Subject :

$I'_o = 2\times10^{-3} + 2\times15\times10^{-3}\times(2\times10^{-1})^2$

$= 2\times10^{-3} + 6\times10^{-3}$

$I'_o = 8\times10^{-3}\ kg\,m^2$

$\frac{T_o}{T'_o} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{I_o}{K}}}{2\pi\sqrt{\frac{I'_o}{K}}} = \sqrt{\frac{I_o}{I'_o}}$

$\frac{1}{T'_o} = \sqrt{\frac{2\times10^{-3}}{8\times10^{-3}}} = \frac{1}{2}$

$T'_o = 2\,S$

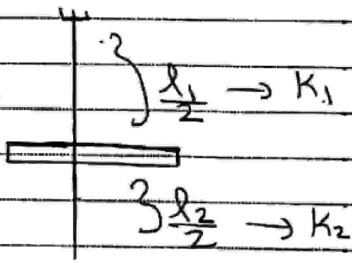
حساب K'

$T'_o = 2\pi\sqrt{\frac{I'_o}{K'}} \Rightarrow T'^2_o = 40\frac{I'_o}{K'}$

$K' = \frac{40 I'_o}{T'^2_o} = \frac{40\times8\times10^{-3}}{(2)^2}$

$K' = 8\times10^{-2}\ m.N.rad^{-1}$

c



حالة ثانية — حالة أولى

$T'_o = ?$ — $T_o = 1S$

في حالة ثانية

$K' = K_1 + K_2$

$\frac{l_1}{2}$ يتناسب عكسي $2K$

$\frac{l_2}{2} \rightarrow 2K$

$K' = 2K + 2K$

$\Rightarrow T_o = 2\pi\sqrt{\frac{I_o}{K}}$

$T'_o = 2\pi\sqrt{\frac{I_o}{K'}}$

$\frac{T_o}{T'_o} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{I_o}{K}}}{2\pi\sqrt{\frac{I_o}{K'}}} = \sqrt{\frac{K'}{K}}$

$\frac{T_o}{T'_o} = \sqrt{\frac{4K}{K}} = 2$

$T'_o = \frac{T_o}{2} = \frac{1}{2}\,s$

الدرس الثالث:

((النواس الثقلي غير متخامد))

الاهتزازات غير التوافقية

هناك نوعان للنواس الثقلي:

* نواس ثقلي مركب والنواس الثقلي البسيط

• نواس ثقلي: هو النواس الذي يهتز تحت تأثير قوة ثقله فقط حول محور دوران عمودي على مستويه ولا يمر من مركز عطالته.

* حركة النواس الثقلي تكون نوعين:

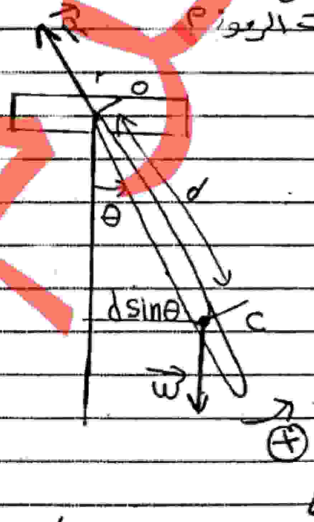
(1) جيبية دورانية من أجل سعات زاوية صغيرة

$\theta < 14°$ — $\theta < 0.24\,rad$

② غير جيبية من أجل سعات زاوية الكبيرة.

$\theta > 14^\circ$ $\qquad$ $\theta > 0.24\, rad$

س - أدرس تحريكيا النواس الثقلي المركب وأثبت أن حركة النواس الثقلي جيبية دورانية من أجل سعات زاوية صغيرة واستنتج علاقة الدور مع شرح دلالات الرموز



الجملة مدروسة: جسم صلب كتلته m مركز عطالته c ينطبق إلى محور دوران أفقي Δ مار من نقطة O من جسم من البعد $OC = d$

القوة خارجية في الجسم مؤثرة:

- $\vec{W}$ قوة ثقله
- $\vec{R}$ قوة رد فعل محور الدوران على الجسم

نطبق القانون الأساسي في التحريك الدوراني:

$$\sum \Gamma_{\vec{F}/\Delta} = I_\Delta \bar{\alpha}$$

$$\bar{\Gamma}_{\vec{W}/\Delta} + \bar{\Gamma}_{\vec{R}/\Delta} = I_\Delta \bar{\alpha}$$

$\Gamma_{\vec{R}/\Delta} = 0$ لأن حامل قوة يمر من محور دوران

$$\Gamma_{\vec{W}/\Delta} = -d' W = -d\sin\theta\, W$$

$$\Rightarrow -d\sin\theta\, mg = I_\Delta (\bar{\theta})''_t$$

$$\Rightarrow (\bar{\theta})''_t = \frac{-mgd}{I_\Delta}\sin\theta \quad \text{—①}$$

معادلة تفاضلية من مرتبة ثانية تقبل حل جيبي بسبب وجود $\sin\theta$

من أجل سعات زاوية صغيرة $\theta < 0.24\, rad \Rightarrow \sin\theta \simeq \theta$

$$(\bar{\theta})''_t = \frac{-mgd}{I_\Delta}\theta \quad \text{—②}$$

معادلة تفاضلية من مرتبة ثانية تقبل حل جيبي من أجل سعات زاوية صغيرة θ:

$$\theta = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\omega = -\omega_0\theta_{max}\sin(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\alpha = -\omega_0^2\theta_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$(\bar{\theta})''_t = -\omega_0^2\bar{\theta} \quad \text{—③}$$

بمقارنة ② و ③:

$$\frac{-mgd}{I_\Delta}\theta = -\omega_0^2\theta$$

$$\omega_0^2 = \frac{mgd}{I_\Delta}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{mgd}{I_0}} > 0$$

m , g , d , I مقادير موجبة بالتالي حركة النواس الثقلي جيبية دورانية من أجل سعات زاوية صغيرة :

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = 2\pi f_0 = \sqrt{\frac{mgd}{I_0}}$$

$$\boxed{T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_0}{mgd}}}$$

T_0 دور نواس ثقلي خاص بسعة زاوية صغيرة (s)

m كتلة جملة نواس ثقلي (kg)

g تسارع جاذبية الأرضية $10\,m\,s^{-2}$

d البعد بين محور الدوران عن مركز عطالة جسم صلب (m)

I_0 عزم عطالة جسم صلب $(kg\,m^2)$

ملاحظات هامة :

① حركة النواس الثقلي حركة جيبية دورانية من أجل سعات الزاوية الصغيرة .

② دور النواس ثقلي من أجل سعات الزاوية كبيرة :

$$T_0' = T_0\left[1 + \frac{\theta_{max}^2}{16}\right]$$

حيث T_0 دور نواس الثقلي في حالة سعات زاوية الصغيرة

③ حساب d :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_0}{mgd}} \quad *$$

$$T_0^2 = 40\,\frac{I_0}{mgd}$$

$$d = \frac{40\,I_0}{m g T_0^2}$$

$$d = \frac{\sum m_i r_i}{\sum m_i} \quad *$$

لها ثلاث حالات :

أ- في حال وقوع محور الدوران (o) بين كتلتين وكان $m_1 > m_2$

$$d = \frac{m_1 r_1 - m_2 r_2}{m_1 + m_2}$$

ب- في حال وقوع محور الدوران (o) بين كتلتين وكان $m_2 > m_1$

$$d = \frac{m_2 r_2 - m_1 r_1}{m_1 + m_2}$$

جـ- إذا كان محور الدوران (o) مار من أحد الكتلتين :

في حال إذا c مار من m_1

$$d = \frac{m_2 r_2}{m_1 + m_2}$$

في حال إذا c مار من m_2

$$d = \frac{m_1 r_1}{m_1 + m_2}$$

د- في حال وقوع محور الدوران (o) خارج نطاق كتلتين m_1 و m_2

$$d = \frac{m_1 r_1 + m_2 r_2}{m_1 + m_2}$$

(4) علاقة السرعة الخطية بالسرعة الزاوية مع الدوران

$$S = \theta r \xrightarrow{\text{بالاشتقاق}} v = \omega r$$

إزاحة خطية ... إزاحة زاوية — سرعة خطية ... سرعة زاوية

$$\xrightarrow{\text{بالاشتقاق}} a_t = \alpha r$$

تسارع مماسي ... تسارع زاوي

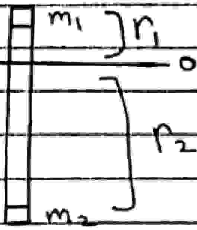
(5) لكل نقطة من نقاط النواس سرعة خطية حسب بعدها عن محور الدوران أما السرعة الزاوية نفسها لكل النقاط.

* حالات الممكنة للنواس الثقلي مركب وإيجاد علاقة الدور لكل حالة:

حالة أولى:

(1) ساق مهملة الكتلة طولها 1m تثبت بنهايتها العلوية كتلة نقطية $m_1 = 0.4kg$ وتثبت في نهايتها السفلية كتلة نقطية $m_2 = 0.6kg$ ونجعلها تهتز بالنسبة لمحور مار من نقطة تبعد عن m_1 مسافة (20cm) احسب دور النواس في حال الاهتزازات صغيرة السعة

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_{\Delta/o}}{mgd}}$$



$r_1 = 20cm$

$r_1 = 0.2m$

$r_2 = 0.8m$

ساق مهملة

$I_{\Delta/c} = 0$ كتلة

$$I_{\Delta/o} = I_{\Delta/c} + I_{m_1} + I_{m_2}$$

$$= 0 + m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2$$

$$I_{\Delta/o} = (0.4)(0.2)^2 + (0.6)(0.8)^2$$

$$I_{\Delta/o} = 4\times10^{-1}\times4\times10^{-2} + 6\times10^{-1}\times64\times10^{-2}$$

$$I_{\Delta/o} = (16 + 384)\times10^{-3}$$

$$I_{\Delta/o} = 0.4\ kg\,m^2$$

$$m = m_1 + m_2 = 0.4 + 0.6$$

$$m = 1kg$$

$$d = \frac{m_2 r_2 - m_1 r_1}{m_1 + m_2}$$

$$d = \frac{(0.6)(0.8) - (0.4)(0.2)}{0.6 + 0.4}$$

$$d = 0.48 - 0.08 = 0.4\ m$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{4\times10^{-1}}{1\times10\times4\times10^{-1}}}$$

$$T_0 = 2\ s$$

حالة ثانية:

قرص دائري نصف قطره r، $I = \frac{1}{2}mr^2$ يهتز بالنسبة لمحور عمودي على مستويه ومار من نقطة من محيطه

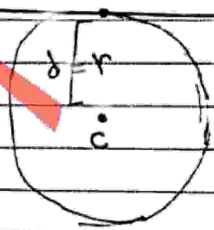
علاقة الدور بدلالة نصف القطر ثم أحسب قيمته من العلم: $I_{\Delta/o} = \frac{mr^2}{2}$

بالانطلاق من علاقة الدور لنواس ثقلي في حالة السعات الزاوية صغيرة:

$$T_o = 2\pi\sqrt{\frac{I_{\Delta/o}}{mgd}}$$

لحساب $I_{\Delta/o}$ نستخدم نظرية هايغنز:

$$I_{\Delta/o} = I_{\Delta/c} + md^2$$



$$I_o = \frac{1}{2}mr^2 + mr^2 = \frac{3}{2}mr^2$$

نعوض في علاقة الدور $d = r$

$$T_o = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{3}{2}mr^2}{m\times g\times r}} = 2\pi\sqrt{\frac{3r}{2g}}$$

$$T_o = 2\sqrt{\frac{3}{2}r}$$

$$T_o = 2\sqrt{\frac{3}{2}\times\frac{1}{6}} = 2\times\sqrt{\frac{1}{4}}$$

$$T_o = 1\,S$$

حالة ثالثة: ساق متجانسة طولها $l = \frac{3}{2}m$ نجعلها تهتز بالنسبة لمحور عمودي على مستويها ومار من طرفها العلوي. استنتج علاقة الدور بدلالة طول الساق واحسب قيمته من أجل السعات الزاوية الصغيرة؟

$$I_{\Delta/c} = \frac{ml^2}{12}$$

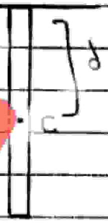
$$T_o = 2\pi\sqrt{\frac{I_{\Delta/o}}{mgd}}$$

نظرية هايغنز:

$$I_{\Delta/o} = I_{\Delta/c} + md^2$$

$$= \frac{1}{12}ml^2 + m\left(\frac{l}{2}\right)^2$$

$$= \frac{1}{12}ml^2 + \frac{1}{4}ml^2$$



$$I_{\Delta/o} = \frac{1}{3}ml^2$$

$$d = \frac{l}{2}$$

تطبيق في علاقة الدور:

$$T_o = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{1}{3}ml^2}{mg\frac{l}{2}}}$$

$$T_o = 2\sqrt{\frac{2}{3}l}$$

$$T_o = 2\sqrt{\frac{2}{3}\times\frac{3}{2}}$$

$$T_o = 2\,S$$

* النواس الثقلي البسيط:

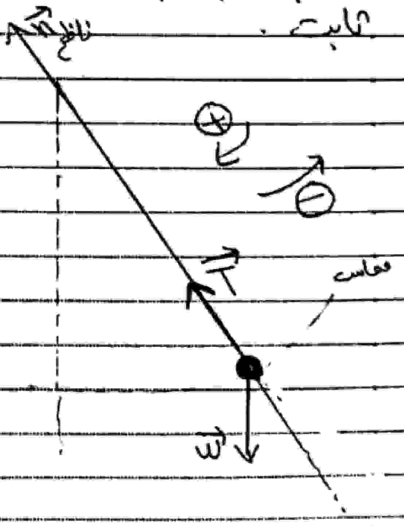
س- عرف النواس الثقلي البسيط عملياً ونظرياً وادرس تحريكياً النواس الثقلي البسيط واستنتج علاقة الدور الخاص لهذا النواس مع شرح دلالات الرموز وأثبت أن حركة نواس جيبية دورانية في حال سعات زاوية صغيرة.

الحل:

نواس الثقلي البسيط:

* عملياً: كرة صغيرة كتلتها m كثافتها النسبية كبيرة معلقة بخيط مهمل الكتلة لا يمتط طوله كبير بالنسبة لنصف قطر الكرة.

* نظرياً: نقطة مادية تهتز بتأثير ثقلها على بعد ثابت l من محور أفقي ثابت.



دراسة تحريكية:

الجملة المدروسة: نواس ثقلي بسيط مؤلف من خيط مهمل الكتلة ولا يمتط مثبت بنهايته جسم كتلتها m.

* القوى الخارجية المؤثرة هي:

$\vec{w}$ قوة ثقل الكرة

$\vec{T}$ قوة توتر الخيط

نطبق القانون الأساسي في التحريك الدوراني:

$$\sum \bar{\Gamma}_{\vec{F}/\Delta} = I_\Delta \bar{\alpha}$$

$$\bar{\Gamma}_{\vec{w}/\Delta} + \bar{\Gamma}_{\vec{T}/\Delta} = I_\Delta \bar{\alpha}$$

$\bar{\Gamma}_{\vec{T}/\Delta} = 0$ لأن حامل قوة تلاقي محور الدوران.

$$\Gamma_{\vec{w}/\Delta} = -w\, l \sin\theta$$

$$\Gamma_{\vec{w}/\Delta} = -mg\, l \sin\theta$$

$$\Rightarrow -mgl\sin\theta = I_\Delta (\bar{\theta})''_t$$

$$(\bar{\theta})''_t = -\frac{mgl}{I_\Delta}\sin\theta$$

نقطة مادية

$$I_\Delta = ml^2$$

$$\Rightarrow (\bar{\theta})''_t = -\frac{mg}{l}\sin\theta \quad ①$$

معادلة تفاضلية لا تقبل حلاً جيبياً بسبب وجود $\sin\theta$ في حال سعات زاوية صغيرة $\theta < 0.24\,rad$

$$\sin\theta \simeq \theta$$

$$(\bar{\theta})''_t = -\frac{mg}{l}\bar{\theta} \quad ②$$

معادلة تفاضلية من مرتبة ثانية تقبل
حل جيبي من اجل سعات زاوية صغيرة
من الشكل :

$$\theta = \theta_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$$
$$\omega = -\omega_0 \theta_{max} \sin(\omega_0 t + \varphi)$$
$$\alpha = -\omega_0^2 \theta_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$$
$$(\theta)''_t = -\omega_0^2 \theta \quad — ③$$

بمقارنة ② و ③ نجد :

$$-\frac{g}{l}\theta = -\omega_0^2 \theta$$
$$\omega_0^2 = \frac{g}{l} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

$\omega_0 > 0$ l و g مقادير موجبة

أ ع ح حركة نواس ثقلي بسيط جيبية
دورانية بحالة سعات زاوية صغيرة
فقط

$$\frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{g}{l}} \Rightarrow \boxed{T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}}$$

دور النواس لا يتعلق بكتلة جسم
ولا بالسعة الزاوية .

T_0 دور نواس ثقلي بسيط بحالة سعات
زاوية صغيرة . (s)

l طول خيط (m)

g تسارع جاذبية الأرضية $(10\,m\,s^{-2})$

س - ليكن لدينا نواس ثقلي بسيط
انطلاقاً من علاقة العامة لدور النواس
بحالة السعات الزاوية صغيرة للنواس
ثقلي ؟ - استنتج علاقة الدور في نواس
ثقلي بسيط ؟

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_0}{mgd}}$$
$$I_0 = m l^2$$
$$d = l$$

نعوض في علاقة :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{ml^2}{mgl}}$$
$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

س - انطلاقاً من علاقة : $(\theta)''_t = -\frac{g}{l}\sin\theta$ ؟ أثبت أن
حركة نواس ثقلي بسيط جيبية :
دورانية واستنتج علاقة الدور ؟

$$(\theta)''_t = -\frac{g}{l}\sin\theta \quad — ①$$

معادلة تفاضلية من مرتبة ثانية لا تقبل
حل جيبي بسبب وجود $\sin\theta$ لذ
من أجل سعات زاوية صغيرة

$\sin\theta \simeq \theta$ ، $\theta < 0.24\,rad$

$$(\theta)''_t = -\frac{g}{l}\theta \quad — ②$$

معادلة تفاضلية من مرتبة ثانية تقبل
حل جيبي من أجل سعات زاوية
صغيرة وهي من الشكل :

$$\theta = \theta_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$$
$$\omega = -\omega_0 \theta_{max} \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

Subject :

$$\alpha = (\theta)''_t = -\omega_0^2\,\theta_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$(\theta)''_t = -\omega_0^2\,\theta \quad ③$$

من ② و ③ نجد:

$$-\frac{g}{l}\theta = -\omega_0^2\,\theta$$

$$\omega_0^2 = \frac{g}{l}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}} > 0$$

مقادير موجبة بالتالي حركة نواس ثقلي بسيط جيبية دورانية بسعات زاوية صغيرة:

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

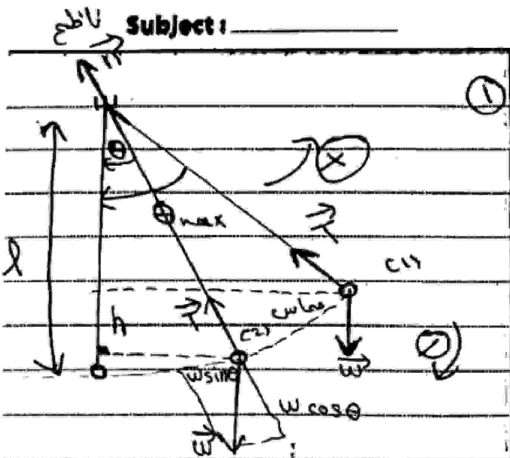
س: هام — نعلق كرة نواس كتلتها كبيرة بخيط لا يمتط ثم نبعد الكرة عن وضع توازنها بزاوية θ_{max} ونتركها دون سرعة ابتدائية المطلوب:

① استنتج سرعة الكرة لحظة مرورها بالوضع زاوية θ ؟

② استنتج علاقة المحددة لقوة توتر الخيط عندما يصنع زاوية θ !؟

③ استنتج العلاقة المحددة للتسارع المماسي عندما يصنع الزاوية θ ؟

الحل:



① تطبيق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين:

الأول: $E_{K_1} = 0$ ، $\theta = \theta_{max}$

الثاني: $E_{K_2} = ?$ ، θ

$$\Delta E_K = \Sigma W_{\vec{F}(1\to 2)}$$

$$E_{K_2} - E_{K_1} = W_{\vec{w}} + W_{\vec{T}}$$

$W_{\vec{T}} = 0$ القوة تعامد الانتقال

$E_{K_1} = 0$ تركت الكرة دون سرعة ابتدائية

$$E_{K_2} = W_{\vec{w}}$$

$$\frac{1}{2} m v^2 = m g h$$

$$v^2 = 2gh = 2gl(\cos\theta - \cos\theta_{max})$$

$$v = \sqrt{2gl(\cos\theta - \cos\theta_{max})}$$

ملاحظة هامة:

عند مرور جسم بوضع شاقولي

$\theta = 0 \Rightarrow \cos\theta = 1$

② تطبيق القانون الأساسي في التحريك الانسحابي:

$$\Sigma\vec{F} = m\vec{a}$$

$\vec{W} + \vec{T} = m\vec{a}$

بالإسقاط على محور الناظم وبجهة T

$-w\cos\theta + T = m a_n$

$T = mg\cos\theta + m\frac{v^2}{l}$

$T = mg\cos\theta + m\frac{2gl(\cos\theta - \cos\theta_{max})}{l}$

$T = mg(3\cos\theta - 2\cos\theta_{max})$

3

نطبق القانون الأساسي في التحريك الانسحابي:

$\sum\vec{F} = m\vec{a} = \vec{W} + \vec{T}$

بالإسقاط على محور مماس وبجهة إزاحة الكرة

$+mg\sin\theta + 0 = ma_t$

$a_t = \frac{+mg\sin\theta}{m}$

$a_t = +g\sin\theta$

ملاحظة: نستخدم نظرية الطاقة لحساب واستنتاج أمور عديدة منها

← ω سرعة زاوية

← v سرعة خطية

← E_k طاقة حركية

← θ_{max} سعة حركة زاوية

اختبر نفسك ص 37+38

أولاً: اختر الإجابة الصحيحة:

1 (a) ننقص قرص يؤدي إلى زيادة l فزيادة T_0 لأن

$T_0' > T_0$

حيث T_0 دور ميكانيكي.

2 (b) نلاحظ تقدم الثانية كلما ازداد الارتفاع نقص g فيزداد الدور

3 (d)

ثانياً: حل المسائل ص 40+39

المسألة الأولى:

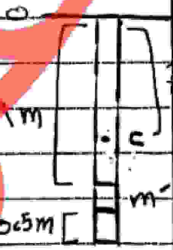
ساق متجانسة

$m = \frac{1}{2}\,kg$

$l = \frac{3}{2}\,m$

$m' = \frac{1}{2}\,kg$

$I_{/c} = \frac{1}{12} m l^2$



1 $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_{مجموعة}}{m g d}}$

$m_{جملة} = m + m' = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1\,kg$

$d = \frac{m'r' + mr}{m' + m} = \frac{\frac{1}{2}(1) + \frac{1}{2}(\frac{3}{4})}{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}}$

Subject : ______ / /

$d = \frac{1}{2} + \frac{3}{8} \Rightarrow d = \frac{7}{8}\ m$

$I_{\Delta\,جملة} = I_{\Delta/c} + Md^2 + I_{\Delta m'}$

$I_{\Delta\,جملة} = \frac{1}{12}Ml^2 + M(\frac{l}{2})^2 + m'r'^2$

$= \frac{1}{12}(\frac{1}{2})(\frac{3}{2})^2 + (\frac{1}{2})(\frac{\frac{3}{2}}{2})^2 + \frac{1}{2}(1)^2$

$I_{\Delta\,جملة} = \frac{3}{32} + \frac{9}{32} + \frac{1}{\underset{(16)}{2}} = \frac{28}{32}$

$I_{\Delta\,جملة} = \frac{7}{8}\ Kgm^2$

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{7}{8}}{1\times10\times\frac{7}{8}}} = 2S$

② شروط بدء ($t = 0$, $\theta = \theta_{max} = \frac{\pi}{2}\ rad$)

نطبق نظرية طاقة حركية لحساب طاقة حركية للنواس بين وضعين:

الأول: $\theta = \theta_{max}$ $E_{K_1} = 0$

الثاني: $\theta = 0$ $E_{K_2} = ?$

عند المرور بالشاقول $\theta = 0$

$\Rightarrow \cos\theta = 1$ $\cos\theta_{max} = 0$

$\Delta E_K = \Sigma \overline{W}_{\vec{F}}$

$E_{K_2} - E_{K_1} = W_{\vec{w}} + W_{\vec{R}}$

$E_{K_1} = 0$ لأن ترك نواس دون سرعة ابتدائية

$W_{\vec{R}} = 0$ لأن حامل قوة تلاقي محور الدوران

$E_{K_2} = W_{\vec{w}} = mgh$

$\Rightarrow E_{K_2} = mgd(\cos\theta - \cos\theta_{max})$

$E_{K_2} = 1\times10\times\frac{7}{8}(1 - 0)$

$E_{K_2} = \frac{70}{8}\ J$

$V_{m'} = \omega r_{m'} = \omega(1)$

حساب السرعة الزاوية

$E_{K_2} = \frac{1}{2}I_{\Delta}\omega^2 = \frac{70}{8}$

$\omega^2 = \frac{140}{I_{\Delta}\times8} = \frac{140}{\frac{7}{8}\times8}$

$\omega^2 = 20 \Rightarrow \omega = 2\sqrt{5}\ rad/s$

$V_{m'} = (2\sqrt{5})(1)$

$V_{m'} = 2\sqrt{5}\ m\,s^{-1}$

طلب إضافي:

حساب السرعة الخطية لمركز عطالة:

$V_d = \omega d = 2\sqrt{5}\times\frac{7}{8}$

$V_d = \frac{7\sqrt{5}}{4}\ m/s$

مسألة ثانية: نواس ثقلي بسيط

$l = 40cm = 0.4m$

$m_1 = 100g = 0.1\ Kg$

① نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين الأول:

الأول: $\theta_{max} = ?$ $E_{K_1} = 0$

الثاني: $\theta = 0$ $E_{K_2} = ?$

$\Delta E_K = \Sigma \overline{W}_{\vec{F}}$

$$E_{k_2} - E_{k_1} = W_{\vec{w}} + W_{\vec{T}}$$

$E_{k_1} = 0$ لأن ترك النواس دون سرعة ابتدائية

$W_{\vec{T}} = 0$ لأن القوة تعامد الانتقال في كل لحظة

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mV^2 - 0 = mgh$$

$$V^2 = 2gh = 2gl(\cos\theta - \cos\theta_{max})$$

$$(\cos\theta - \cos\theta_{max}) = \frac{V^2}{2gl}$$

مرور بالشاقول $\theta = 0$

$$\Rightarrow \cos\theta = 1$$

$$(1 - \cos\theta_{max}) = \frac{V^2}{2gl}$$

$$\cos\theta_{max} = 1 - \frac{V^2}{2gl}$$

$$\cos\theta_{max} = 1 - \frac{(2)^2}{2\times10\times4\times10^{-1}}$$

$$= 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_{max} = \frac{\pi}{3}\ rad$$

(2) نطبق القانون الأساسي في التحريك الانسحابي:

$$\sum\vec{F} = m\vec{a} = \vec{w} + \vec{T}$$

بالإسقاط على محور الناظم وبجهة $\vec{T}$:

$$-w\cos\theta + T = m a_n$$

$$T = mg\cos\theta + m\frac{V^2}{l}$$

$$T = mg\cos\theta + m\frac{2gl(1-\cos\theta_{max})}{l}$$

مرور بالشاقول $\theta = 0$

$$\Rightarrow \cos\theta = 1$$

$$T = mg + 2mg(1-\cos\theta_{max})$$

$$T = mg(3 - 2\cos\theta_{max})$$

$$T = 100\times10^{-3}\times10\left(3 - 2\times\frac{1}{2}\right)$$

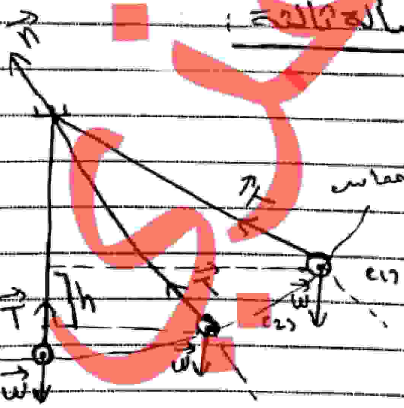
$$T = (3 - 1) = 2N$$

طلبات إضافية:

(1) استنتج بالرموز العلاقة المحددة للتسارع المماسي عندما يصنع خيط زاوية $\theta = 30°$ ؟

(2) حساب التسارع الزاوي عند الزاوية $30°$ ؟

مسألة ثالثة:



$m = \frac{1}{2}\ kg$

$l = 1.6\ m$

$h = 0.8\ m$

① نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين

الأول: $E_{k_1} = 0$ $\quad \theta = \theta_{max}$

الثاني: $E_{k_2} = ?$ $\quad \theta = 0$

$$\Delta E_k = W_{\vec{F}}$$

$$E_{k_2} - E_{k_1} = W_{\vec{w}} + W_{\vec{T}}$$

$W_T = 0$ القوة تعامد الانتقال كل لحظة

$E_{k_1} = 0$ الكرة تتحرك دون سرعة ابتدائية

$$\frac{1}{2} m V^2 - 0 = mgh + 0$$

$$V^2 = 2gh$$

$$V = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 10 \times 0.8}$$

$$V = \sqrt{16} = 4 \ m s^{-1}$$

② نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين:

الأولى: $E_{k_1} = 0$ $\quad \theta = \theta_{max}$

الثاني: $E_{k_2} = ?$ $\quad \theta = 0$

$$\Delta E_k = W_{\vec{F}}$$

$$E_{k_2} - E_{k_1} = W_{\vec{w}} + W_{\vec{T}}$$

$W_T = 0$ قوة تعامد الانتقال كل لحظة

$E_{k_1} = 0$ لأن الكرة تتحرك دون سرعة ابتدائية

$$\frac{1}{2} m V^2 - 0 = mgh$$

$$V^2 = 2gh = 2gl(\cos\theta - \cos\theta_{max})$$

$\theta = 0$ مرور بالشاقول

$$\Rightarrow \cos\theta = 1$$

$$(1 - \cos\theta_{max}) = \frac{V^2}{2gl}$$

$$\cos\theta_{max} = 1 - \frac{V^2}{2gl}$$

$$\cos\theta_{max} = 1 - \frac{(4)^2}{2 \times 10 \times 16 \times 10^{-1}}$$

$$= 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \theta_{max} = \frac{\pi}{3} \ rad$$

③

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{16 \times 10^{-1}}{10}}$$

$$T_0 = 2\pi \times 4 \times 10^{-1}$$

$$T_0 = 2.5 \ S$$

ملاحظة

$\pi^2 = 10 \qquad \pi = \sqrt{10}$

$32\pi = 100$

④ نطبق العلاقة الأساسية في التحريك الانسحابي:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} = \vec{w} + \vec{T}$$

بالإسقاط على محور الناظم بجهة T

$$-w\cos\theta + T = m a_n$$

$$T = mg\cos\theta + m\frac{V^2}{l}$$

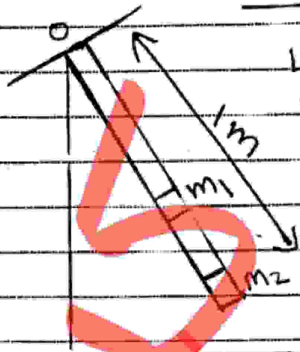
$\theta = 0 \Rightarrow \cos\theta = 1$ المرور بالشاقول

$$T = mg + m\frac{V^2}{l}$$

$$T = \frac{1}{2} \times 10 + \frac{1}{2} \times \frac{(4)^2}{16 \times 10^{-1}}$$

$$T = 5 + 5 = 10 \ N$$

المسألة الرابعة



$L = 1m$

$m_1 = 0.4\ Kg$

$m_2 = 0.2\ Kg$

ساق مهملة الكتلة

$I_{\Delta/c} = 0$

① $T_o = 2\pi\sqrt{\dfrac{I_{\Delta\,جملة}}{m g d}}$

$m = m_1 + m_2 = 0.4 + 0.2 = 0.6\ Kg$

$d = \dfrac{m_1 r_1 + m_2 r_2}{m_1 + m_2}$

$d = \dfrac{(0.4)(\frac{1}{2}) + (0.2)(1)}{0.4 + 0.2}$

$d = \dfrac{0.2 + 0.2}{0.6} = \dfrac{0.4}{0.6} = \dfrac{2}{3}\ m$

$I_{\Delta\,جملة} = I_{\Delta/c} + I_{\Delta m_1} + I_{\Delta m_2}$
$= 0 + m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2$

$I_{\Delta\,جملة} = (0.4)(\frac{1}{2})^2 + (0.2)(1)^2$

$I_{\Delta\,جملة} = 0.1 + 0.2 = 0.3\ Kg\,m^2$

$T_o = 2\pi\sqrt{\dfrac{3\times10^{-1}}{6\times10^{-1}\times10\times\frac{2}{3}}}$

$T_o = \sqrt{3}\ s$

② $V_f = \dfrac{4\pi}{3\sqrt{3}}\ m\,s^{-1}$

$V_f = \omega d \Rightarrow \dfrac{4\pi}{3\sqrt{3}} = \omega \cdot \dfrac{2}{3}$

$\omega = \dfrac{2\pi}{\sqrt{3}}\ rad/s$

a) $V_{m_2} = \omega r_2$

$V_{m_2} = \dfrac{2\pi}{\sqrt{3}} \times 1 = \dfrac{2\pi}{\sqrt{3}}\ m/s$

b_ نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين:

الأول: $\theta = \theta_{max}$ $\quad Ek_1 = 0$

الثاني: $\theta = 0$ $\quad Ek_2 = ?$

$\Delta E_K = \Sigma W_{\vec{F}}$

$Ek_2 - Ek_1 = W_{\vec{W}} + W_{\vec{R}}$

$W_R = 0$ لأن حامل قوة تلاقي محور الدوران.

الجملة تبدأ حركتها من السكون $Ek_1 = 0$

$\frac{1}{2} I_\Delta \omega^2 = m g h$

$h = \dfrac{\frac{1}{2} I_\Delta \omega^2}{m g}$

$d(\cos\theta - \cos\theta_{max}) = \dfrac{I_\Delta \omega^2}{2 m g}$

$\theta = 0$ مرور بالشاقول!

$\Rightarrow \cos\theta = 1$

$$(1-\cos\theta_{max}) = \frac{I_o \omega^2}{2mgd}$$

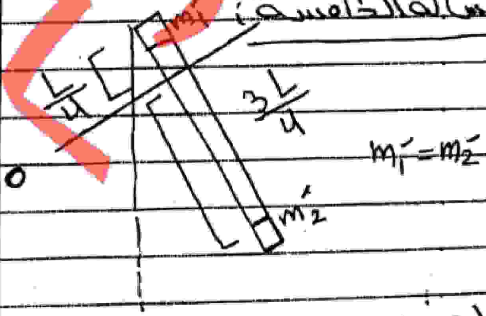
$$\cos\theta_{max} = 1 - \frac{I_o \omega^2}{2mgd}$$

$$= 1 - \frac{3\times10^{-1}\times\left(\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\right)^2}{2\times6\times10^{-1}\times10\times\frac{2}{3}}$$

$$\cos\theta_{max} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \theta_{max} = \frac{\pi}{3}\ rad$$

مسألة الخامسة:



شروط البدء: $\left(\begin{matrix} t=0 \\ \theta = \theta_{max} = \frac{1}{2\pi}\ rad \end{matrix} \right)$

$$T_o = \frac{5}{2}\ (S)$$

$$\theta = \theta_{max}\cos(\omega_o t + \varphi) \quad ①$$

ثوابت الحركة: $(\theta_{max},\ \omega_o,\ \varphi)$

$$\omega_o = \frac{2\pi}{T_o} = \frac{2\pi}{\frac{5}{2}} = \frac{4\pi}{5}\ S$$

$$\theta_{max} = \frac{1}{2\pi}\ rad$$

شروط البدء: $\left(\begin{matrix} t=0 \\ \theta = \theta_{max} \end{matrix} \right)$

$$\theta_{max} = \theta_{max}\cos(0+\varphi)$$

$$\cos\varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0\ rad$$

$$\theta = \frac{1}{2\pi}\cos\left(\frac{4\pi}{5}t + 0\right)$$

② ق عطالة الكتلة

$$I_{o/c} = 0$$

$$T_o = 2\pi\sqrt{\frac{I_{o\,\text{جملة}}}{mgd}}$$

$$d = \frac{m_1'\left(\frac{3L}{4}\right) - m_2'\left(\frac{L}{4}\right)}{m_1' + m_2'}$$

$$d = \frac{m'\left(\frac{3L}{4} - \frac{L}{4}\right)}{2m'} = \frac{\frac{2L}{4}}{2}$$

$$d = \frac{2L}{8} = \frac{L}{4}$$

$$m = m' + m' = 2m'$$

$$I_{o\,\text{جملة}} = I_{o/c} + I_{o m_1'} + I_{o m_2'}$$

$$I_{o\,\text{جملة}} = m_1'\left(\frac{L}{4}\right)^2 + m_2'\left(\frac{3L}{4}\right)^2$$

$$I_{o\,\text{جملة}} = \frac{m_1' L^2}{16} + \frac{9}{16}m_2' L^2$$

$$I_{o\,\text{جملة}} = \frac{10}{16}m_1' L^2 = \frac{5}{8}m_1' L^2$$

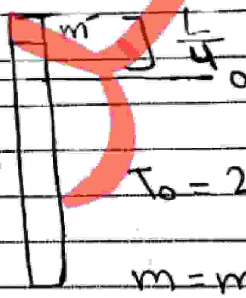
Subject :

$$\frac{5}{2} = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{5}{8}m_1 L^2}{2m_1 \times g \times \frac{L}{4}}}$$

نربع طرفين

$$\Rightarrow \frac{5}{2} = 2\sqrt{\frac{5L}{4}}$$

$$\Rightarrow \frac{25}{4} = 4 \times \frac{5L}{4} \Rightarrow L = \frac{5}{4} m$$



$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$$

$$m = m'$$

$$d = \frac{L}{4}$$

$$I_{\Delta \text{ جملة}} = I_{\Delta/c} + I_{\Delta m'} = 0 + m'\left(\frac{L}{4}\right)^2 = \frac{m'L^2}{16}$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{m'L^2}{16}}{m' \times g \times \frac{L}{4}}}$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{4g}}$$

$$T_0 = 2\sqrt{\frac{1}{4} \times \frac{5}{4}}$$

$$T_0 = \frac{\sqrt{5}}{2}\ s$$

مسألة دورة 2016 (مع طلبات ومناقشة)

يتألف نواس ثقلي مركب من ساق متجانسة طولها $(\ell = \frac{3}{2} m)$ وكتلتها m_1 نجعلها شاقولية ونعلقها من محور أفقي ثابت عمودي على مستويها الشاقولي ويمر من منتصفها وفي طرفها السفلي كتلة نقطية $m_2 = m_1$

المطلوب: $I_{\Delta/c} = \frac{1}{12} m_1 \ell^2$

1) استنتج بالرموز العلاقة المحددة للدور الخاص بدلالة طول الساق (ℓ) انطلاقاً من العلاقة العامة لدور النواس الثقلي في حال السعات الزاوية صغيرة واحسب قيمتها؟

2) احسب طول نواس ثقلي البسيط المواقت لهذا النواس؟

3) نزيح الجملة السابقة عن وضع توازنها الشاقولي بسعة زاوية $(\theta_{max} = 60°)$ ونتركها دون سرعة ابتدائية المطلوب:

أ- استنتج بالرموز العلاقة المحددة للسرعة الزاوية للجملة لحظة مرورها بالشاقول ومحور تعلق ثم احسب قيمتها؟

ب- حساب السرعة الخطية للكتلة (m_2) لحظة مرورها بالشاقول؟

Subject: ______ / /

ج- حساب السرعة الخطية لمركز عطالة الساق متجاوزة لحظة مرورها بالشاقول؟

د- حساب دور النواس الثقلي مركب عندما ينوس بالسعة السابقة؟

هـ- استنتج التابع الزمني لمطال الحركة انطلاقاً من شكله العام؟

ف- استنتج التابع الزمني للسرعة الزاوية والتسارع الزاوي؟

ق- حساب قيمة السرعة زاوية عظمى والتسارع الزاوي الأعظمي؟

ك- حساب قيمة التسارع الزاوي عند مطال زاوي قدره $\theta = \frac{\pi}{5}\ rad$ ؟

4) عين لحظتي المرور الأول والثاني عند وضع التوازن؟

5) حساب السرعة الزاوية لحظة مرور الأول والثاني من وضع توازن؟

6) نقوم بوصل كتلة m_2 احسب الدور الخاص الجديد عندما نقوم بتثبيت كتلة في طرفها العلوي $m_2 = 2m_1$ ؟

7) حساب دور النواس ثقلي مركب عندما ينوس بزاوية $0.4\ rad$ ؟

8) نزيح الساق عن وضع توازنها الشاقولي بسعة زاوية θ_{max} ونتركه دون سرعة ابتدائية فتكون السرعة الزاوية للنواس عند المرور بالشاقول $\omega = \sqrt{10}\ rad/s$ المطلوب:

a) حساب قيمة θ_{max} ؟

b) حساب السرعة خطية لمركز العطالة لحظة المرور بالشاقول؟

c) حساب السرعة الخطية للكتلة m_2 ؟

d) استنتج بالرموز العلاقة المحددة للطاقة الحركية للنواس لحظة مرور بالشاقول ثم احسب قيمتها؟ مع العلم قيمة $m_1 = 20g$ ؟

الدرس الرابع:

((ميكانيك الموائع))

*** الخصائص ميكانيكية للموائع متحركة:**

(تتميز الموائع بالقدرة على الجريان بتأثير القوة الخارجية المؤثرة فيها ولوصف هذه الحركة في كل لحظة يجب معرفة الكثافة المائع وضغطه وسرعته ودرجة حرارته)

*** مفاهيم أساسية:**

1) الجريان المستقر:

جريان المستقر نوعان: (جريان مستقر منتظم وغير منتظم).

جريان مستقر منتظم: هو الجريان الذي تكون سرعة جسيم السائل في نقطة ما ثابتة مع مرور الزمن.