ورقة العمل الثالثة في مادة الرياضيات(التحليل)

للصف الثالث الثانوي العلمي (2022)

الاسم :.........

السؤال الأول : ليكن C الخط البياني للتابع f المستمر على المجال $[0,+\infty[$. جدول تغيراته هو الآتي :

x	0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$	$\|\|$	$+$	$3 \|\| -1$	$-$	0	$-$	
$f(x)$	3	$\nearrow$	5	$\searrow$	0	$\searrow$	-3

❶ هل للخط C مقاربات مائلة ؟ علّل إجابتك .

❷ دل على القيم الحدية محلياً مبيّناً نوعها .

❸ اكتب معادلةً لنصف المماس من اليسار للخط C في النقطة $A(1,5)$.

❹ عيّن $f([0,+\infty[)$.

❺ قارن بين $f(2021)$ و $f(2022)$.

السؤال الثاني :

أولاً : لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ المعرّفة بالعلاقة : $u_n = 1-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-\frac{1}{8}+\cdots+(-\frac{1}{2})^n$. احسبي $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

ثانياً : احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{1+2+3+\cdots+n}{n^2}$.

السؤال الثالث : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x)=x(1+e^{-x})$

❶ أثبت أنّ المستقيمΔ الذي معادلته $y=x$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$. ثمّ ادرس وضع C بالنسبة إلىΔ .

❷ احسب مساحة السطح المحصور بين الخط C و Δ والمستقيم $x=1$.

السؤال الرابع: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $]1,+\infty[$ وفق $f(x)=\frac{x}{\ln x}$.

❶ ادرس اطراد التابع f .

❷ لنعرّف المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ بالعلاقة التدريجية : $u_0=5$ و $u_{n+1}=f(u_n)=\frac{u_n}{\ln u_n}$ عند كل $n\geq0$.

a. أثبت أنّه أياً كان العدد الطبيعي n كان $e\leq u_n\leq5$. b. أثبت أنّ المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ متناقصة .

c. استنتج أنّ المتتالية متقاربة واحسب نهايتها .

السؤال الخامس:

أولاً: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ والمعطى بالعلاقة $f(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$.

❶ أوجد $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x),\ \lim\limits_{x\to\infty}f(x)$. ثم استنتج كل مقارب للخط C.

❷ ادرس تغيرات التابع f ونظّم جدولاً بها. ثم ارسم الخط البياني C بعد رسم المقاربات.

ثانياً: ليكن $(v_n)_{n\geq0}$ متتالية معرفة تدريجياً وفق $v_0=1$ و $v_{n+1}=\frac{v_n}{\sqrt{v_n^2+1}}$.

❶ أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي يكون $0\leq v_{n+1}\leq v_n$.

❷ أثبت أن $(v_n)_{n\geq0}$ متقاربة وأوجد نهايتها.

❸ احسب الحدود v_1 و v_2 و v_3 ثم خمّن عبارة v_n بدلالة n وأثبت صحة تخمينك.

السؤال السادس: لتكن $(u_n)_{n\geq0}$ المتتالية المعرفة كما يلي : $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = \dfrac{3u_n + 2}{4}$

❶ لتكن المتتالية $(v_n)_{n\geq0}$ المعرفة وفق العلاقة : $v_n = u_n - 2$.

a. أثبت أن المتتالية $(v_n)_{n\geq0}$ هندسية يُطلب إيجاد أساسها وحدها الأول .

b. أوجد عبارة v_n بدلالة n واستنتج عبارة u_n بدلالة n . واحسب نهايتها .

❷ لنعرّف المتتاليتين $(S_n)_{n\geq0}$ و $(S'_n)_{n\geq0}$ وفق العلاقتين :

$S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$ و $S'_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$. اكتب عبارة S_n و S'_n بدلالة n . واستنتج نهاية كل منهما .

السؤال السابع: ليكن f التابع المعرف على $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ وفق : $f(x) = \dfrac{x^3 - 6x^2 + x}{1 - x}$

❶ I) عين الأعداد الحقيقية a و b و c و d بحيث من أجل كل $x \neq 1$ يكون $f(x) = ax^2 + bx + c + \dfrac{d}{1-x}$

II) احسب $I = \int_0^{\frac{1}{2}} f(x)\,dx$

❷ احسب باستعمال التكامل بالتجزئة ، التكامل J حيث: $J = \int_0^{\frac{1}{2}} (3x^2 - 12x + 1)\ln(1 - x)\,dx$.

السؤال الثامن: لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ المعرّفة وفق العلاقة : $u_{n+1} = 2 - \dfrac{1}{u_n}$ و $u_0 = 2$.

❶ أثبت أنّ مستعملةً البرهان بالتدريج أنّه أياً كان $n \geq 0$ تتحقق الخاصة الآتية : $u_n > 1$.

❷ لنعرّف المتتالية $(v_n)_{n\geq0}$ وفق العلاقة : $v_n = \dfrac{1}{u_n - 1}$. أثبت أنّ $(v_n)_{n\geq0}$ حسابية عيّن حدّها الأول وأساسها.

❸ اكتب عبارة v_n بدلالة n . ثمّ استنتج أنّ $u_n = \dfrac{n+2}{n+1}$ واحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

❹ a. احسب المجموع : $S = \dfrac{1}{u_{23} - 1} + \dfrac{1}{u_{23} - 1} + \cdots + \dfrac{1}{u_{2022} - 1}$.

b. احسب بدلالة n المجموع $T_n = e^{v_0} + e^{v_1} + \cdots + e^{v_n}$.

السؤال التاسع: ليكن f التابع المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق العلاقة : $f(x) = e^{2x} \cdot \sin x$.

❶ احسبي $f'(x)$ و $f''(x)$.

❷ عيّن العددين الحقيقيين a و b التي تحقّق : $f(x) = af'(x) + bf''(x)$

❸ استنتج تابعاً أصلياً $F(x)$ للتابع $f(x)$ على $\mathbb{R}$.

السؤال العاشر: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على المجال $]0,+\infty[$ وفق العلاقة : $f(x) = \dfrac{1}{x(x+1)}$

❶ عيّن عددين حقيقيين a و b يحقّقان : $f(x) = \dfrac{a}{x} + \dfrac{b}{x+1}$. ثمّ استنتج $I = \int_1^2 f(x)\,dx$

❷ لنعرّف المتتالية $(u_n)_{n\geq1}$ وفق العلاقة : $u_n = f(n)$. ولنعرف $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \cdots + u_n$

اكتب عبارة S_n بدلالة n ثمّ استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$.

السؤال الحادي عشر: لتكن التكاملات الثلاث الآتية :

$$L = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x^2+1}} \ , \ J = \int_0^1 \frac{x^2}{\sqrt{x^2+1}} dx \ , \ K = \int_0^1 \sqrt{x^2+1}\, dx$$

❶ f التابع المعرّف على المجال $[0,1]$ وفق : $f(x) = \ln(x+\sqrt{x^2+1})$ احسب $f'(x)$ واستنتج قيمة التكامل L .

❷ $a.$ تحقّق أنّ $L + J = K$.

$b.$ باستخدام التكامل بالتجزئة في K بيّن أنّ $K = \sqrt{2} - J$.

$c.$ من الطلبين السابقين استنتج قيمة كلٍّ من J و K .

السؤال الثاني عشر: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x) = (1-x)\cdot e^x$.

❶ ادرس تغيرات f ونظّمي جدولاً بها ، ودل على قيمته الكبرى محلياً ، و استنتج معادلة المقارب الأفقي لخطه C.

❷ أثبت أنّ مماسي الخط C في النقطتين اللتين فاصلتاهما : $1-$ و 1 متعامدان.

❸ ارسم C ثمّ استنتجي رسم الخط البياني C_1 للتابع f_1 المعيّن بالعلاقة : $f_1(x) = \dfrac{1+x}{e^x}$ من الخط البياني C للتابع f .

❹ باستخدام التقريب التآلفي المحلي(التقريب الخطي) احسب قيمة تقريبية لـِ $f(0.1)$.

❺ ليكن C_1 الجزء من الخط البياني C المحصور بين المستقيمين اللذين معادلتاهما $x = 0$ و $x = 1$.

وليكن $\mathcal{S}$ السطح المحصور بين C_1 ومحور الفواصل . احسب مساحة $\mathcal{S}$.

❻ عندما يدور السطح $\mathcal{S}$ حول محور الفواصل دورة كاملة فإنّه يولّد مجسّماً دورانياً حجمه $\mathcal{V}$. إذا علمتَ أنّ

$G : x \mapsto (ax^2+bx+c)e^{2x}$ تابعاً أصلياً للتابع $x \mapsto f^2(x)$ عين a و b و c ، ثمّ احسب الحجم $\mathcal{V}$.

السؤال الثالث عشر: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x) = \dfrac{e^x}{e^x+1}$.

❶ ادرس تغيّرات التابع f ونظّمي جدولاً بها . واكتب معادلة كل مستقيم مقارب أفقي لخطّه البياني .

❷ ارسم ما وجدتيه من مستقيمات مقاربة ثمّ ارسم C .

❸ ليكن C_1 الجزء من الخط البياني C المحصور بين المستقيمين اللذين معادلتاهما $x = 0$ و $x = \ln 2$.

وليكن $\mathcal{S}$ السطح المحصور بين C_1 ومحور الفواصل . احسب مساحة $\mathcal{S}$.

❹ عندما يدور السطح $\mathcal{S}$ حول محور الفواصل فإنّه يولّد مجسّماً دورانياً حجمه $\mathcal{V}$.

إذا علمتَ أنّ التابع $x \mapsto f^2(x)$ يكتب بالشكل $f^2(x) = \dfrac{e^{2x}}{(e^x+1)^2} = \dfrac{ae^x}{e^x+1} + \dfrac{be^x}{(e^x+1)^2}$ عيّن العددين a و b.

ثمّ استنتج تابعاً أصلياً للتابع $x \mapsto f^2(x)$ على $\mathbb{R}$. ثمّ احسب الحجم $\mathcal{V}$.

....انتهت الأسئلة ....

مدارس الأوائل النموذجية الخاصة

ورقة العمل الثالثة في مادة الرياضيات (**الجبر**) الاسم :.........

للصف الثالث الثانوي العلمي (2022)

السؤال الأول : في إحدى مسابقات التوظيف ، يتضمّن اختبار أربعة أسئلة كل منها مزوّد بثلاث إجابات مقترحة منها واحدة صحيحة فقط . يقرّر أحد المتقدّمين الإجابة عشوائياً عن الأسئلة الأربعة .

❶ ما احتمال الحصول على إجابة صحيحة على الأقل ؟

❷ لنعرّف المتحوّل العشوائي X الذي يدل على عدد الإجابات الصحيحة التي نحصل عليها . عيّن مجموعة قيم X . واكتب قانونه الاحتمالي واحسب توقعّه الرياضي و تباينه .

السؤال الثاني : يحتوي صندوق على كرتين سوداوين و كرتين بيضاوين .

نسحب عشوائياً من الصندوق ثلاث كرات على التتالي مع إعادة الكرة المسحوبة في كل مرّة .

لنرمّز بالرمز A إلى الحدث « الحصول على كرات من لونين مختلفين ».

وبالرمز B إلى الحدث « الحصول على كرة بيضاء واحدة على الأكثر »

❶ احسب احتمال الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون ثمّ استنتج $\mathbb{P}(A)$.

❷ هل الحدثان A و B مستقلان احتمالياً؟ علل إجابتك .

❸ لنعرّف المتحوّل العشوائي X الذي يقرن بكل نتيجة سحب عدد الكرات البيضاء المسحوبة .

عيّن مجموعة قيم X و جدول قانونه الاحتمالي واحسب توقعه الرياضي وتباينه .

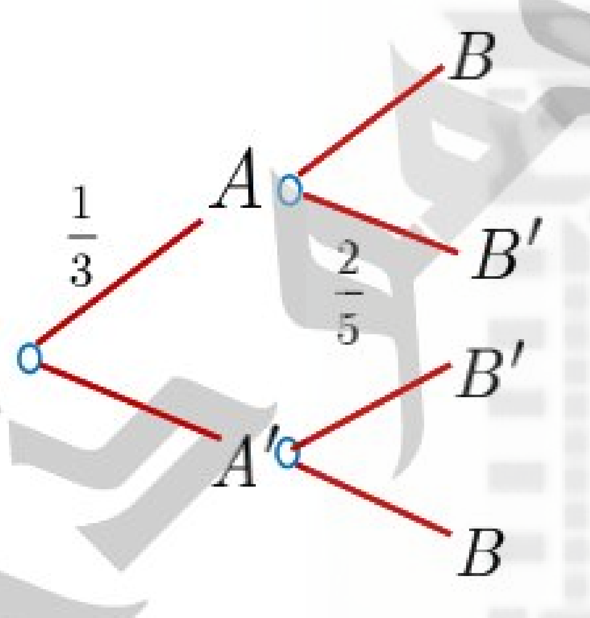
السؤال الثالث : في إحصائيةٍ لوزارة النقل وُجد أنّ 60% من الحوادث يكون السائق رجلاً وأنّ 70% منهم يكون حادثهم بسبب تجاوز حدود السرعة . و وُجد أيضاً بشكلٍ عام أنّ 80% من الحوادث سببها تجاوز حدود السرعة .

اخترنا عشوائياً ملفاً لحادث مروري.

بفرض M الحدث : « السائق في الملف رجلاً » و S الحدث : « تجاوز السائق حدود السرعة »

إذا علمت أنّ السائق في هذا الملف امرأةً ، فما احتمال أن يكون الحادث سببه تجاوز حدود السرعة ؟

السؤال الرابع : في تجربة عشوائية لدينا الحدثان A و B يحقّقان :



$\mathbb{P}(A'\cap B)=\frac{2}{7}$ و $\mathbb{P}(B'|A)=\frac{2}{5}$ و $\mathbb{P}(A)=\frac{1}{3}$

عيّن الاحتمالات $\mathbb{P}(A')$ و $\mathbb{P}(B\mid A)$ و $\mathbb{P}(A\cap B)$ و $\mathbb{P}(A\cap B')$

و $\mathbb{P}(B\mid A')$ و $\mathbb{P}(A'\cap B')$ و $\mathbb{P}(B)$ و $\mathbb{P}(A\mid B)$.

السؤال الخامس:

في أحد المشافي نسبة المصابين بالمرض A 20% ونسبة المصابين بالمرض B 46% ومن بين المصابين بالمرض A نسبة المصابون بالمرض B 30% اخترنا مريضاً عشوائياً من المشفى .

❶ إذا علمت أنّه غير مصاب بالمرض A ما احتمال أن يكون مصاباً بالمرض B ؟

❷ لنعرّف المتحوّل العشوائي X الذي يدل على عدد الأمراض التي يمكن أن يصاب بها الشخص المختار (من المرضين A أو B) عيّن مجموعة قيم X وجدول قانونه الاحتمالي واحسب توقّعه الرياضي .

السؤال السادس : يحتوي صندوق على ثلاث كرات بيضاء وكرتان سوداوان. نسحب عشوائياً كرتين على التتالي دون إعادة . ليكن المتحوّل العشوائي X الذي يأخذ القيمة 4 إذا كانت الكرتان المسحوبتان بيضاوان، ويأخذ القيمة -3 إذا كانت كرة بيضاء وكرة سوداء، ويأخذ القيمة n إذا كانت الكرتان المسحوبتان سوداوين.

❶ احسب $\mathbb{P}(X=4)$ و $\mathbb{P}(X=-3)$. استنتج $\mathbb{P}(X=n)$.

❷ عيّن القانون الاحتمالي للمتحوّل العشوائي X .

❸ احسب n كي يكون توقعه الرياضي معدوماً .

السؤال السابع : ليكن X متحوّل عشوائي يمثل عدد النجاحات في تجربة برنولية .

الجدول غير المكتمل المجاور هو القانون الاحتمالي للمتحوّل X .

k	0	1	2	3	4
$\mathbb{P}(X=k)$	$\frac{1}{81}$				

❶ ما عدد الاختبارات في التجربة ؟

❷ أكملي الجدول المجاور ؟

❸ احسبي التوقع الرياضي وتباين المتحوّل العشوائي X .

السؤال الثامن: يحتوي صندوق على خمس كرات ، ثلاث كرات سوداء اللون وتحمل الأرقام 1 و 2 و 3 ، وكرتان حمراوان تحملان الأرقام 1 و 2 . نسحب عشوائياً وفي آن معاً كرتين من هذا الصندوق .

❶كم عدد النتائج المختلفة لهذا السحب ؟

❷ما احتمال أن تكون الكرتان المسحوبتان من اللون نفسه ؟

❸ كم عدد النتائج المختلفة التي تشتمل على كرتين مجموع رقميهما يساوي 3 ؟

❹ إذا علمت أنّ الكرتين المسحوبتين من اللون نفسه ، ما احتمال أن يكون مجموع رقميهما يساوي 3.

السؤال التاسع : نلقي قطعة نقود متوازنة ثلاث مرّات متتالية

❶ ليكن X المتحوّل العشوائي الذي يمثّل عدد مرّات ظهور الوجه H في الرمية الأولى .

عيّن القيم التي يأخذها X ، وقانونه الاحتمالي.

❷ ليكن Y المتحوّل العشوائي الذي يمثّل عدد مرّات ظهور الوجه H في الرميتين الثانية والثالثة .

عيّن القيم التي يأخذها Y ، وقانونه الاحتمالي.

❸ اكتب الجدول الاحتمالي الذي يمثّل القانون الاحتمالي للزوج (X,Y) . أيكون المتحولان X و Y مستقلين احتمالياً ؟علل

السؤال العاشر: يحوي مغلف 5 بطاقات متماثلة كتب عليها الأرقام $2,2,1,1,0$

نسحب من المغلف عشوائياً ثلاث بطاقات على التتالي دون الإعادة

❶إذا علمت أن مجموع أرقام البطاقات الثلاث المسحوبة يساوي 4 فما احتمال أن تكون البطاقة الأولى تحمل الرقم 0 ؟

❷ ليكن X المتغير العشوائي الذي يدل على جداء أرقام البطاقات الثلاث المسحوبة ، اكتب مجموعة قيم المتغير العشوائي X ، ثم عين جدول قانونه الاحتمالي واحسب توقعه الرياضي وتباينه وانحرافه .

....انتهت الأسئلة ....

مدارس الأوائل النموذجية الخاصة

ورقة العمل الثالثة في مادة الرياضيات (الأشعة)
للصف الثالث الثانوي العلمي (2022)

الاسم :.........

السؤال الأول :

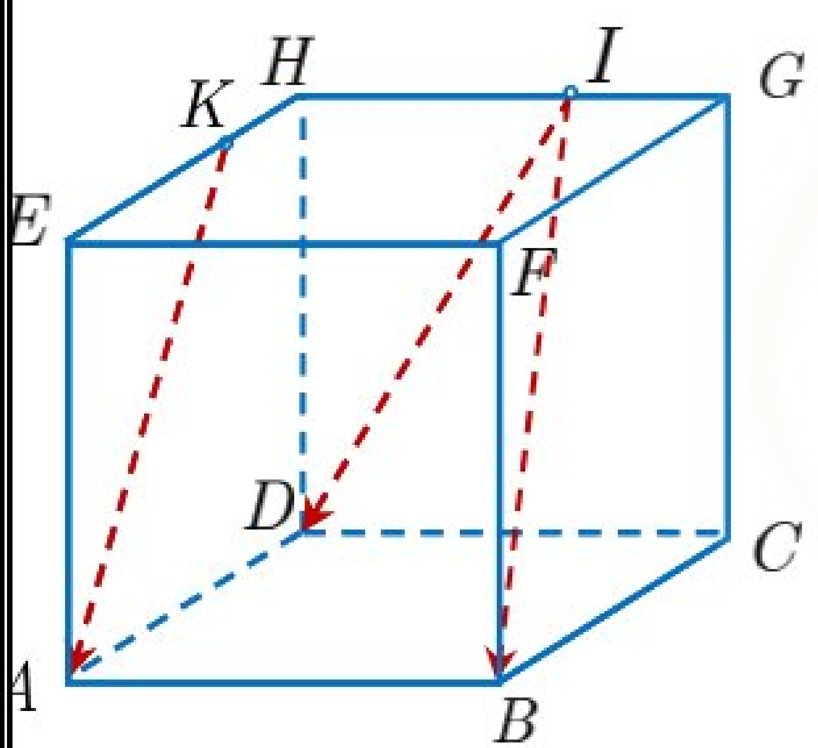
❶ في معلمٍ متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ صف مجموعة النقاط $M(x,y,z)$ التي تحقق إحداثياتها العلاقات :

$x^2+z^2-\frac{4}{25}y^2=0$ مع $0\le y\le 5$.

❷ أوجد معادلةً للأسطوانة التي محورها $(O,\vec{k})$ و قاعدتها العليا الدائرة التي تمر بالنقطة $A(2,3,5)$ و قاعدتها الدنيا الدائرة التي مركزها O .

السؤال الثاني :

$ABCDEFGH$ مكعب ، طول ضلعه يساوي 1 . النقطة I تحقق $\overrightarrow{HI}=\frac{3}{4}\overrightarrow{HG}$ والنقطة K تحقق $\overrightarrow{HK}=\frac{1}{4}\overrightarrow{HE}$. ولنختر معلماً متجانساً $(D;\overrightarrow{DA},\overrightarrow{DC},\overrightarrow{DH})$. والمطلوب:



❶ أثبت وجود عددين حقيقيين α و β يحقّقان:

$\overrightarrow{KA}=\alpha\overrightarrow{IB}+\beta\overrightarrow{ID}$. ثمّ استنتج وضع المستقيم (KA) بالنسبة إلى المستوي (IBD).

❷ احسب $\cos\alpha$ حيث $\alpha=(\overrightarrow{ID},\overrightarrow{IB})$

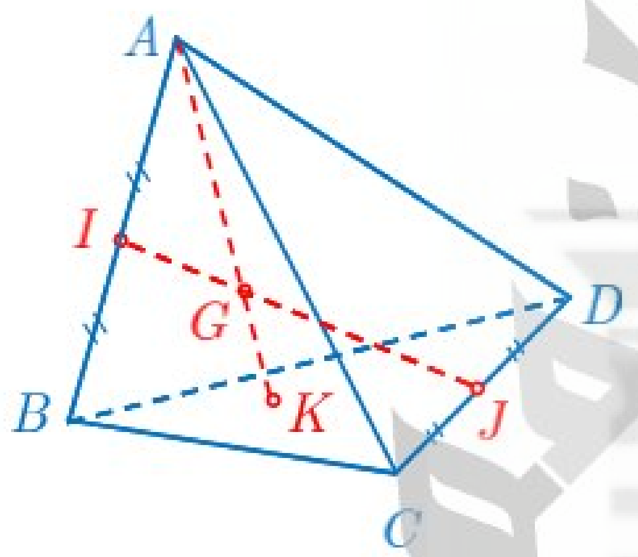
❸ K نقطة تحقق $2\overrightarrow{AK}=\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CA}+3\overrightarrow{AG}$

أوجد الأمثال α و β و γ لتكون K مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط (B,α) و (C,β) و (G,γ) ثمّ عيّن النقطة K .

السؤال الثالث :

$ABCD$ رباعي وجوه منتظم(كل وجه فيه مثلث متساوي الأضلاع) طول ضلعه a.

I و J هما، بالترتيب ، منتصفا $[AB]$ و $[CD]$ و G مركز ثقل رباعي الوجوه .



❶ أثبت النقطة G تحقّق $\overrightarrow{AG}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AK}$ حيث K مركز ثقل المثلث BCD.

❷ أثبت أنّ النقاط I و J و G تقع على استقامةٍ واحدة .

❸ أثبت أنّ المستقيمين (AB) و (CD) متعامدان .

أثبت أنّ المستقيم (IJ) يعامد كلاً من المستقيمين (AB) و (CD) .

❹ أوجد مجموعة نقاط الفراغ M التي تحقق : $\left\|\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right\|=\left\|3\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}-\overrightarrow{MD}\right\|$

❺ عيّن طبيعة مجموعة نقط الفراغ M التي تحقق المساواة: $\left\|\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right\|=\left\|2\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}-\overrightarrow{MD}\right\|$.

❻ عيّن طبيعة مجموعة نقط الفراغ M التي تحقق المساواة: $\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right\|=2\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right\|$.

السؤال الرابع :

نتأمّل في معلمٍ متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ المستويين $\mathcal{P}$ و $\mathcal{Q}$: $\mathcal{P}:x+2y-z+1=0$ و $\mathcal{Q}:2x+y-z+2=0$

❶ أثبت أنّ المستويين $\mathcal{P}$ و $\mathcal{Q}$ متقاطعان ثمّ أعطِ تمثيلاً وسيطياً لفصلهما المشترك d .

❷ اكتب معادلةً للمستوي R العمودي على كلٍّ من $\mathcal{P}$ و $\mathcal{Q}$ ويمر بالنقطة $A(2,1,-1)$.

❸ احسب بعد النقطة $A(2,1,-1)$ عن المستقيم d .

السؤال الخامس : في معلمٍ متجانسٍ $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ لدينا النقط : $A(2,-2,3)$ و $B(4,-3,-1)$ و $C(0,-\frac{1}{2},-3)$

والمستوي $\mathcal{P}$ الذي معادلته $2x-y+3z-4=0$.

❶ تحقّق أنّ المستقيم (AB) ليس عمودياً على المستوي $\mathcal{P}$. ثمّ أعطِ معادلةً للمستوي $\mathcal{Q}$ العمودي على $\mathcal{P}$ والمار بالنقطتين A و B .

❷ اكتب معادلةً للكرة التي مركزها النقطة B و تمس المستوي $\mathcal{P}$.

❸ أعطِ تمثيلاً وسيطياً لنصف المستقيم $[AB)$.

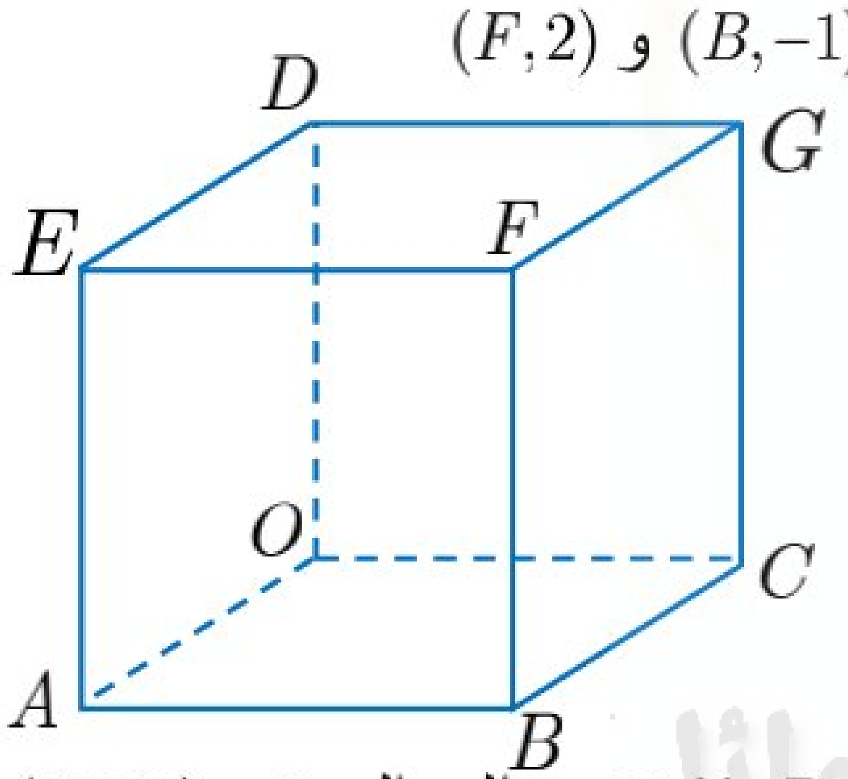
❹ ليكن G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط $(A,1)$ و $(B,-1)$ و $(C,2)$ أثبت أنّ إحداثيات النقطة G هي $(-1,0,-1)$.

❺ بيّن أنّ M مجموعة نقط الفراغ التي تحقق المساواة : $\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|=12$ تمثّل كرة $\mathcal{S}$ عيّن مركزها واحسب نصف قطرها. ثم أثبت أنّ المستوي $\mathcal{P}$ يقطع الكرة $\mathcal{S}$.عين نصف قطر الدائرة المقطع .

السؤال السادس : $OABCDEFG$ مكعّب طول ضلعه يساوي 1. ولتكن النقطتان P و Q تحقّقان :

$\overrightarrow{OP}=2\overrightarrow{OA}$ و $\overrightarrow{OQ}=4\overrightarrow{OC}$ ، ولتكن النقطة R مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين $(B,-1)$ و $(F,2)$

ولنختر معلماً متجانساً $(O;\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OC},\overrightarrow{OD})$.



❶ a. أثبت أنّ إحداثيات النقطة R هي $(1,1,2)$.

b. أثبت أنّ النقاط P و Q و R لا تقع على استقامةٍ واحدة .

c. احسب $\overrightarrow{RP}\cdot\overrightarrow{RQ}$ ثمّ استنتج نوع المثلّث PQR ؟

❷ أثبت أنّ معادلة المستوي (PQR) هي: $4x+2y+z-8=0$ ثمّ تحقّق أنّ النقطة D لا تنتمي إلى المستوي (PQR) .

❸ لتكن النقطة H المسقط القائم للنقطة D على المستوي (PQR) . أعطِ تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (DH) .

ثمّ عيّن إحداثيات النقطة H وأثبت أنّها تنتمي إلى المستقيم (PR) .

❹ احسب حجم رباعي الوجوه $DPQR$.

السؤال السابع : في معلمٍ متجانس معطى في الفراغ $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ لدينا النقاط :

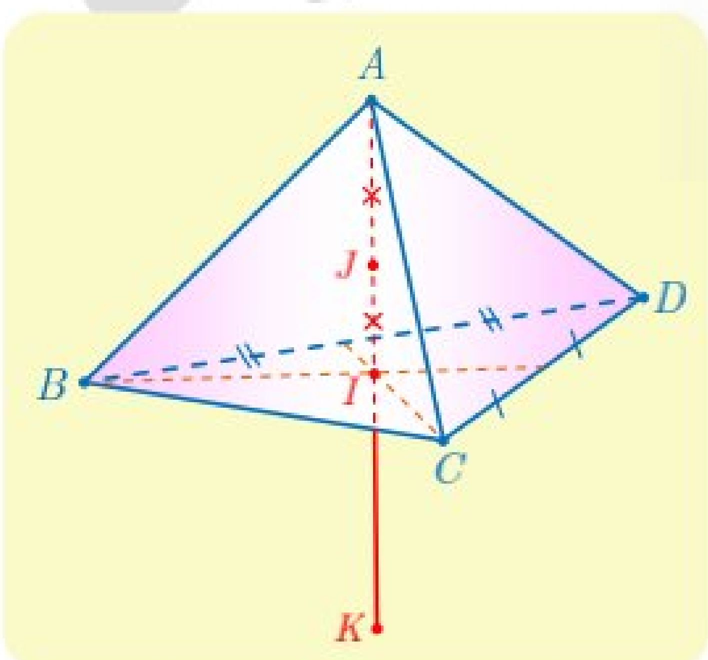
$A(4,0,-3)$ و $B(2,2,2)$ و $C(3,-3,-1)$ و $D(0,0,-3)$ تمثّل رؤوس رباعي الوجوه $ABCD$.

❶ أثبت أنّ معادلة المستوي المحوري $\mathcal{P}_1$ للقطعة المستقيمة $[AB]$ هي : $4x-4y-10z-13=0$.

❷ بافتراض أنّ معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[BC]$ و $[CD]$ هما بالترتيب: $\mathcal{P}_2: 2x-10y-6z-7=0$ و $\mathcal{P}_3: 3x-3y+2z-5=0$ أثبت أنّ المستويات الثلاث تتقاطع في نقطة واحدة E يطلب إيجاد إحداثياتها .

❸ استنتج معادلةً للكرة التي تمر برؤوس رباعي الوجوه $ABCD$.

السؤال الثامن :



ليكن $ABCD$ رباعي الوجوه. وليكن I مركز ثقل المثلث BCD

و J منتصف $[AI]$ و K نظيرة A بالنسبة إلى I.

عبّر عن J و K بصفتهما مراكز الأبعاد المتناسبة للنقاط A و B و C و D

بعد تزويدها بأمثال مناسبة.

..................................انتهت الأسئلة..................................