

$a(x)^n \neq (ax)^n$	$a(x)^n = (\sqrt[n]{ax})^n$
$(x^3)^2 \neq (x)^9$	$(x^3)^2 = (x)^6$
$\frac{a+c}{c} \neq a$	$\frac{a+c}{c} = \frac{a}{c} + 1$
$\frac{a}{1+\frac{b}{c}} \neq \frac{a}{1} * \frac{c}{b}$	$\frac{a}{1+\frac{b}{c}} = \frac{a}{\frac{c+b}{c}} = \frac{ac}{c+b}$
$\frac{a}{b+c} \neq \frac{a}{b} + \frac{a}{c}$	لا يمكن توزيع المقام على البسط

المتطابقات التربيعية

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

مثال: أوجد منشور كلاً مما يلي:

$$1) (x+2)^2 = x^2 + 2(2)x + (2)^2 = x^2 + 4x + 4$$

$$2) (3x-2)^2 = (3x)^2 - 2(3x)2 + (2)^2 = 9x^2 - 12x + 4$$

$$3) \left(5x - \frac{1}{3}\right)^2 = (5x)^2 - 2(5x)\left(\frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 25x^2 - \frac{10}{3}x + \frac{1}{9}$$

$$4) (2x - \sqrt{3})(2x + \sqrt{3}) = 4x^2 - 3$$

$$5) (-3-x)^2 = (-3)^2 - 2(-3)(x) + (-x)^2 = x^2 + 6x + 9$$

أخطاء يجب تجنبها:

الخطأ	التصويب
$(a+b)^2 \neq a^2 + b^2$	$= a^2 + 2ab + b^2$
$(\sqrt{x} + y)^2 \neq x + y$	$= x + 2y\sqrt{x} + y^2$

$$(-x-y)^2 \neq -x^2 - 2xy - y^2$$

$$(-x-y)^2 = (-1)^2(x+y)^2 = (x+y)^2$$

لا تستسلم ..
فرحة النجاح تستحق

العمليات على الإشارات

$$(+) + (+) = + \quad , \quad (-) + (-) = (-)$$

$$(+) + (-) = (-) + (+) = \text{إشارة الأكبر}$$

$$(+) * (+) = (+) \quad , \quad \frac{(+)}{(+)} = (+)$$

$$(-) * (-) = (+) \quad , \quad \frac{(-)}{(-)} = (+)$$

$$(-) * (+) = (-) \quad , \quad \frac{(-)}{(+)} = \frac{(+)}{(-)} = (-)$$

مثال: احسب الناتج لكل مما يلي:

$$1) -3 + 2 = -1 \quad ((\text{إشارة الأكبر ثم طرح}))$$

$$2) \frac{-6}{9} = -\frac{2}{3} \quad 3) \frac{-5}{4} * \frac{8}{-20} = +\frac{1}{2}$$

بعض الأساسيات والبيدهيات

$a * \left(\frac{x}{y}\right) = \frac{ax}{y}$	$\frac{a}{b} * \frac{c}{d} = \frac{a * c}{b * d}$
$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$	$\frac{\left(\frac{a}{b}\right)}{\left(\frac{c}{d}\right)} = \frac{a}{b} * \frac{d}{c} = \frac{a * d}{b * c}$
$x^n * y^n = (xy)^n$	$\frac{x^n}{y^n} = \left(\frac{x}{y}\right)^n$
$x^n * x^m = (x)^{n+m}$	$\frac{x^n}{x^m} = (x)^{n-m}$
$\sqrt[n]{x^n} = (x)^{\frac{n}{m}}$	$(x^n)^m = (x)^{nm}$
$x^n = \frac{1}{(x)^{-n}}$	$\frac{1}{a^n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$
$\sqrt{xy} = \sqrt{x}\sqrt{y}$	$\sqrt{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}$

أخطاء وحوادث

الخطأ	التصويب
$a * \left(\frac{x}{y}\right) \neq \frac{ax}{ay}$	$a * \left(\frac{x}{y}\right) = \frac{ax}{y}$
$\frac{\left(\frac{a}{b}\right)}{\left(\frac{b}{c}\right)} \neq \frac{a}{c}$	$\frac{\left(\frac{a}{b}\right)}{\left(\frac{c}{d}\right)} = \frac{a}{b} * \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$

المتطابقات التكعيبيّة:

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$$

$$(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$$

معادلة درجة أولى: $ax + b = 0$

$$\text{الحل: } ax = -b \rightarrow x = \frac{-b}{a}$$

مثال: أوجد حلّ كلّ من المعادلات:

$$1) 2x + 4 = 0 \rightarrow x = \frac{-4}{2} = -2$$

$$2) 3 - 2x = 0 \rightarrow x = \frac{-3}{-2} = \frac{3}{2}$$

$$3) 5x + 1 = -9 \rightarrow 5x = -10$$

$$\rightarrow x = \frac{-10}{5} = -2$$

$$4) \frac{1}{3}x + 2 = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{3}x = \frac{1}{2} - 2 = -\frac{3}{2}$$

$$\rightarrow x = \frac{\left(\frac{-3}{2}\right)}{\left(\frac{1}{3}\right)} = \left(\frac{-3}{2}\right)\left(\frac{3}{1}\right) = -\frac{9}{2}$$

$$5) \frac{7}{2}x - \frac{5}{3} = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{7}{2}x = \frac{1}{2} + \frac{5}{3} = \frac{13}{6}$$

$$x = \frac{\left(\frac{13}{6}\right)}{\left(\frac{7}{2}\right)} = \left(\frac{13}{6}\right)\left(\frac{2}{7}\right) = \frac{13}{21}$$

مراجعة من الدرجة الأولى: $ax + b \geq 0$

$$ax \geq -b \quad \text{طريقة أولى:}$$

$$\begin{cases} a > 0: & x \geq \frac{-b}{a} \rightarrow x \in [a, +\infty[\\ a < 0: & x \leq \frac{-b}{a} \rightarrow x \in]-\infty, a] \end{cases}$$

طريقة ثانية: ندرس إشارة المقدار $ax + b$

x	$-\infty$	$\frac{-b}{a}$	$+\infty$
$ax + b$		0	

ثمّ نختار المجال المقبول حسب إشارة التراجيح

مثال: أوجد حلول المتراجحات:

$$1) 2x + 1 \geq 0 \rightarrow 2x \geq -1 \rightarrow x \geq -\frac{1}{2}$$

$$\rightarrow x \in \left[-\frac{1}{2}, +\infty\right[$$

$$2) 2 - 3x \geq 0 \rightarrow -3x \geq -2$$

$$\xrightarrow{a < 0} x \leq \frac{2}{3} \rightarrow x \in \left]-\infty, \frac{2}{3}\right]$$

$$3) \frac{1}{2}x - 4 < 0 \rightarrow \frac{1}{2}x < 4$$

$$\rightarrow x < \frac{4}{\left(\frac{1}{2}\right)} = 8 \rightarrow x \in \left]-\infty, 8\right[$$

$$4) 3 - 5x < -2 \rightarrow 5 - 5x < 0$$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$5 - 5x$	++++	0	-----

$$\rightarrow x \in]1, +\infty[$$

معادلة درجة ثانية: $ax^2 + bx + c = 0$

باستخدام المميز: $\Delta = b^2 - 4ac$ ونميّز ثلاث حالات:

1) $\Delta < 0$ وعندها المعادلة مستحيلة الحل

2) $\Delta = 0$ وعندها للمعادلة جذر مضاعف

$$x = \frac{-b}{2a}$$

3) $\Delta > 0$ وعندها للمعادلة جذران مختلفان

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \quad . \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

أمثلة: أوجد حلول كلّ من المعادلات:

$$1) 2x^2 - 3x - 2 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4(2)(-2)$$

$$\Delta = 9 + 16 = 25 > 0$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-3) - \sqrt{25}}{2(2)} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-3) + \sqrt{25}}{2(2)} = \frac{+8}{4} = 2$$

$$2) 3x^2 - 7x + 2 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-7)^2 - 4(3)(+2)$$

$$\Delta = 49 - 24 = 25 > 0$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-7) - \sqrt{25}}{2(3)} = \frac{+2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-7) + \sqrt{25}}{2(3)} = \frac{+12}{6} = 2$$

باستخدام الإتمام لمربع كامل:

أعلم أنّ الأغلبية لا يستخدمون هذه الطريقة في إيجاد الحلول لوجود طرق أكثر بساطة، لكننا بحاجة لها في كتابة الصيغة القانونية لكثير حدود من الدرجة الثانية.

مثال: اكتب بالصيغة القانونية كل من كثيرات الحدود:

1) $x^2 + 4x + 3$

$$x^2 + 4x + \left(\frac{4}{2}\right)^2 - \left(\frac{4}{2}\right)^2 + 3$$

$$= (x^2 + 4x + 4) - 4 + 3$$

$$= (x + 2)^2 - 1$$

2) $2x^2 - 12x + 5 = 2(x^2 - 6x) + 5$

$$= 2\left(x^2 - 6x + \left(\frac{6}{2}\right)^2 - \left(\frac{6}{2}\right)^2\right) + 5$$

$$= 2(x^2 - 6x + 9) - 2(9) + 5$$

$$= 2(x - 3)^2 - 13$$

3) $3x^2 + 4x + 7 = 3\left(x^2 + \frac{4}{3}x\right) + 7$

$$3\left(x^2 + \frac{4}{3}x + \left(\frac{4}{6}\right)^2 - \left(\frac{4}{6}\right)^2\right) + 7$$

$$= 3\left(x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{4}{9}\right) - \frac{4}{9} + 7$$

$$= 3\left(x + \frac{2}{3}\right)^2 - \frac{59}{9}$$

دراسة إشارة العبارة: $ax^2 + bx + c$

في حال: $\Delta < 0$

x	$-\infty$	$+\infty$
$ax^2 + bx + c$	من إشارة a	

في حال: $\Delta = 0$

x	$-\infty$	$\frac{-b}{2a}$	$+\infty$
$ax^2 + bx + c$	من إشارة a	0	من إشارة a

3) $-6x^2 + 7x - 1 = 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (+7)^2 - 4(-6)(-1)$$

$$\Delta = 49 - 24 = 25 > 0$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(+7) - \sqrt{25}}{2(-6)} = \frac{-12}{-12} = 1$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(+7) + \sqrt{25}}{2(-6)} = \frac{-2}{-12} = \frac{1}{6}$$

باستخدام التحليل المباشر: حيث: $a = +1$

$$x^2 + bx + c = (x + \alpha)(x + \beta)$$

وذلك حيث: $\alpha + \beta = b$ و $\alpha * \beta = c$

تنبيه: بالنسبة لإشارة α تستطيع أن تأخذها دائما من إشارة b

أما إشارة β فهي إشارة الجداء bc

مثال: أوجد حلول كلاً من المعادلات:

1) $x^2 + x - 6 = 0$

$$(x + 3)(x - 2) = 0 \quad \begin{cases} x = -3 \\ x = 2 \end{cases}$$

2) $x^2 - 2x - 3 = 0$

$$(x - 3)(x + 1) = 0 \quad \begin{cases} x = 3 \\ x = -1 \end{cases}$$

3) $x^2 + x - 2 = 0$

$$(x + 2)(x - 1) = 0 \quad \begin{cases} x = -2 \\ x = 1 \end{cases}$$

4) $x^2 - 3x + 2 = 0$

$$(x - 2)(x - 1) = 0 \quad \begin{cases} x = 2 \\ x = 1 \end{cases}$$

باستخدام المتطابقات التربيعية: حيث $c = \frac{b^2}{4a}$

$$ax^2 + bx + c = (\sqrt{a}x + \sqrt{c})^2 \quad \text{إشارة } b$$

مثال: أوجد حلول كلاً من المعادلات:

1) $x^2 - 6x + 9 = 0 \quad \frac{b^2}{4a} = \frac{6^2}{4(1)} = 9$

$$(x - 3)^2 = 0 \rightarrow x = 3$$

2) $9x^2 + 12x + 4 = 0 \quad \frac{b^2}{4a} = \frac{12^2}{4(9)} = 4$

$$(3x + 2)^2 = 0 \rightarrow x = -\frac{2}{3}$$

3) $\frac{b^2}{4a} = \frac{8^2}{4(4)} = 4 \quad 44x^2 - 8x + 4 = 0$

$$(2x - 2)^2 = 0 \rightarrow x = 1$$

الرياضيات غذاء العقل..
غذِّ عقلك بما سيعينك للوصول على هدفك..

$$\sqrt{x^2} = |x| \quad \text{لا تنس:}$$

بالتالي الحل للمعادلة هو الحل ل:

$$(x - s)(ax^2 + \beta x + \gamma) = 0$$

ملاحظة: - إن كان $a + b + c + d = 0$

فإن أحد الحلول هو $x = 1$ ثم نقسم على $(x - 1)$

- وإن كان $a + c = b + d$

فإن أحد الحلول هو $x = -1$ فنقسم على $(x + 1)$

مثال: في كل الحالات أثبت أن $P(s) = 0$

ثم أوجد باقي حلول المعادلة $P(x) = 0$

$$1) P(x) = x^3 - 7x + 6 ; s = 1$$

$$p(1) = 1 - 7 + 6 = 0$$

إذا نقسم على $(x - 1)$ فيكون الناتج:

$$(x^2 + x - 6)$$

$$x^3 - 7x + 6 = 0 \begin{cases} x - 1 = 0 \text{ إما} \\ x^2 + x - 6 = 0 \text{ أو} \end{cases}$$

$$2) P(x) = 2x^3 - x^2 - 12x - 9 ; s = -1$$

$$p(-1) = -2 - 1 + 12 - 9 = 0$$

نقسم على $(x + 1)$ فيكون ناتج القسمة:

$$(2x^2 - 3x - 9)$$

$$2x^3 - x^2 - 12x - 9 = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} x + 1 = 0 \text{ إما} \\ 2x^2 - 3x - 9 = 0 \text{ أو} \end{cases}$$

$$3) P(x) = x^3 - 4x^2 - 2x + 15 ; s = 3$$

$$p(3) = 27 - 36 - 6 + 15 = 0$$

نقسم على $(x - 3)$ فيكون ناتج القسمة:

$$(x^2 - x - 5)$$

$$x^3 - 4x^2 - 2x + 15 = 0$$

$$\begin{cases} x - 3 = 0 \text{ إما} \\ x^2 - x - 5 = 0 \end{cases}$$

$$4) P(x) = 2x^3 - 2x^2 + 6x - 20 ; s = 2$$

$$p(2) = 16 - 8 + 12 - 20 = 0$$

نقسم على $(x - 2)$ فيكون ناتج القسمة:

$$(2x^2 + 2x + 10)$$

$$2x^3 - 2x^2 + 6x - 20 = 0 \begin{cases} x - 2 = 0 \text{ إما} \\ 2x^2 + 2x + 10 = 0 \end{cases}$$

في حال: $\Delta < 0$

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$
$ax^2 + bx + c$	من إشارة a 0 تخالف a 0 من إشارة a			

مثال: أوجد حلول المتراجحات:

((بعد أن ننظم جدولاً بالإشارة نختار المجالات الموافقة لإشارة التراجع))

$$1) x^2 - 3x + 2 \geq 0$$

سأترك لك إيجاد حلول المعادلة: $x^2 - 3x + 2 = 0$

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
$x^2 - 3x + 2$	+	+	0	-

$$\rightarrow x \in]-\infty; 1] \cup [2; +\infty[$$

$$2) -x^2 + 3x + 10 > 0$$

سأترك لك إيجاد حلول المعادلة: $-x^2 + 3x + 10 = 0$

x	$-\infty$	-5	2	$+\infty$
$-x^2 + 3x + 10$	-	-	0	+

$$\rightarrow x \in]-5; 2[$$

$$3) 5x^2 - 4x + 1 > 0$$

أثبت أن المعادلة مستحيلة: $5x^2 - 4x + 1 = 0$

x	$-\infty$	$+\infty$
$5x^2 - 4x + 1$	+	+

$$\rightarrow x \in]-\infty; +\infty[$$

$$4) -2x^2 + 4x - 2 < 0$$

أثبت أن للمعادلة حل وحيد: $-2x^2 + 4x - 2 = 0$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$-2x^2 + 4x - 2$	-	0	-

$$\rightarrow x \in]-\infty; +\infty[\setminus \{1\} =]-\infty; 1] \cup [1; +\infty[$$

معادلة درجة 3: $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$

أولاً علينا أن نعلم أنه لا وجود لمعادلة من الدرجة الثالثة مستحيلة الحل فهي على الأقل تملك جذراً وحيداً .

طريقة الحل تكمن في تحويل العبارة من الدرجة الثالثة إلى جداء عبارتين أحدهما من الدرجة الأولى والأخرى من الدرجة الثانية . وذلك من خلال:

(1) نبحث عن أحد الحلول وليكن $x = s$

(2) نقسم على $(x - s)$

فيكون الناتج $(ax^2 + \beta x + \gamma)$

مثال: أوجد الحل المشترك لكلّ من الجمل:

$$1) \begin{cases} 2x - 5y = 1 \dots \dots (1) \\ 3x + 2y = 2 \dots \dots (2) \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x + 3y = 3 \dots \dots (1) \\ y - 2x = 2 \dots \dots (2) \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 2x - 5y = 1 \dots \dots (1) \\ 2x - 3y = 3 \dots \dots (2) \end{cases}$$

+ معادلة مستقيم في المستوي مار من نقطتين:

ليكن d مستقيم مار من نقطتين $A(x_1, y_1) B(x_2, y_2)$

$$m_d = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

وبالتالي فمعادلة المستقيم d من الشكل:

$$d \dots \dots (y - y_0) = m_d(x - x_0)$$

حيث (x_0, y_0) إحداثيات نقطة تنتمي للمستقيم.

مثال: اكتب معادلة المستقيم d المار ب:

$$1) A(2, -1) . B(3, 2) \quad 2) D(-2, 0) C(0, 1)$$

$$3) A(3, -2) . B(-2, 0) \quad 4) D(4, 5) C(3, 1)$$

$$\text{تذكّر: } m_\Delta = m_d \Leftrightarrow \Delta \parallel d$$

$$m_\Delta m_d = -1 \Leftrightarrow \Delta \perp d$$

+ مجموعة تعريف لبعض التوابع المألوفة:

التابع الصحيح (كثير الحدود): معرّف على \mathbb{R}

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$$

حيث: n عدد طبيعي.

$$\text{مثال: } f(x) = -2x^4 + x^2 + 5x - 7$$

التابع كثير حدود معرّف على \mathbb{R}

$$\text{التابع الجذري: } f(x) = \sqrt{u(x)}$$

معرّف عندما يكون ما تحت الجذر موجب أي $u(x) \geq 0$

$$\text{مثال 1: } f(x) = \sqrt{6x^2 - x - 1}$$

التابع جذري معرّف عندما: $6x^2 - x - 1 \geq 0$

سأترك لك إيجاد حلول المعادلة: $6x^2 - x - 1 = 0$

x	$-\infty$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$6x^2 - x - 1$	++++	0	----	0

$$\Rightarrow D_f = \left] -\infty, -\frac{1}{3} \right] \cup \left[\frac{1}{2}, +\infty \right[\text{ وبالتالي}$$

+ بالنسبة لدراسة إشارة عبارة من الدرجة الثالثة:

نحلّ العبارة إلى جداء درجة أولى ضرب درجة ثانية كما في السابق، ثمّ ندس إشارة كلّ منهما في سطر والإشارة المطلوبة هي عبارة عن جداء الإشارات في السطرين السابقين.

+ حل جملة معادلتين بمجهولين:

$$\begin{cases} ax + by = c \dots \dots (1) \\ ax + \beta y = \gamma \dots \dots (2) \end{cases}$$

طريقة أولى الحذف بالتعويض:

$$\begin{cases} 2x - y = 3 \dots \dots (1) \\ 3x + 2y = 8 \dots \dots (2) \end{cases} \text{ مثال توضيحي:}$$

من (1) نجد أنّ $y = 2x - 3$ نعوض في (2)

$$3x + 2(2x - 3) = 8 \rightarrow 3x + 4x - 6 = 8$$

$$\rightarrow 7x = 14 \rightarrow x = 2 \rightarrow y = 1$$

الخلاصة: نكتب أحد المجاهيل (وقد أخذنا في المثال y) بدلالة الآخر من معادلة من المعادلتين ثمّ نعوض في الثانية.

طريقة ثانية الحذف بالجمع:

$$\begin{cases} 2x + y = 3 \dots \dots (1) \\ 3x - y = 1 \dots \dots (2) \end{cases} \text{ مثال توضيحي:}$$

بجمع المعادلتين (1) و (2) نجد:

$$5x = 4 \rightarrow x = \frac{4}{5} \rightarrow y = \frac{7}{5}$$

الخلاصة: نجمع أو نطرح المعادلتين بهدف حذف أحد المجاهيل، وبالتالي الحصول على قيمة الآخر ثمّ التعويض للحصول على قيمة الأول.

طريقة ثالثة إجراء عمليات بسيطة:

$$\begin{cases} x - 5y = 3 \dots \dots (1) \\ 2x - 6y = 2 \dots \dots (2) \end{cases} \text{ مثال توضيحي:}$$

نضرب المعادلة (1) ب (-2)

$$\begin{cases} -2x + 10y = -6 \dots \dots (1) \\ 2x - 6y = 2 \dots \dots (2) \end{cases}$$

ثمّ نجمع المعادلتين فنجد: $4y = -4$

$$y = -1 \rightarrow x = -2$$

الخلاصة: نضرب أحد المعادلات بعدد بحيث إذا جمعنا مع المعادلة الثانية نحذف أحد المتغيّرات.

مثال ٣:

$$f(x) = \frac{\sqrt{2x-3}}{x-3}$$

التابع كسري بسطه تابع جذري معرّف عند: $2x-3 \geq 0$

$$D_1 = \left[\frac{3}{2}, +\infty \right[$$

والمقام صحيح معرّف على \mathbb{R}

القيمة التي تعدم المقام هي $x=3$ فمجموعة تعريف f

$$D_f = D_1 \cap \mathbb{R} \setminus \{3\} = \left[\frac{3}{2}, +\infty \right[\setminus \{3\}$$

بديهيات في النهايات:

$+\infty + \infty \rightarrow +\infty$	$-\infty - \infty \rightarrow -\infty$
$a(\pm\infty) \rightarrow \pm\infty$; $a > 0$	$a(\pm\infty) \rightarrow \mp\infty$; $a < 0$
$\frac{a}{\mp\infty} \rightarrow 0 \quad \forall a \in \mathbb{R}$	$\mp\infty + a \rightarrow \mp\infty$ $\forall a \in \mathbb{R}$
$\frac{\mp\infty}{a} \rightarrow \mp\infty$; $a > 0$	$\frac{\mp\infty}{a} \rightarrow \pm\infty$; $a < 0$
$\frac{0}{a} = 0$; $\forall a \in \mathbb{R}^*$	$\frac{a}{\mp\infty} \rightarrow 0$; $\forall a \in \mathbb{R}$
$\frac{\mp\infty}{0^+} \rightarrow \mp\infty$	$\frac{\mp\infty}{0^-} \rightarrow \pm\infty$
$(-\infty)^n \rightarrow \begin{cases} +\infty; n \text{ زوجي} \\ -\infty; n \text{ فردي} \end{cases}$	$(+\infty)^n \rightarrow +\infty$

لا تستهين بأهمية هذه الفقرات..
عاود دراستها أكثر من مرة بتركيز..
أتمنى لكم التوفيق..

Was-math

$$f(x) = \sqrt{(x-3)^2} \quad \text{مثال ٢:}$$

التابع جذري فهو معرّف عندما: $(x-3)^2 \geq 0$

وهذه المترابحة محققة مهما تكن $x \in \mathbb{R}$

$$f(x) = \sqrt{\frac{x+3}{2-x}} \quad \text{مثال ٣:}$$

التابع جذري معرّف عندما: $\frac{x+3}{2-x} \geq 0$

هنا ندرس إشارة البسط وإشارة المقام لمعرفة إشارة الكسر.

x	$-\infty$	-3	2	$+\infty$
$x+3$	---	0	+++	+++
$2-x$	+++	+++	0	---
$\frac{x+3}{2-x}$	---	0	+++	---

عدم تعريف لأنها قيمة تعدم المقام

$$\Rightarrow D_f =]-3; 2[$$

$$f(x) = \frac{h(x)}{g(x)} \quad \text{التابع الكسري:}$$

معرّف على تقاطع مجموعتي تعريف التابعين:
 $g(x) \neq 0$ ما عدا القيم التي تعدم المقام $h(x)$.

$$f(x) = \frac{x^2-3x+1}{2-x} \quad \text{مثال ١:}$$

التابع كسري بسطه ومقامه صحيحان فهو معرّف
عندما: $2-x \neq 0$ أي أنّ $x \neq 2$

$$D_f =]-\infty; 2[\cup]2; +\infty[= \mathbb{R} \setminus \{2\}$$

مثال ٢:

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2+x}}{x+2}$$

التابع كسري بسطه تابع جذري معرّف عند: $x^2+x \geq 0$

$$D_1 =]-\infty; -1] \cup]0; +\infty[$$

والمقام صحيح معرّف على \mathbb{R}

القيمة التي تعدم المقام هي $x=-2$ فمجموعة تعريف f

$$D_f = D_1 \cap \mathbb{R} \setminus \{-2\}$$

$$=]-\infty; -1] \cup]0; +\infty[\setminus \{-2\}$$