

مدرسة الرياضيات الإلكترونية .أ.عبدالعزيز

أسئلة نهايات واشتقاق , وزارى وندوات للأعوام :

**2020 – 2019 – 2017**

دورات للأعوام :

**2021 – 2020 – 2019 – 2018- 2017**

مدرسة الرياضيات الإلكترونية

أ.عبدالعزيز

وزاري 2017 :

$$(1) \text{ ليكن التابع } f \text{ المعرف على } \mathbb{R} \setminus \{2\} \text{ وفق: } f(x) = \frac{2x + \sin x}{x-2}$$

احسب النهاية عند  $+\infty$ .

وزاري 2017 :

$$(2) \text{ عيّن مجموعة تعريف التابع : } f(x) = \frac{\sin x}{\sqrt{1+x}-1}, \text{ واحسب نهايته عند } 0.$$

دورة 2018 :

$$(3) f \text{ معرف على } \mathbb{R} \text{ وفق: } f(x) = \frac{1}{3 + \cos x}$$

(1) أثبت محدودية  $f$ .

$$(2) \text{ استنتج } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x^2}{3 + \cos x} \right)$$

دورة 2017 :

$$(4) \text{ ليكن التابع } f \text{ المعرف على وفق: } f(x) = x + \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$$

$$(1) \text{ أحسب } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) \text{ و } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$$

(2) أثبت أن المستقيم  $\Delta: y = x + 1$  مقارب مائل لـ  $C$  في جوار  $+\infty$ .(3) أدرس الوضع النسبي لـ  $C$  و  $\Delta$ .

وزاري 2017 :

$$(5) \text{ ليكن التابع } f \text{ المعرف على } \mathbb{R} \text{ وفق: } f(x) = \sqrt{4x^2 + 5} \text{ خطه البياني } C.$$

أحسب ما يلي:

$$1) \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$$

$$2) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow +\infty} [\sqrt{4x^2 + 5} - 2x]$$

دورة 2019 :

(6)

$$f(x) = \frac{2x^2 - 7x - 3}{x - 3}, \quad \mathbb{R} \setminus \{3\}$$

(1) أحسب  $a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$  , ثم احسب  $b = \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - ax]$

(2) استنتج معادلة المقارب المائل  $\Delta$  في جوار  $+\infty$  وادرس الوضع النسبي.

دورة 2020 :

(7)

$$f(x) = x + \sqrt{x^2 + 1}, \quad \mathbb{R}$$

(1) أثبت أن المستقيم  $\Delta$  الذي معادلته  $y = 2x$  , مقارب مائل لـ  $C$  في جوار  $+\infty$ .

(2) أدرس الوضع النسبي لـ  $C$  و  $\Delta$ .

وزاري :

(8) ليكن التابع  $f$  المعرف على  $[1, +\infty[$  وفق:  $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$

جد  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ثم عين قيمة  $A > x$  ليكون  $f(x)$  من المجال  $[1.95, 2.05]$ .

(ندوة امتحانية):

(9) احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 + E(x)}{2x^2 + 1}$

(ندوة امتحانية):

(10) احسب نهاية التابع  $f$  المعرف وفق:  $|f(x) - 2| \leq \frac{E(x)}{x^2 + 1}$

عند  $+\infty$ .

دورة 2020:

$$(11) \text{ ليكن } C \text{ الخط البياني للتابع } f \text{ المعرفة على } \mathbb{R} \text{ وفق: } f(x) = x - E(x)$$

المطلوب:

(1) أكتب  $f(x)$  بصيغة مستقلة عن  $E(x)$  على المجال  $[0,2[$ .

$$(2) \text{ جد } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x^2}$$

دورة 2019:

$$(12) \text{ } f \text{ معرفة على } \mathbb{R} \text{ وفق}$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x \cdot \sin x}{\sqrt{x^2+1}-1} & ; x \neq 0 \\ m & ; x = 0 \end{cases}$$

(1) جد نهاية التابع  $f$  عند الصفر.(2) عين قيمة العدد  $m$  ليكون  $f$  مستمر عند الصفر

ملاحظة : هذا التمرين يحتاج لإعادة صياغة .

وزاري:

$$(13) \text{ ليكن } C_f \text{ الخط البياني للتابع } f \text{ المعرفة على } \mathbb{R} \text{ وفق:}$$

$$f(x) = 2x - \sqrt{x^2 + 5}$$

(1) أدرس تغيرات  $f$  ونظم جدولاً بها.(2) أثبت أن للمعادلة  $f(x) = 0$  حل وحيد  $\alpha$  يقع في المجال  $[1,2[$ , ثم جد هذا الحل جبرياً.

دورة 2018:

(14) ليكن  $f$  التابع المعرف على المجال  $]2, +\infty[$  وفق:

$$f(x) = 4 - x + \sqrt{x - 2}$$

(1) أدرس تغيرات  $f$  على المجال  $]2, +\infty[$  ونظم جدولاً بها.(2) أثبت أن للمعادلة  $f(x) = 0$  حلاً وحيداً.

(ندوة امتحانية):

(15) يرمز  $E(x)$  إلى الجزء الصحيح للعدد الحقيقي  $x$ :ليكن  $f$  التابع المعرف على  $\mathbb{R}$  وفق العلاقة:

$$f(x) = x \cdot E(x) - \frac{1}{2} E(x) \cdot (1 + E(x))$$

1- أكتب  $f(x)$  كعبارة مستقلة عن  $E(x)$  (لا تحوي  $E(x)$ ) على  $[0, 2]$ .2- أثبت أن  $f$  مستمر على المجال  $[0, 2]$ . 3- أدرس نهاية التابع  $g: x \mapsto \frac{E(x)}{x}$  عند  $+\infty$ 

ثم تحقق أن

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x^2} \quad \text{واستنتج} \quad \frac{f(x)}{x^2} = g(x) - \frac{1}{2} g(x) \cdot \left( \frac{1}{x} + g(x) \right)$$

وزاري:

(16) ليكن  $f$  تابعاً معرفاً على  $]0, +\infty[$  وفق:  $f(x) = \frac{x^2 + 2 + \sin x}{x}$ أثبت أن المستقيم  $y = x$  مقارب مائل وأدرس وضعه النسبي على المجال  $]0, +\infty[$ .

وزاري:

(17) ليكن التابع  $f$  المعرف على  $] -5, +\infty[$  وفق:  $f(x) = \frac{2x+1}{x+5}$ (1) أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  واستنتج  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(f(x))$ (2) جد عدداً حقيقياً  $A$  يحقق الشرط: إذا كان  $x > A$ , كان  $f(x)$  في المجال  $]1.99, 2.01[$ .

**وزاري :**(18) لدينا التابع  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  وفق:

$$f(x) = 2x - \sqrt{x^2 + 5}$$

(1) أحسب التابع المشتق لـ  $f$ .(2) استنتج مشتق التابع  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  وفق:

$$g(x) = 2 \sin x - \sqrt{\sin^2 x + 5}$$

**وزاري :**(19) ليكن التابع  $f$  المعرفة على  $]-5, +\infty[$  وفق:

$$f(x) = \frac{2x+1}{x+5}$$

والمطلوب: جد  $f'(x)$ , ثم استنتج  $g'(x)$  حيث

$$g(x) = \frac{2 \sin x + 1}{\sin x + 5}$$

**(ندوة امتحانية):**(20) ليكن  $g$  التابع الاشتقاقي على  $I = ]-1, 1[$  ومشتقه على  $I$  هو

$$g'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

ولنعرف التابع  $h$  على  $J = ]-\pi, 0[$  وفق:  $h(x) = g(\cos x)$ أثبت أن  $h'(x) = 1$ **وزاري :**(21) ليكن  $f$  التابع المعرفة على المجال  $[0, 3]$  وفق:  $f(x) = (x - 3)\sqrt{x(3 - x)}$ 

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} \quad (1)$$

(2) استنتج أن اشتقاقي عند  $x = 3$ .

**(ندوة امتحانية):**(22) التابع  $f$  المعرف على  $[-1, +\infty[$  وفق:

$$f(x) = \sqrt{x^2(x+1)}$$

والمطلوب:

- (1) أثبت أن التابع  $f$  غير اشتقاقي عند 0.
- (2) أكتب معادلة نصف المماس من اليمين لمنحني التابع عند (0,0).

**دورة 2018:**(23) ليكن التابع  $f$  المعرف على المجال  $]2, +\infty[$  وفق:

$$f(x) = x - 4 + \sqrt{x - 2}$$

اكتب معادلة المماس للخط  $C$  في النقطة التي فاصلتها 3.**وزاري:**(24) ليكن  $f$  التابع المعرف على  $\mathbb{R}$  وفق:  $f(x) = \frac{x^2+|x|}{x^2+1}$ 

- (1) ما نهاية التابع  $f$  عند  $-\infty$ ؟
- (2) أدرس قابلية اشتقاق  $f$  عند 0 من اليمين, ثم أكتب معادلة نصف المماس من اليمين لخطه البياني  $C_f$  في النقطة  $A(0,0)$ .

**وزاري:**(25) ليكن  $g(x) = \tan x$  والمطلوب:أحسب  $g\left(\frac{\pi}{4}\right)$ ,  $g'(x)$ ,  $g'\left(\frac{\pi}{4}\right)$  ثم استنتج

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\tan x - 1}{x - \frac{\pi}{4}}$$

**وزاري :**(26) ليكن  $f$  التابع المعرف على  $\mathbb{R}$  وفق:  $f(x) = \cos x$ 

(1) جد  $f\left(\frac{\pi}{3}\right)$ ,  $f'(x)$ ,  $f'\left(\frac{\pi}{3}\right)$ .

(2) استنتج قيمة النهاية:  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\cos x - \frac{1}{2}}{x - \frac{\pi}{3}}$

**وزاري :**(27) ليكن التابع  $f$  المعرف على  $\mathbb{R}$  وفق:  $f(x) = \sin x$ 

(1) جد  $f(\pi)$ ,  $f'(x)$ ,  $f'(\pi)$ .

(2) استنتج أن  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x}{x - \pi} = -1$

**دورة 2020:**(28) ليكن  $f$  التابع المعرف على  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$  وفق:

$$f(x) = \frac{2x+3}{x-1}$$

المطلوب:

-1 عين التابع المشتق  $f'$  للتابع  $f$ .-2 نرسم بالرمز  $g$  إلى التابع المعرف على  $J = ]1, +\infty[$  وفق:

$$g(x) = f(\sqrt{x})$$

أثبت أن  $g$  اشتقاقي على  $J$  ثم أحسب  $g'(x)$  على  $J$ .**دورة 2020:**(29) نتأمل التابع  $f$  المعرف على  $[0, +\infty[$  وفق:

$$f(x) = x - \sin x$$

(1) أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  (2) أثبت أن التابع  $f$  متزايد.



وزاري :  
(30)

$f$  تابع معرف على  $\mathbb{R}$  وفق  $f(x) = x^2 \cdot \sin \frac{1}{x}$  في حالة  $x \neq 0$  و  $f(0) = 0$ . المطلوب:

1- أثبت أن  $f$  اشتقاقي عند  $x = 0$ .

2- أحسب  $f'(x)$  على  $\mathbb{R}^*$ .

3- جد  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .

وزاري :  
(31)

يكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرف على  $\mathbb{R}$  وفق:  $f(x) = \frac{x}{|x|+3}$

1- ادرس قابلية اشتقاق التابع  $f$  عند  $0$ .

2- أكتب معادلة المماس للخط  $C$  في نقطة منه فاصلتها  $x = 0$ .

3- أحسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  ثم أعط عدداً حقيقياً  $A$  يحقق الشرط: إذا كان  $x < A$  كان

$$f(x) \in ]-1.05, -0.95[$$

دورة 2021

(32) ليكن  $f$  التابع المعرف على  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$  وفق:

$$f(x) = \frac{ax^2 + bx + 1}{x-1}$$

عيّن  $a, b$  لتكون  $f(-1) = 0$  قيمة حدية محلياً للتابع.

دورة 2021

(33) ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرف على  $]-\infty, 0[$  وفق:  $f(x) = \frac{2x^2 + \cos^2 x}{x}$

أثبت أن المستقيم  $\Delta$  الذي معادلته  $y = 2x$  مقارب مائل لـ  $C$  في جوار  $+\infty$  وادرس الوضع النسبي.  $C$  و  $\Delta$ .