اوجد التكامل الصحيح لكل من التكاملات الآتية ثم تحقق من صحة الحل

1) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x\sqrt{x}}}$

2) $f(x) = \frac{(1-x^2)}{x\sqrt{x}}$

3) $f(x) = \frac{x^3}{\sqrt[3]{x}}$

4) $f(x) = \sin^3 x \cdot \sin 2x$

5) $f(x) = 2x + 5 - \csc^2 x$

6) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x + x\sqrt{x}}}$

7) $f(x) = 2x \cos^2 x \, dx$

8) $\int_0^1 e^{\sqrt{x}} \, dx$

9) $f(x) = \frac{x^3 + 2}{x^2 - 1}$

10) $f(x) = \frac{x^4 + 4}{x^2 - 4}$

11) $\int_1^2 \sqrt[3]{1 - x}$

12) $\int_1^4 \frac{\sqrt{1 + \sqrt{x}}}{\sqrt{x}}$

13) $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\pi/2} \sqrt{\cos x - \cos^3 x} \, dx$

14) $\int_1^{e^3} \frac{1}{x\sqrt{1 + \ln x}}$

15) $\int_0^9 \frac{x - 1}{1 + \sqrt{x}}$

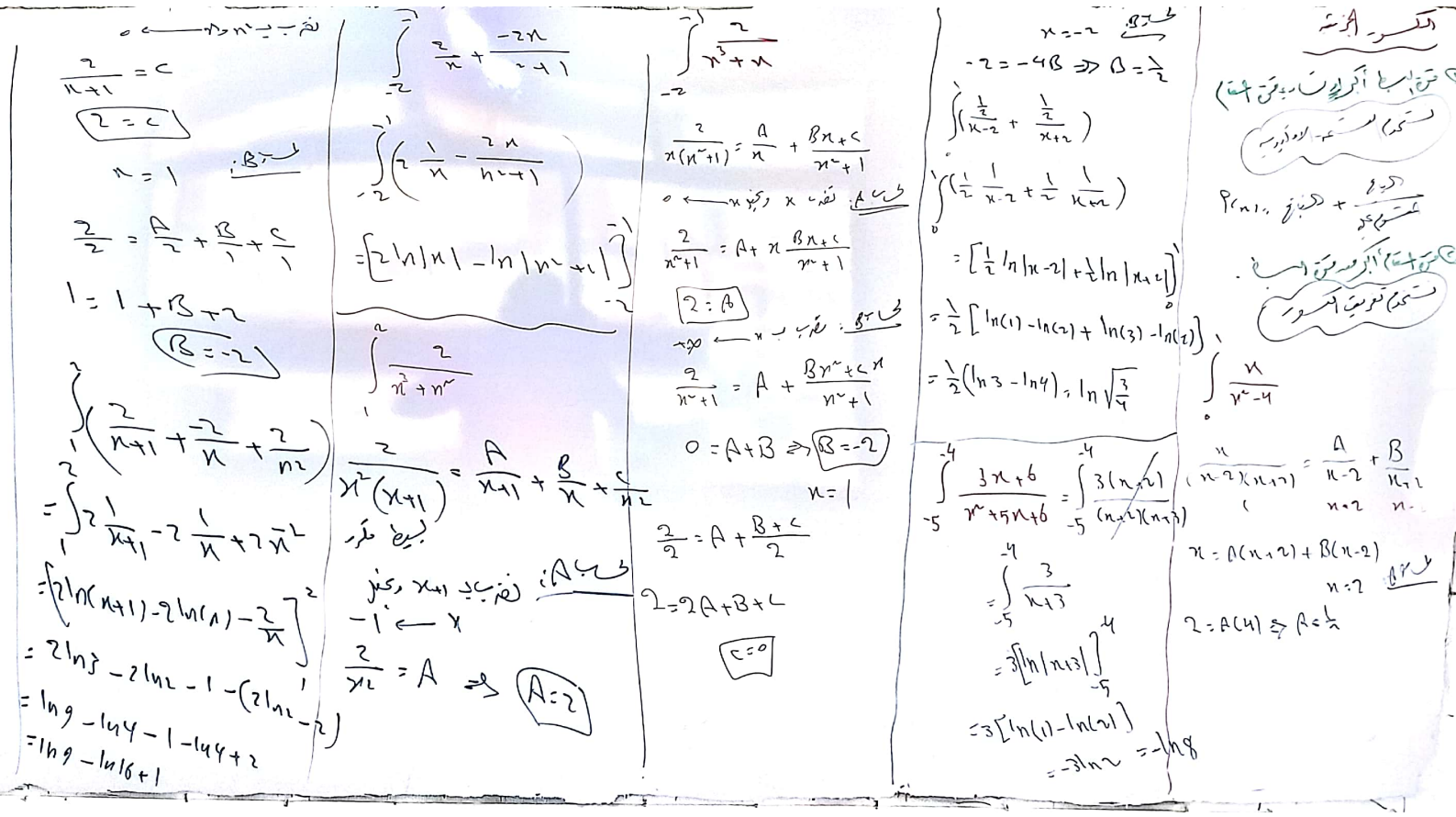
16) $f(x) = \frac{1}{x^2} \sin\left(\frac{1}{x}\right)$

17) $f(x) = \frac{1}{\sin^2 3x}$

18) $f(x) = x\sqrt{x + 1}$

19) $\int_0^1 \frac{e^x}{e^x + 1}$

20) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin^3 x}{\cos^5 x}$



أ) أوجد المشتق الأصلي العام لكل من التوابع الآتية ؟

1) $f(x) = \sqrt[3]{x^2} + 5\sqrt{x}$

2) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}\sqrt{x}}$

3) $f(x) = \frac{x^3}{\sqrt[3]{x}}$

4) $f(x) = \frac{(1-x)^2}{x\sqrt{x}}$

5) $f(x) = \frac{x}{2} + \frac{2}{x^2}$

6) $f(x) = \sin^3 x \cdot \sin 2x$

7) $f(x) = \sin 4x \cos 3x$

8) $f(x) = \frac{(\ln x)^2}{x}$

9) $f(x) = \frac{1}{x^2}\sin\left(\frac{1}{x}\right)$

10) $f(x) = 2x\cos^2 x$

11) $f(x) = \frac{x}{\sqrt{2x+1}}$

12) $f(x) = x^r \cdot \ln x \quad r \in \mathbb{Q}\setminus\{-1\}$

13) $f(x) = \ln x$

14) $f(x) = \frac{x^3+2}{x^2-1}$

15) $f(x) = \frac{2}{x^3+x}$

16) $f(x) = \frac{x+3}{x^2-1}$

17) $f(x) = \frac{8}{x^3(x-1)}$

18) $f(x) = \frac{x^4+4}{x^2}$

19) $f(x) = \frac{1}{x^2}e^{\frac{1}{x}x^2-4}$

20) $f(x) = \frac{3x^2-2}{(2x^3-4x)^4}$

ب) أوجد تابعاً أصلياً لكل من التوابع الآتية ؟

21) $\int_1^2 x\cos(x^2-1)\,dx$

22) $\int_0^3 \frac{x}{\sqrt{1+x}}\,dx$

23) $\int_1^e x\cdot\ln x$

24) $\int_1^2 \frac{x+1}{x\sqrt{x}}$

25) $\int_1^2 \sqrt[3]{1-x}$

26) $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\cos x - \cos^3 x}\,dx$

27) $\int_1^{e^3} \frac{1}{x\sqrt{1+\ln x}}\,dx$

28) $\int_1^4 \frac{\sqrt{1+\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}$

29) $\int_1^e (x-1-\ln x)\,dx$

30) $\int_0^{\ln 2} \frac{1}{e^x+1}$

31) $\int_0^1 x\cdot e^x$

32) $\int_{-2}^{3} \frac{2x-1}{x-1}$

33) $\int_0^1 |2x+2|\,dx$

34) $\int_0^3 \frac{ex}{e^x+1}$

35) $\int_0^3 |x^2-3x+2|$

36) $\int_{\ln 2}^1 \left(\frac{1}{x^2}+\frac{2}{x}-3\right)$

37) $\int_0^{+2} (x-2)e^{x^2}$

38) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin^3 x}{\cos^5 x}\,dx$

39) $\int_{-2}^{1} |x^2+4x|\,dx$

40) $\int_0^{\frac{1}{4}} (e^{2x}+e^{-2x})\,dx$

41) $\int_{\frac{1}{2}}^{1} \frac{1}{x\ln x}$

42) $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{6}} \frac{1}{\sin 2x}$

43) $\int_0^1 x\sqrt{x^2+1}\,dx$

44) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{x}{x^2-4}\,dx$

45) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin x\cdot\cos^2 x\,dx$

46) $\int_{-3}^{-1} |x+2|\,dx$

47) $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sqrt{\sin x}}$

48) $\int_0^{\frac{\pi}{8}} \cos^4 x\,dx$

49) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x\,dx$

50) $\int_0^9 \frac{x-1}{1+\sqrt{x}}\,dx$

• لتكن $f(x)=x^2+1$ احسب مساحة السطح المحدد بين C والمستقيم $y=x+3$

• احسب حجم الجسم الناتج عن دوران المنطقة المحددة بالمستقيمين $x=0$ و $x=3$ ومنحني C حول $x'x$ دورة كاملة. $f(x)=x\sqrt{9-x^2}$

• لتكن $f(x)=x^3-1$ احسب مساحة السطح المحدد بـ C و $y'y$ والمستقيم $y=7$

• احسب S مساحة السطح المحصور بين خطي المنحنيين f_1 و f_2 حيث $f_1(x)=\ln(x)$ و $f_2(x)=\ln^2(x)$

• لتكن f_1 و f_2 تابعين معرفين على R وفق $f_1(x)=e^x$ و $f_2(x)=e^{-x}$

1) احسب S مساحة السطح المحصور بين C_1 و C_2 والمستقيم $x=1$

2) احسب V حجم الجسم الناتج عن دوران السطح السابق حول $x'x$ دورة كاملة.

• لتكن f تابع معرف على R وفق $f(x)=e^{\frac{x}{2}}+e^{-\frac{x}{2}}$

1) اثبت أن f زوجي واستنتج الصفة التناظرية لـ C

2) ادرس تغيرات f ونظم جدولاً بها

3) ارسم C واحسب مساحة السطح المحصور بين C و $x'x$ والمستقيمين $x=1$ و $x=-1$

4) احسب حجم الجسم الناتج عن دوران السطح السابق دورة كاملة حول $x'x$.

• $f(x)=\frac{1}{x}+\ln(x)$ على $]0,+\infty[$

1) ادرس تغيرات f ونظم جدولاً بها وبين ما للرسم من مقاربات ودل على قيمته الحدية

2) اكتب معادلة المماس لـ C في نقطة فاصلتها 2 وادرس وضع C بالنسبة لـ Δ.

3) ارسم المماس والمقاربات وارسم C

4) احسب مساحة السطح المحصور بين C و $x'x$ والمستقيمين $x=1$ و $x=e$

• $f(x)=\frac{1}{x\ln(x)}$ على $]0,1[\cup]1,+\infty[$

① تغيرات ومقاربات وتنظيم جدول التغيرات

② ارسم C ③ احسب مساحة السطح المحصور بين C و $x'x$ والمستقيمين $x=2$ و $x=e$

• C_1 : $f(x)=\ln(x+1)$ على $]-1,+\infty[$

C_2 : $g(x)=\frac{x}{x+1}$ على $R\setminus\{-1\}$

1) اثبت أن C_1 و C_2 متماسان في المبدأ ثم أوجد معادلة المماس المشترك لهما.

2) ادرس تغيرات f و g واستنتج ...

3) ارسم C_1 و C_2 والمماس المشترك

4) احسب مساحة السطح المحصور بين C و $x'x$ والمستقيم الذي معادلته $x=2$

• $f(x)=\ln\left(\frac{2x+\lambda-9}{\lambda x+1}\right)$

1) عيّن λ ليمر C بالنقطة $M(2,\ln 2)$

2) بفرض أن $F(x)=x\ln(2x-2)-x-\ln(x-1)$ بين أن F تابع أصلي لـ f ثم احسب مساحة السطح المحصور بين C و $x'x$ والمستقيمين $x=\frac{5}{2}$ و $x=\frac{3}{2}$

المكتب العلمي الرياضي.