarrow \frac{8\times7}{2\times1}$ س^2 = 112

$\Leftarrow$ 28س^2 = 112 $\Leftarrow$ س^2 = $\frac{112}{28}$

$\Leftarrow$ س^2 = 4 $\Leftarrow$ س = ± 2

---

69 إذا كانت ثلاثة معاملات لحدود متتالية في مفكوك (1 + س)^{ن} هي: 20، 190، 140 فما قيمة ن؟ وما ترتيب تلك الحدود؟

الحـــل:

جـ(نفرض أن الحدود هي: ح$_{ر}$ ، ح$_{ر+1}$ ، ح$_{ر+2}$

∵ $\frac{\text{معامل ح}_{ر+1}}{\text{معامل ح}_{ر}}$ = $\frac{ن-ر+1}{ر}$ = $\frac{190}{20}$

$\Leftarrow$ 190 ر = 20ن – 20ر + 20

$\Leftarrow$ 210ر – 20ن = 20

$\Leftarrow$ 21ر – 2ن = 2 ..... (1)

∵ $\frac{\text{معامل ح}_{ر+2}}{\text{معامل ح}_{ر+1}}$ = $\frac{ن-(ر+1)+1}{ر+1}$ = $\frac{1140}{190}$

$\Leftarrow \frac{ن-ر}{ر+1} = \frac{114}{19}$ $\Leftarrow$ 114ر + 114 = 19ن – 19ر

$\Leftarrow$ 133ر – 19ن = −114 .....(2)

بضرب رقم (1) × (19) والثانية × (−2)

399ر −38ن =38 ..... (3)

266ر +38ن =288 ..... (3) بالجمع

133ر = 266 $\Leftarrow$ ر =2

بالتعويض عن ر في رقم (1)

∴ 42 – 2ن = 2 ⇐ 2ن = 40 ⇐ ن = 20

---

610 إذا كان قيم الحد الثاني والثالث والرابع في مفكوك (س + ص)^{ن} حسب قوى س التنازلية هي:

16 ، 112 ، 448 على الترتيب. أوجد ن ، س ، ص

الحـــل

$$\frac{ح_3}{ح_2} = \frac{ن+1-2}{2} \times \frac{ص}{س} = \frac{112}{16}$$

$$\therefore \frac{ن-1}{2} \times \frac{ص}{س} = 7 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

$$\because \frac{ح_4}{ح_3} = \frac{ن+1-3}{3} \times \frac{ص}{س} = \frac{448}{112}$$

$$\therefore \frac{ن-2}{3} \times \frac{ص}{س} = 4 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

بالقسمة (1) على (2)

$$\therefore \frac{ن-1}{2} \times \frac{3}{ن-2} = \frac{7}{4}$$

$$\therefore \frac{3ن-3}{2ن-4} = \frac{7}{4} \Leftarrow 14ن - 28 = 12ن - 12$$

$$\Leftarrow 2ن = 16$$

$$\Leftarrow ن = 8$$

$$\therefore \frac{7}{2} \times \frac{ص}{س} = 7 \Leftarrow ص = 2س \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

---

611 إذا كان الحدان الأوسطان في مفكوك (2س + 3ص)$^{2ن+1}$ متساويين. أثبت أن: س: ص = 3 : 2

الحـــل

الحل: مـحـلـول كـمـثـال.

612 **في مفكوك (س + 1)^{ن} وجد أن: ح$_{4}$: = 3ح$_{2}$ ، 5ح$_{6}$ = 3ح$_{5}$ أوجد قيمتي ن ، س.**

الحل: مـحـلـول كـمـثـال.