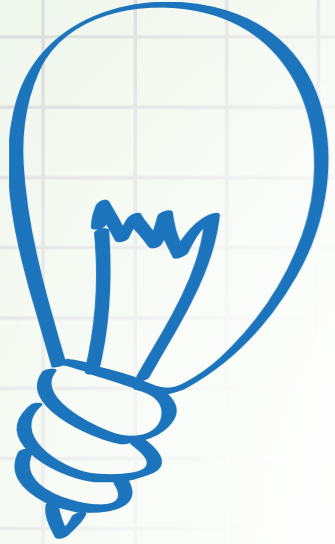


متوازي الأضلاع





التعب يزول والإنجاز يبقى، جميل أن
نتحدى الوقت ونعلم يقينا أن كل
دقيقة تسجل لنا إنجازا عظيماً.

درسنا فيما سبق
درستُ تصنيف المضلعات
الرباعية

سنتعلم اليوم

أُعرف خصائص أضلاع و
زوايا متوازي الأضلاع
وأطبقها.
أُعرف خصائص أقطار
متوازي الأضلاع وأطبقها

المفردات

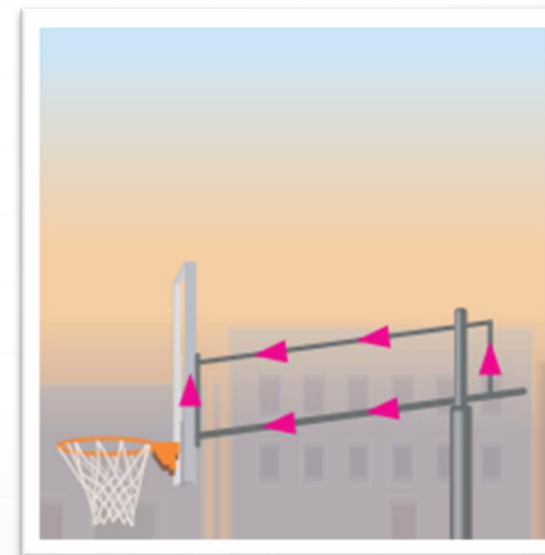
متوازي الأضلاع ✓

متوازي الأضلاع



يمكن التحكم في ارتفاع مرمى كرة السلة من خلال أذرع خلفية كما في الشكل أدناه ، لاحظ أنه كلما تم تعديل الارتفاع ، يبقى كل ضلعين متقابلين في الشكل الرباعي الذي تشكله الأذرع متوازيين.

لماذا؟



متوازي الأضلاع



عرض بصري

انقر هنا لفتح
الفيديو



1

متوازي الأضلاع

5

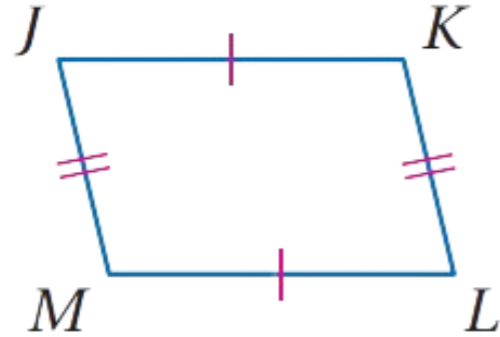
الأشكال الرباعية

@math_ghadah

متوازي الأضلاع

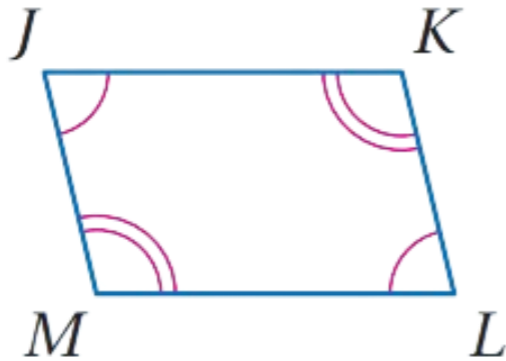


خصائص متوازي الأضلاع:



5.3 كل ضلعين متقابلين في متوازي الأضلاع متطابقان.

مثال: $\overline{JK} \cong \overline{ML}$, $\overline{JM} \cong \overline{KL}$



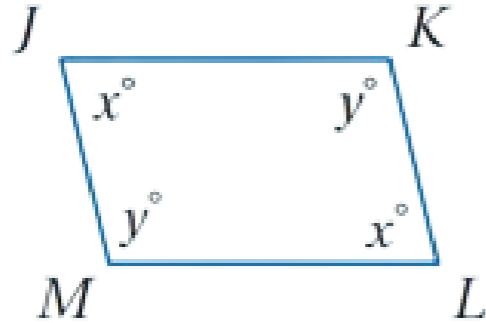
5.4 كل زاويتين متقابلتين في متوازي الأضلاع متطابقتان.

مثال: $\angle J \cong \angle L$, $\angle K \cong \angle M$

متوازي الأضلاع

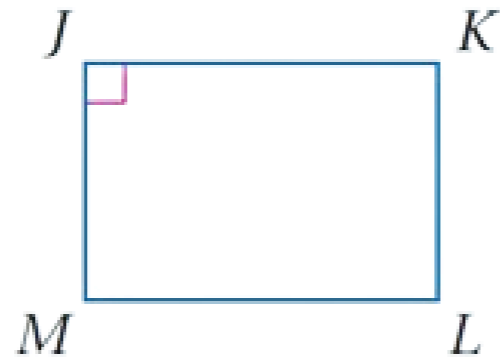


خصائص متوازي الأضلاع:



5.5 كل زاويتين متحالفتين في متوازي الأضلاع متكاملتان.

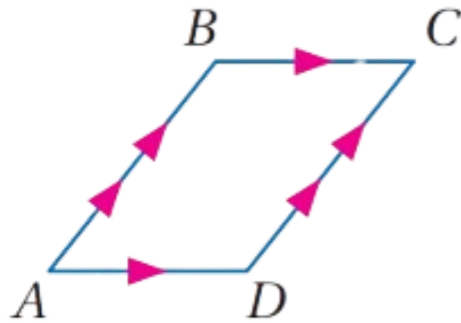
مثال: $x^\circ + y^\circ = 180^\circ$



5.6 إذا كانت إحدى زوايا متوازي الأضلاع قائمة، فإن زواياه الأربعة قوائم.

مثال: في $\square JKLM$ ، إذا كانت $\angle J$ قائمة، فإن $\angle K, \angle L, \angle M$ قوائم أيضًا.

أضلاع متوازي الأضلاع و زواياه :



$\square ABCD$

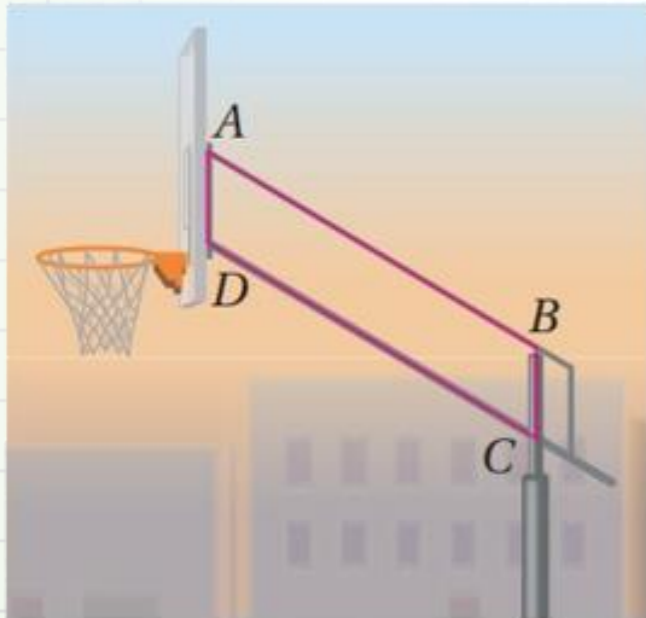
أضلاع متوازي الأضلاع وزواياه: متوازي الأضلاع هو شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متوازيان. ويُرمز لمتوازي الأضلاع بالرمز \square . ففي $\square ABCD$ المبين جانباً $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$, $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$ بحسب التعريف.

تقدم النظريات الآتية خصائص أخرى لمتوازي الأضلاع.

متوازي الأضلاع

مثال ١

كرة سلة: في $\square ABCD$ ، إذا كان $AB = 2.5 \text{ ft}$ ، $m\angle A = 55^\circ$ ، $BC = 1 \text{ ft}$ ، فأوجد كلاً مما يأتي، وبرر إجابتك.



كل ضلعين متقابلين في
متوازي الأضلاع متطابقان
تعريف تطابق القطع المستقيمة
بالتعويض

$$\overline{DC} \cong \overline{AB}$$

DC (a)

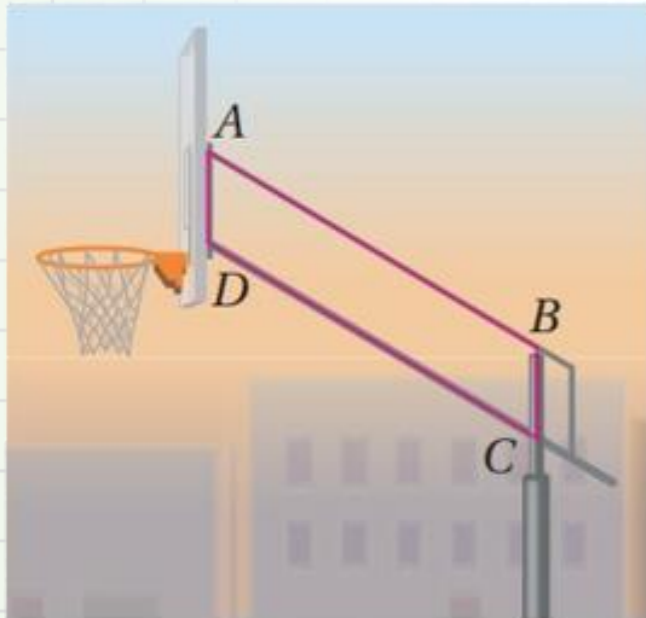
$$DC = AB$$

$$= 2.5 \text{ ft}$$

متوازي الأضلاع

مثال ١

كرة سلة: في $\square ABCD$ ، إذا كان $AB = 2.5 \text{ ft}$ ، $m\angle A = 55^\circ$ ، $BC = 1 \text{ ft}$ ، فأوجد كلاهما مما يأتي، وبرر إجابتك.



$m\angle B$ (b)

كل زاويتين متحالفتين في متوازي الأضلاع متكاملتان

$$m\angle B + m\angle A = 180^\circ$$

بالتعويض

$$m\angle B + 55^\circ = 180^\circ$$

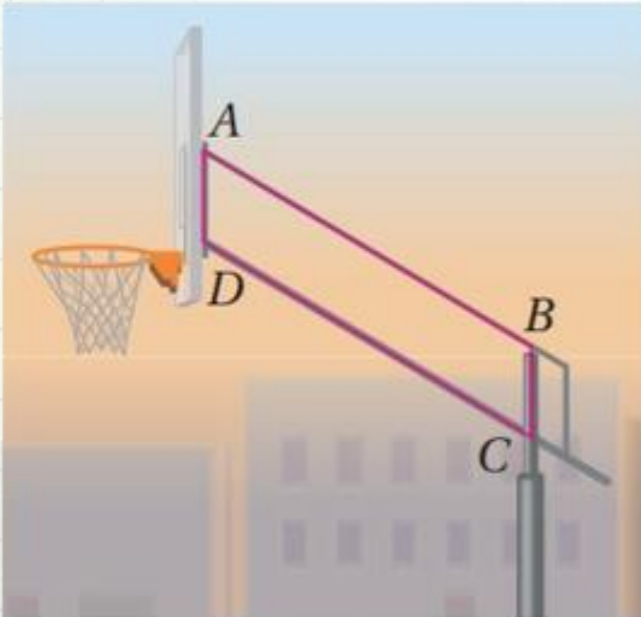
ب طرح 55° من كلا الطرفين

$$m\angle B = 125^\circ$$

متوازي الأضلاع

مثال ١

كرة سلة: في $\square ABCD$ ، إذا كان $AB = 2.5 \text{ ft}$ ، $m\angle A = 55^\circ$ ، $BC = 1 \text{ ft}$ ، فأوجد كلاً مما يأتي، وبرر إجابتك.



كل زاويتين متقابلتين في متوازي الأضلاع متطابقتان
بالتعويض

$m\angle C$ (c

$$m\angle C = m\angle A$$

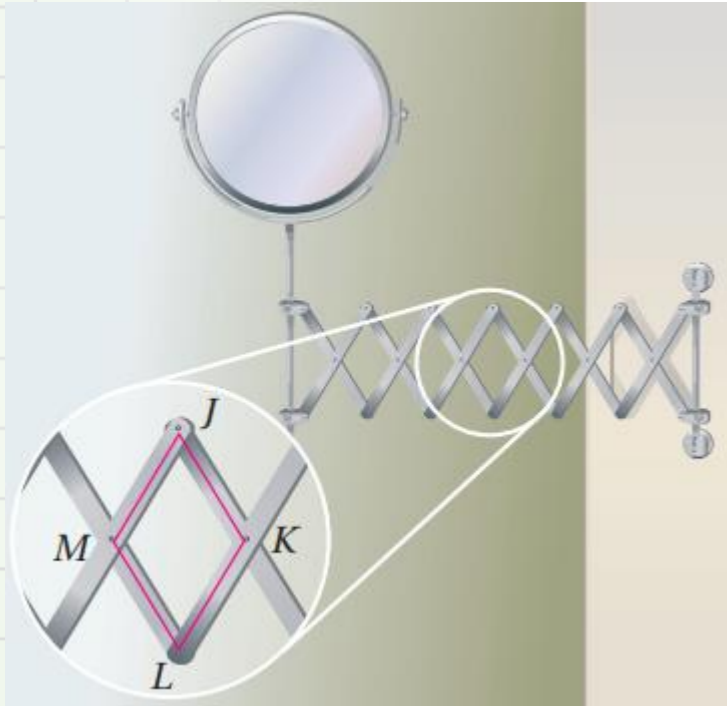
$$= 55^\circ$$

متوازي الأضلاع



مرايا: تُستعمل في مرآة الحائط المبينة جانباً متوازيات أضلاع يتغير شكلها كلما مُدّ الذراع. في $\square JKLM$ ، إذا كان $m\angle J = 47^\circ$, $MJ = 8 \text{ cm}$ ، فأوجد كلاً مما يأتي:

تحققاً



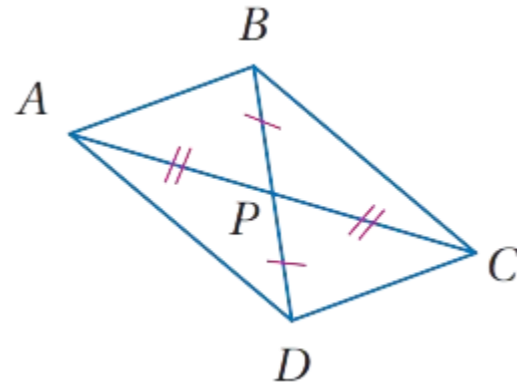
$m\angle L$ (B)

LK (A)

(C) إذا مُدّ الذراع حتى أصبح $m\angle J = 90^\circ$ ، فكم يصبح قياس كلٍّ من $\angle K$, $\angle L$, $\angle M$ ؟ برّر إجابتك.

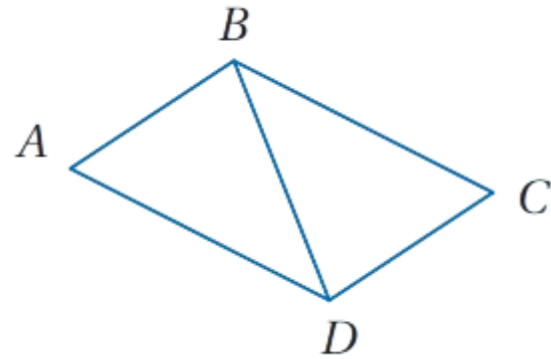
متوازي الأضلاع

قطرا متوازي الأضلاع:



5.7 قطرا متوازي الأضلاع ينصّف كل منهما الآخر.

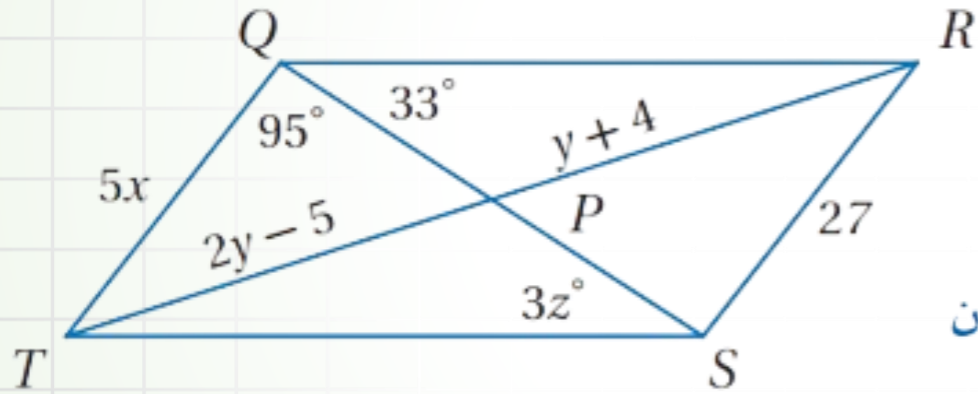
مثال: $\overline{AP} \cong \overline{PC}$, $\overline{DP} \cong \overline{PB}$.



5.8 قطر متوازي الأضلاع يقسمه إلى مثلثين متطابقين.

مثال: $\triangle ABD \cong \triangle CDB$.

متوازي الأضلاع



كل ضلعين متقابلين في متوازي الأضلاع متطابقان
تعريف تطابق القطع المستقيمة
بالتعويض
بقسمة كلا الطرفين على 5

جبر: إذا كان $QRST$ متوازي أضلاع،
فأوجد قيمة كل من المتغيرات الآتية:

مثال ٢

x (a)

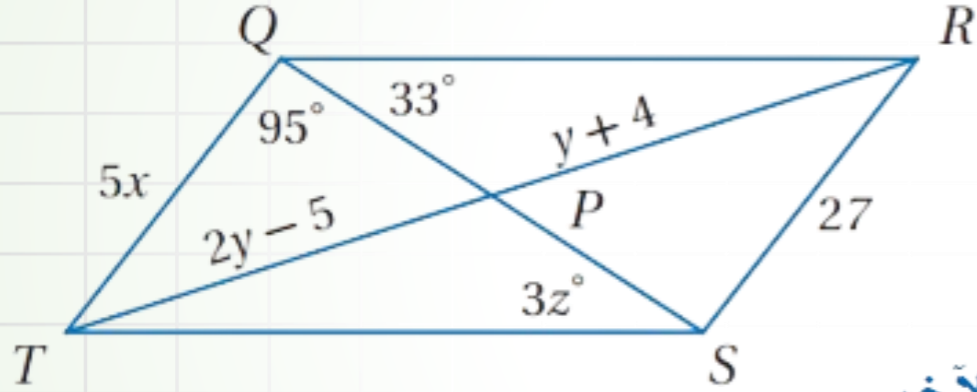
$$\overline{QT} \cong \overline{RS}$$

$$QT = RS$$

$$5x = 27$$

$$x = 5.4$$

متوازي الأضلاع



جبر: إذا كان $QRST$ متوازي أضلاع،
فأوجد قيمة كل من المتغيرات الآتية:

مثال ٢

(b) y

قطرا متوازي الأضلاع ينصف كل منهما الآخر

تعريف تطابق القطع المستقيمة

بالتعويض

ب طرح y وإضافة 5 لكلا الطرفين

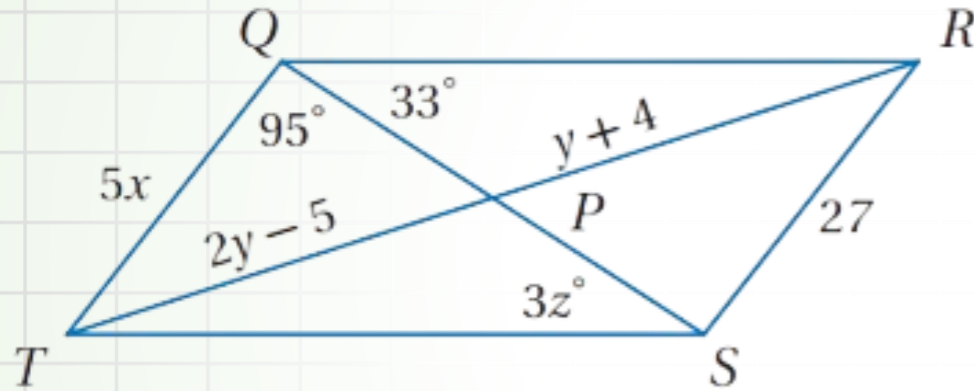
$$\overline{TP} \cong \overline{PR}$$

$$TP = PR$$

$$2y - 5 = y + 4$$

$$y = 9$$

متوازي الأضلاع



جبر: إذا كان $QRST$ متوازي أضلاع،
فأوجد قيمة كل من المتغيرات الآتية:

مثال ٢

(c) z

قطر متوازي الأضلاع يقسمه إلى مثلثين متطابقين

$$\triangle TQS \cong \triangle RSQ$$

العناصر المتناظرة في المثلثات المتطابقة تكون متطابقة

$$\angle QST \cong \angle SQR$$

تعريف تطابق الزوايا

$$m\angle QST = m\angle SQR$$

بالتعويض

$$3z = 33^\circ$$

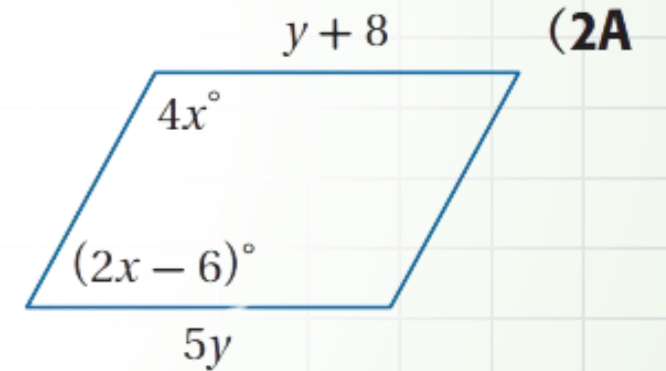
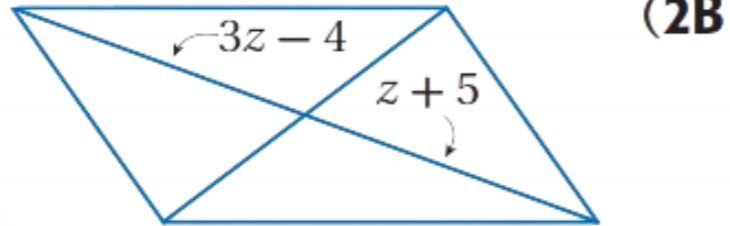
بقسمة كلا الطرفين على 3

$$z = 11$$

متوازي الأضلاع



تحقق أوجد قيمة المتغير في كل من متوازي الأضلاع الآتيين :



متوازي الأضلاع



هندسة إحداثية: أوجد إحداثيي نقطة تقاطع قطري $\square FGHI$ الذي إحداثيات رؤوسه $F(-2, 4), G(3, 5), H(2, -3), I(-3, -4)$

بما أن قطري متوازي الأضلاع ينصف كل منهما الآخر، فإن نقطة تقاطعهما هي نقطة منتصف كل من \overline{FH} , \overline{GI} . أوجد نقطة منتصف \overline{FH} التي طرفاها $(2, -3)$, $(-2, 4)$.

$$\text{صيغة نقطة المنتصف} \quad \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right) = \left(\frac{-2 + 2}{2}, \frac{4 + (-3)}{2} \right)$$

بالتبسيط

$$= (0, 0.5)$$

إذن إحداثيا نقطة تقاطع قطري $\square FGHI$ هما $(0, 0.5)$

تحقق: أوجد نقطة منتصف \overline{GI} التي طرفاها $(-3, -4)$, $(3, 5)$.

$$\left(\frac{3 + (-3)}{2}, \frac{5 + (-4)}{2} \right) = (0, 0.5) \quad \checkmark$$

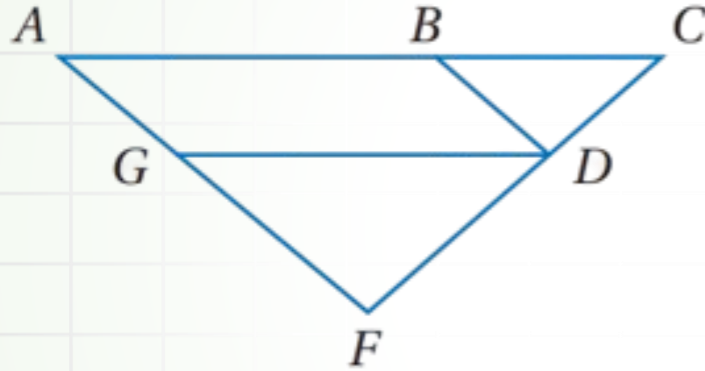
متوازي الأضلاع



هندسة إحداثية: أوجد إحداثيي نقطة تقاطع قطري $RSTU$ الذي رؤوسه
 $R(-8, -2), S(-6, 7), T(6, 7), U(4, -2)$



متوازي الأضلاع



اكتب برهاناً حرّاً.

مثال ٤

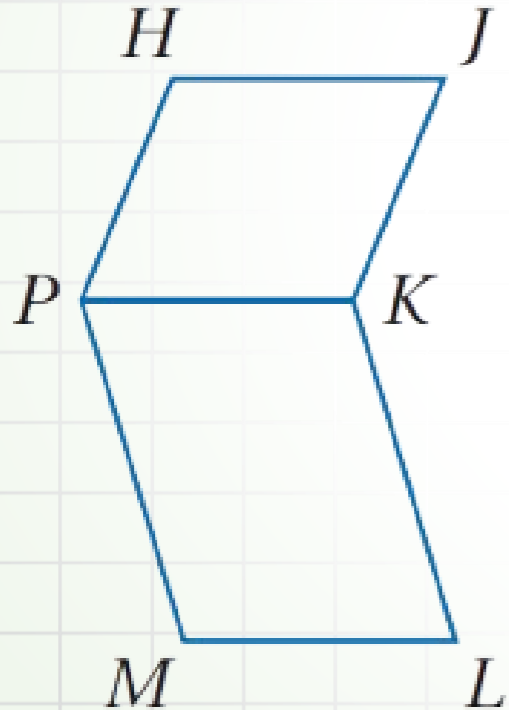
المعطيات: $\square ABDG, \overline{AF} \cong \overline{CF}$

المطلوب: $\angle BDG \cong \angle C$

البرهان:

من المعطيات $ABDG$ متوازي أضلاع. وبما أن الزوايا المتقابلة في متوازي الأضلاع متطابقة، فإن $\angle BDG \cong \angle A$. ومعطى أيضاً أن $\overline{AF} \cong \overline{CF}$. ومن نظرية المثلث المتطابق الضلعين تكون $\angle A \cong \angle C$. ومن خاصية التعدي للتطابق تكون $\angle BDG \cong \angle C$.

متوازي الأضلاع



اكتب برهاناً ذا عمودين.

تحقق

المعطيات: $\square HJKP$, $\square PKLM$

المطلوب: $\overline{HJ} \cong \overline{ML}$

متوازي الأضلاع



(1) **ملاحظة:** يستعمل البَحّارة مسطرتين متوازيتين، يصل بينهما ذراعان متساويا الطول لتحديد اتجاه إبحارهم، فيضعون حافة إحدى المسطرتين بمحاذاة مسار الإبحار، ثم يحركون المسطرة الأخرى حتى تصل إلى قرص بوصلة مرسوم على الخريطة. تُشكّل المسطرتان والذراعان الواصلتان بينهما $\square MNPQ$.

تأكد

(a) إذا كان $MQ = 2$ in ، فأوجد NP .

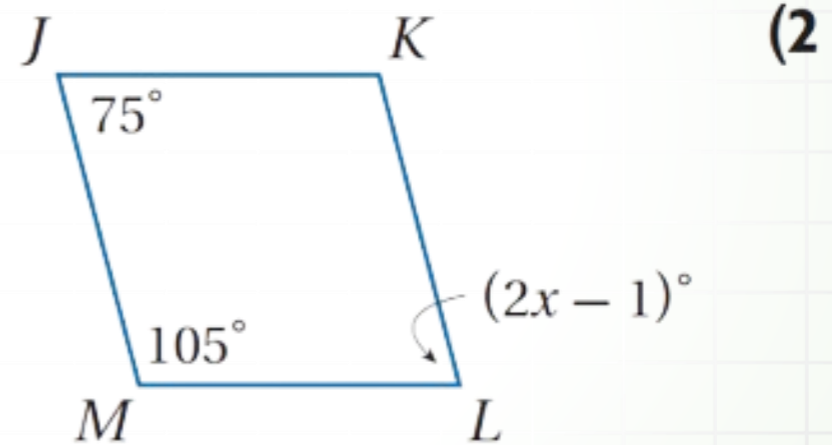
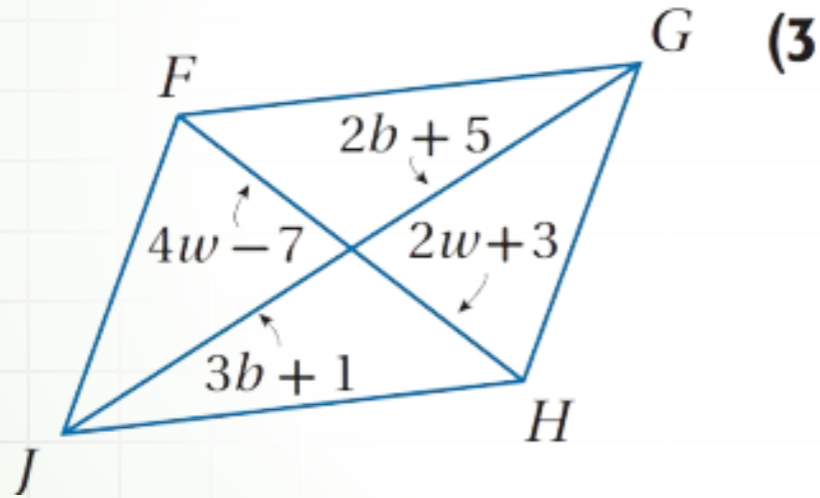
(b) إذا كان $m\angle NMQ = 38^\circ$ ، فأوجد $m\angle MNP$.

(c) إذا كان $m\angle MQP = 128^\circ$ ، فأوجد $m\angle MNP$.

متوازي الأضلاع

تأكد

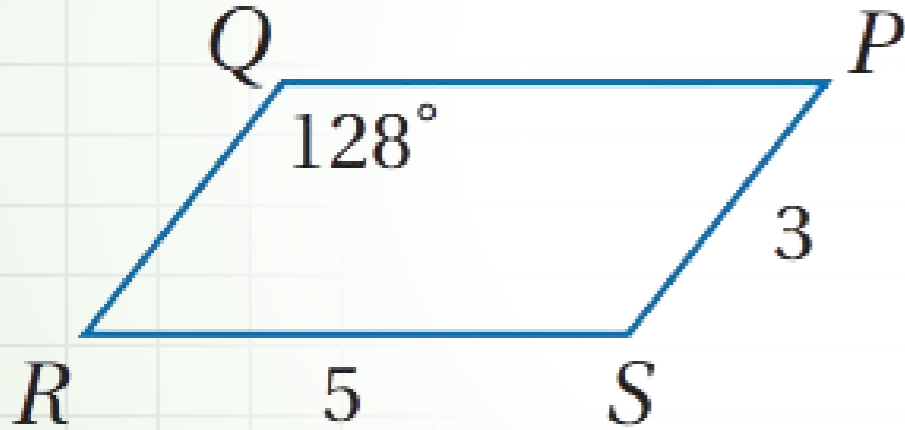
جبر: أوجد قيمة المتغير في كل من متوازي الأضلاع الآتين :



متوازي الأضلاع

استعمل $\square PQRS$ المبيّن جانبًا لإيجاد كل مما يأتي :

تدرب



$m\angle R$ (7)

QP (9)

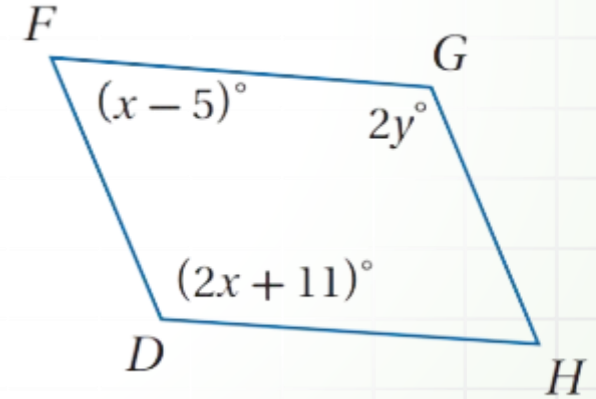
QR (8)

$m\angle S$ (10)

متوازي الأضلاع

جبر: أوجد قيمتي x , y في كل من متوازيات الأضلاع الآتية :

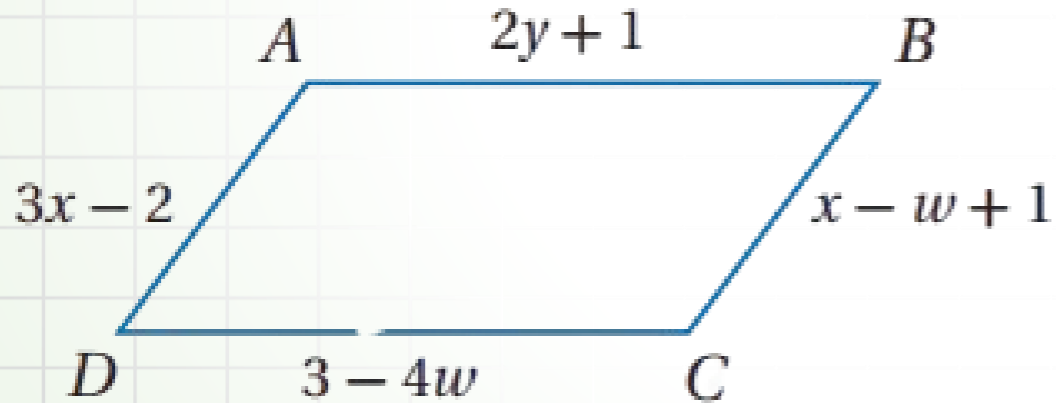
تدرب



متوازي الأضلاع

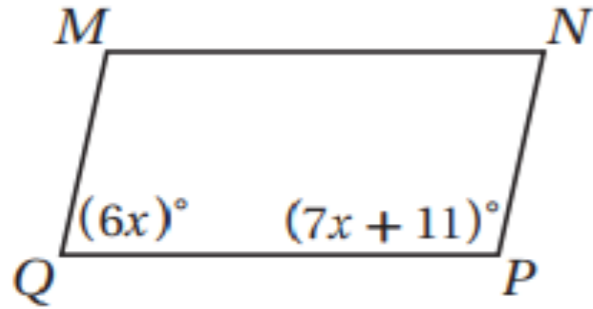
تحذُّر: إذا كان محيط $\square ABCD$ في الشكل أدناه يساوي 22 in ، فأوجد AB .

مهارات التفكير العليا



تدريب على اختبار

(38) إذا كان $QPNM$ متوازي أضلاع، فما قيمة x ؟



(37) قياسا زاويتين متحالفتين في متوازي أضلاع هما:
 $3x + 42$, $9x - 18$. ما قياس الزاويتين؟

58.5, 31.5 **B**

13, 167 **A**

81, 99 **D**

39, 141 **C**

الواجب المنزلي
دمتم بسعادة أحبتي

