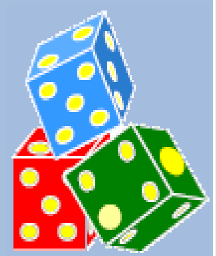
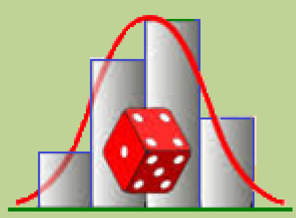


تمارين على الإحتمالات



ملتقى 11 جانفي 2018- مقاطعات01 و 02 و 03 برج بوعريريج

تمارين على الاحتمالات ملتقى 11 جانفي 2018

تمارين على الاحتمالات ملتقى 11 جانفي 2018

تمارين على الاحتمالات ملتقى 11 جانفي 2018

تمــرين(1)

يحتوي كيس على 09 كرات متماثلة لا نفرق بينها في اللمس ، منها 04 كرات بيضاء نرمز لها بالرمز B تحمل الأرقام $1،2،2،3،3$ و 05 كرات حمراء نرمز لها بالرمز R تحمل الارقام $1،2،2،3،3$.

نسحب عشوائيا من هذا الكيس كرتين على التوالي مع إرجاع الكرة المسحوبة قبل سحب الكرة الثانية .

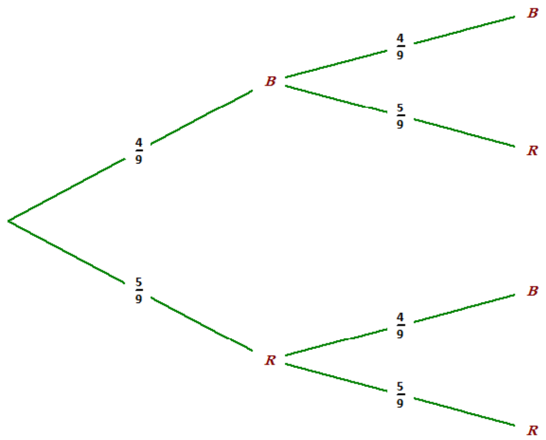
1) شكل شجرة الاحتمالات التي تنمذج هذه الوضعية .

2) أحسب احتمال كل من الحوادث التالية :

أ) α : " الكرتان المسحوبتان بيضاويتان " .

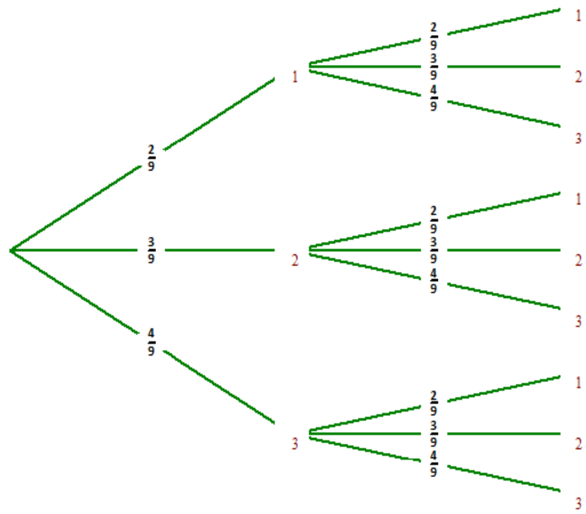
ب) β : " إحدى الكرتين المسحوبتين فقط حمراء " .

ج) γ : " لا يظهر الرقم1 " .



حل التمــرين(13)

أ) $P(\alpha)=P(B\cap B)=\frac{4}{9}\times\frac{4}{9}=\boxed{\frac{16}{81}}$



ب) $P(\beta)=P(B\cap R)+P(R\cap B)$

$$=\frac{4}{9}\times\frac{5}{9}+\frac{5}{9}\times\frac{4}{9}=\boxed{\frac{40}{81}}$$

$$P(\gamma)=\frac{3}{9}\times\frac{3}{9}+\frac{3}{9}\times\frac{4}{9}+\frac{4}{9}\times\frac{3}{9}+\frac{4}{9}\times\frac{4}{9}$$

$$=\boxed{\frac{49}{81}}$$

تمــرين(02)

يحتوي كيس على 4 كرات تحمل الرقم1 و 2 كرات تحمل الرقم2 لا نفرق بينها عند اللمس

نسحب و بدون إرجاع 3 كرات على التوالي من هذا الكيس .

1) أحسب احتمال الحادثة A : على ثلاث كرات مجموع ارقامها يساوي 4 .

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب لثلاث كرات مجموع أرقام هذه الكرات .

أ) عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X .

ب) أحسب الأمل الرياضياتي $E(X)$ للمتغير العشوائي X و أحسب انحرافه المعياري $\sigma(X)$.

حل التمـــرين(02)

1) عدد الامكانيات : $A_6^3 = \boxed{120}$

$$P(A) = 3\times\frac{A_4^2\times A_2^1}{A_6^3} = \frac{72}{120} = \boxed{\frac{3}{5}}$$

2) المتغير العشوائي X يأخذ قيمه من : $\{3\,;4\,;5\}$

$$P(X=3) = \frac{A_4^3}{A_6^3} = \frac{24}{120} = \boxed{\frac{1}{5}} \quad ، \quad P(X=4) = 3\times\frac{A_4^2\times A_2^1}{A_6^3} = \frac{72}{120} = \boxed{\frac{3}{5}}$$

$$P(A) = 3\times\frac{A_4^1\times A_2^2}{A_6^3} = \frac{24}{120} = \boxed{\frac{1}{5}}$$

X_i	3	4	5
$P(X_i)$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{5}$

الأمل الرياضياتي: $E(X) = 3\times\frac{1}{5}+4\times\frac{3}{5}+5\times\frac{1}{5} = 4$

لدينا : $V(X) = E(X^2)-[E(X)]^2$ حيث : $E(X^2) = 9\times\frac{1}{5}+16\times\frac{3}{5}+25\times\frac{1}{5} = \frac{82}{5}$

ومنه : $V(X) = E(X^2)-[E(X)]^2 = \frac{82}{5}-16 = \frac{2}{5}$ إذن : $\sigma(X) = \sqrt{\frac{2}{5}} = \frac{\sqrt{10}}{5}$

تمرين(03)

يحتوي كيس على 6 كرات حمراء و 4 كرات سوداء

نسحب 3 كرات من هذا الكيس على التوالي و بدون إرجاع .

1) أحسب احتمال الحادثة A : الحصول على اللونين معا .

2) أحسب احتمال الحادثة B : الحصول على لون واحد .

3) أ) استعمل شجرة الاحتمالات لنمذجة كل من الوضعيتين السابقتين .

ب) تأكد من نتائج السابقة في حساب احتمال كل من الحادثتين A و B .

حل التمـــرين(03)

عدد الحالات الممكنة لهذا السحب : $A_{10}^3 = \boxed{720}$.

نرمز بـــ R للكرة الحمراء و بـــ N للكرة السوداء .

1) ـــ الحالات الملائمة لوقوع الحادثة A هي :.

$(R;R;N),(R;N;R),(N;R;R;),(N;N;R),(N;R;N),(R;N;N)$

ــ عدد الحالات الملائمة للحصول على A هو :

$3\times C_6^2\times C_4^1+3\times C_6^1\times C_4^2=3\times120+3\times72=\boxed{576}$ ومنه : $P(A)=\dfrac{576}{720}=\boxed{0,8}$.

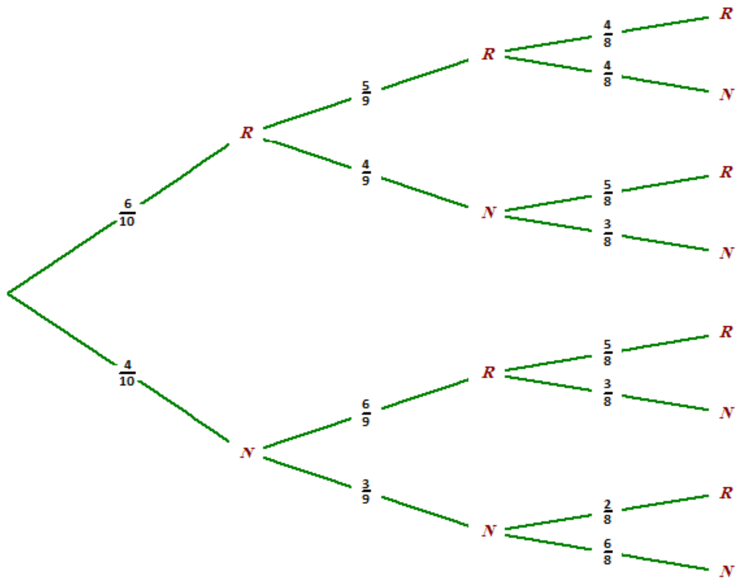
2) ــ الحالات الملائمة لوقوع الحادثة B هي : $(R;R;R),(V;V;V)$.

ــ عدد الحالات الملائمة للحصول على B هو :

$C_6^3+C_4^3=\boxed{144}$ ومنه : $P(B)=\dfrac{144}{720}=\boxed{0,2}$

<u>طريقة(2)</u> : الحادثة Bمعاكسة للحادثة A ، إذن : $P(B)=1-P(A)=1-0,8=\boxed{0,2}$

3) ــ أ)



4) ــ ب) الحادثة A تتكون من 6 مسارات نرمز لها كما يلي:

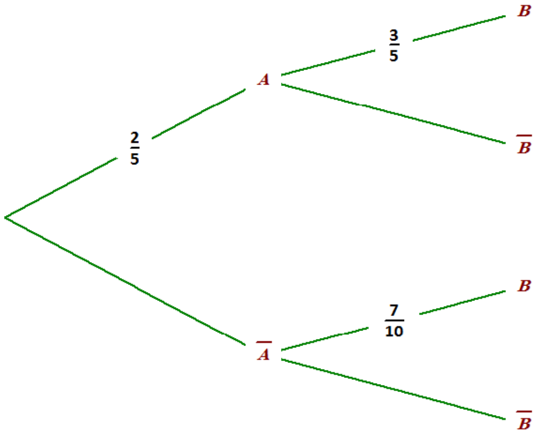
$(N;R;R),(R;N;N),(R;N;R;),(R;R;N),(N;N;R),(N;R;N)$

$$P(A)=\frac{6}{10}\times\frac{5}{9}\times\frac{4}{8}+\frac{6}{10}\times\frac{4}{9}\times\frac{5}{8}+\frac{6}{10}\times\frac{4}{9}\times\frac{3}{8}+\frac{4}{10}\times\frac{6}{9}\times\frac{5}{8}+\frac{4}{10}\times\frac{6}{9}\times\frac{3}{8}+\frac{4}{10}\times\frac{3}{9}\times\frac{6}{8}=\boxed{\frac{576}{720}}=\boxed{0,8}$$

الحادثة B تتكون من 2 مسارات نرمز لها كما يلي : $(R;R;R),(N;N;N)$

$$P(B)=\frac{6}{10}\times\frac{5}{9}\times\frac{4}{8}+\frac{4}{10}\times\frac{3}{9}\times\frac{2}{8}=\boxed{\frac{144}{720}}=\boxed{0,2}$$

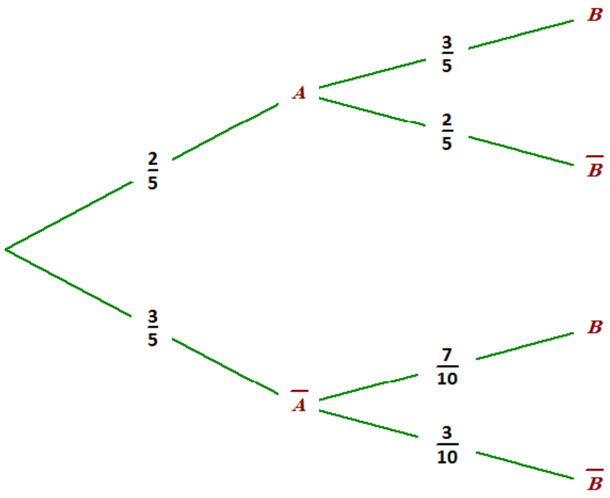
تمرين(04)



A و B حادثتان . انطلاقا من شجرة الاحتمالات التالية :

1) أحسب : $P(\overline{A})$ ، $P_A(\overline{B})$ و $P_{\overline{A}}(\overline{B})$.

1) أحسب : $P(A\cap B)$ ، $P(A\cap\overline{B})$ ، $P(\overline{A}\cap B)$ و $P(\overline{A}\cap\overline{B})$.



حل التمــرين(04)

$$P(\overline{A})=1-P(A)=1-\frac{3}{5}=\boxed{\frac{2}{5}}$$

$$P_A(\overline{B})=\frac{P(A\cap\overline{B})}{P(A)}=\frac{0,4\times0,4}{0,4}=\boxed{0,4}$$

$$P_{\overline{A}}(\overline{B})=\frac{P(\overline{A}\cap\overline{B})}{P(\overline{A})}=\frac{0,6\times0,3}{0,6}=\boxed{0,3}$$

$$P(A\cap B)=P(A)\times P(B)=0,4\times0,6=0,24$$
$$P(A\cap\overline{B})=P(A)\times P(\overline{B})=0,4\times0,4=0,16$$
$$P(\overline{A}\cap B)=P(\overline{A})\times P(B)=0,6\times0,7=0,42$$
$$P(\overline{A}\cap\overline{B})=P(\overline{A})\times P(\overline{B})=0,6\times0,3=0,18$$

ملاحظة : مجموع الاحتمالات على جميع المسارات يساوي1 .

$$P(A\cap B)+P(A\cap\overline{B})+P(\overline{A}\cap B)+P(\overline{A}\cap\overline{B})=0,24+0,16+0,42+0,18=\boxed{1}$$

تمـرين(05)

يحتوي وعاء على 4 كرات صفراء و 8 كرات خضراء غير متمايزة عند اللمس.

نسحب بطريقة عشوائية 2 كرات على التوالي دون إرجاع و نعتبر أن كل الكرات لها نفس الاحتمال .

– استعمل شجرة الاحتمالات لنمذجة كل من الوضعيات السابقة ثم أحسب احتمال الحصول :

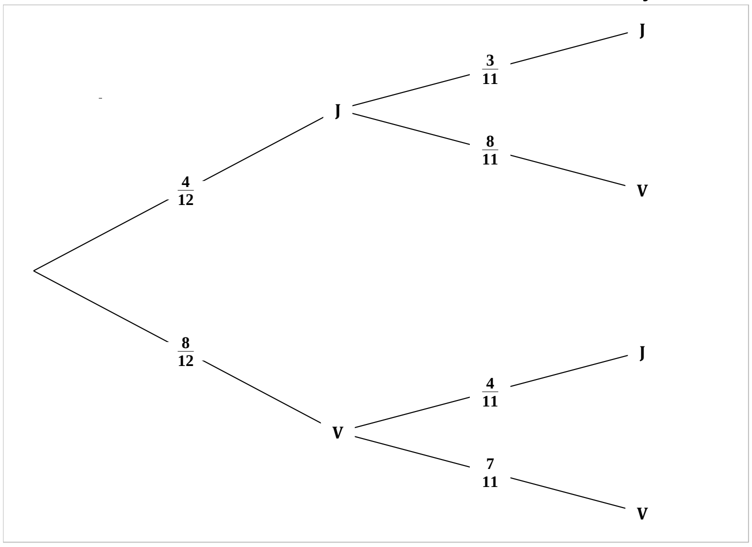
أ) A " كرة صفراء ثم كرة خضراء " .

ب) B " كرة خضراء ثم كرة صفراء " .

ج) C " اللونين معا " .

حل التمــرين(05)

$$P(A)=\frac{4}{12}\times\frac{8}{11}=\boxed{\frac{8}{33}}$$



$$P(B)=\frac{8}{12}\times\frac{4}{11}=\boxed{\frac{8}{33}}$$

$$P(C)=\frac{4}{12}\times\frac{3}{11}+\frac{8}{12}\times\frac{7}{11}=\boxed{\frac{17}{33}}$$

تمرين(06)

يحتوي كيس على 5 كرات حمراء و 3 كرات خضراء و 2كرات بيضاء غير متمايزة عند اللمس.

نسحب عشوائيا 2 كرات على التوالي دون إرجاع و نعتبر أن كل الكرات لها نفس الاحتمال .

1) مثل الوضعية بواسطة شجرة الاحتمالات .

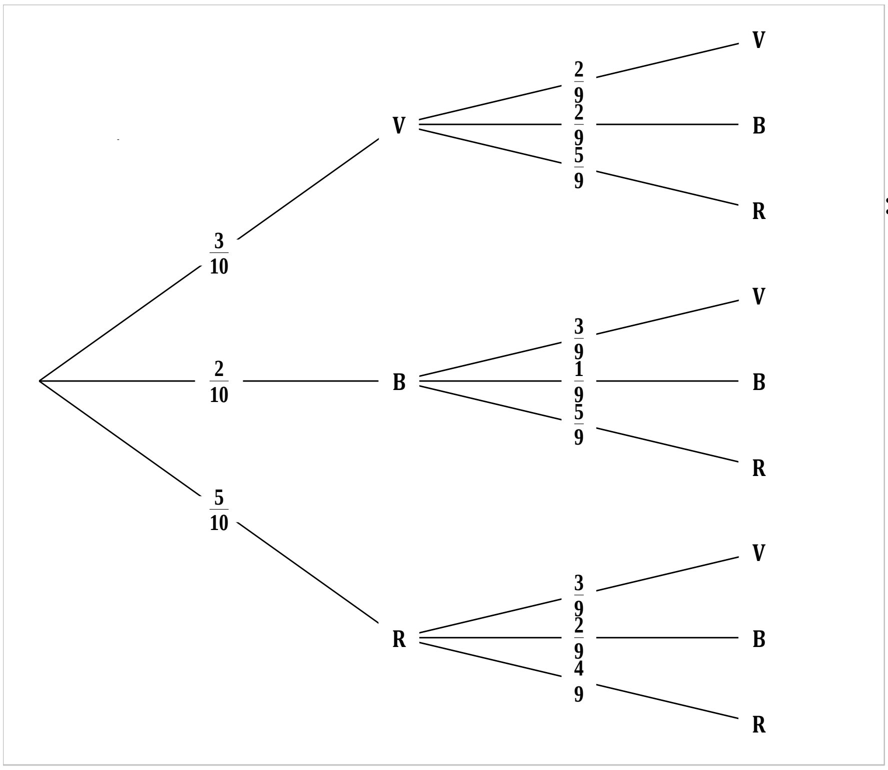
2) أحسب احتمال الحصول على :

أ) A " كرتين من نفس اللون " .

ب) C " كرة خضراء في السحب الأول " .

ج) D " اللونين معا " .

3) أحسب احتمال الحصول على كرة خضراء في السحب الثاني .



حل التمرين(06)

1) شجرة الاحتمالات: نرمز بـ:

B للكرة البيضاء .

V للكرة الخضراء .

R للكرة الحمراء .

2) أ) الحدث A هو : VV أو BB أو RR :
$$P(A)=\frac{3}{10}\times\frac{2}{9}+\frac{2}{10}\times\frac{1}{9}+\frac{5}{10}\times\frac{4}{9}=\boxed{\frac{14}{45}}$$

ب) الحدث C هو : VV أو VB أو VR :
$$P(C)=\frac{3}{10}\times\frac{2}{9}+\frac{2}{10}\times\frac{1}{9}+\frac{5}{10}\times\frac{4}{9}=\boxed{\frac{14}{45}}$$

ج) الحدث D هو : VR أو VB أو BV أو BR أو VB أو RB
$$P(D)=\frac{3}{10}\times\frac{2}{9}+\frac{3}{10}\times\frac{5}{9}+\frac{2}{10}\times\frac{3}{9}+\frac{2}{10}\times\frac{5}{9}+\frac{5}{10}\times\frac{3}{9}+\frac{5}{10}\times\frac{2}{9}=\boxed{\frac{31}{45}}$$

طريقة(2) : $D=\overline{A}$ معناه :
$$P(D)=1-P(A)=1-\frac{14}{45}=\boxed{\frac{31}{45}}$$

3) ليكن $P(E)$ هو احتمال الحصول على كرة خضراء في السحب الثاني .

الحدث E هو : VV أو BV أو RV :
$$P(E)=\frac{3}{10}\times\frac{2}{9}+\frac{2}{10}\times\frac{3}{9}+\frac{5}{10}\times\frac{3}{9}=\boxed{\frac{3}{10}}$$

تمرين(7)

يحتوي كيس على 20 قريصات متماثلة و غير متمايزة عند اللمس واحدة حمراء و 2 صفراء و 4 خضراء

يسحب لاعب قريصة واحدة من الكيس :

- إذا كانت حمراء يربح اللاعب $10DA$.
- إذا كانت صفراء يخسر اللاعب $5DA$.
- إذا كانت خضراء يعيد اللاعب سحب قريصة أخرى دون ارجاع الأولى إلى الكيس ، فإذا كانت الثانية حمراء يربح $8DA$ و إلا فإنه يخسر $4DA$.

نهتم بالربح الجبري(ربح أو خسارة) في نهاية اللعبة . لتكن Ω مجموعة الارباح الممكنة .

1) ضع مخططا مناسبا لهذه اللعبة .

2) أحسب احتمال الحادثة G" اللاعب رابح ".

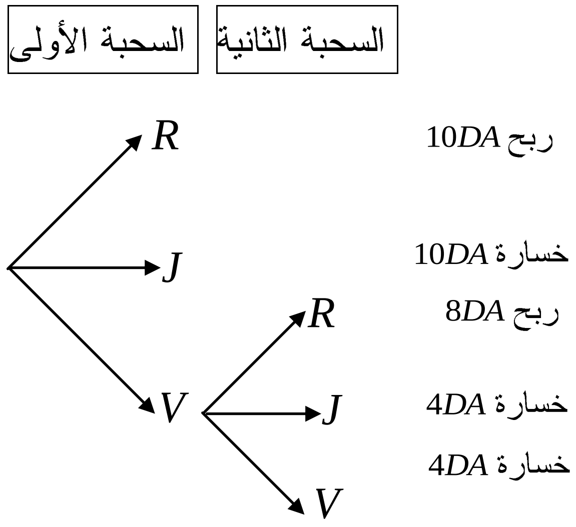
3) عرف قانون احتمال Ω و أحسب الأمل الرياضياتي .

حل التمـــرين(07)

1) عدد الطرق الممكنة لإجراء اللعبة :

(سحب قريصة من اللونين الأحمر و الأصفر) أو (قريصة خضراء أولا و قريصة من 6 قريصات الباقية)

إذن عدد الطرق الممكنة لإجراء اللعبة هو : $3+6\times4=\boxed{27}$



2) حساب احتمال الحادثة G : يربح اللاعب في حالة سحبه قريصة حمراء أو قريصة خضراء متبوعة بــ قريصة حمراء $P(G)=\frac{1\times4+1}{27}=\boxed{\frac{5}{27}}$

2) لدينا المجموعة : $\Omega=\{-4;-5;8;10\}$

x_i	-4	-5	8	10
$P(X=x_i)$	$\frac{20}{27}$	$\frac{2}{27}$	$\frac{4}{27}$	$\frac{1}{27}$

تمرين(8)

تتكون مجموعة أشخاص من ثمانية رجال و أربع نساء من بينهم رجل واحد اسمه إبراهيم و امرأة واحدة اسمها فاطمة ، نريد تكوين لجنة مكونة من ثلاثة أعضاء لهم نفس المهام .

1) أحسب احتمال كل من الأحداث التالية :

A" تكوين لجنة تضم 3 رجال ".

B" تكوين لجنة تضم رجلا و امرأتين ".

C" تكوين لجنة تضم إبراهيم ".

D" تكوين لجنة تضم إما إبراهيم أو فاطمة ".

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل اختيار بعدد الرجال في اللجنة المكونة.

أ) عين القيم الممكنة التي يأخذها المتغير العشوائي X و عرف قانون احتماله .

ب) أحسب الأمل الرياضياتي و الانحراف المعياري للمتغير العشوائي X .

حل التمرين(08)

1) عدد اللجان التي يمكن تشكيلها هو : $C_{12}^3=\boxed{220}$

$$P(B)=\frac{C_8^1\times C_4^2}{220}=\boxed{\frac{12}{55}} \quad , \quad P(A)=\frac{C_8^3}{220}=\boxed{\frac{14}{55}}$$

$$P(D)=\frac{C_1^1\times C_{10}^2+C_1^1\times C_{10}^2}{220}=\boxed{\frac{9}{22}} \quad , \quad P(C)=\frac{C_1^1\times C_{11}^2}{220}=\boxed{\frac{1}{4}}$$

2) أ) القيم التي يأخذها X هي : $3،2،1،0$

قانون احتمال X : لدينا : $P(X=0)=\frac{C_4^3}{220}=\boxed{\frac{1}{55}}$, $P(X=1)=P(B)=\boxed{\frac{12}{55}}$

$P(X=2)=\frac{C_8^2\times C_4^1}{220}=\boxed{\frac{28}{55}}$, $P(X=3)=P(A)=\boxed{\frac{14}{55}}$

نلخص النتائج في الجدول التالي :

x_i	0	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{55}$	$\frac{12}{55}$	$\frac{28}{55}$	$\frac{14}{55}$

ب) الأمل الرياضياتي : $E(X)=0\times\frac{1}{55}+1\times\frac{12}{55}+2\times\frac{28}{55}+3\times\frac{14}{55}=\boxed{2}$

الانحراف المعياري :

$$V(X)=\sum_{i=1}^{4}(x_i-E(X))^2p_i=(0-2)^2\frac{1}{55}+(1-2)^2\frac{12}{55}+(2-2)^2\frac{28}{55}+(3-2)^2\frac{14}{55}=\boxed{\frac{6}{11}}$$

تمرين(09)

صندوق يحتوي على7 كرات بيضاء و 3 كرات سوداء و كل الكرات متماثلة و غير متمايزة عند اللمس .

نسحب عشوائيا كرة واحدة من الصندوق و نسجل لونها ،ثم نعيدها الى الصندوق و نسحب منه كرة أخرى و نسجل لونها و ننهي التجربة .

1) أحسب احتمال كل من الأحداث التالية :

أ) A "الحصول على كرتين بيضاوين ".

ب) B "الحصول على كرتين من نفس اللون ".

2) نعرف لعبة حظ كما يلي : تمنح لكل كرة بيضاء العلامة α $(\alpha\in\mathbb{R})$ و لكل كرة سوداء العلامة $(-\alpha)$

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب لكرتين مجموع النقط المحصل عليها.

أ) عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X و أحسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

ب) عين قيمة العدد الحقيقي حتى تكون اللعبة مربحة .

3) نضيف $(n-3)$ كرة سوداء إلى الصندوق و نعيد عملية السحب المعرفة أعلاه .

ـــ ما هو عدد الكرات السوداء التي تم إضافتها إلى الصندوق علم أن احتمال الحادثة A يساوي $\frac{1}{4}$.

حل التمـــرين(09)

1) بما أن السحب على التوالي ودون إرجاع فإن عدد الطرق الممكنة للسحب هو: $n^p = 10^2 = \boxed{100}$

أ) عدد الطرق للحصول على كرتين بيضاوين هو: $7^2 = \boxed{49}$ ومنه: $P(A) = \boxed{\frac{49}{100}}$

ب) عدد الطرق للحصول على كرتين بيضاوين أو سوداوين هو: $7^2 + 3^2 = \boxed{58}$ ومنه: $P(B) = \boxed{\frac{58}{100}}$

2) أ) قيم X هي: -2α أو 0 أو 2α .

يلخص قانون الاحتمال في الجدول التالي :

x_i	-2α	0	2α
$P(X = x_i)$	$\frac{9}{100}$	$\frac{42}{100}$	$\frac{49}{100}$

الأمل الرياضياتي $E(X)$:

$$E(X) = (-2\alpha)\times\frac{9}{100} + 0\times\frac{9}{100} + 2\alpha\times\frac{49}{100} = \boxed{\frac{4}{5}\alpha}$$

ب) تكون اللعبة مربحة إذا كان $E(X) > 0$: معناه $\alpha > 0$

3) أصبح في الصندوق n كرة سوداء و 7 كرات بيضاء ، إذن : $P(A) = \frac{7^2}{(n+7)^2} = \frac{49}{(n+7)^2}$

بحل المعادلة $\frac{1}{4} = \frac{49}{(n+7)^2}$ نجد : $n = 7$ ، معناه يجب إضافة 4 كرات سوداء للكيس حتى يكون: $P(A) = \frac{1}{4}$

تمـرين(10)

صندوق يحتوي على3 كرات بيضاء و 4 كرات سوداء و كل الكرات متماثلة و غير متمايزة عند اللمس .

نجري سلسلة من السحبات : في كل سحبة نأخذ عشوائيا كرة من الكيس ، إذا كانت سوداء نتوقف عن السحب و إذا كانت بيضاء لا نعيدها إلى الكيس و نسحب كرة أخرى و هكذا .

أخرى و نسجل لونها و ننهي التجربة .

1) أ) أحسب احتمال كل من الأحداث التالية :

A "الكرة المسحوبة في المرة الأولى سوداء ".

B "الكرة المسحوبة في المرة الثانية سوداء ".

ب) استنتج حساب الاحتمال لكي لا نجري السحبة الثالثة .

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد السحبات التي أجريناها.

– أعط قانون الاحتمال المتغير العشوائي X و أحسب أمله الرياضياتي .

حل التمــرين(10) 1) أ) $P(A)=\frac{C_4^1}{C_7^1}=\boxed{\frac{4}{7}}$

لكي يتحقق الحدث يجب :

أن نسحب في المرة الأولى كرة بيضاء و لا تعاد إلى الكيس **و** نسحب في المرة الثانية كرة سوداء

إذن : $P(B)=\frac{C_3^1}{C_7^1}\times\frac{C_4^1}{C_6^1}=\boxed{\frac{2}{7}}$

ب) لكي لا نجري السحبة الثانية يجب أن نتوقف إما عند السحبة الأولى **أو** عند السحبة الثانية

أي : " نسحب كرة سوداء في المرة الأولى **أو** نسحب كرة سوداء في المرة الثانية ".

إذن الاحتمال لكي لا نجري السحبة الثالثة هو : $P(A)+P(B)=\frac{4}{7}+\frac{2}{7}=\boxed{\frac{6}{7}}$

2) القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X هي : 1 و 2 و 3 و 4 .

- يتحقق الحدث $(X=1)$ إذا سحبنا في المرة الأولى كرة سوداء : $P(X=1)=P(A)=\boxed{\frac{4}{7}}$
- يتحقق الحدث $(X=2)$ إذا سحبنا في المرة الأولى كرة بيضاء و لم نعدها إلى الكيس

ثم سحبنا كرة سوداء ، إذن : $P(X=2)=P(B)=\boxed{\frac{2}{7}}$

- يتحقق الحدث $(X=3)$ إذا سحبنا في المرة الأولى كرة بيضاء و لم نعدها إلى الكيس ثم سحبنا في المرة الثانية كرة بيضاء و لم نعدها إلى الكيس ثم سحبنا في المرة الثالثة كرة سوداء.

إذن : $P(X=3)=\frac{C_3^1}{C_7^1}\times\frac{C_2^1}{C_6^1}\times\frac{C_4^1}{C_5^1}=\boxed{\frac{4}{35}}$

- يتحقق الحدث $(X=4)$ إذا سحبنا في المرة الأولى كرة بيضاء و لم نعدها إلى الكيس ثم سحبنا في المرة الثانية كرة بيضاء و لم نعدها إلى الكيس ثم سحبنا في المرة الثالثة كرة بيضاء و لم نعدها إلى الكيس ثم سحبنا في المرة الرابعة كرة سوداء

إذن : $P(X=4)=\frac{C_3^1}{C_7^1}\times\frac{C_2^1}{C_6^1}\times\frac{C_1^1}{C_5^1}\times\frac{C_4^1}{C_4^1}=\boxed{\frac{1}{35}}$

- نلخص النتائج في الجدول التالي :

x_i	1	2	3	4
$P(X=x_i)$	$\frac{4}{7}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{4}{35}$	$\frac{1}{35}$

- الأمل الرياضياتي : $E(X)=1\times\frac{4}{7}+2\times\frac{4}{7}+3\times\frac{4}{35}+4\times\frac{1}{35}=\boxed{\frac{76}{35}}$

تمـرين(11)

- لدينا نردين D_1 و D_2 بحيث :

- وجوه النرد D_1 متساوية الاحتمال ، أربعة منها تحمل الرقم1 و اثنتان يحملان الرقم 2 .
- وجوه النرد D_2 مرقم من 1 إلى 6 و احتمال ظهور الوجه الذي يحمل الرقم k هو $\frac{k}{21}$.

1) إذا رمينا النرد D_1 مرة واحدة فما هو احتمال ظهور الرقم 2 .

2) إذا رمينا النردين معا فما هو احتمال ظهور الرقم 1 :

أ) مرة واحدة بالضبط .

ب) مرتين .

3) نرمي النردين معا وليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل رمي عدد المرات التي يظهر فيها الرقم2 .

- عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X و أحسب أمله الرياضياتي.

حل التمــرين(11)

1) لدينا وجهان يحملان الرقم2 من بين 6 أوجه إذن احتمال ظهور الرقم 2 إذا رمينا النرد D_1 مرة واحدة هو $\boxed{\frac{1}{3}}=\frac{2}{6}$.

2) احتمال ظهور الرقم1 فيD_1 هو $\boxed{\frac{2}{3}}=\frac{4}{6}$، واحتمال ظهور الرقم1 (في D_2 هو $\boxed{\frac{1}{21}}$، (من أجلk=1)

أ) للحصول على الرقم 1مرة واحدة بالضبط عند رميD_1و D_2 ، يجب أن يظهر:

(الرقم1 فيD_1 و رقم غير1 في D_2) أو (رقم يختلف عن1 فيD_1 و الرقم 1 في D_2)

و بالتالي احتمال هذه الحادثة هو: $\frac{4}{6}\times\left(1-\frac{1}{21}\right)+\frac{1}{21}\times\frac{1}{3}=\frac{41}{63}$

ب) للحصول على الرقم 1 مرتين عند رميD_1و D_2 ، يجب أن يظهر:

(الرقم1 فيD_1 و رقم غير1 في D_2) ، إذن : احتمال هذه الحادثة هو: $\frac{2}{3}\times\frac{1}{21}=\frac{2}{63}$

3) قانون الاحتمال :

لدينا القيم التي يأخذها X هي : 0 و 1 و2

- يتحقق الحدث$(X=0)$ إذا لم يظهر الرقم2 في أي من النردين: $P(X=0)=\frac{2}{3}\times\left(1-\frac{2}{21}\right)=\boxed{\frac{38}{63}}$

– يتحقق الحدث $(X=1)$ إذا ظهر الرقم2 مرة واحدة فقط :

$$P(X=1)=\frac{1}{3}\times\left(1-\frac{2}{21}\right)+\frac{2}{3}\times\frac{2}{21}=\boxed{\frac{23}{63}}$$

– يتحقق الحدث $(X=2)$ إذا ظهر الرقم2 في النردين معا : $P(X=2)=\frac{1}{3}\times\frac{2}{21}=\boxed{\frac{2}{63}}$

الأمل الرياضياتي $E(X)$: $E(X)=0\times\frac{38}{63}+1\times\frac{23}{63}+2\times\frac{2}{63}=\boxed{\frac{3}{7}}$

تمرين(12)

يحتوي صندوق على 3 قطع نقدية موزعة كما يلي :

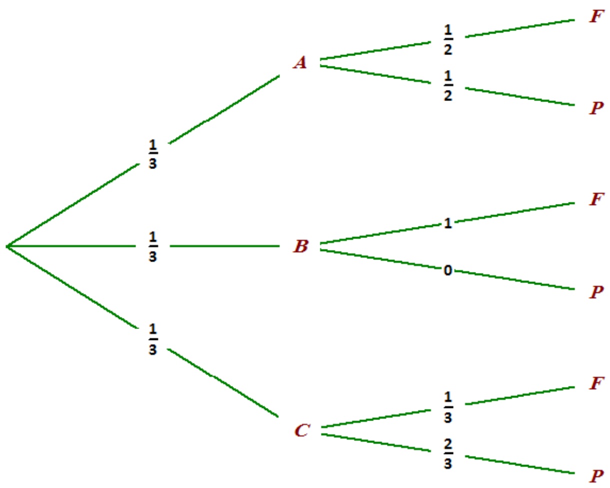
القطعة الأولى تحمل وجه و ظهر متساويي الاحتمال و القطعة الثانية تحمل وجهين أما القطعة الثالثة تحمل وجه و ظهر حيث احتمال ظهور وجه يساوي $\frac{1}{3}$

نسحب بطريقة عشوائية قطعة واحدة من الصندوق ثم نرميها مرة واحدة في الهواء و نسجل النتيجة الظاهرة على الوجه العلوي .

1) شكل شجرة الاحتمالات التي تنمذج هذه التجربة .

2) أحسب احتمال الحصول على وجه .

حل التمـــرين(12)



1) نرمز بـــ A للقطعة الأولى و بـــ B للقطعة الثانية و بـــ C للقطعة الثالثة.

نرمز بـــ P لوجه القطعة و F لظهرها .

احتمال احتمال الحصول على وجه هو $P(F)$ ، حيث:

$$P(F)=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\times1+\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\boxed{\frac{11}{18}}$$

تمرين(13)

A ، B و C ثلاث صناديق تحتوي على كرات موزعة كما يلي :

الصندوق A يحوي 5 كرات بيضاء و كرة سوداء.

الصندوق B يحوي 3 كرات بيضاء و2 كرات سوداء.

الصندوق C يحوي كرة بيضاء و4 كرات سوداء.