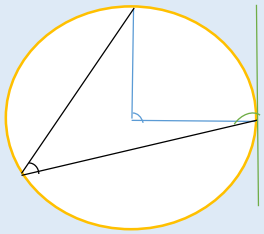
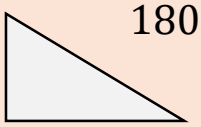
لحساب قياس زاوية

الزواية المحيطية أو المركزية أو مماسية



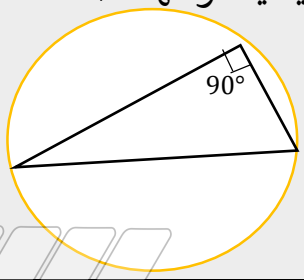
حيث المركزية تساوي قوسها
والمحيطية والمماسية تساوي نصف قوسها

مجموع زواية المثلث 180



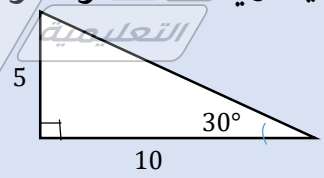
إذا علمت قياس زاويتان وطلبت الثالثة

زاوية محيطية قوسها نصف الدائرة



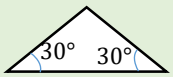
قياسها 90°

زاوية المقابلة لضلع يساوي نصف طول الوتر



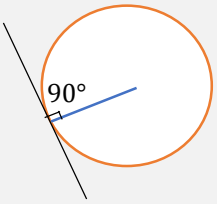
تساوي 30°

مثلث متساوي الساقين



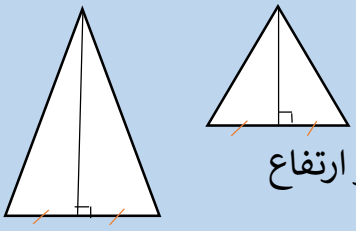
زاويتا القاعدة متساويتان

الزاوية بين المماس ونصف القطر



وهي تساوي 90°

متوسط في مثلث متساوي الأضلاع أومتساوي الساقين

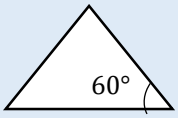


يكون المتوسط هو ارتفاع
وتكون الزاوية 90°

راتب كسيبي

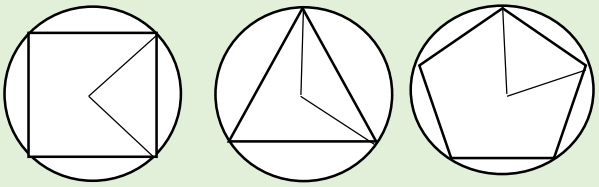
لحساب قياس زاوية

مثلث متساوي الأضلاع



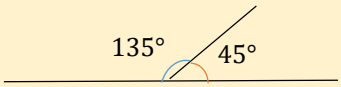
قياس الزواية 60°

زاوية المركز في مضلع منتظم



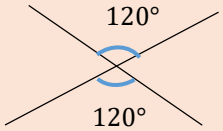
لها قانون $\widehat{ABC} = \frac{360}{n}$ وحيث n عدد الأضلاع

زاوية مكملة لزاوية



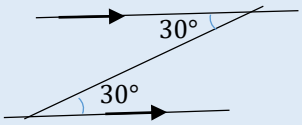
مجموعهم 180

زاويتان متقابلتان بالرأس



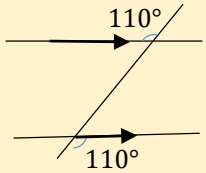
يكونا متساويتان

زاويتان متبادلتان داخليا"



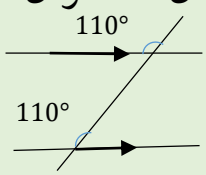
يكونا متساويتان

زاويتان متبادلتان داخليا"



يكونا متساويتان

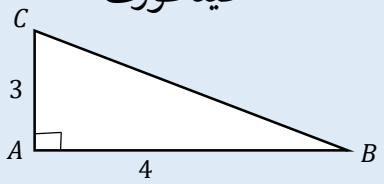
زاويتان متناظرتان



يكونا متساويتان

لحساب أطوال أضلاع

فيثاغورث

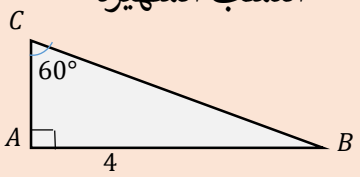


$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

تستعمل في المثلث القائم

إذا علم طول ضلعين وطلب حساب الطول الثالث

النسب الشهيرة

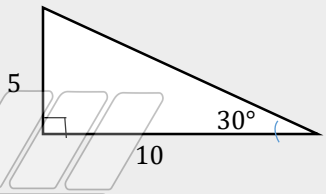


في المثلث القائم

إذا علم طول ضلع وزاوية فيه وطلب طول ضلع

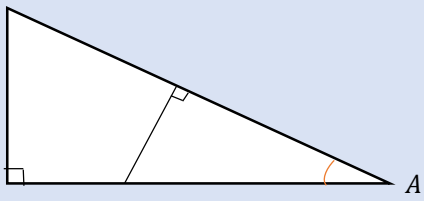
نستعمل $\sin\theta$ أو $\cos\theta$ أو $\tan\theta$ الزواية الشهيرة

ضلع مقابل للزاوية 30



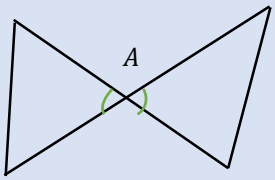
يساوي دائما" نصف طول الوتر

استعمال $\sin\theta$ أو $\cos\theta$ أو $\tan\theta$ بمثلثين



حيث الزاوية A مشتركة بين المثلثين

إذا" $\sin A$ أو $\cos A$ أو $\tan A$ متساوي في المثلثين

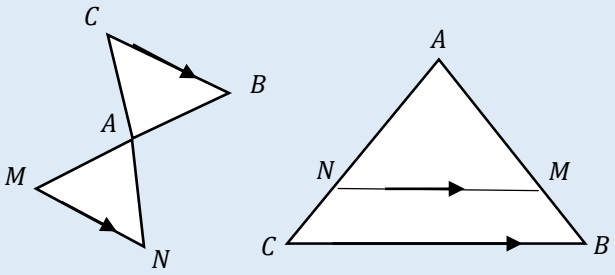


حيث الزاوية A متساوية في المثلثين بسبب التقابل بالرأس أذا"

$\sin A$ أو $\cos A$ أو $\tan A$ متساوي في المثلثين

لحساب أطوال أضلاع

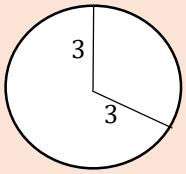
مبرهنة النسب الثلاث



$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

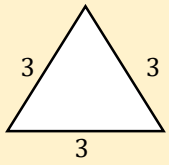
تذكر: لاتستعملها في حال لايوجد توازي

انصاف الأقطار في دائرة



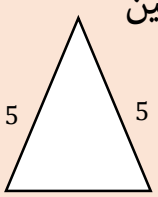
انصاف الأقطار في دائرة متساوية

مثلث متساوي الأضلاع



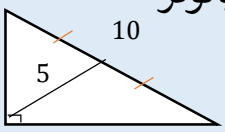
أضلاعه متساوية

مثلث متساوي الساقين



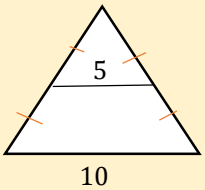
الضلعان متساويان

متوسط متعلق بالوتر



يساوي نصف طول الوتر

الضلع المتوسط لضلعين في المثلث

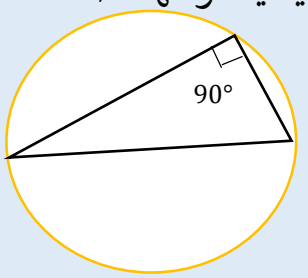


يساوي نصف الضلع الثالث

راتب كسيبي

لإثبات أن مثلث قائم أو (التعامد)

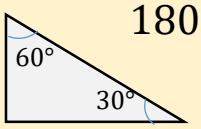
زاوية محيطية قوسها نصف الدائرة



قياسها 90°

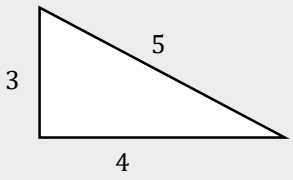
يمكن تعليل(مثلث مرت برؤسه دائرة وكان أحد أضلاعه قطرا" فيها فهو قائم)

مجموع زواية المثلث 180



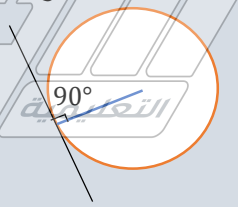
إذا علمت قياس زاويتان وتكون الثالثة 90°

عكس فيثاغورث



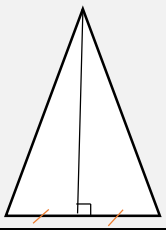
إذا علم طول أضلاع المثلث

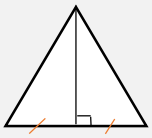
الزاوية بين المماس ونصف القطر



وهي تساوي 90°

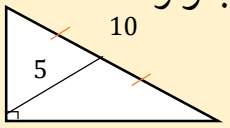
متوسط في مثلث متساوي الأضلاع أومتساوي الساقين





يكون المتوسط هو ارتفاع وتكون الزاوية 90°

متوسط متعلق بالوتر



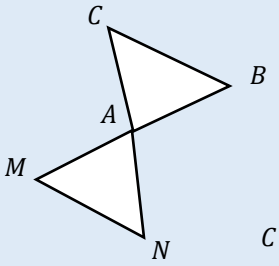
إذا كان طول الخط المتوسط في مثلث يساوي نصف طول الضلع المقابل له كان المثلث قائم وتره تلك الضلع

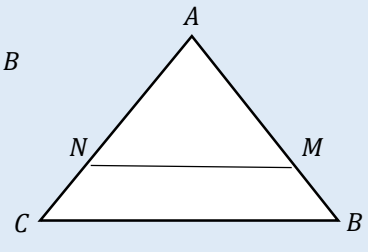
لإثبات التوازي

عمودان على مستقيم واحد

عمودان عل مستقيم واحد متوازيان

عكس مبرهنة النسب الثلاث

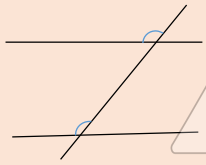




$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

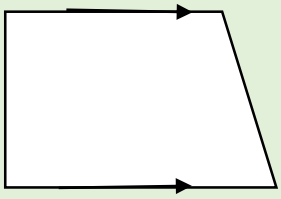
إذا تساوى نسبتان كان $MN \parallel BC$

زويتان متساويتان



إذا تساوى زاويتان متبادلتان داخليا" أو متبادلتان خارجيا" أو متناظرتان كان المستقيمان متوازيان

شبه المنحرف

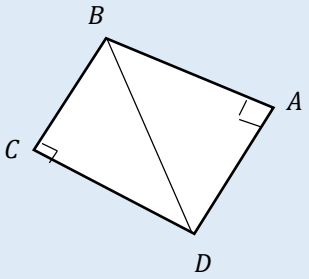


دائما" في شبه المنحرف يوجد ضلعان متوازيان

راتب كسيبي

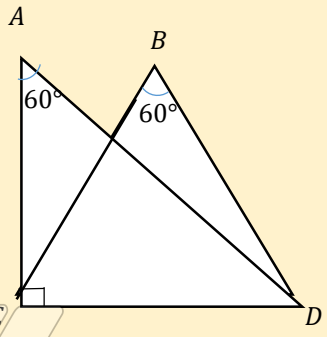
لإثبات أن رباعي دائري
أو النقاط تقع على دائرة واحدة

زاويتان متقابلتان متكاملتان(مجموعهم 180)



لدينا $\hat{A} + \hat{C} = 180$ إذا" الرباعي دائري
ومركز الدائرة منتصف الوتر BC

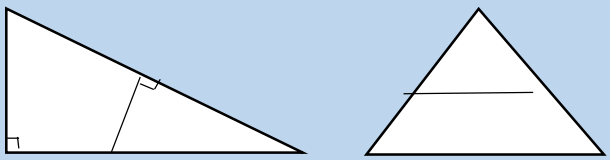
زاويتان متساويتان وتقعان بجهة واحدة بالنسبة لضلع مشترك



لدينا $\hat{A} = \hat{B}$ زاويتان تقعان بجهة واحدة بالنسبة
للمستقيم CD إذا" الرباعي دائري
ومركز الدائرة المارة برؤوسه هي منتصف الوتر CD

إثبات التشابه

التشابه بين مثلثين



في مبرهنة النسب الثلاث
نحسب معامل التشابه من
أحد النسب الثلاث
$K = \frac{AB}{AC}$

في تشابه مثلثان ولا يوجد
توازي نحسب معامل التشابه
من أحد النسب المتساوية
$K = \frac{AB}{AC}$

في حال معامل التشابه تصغير نضع الضلع الصغير في البسط
في حال معامل التشابه تكبير نضع الضلع الكبير في البسط

يفيد معامل التشابه في
حساب مساحات واحجام

$K^2 = \frac{S}{\acute{S}}$

$K^3 = \frac{v}{\acute{v}}$

قوانين $\sin x$ و $\cos x$

$$\sin x = \frac{\text{مقابل}}{\text{الوتر}}$$

$$\cos x = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$$

$$\tan x = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$$

قانون مهم

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$$

يستعمل لحساب sin في حال علم cos
أو لحساب cos في حال علم sin

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$

يستعمل لحساب tan في حال علم sin و cos

النسب الشهيرة

	30	45	60
sin	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$
tan	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$

استعمل النسب الشهيرة لحساب
sin و cos و tan الزاوية الشهيرة أو
لحساب أطوال أضلاع في مثلث شهير

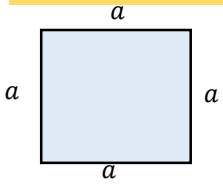
ملاحظات:
$0 < \sin A < 1$ حيث A هي زاوية حادة
$0 < \cos A < 1$ حيث A هي زاوية حادة
$\sin(\theta) = \cos(90 - \theta)$ أي مجموعهم 90

تذكر : في حال تساوى نسبتان
يمكن تثبيت البسط وجمعه للمقام
ويمكن تثبيت المقام وجمعه للبسط
ويمكن تثبيت البسط وطرحه من المقام
ويمكن تثبيت المقام وطرحه من البسط
وجداء الطرفين يساوي جداء الوسطين

راتب كسيبي

قوانين الأشكال ثنائية البعد

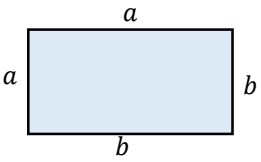
المربع:



المحيط $p = 4a$

المساحة $s = a^2$

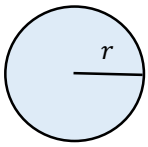
المستطيل:



المحيط $p = 2(a + b)$

المساحة $s = a \times b$

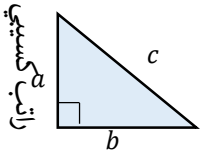
الدائرة:



المحيط $p = 2\pi r$

المساحة $s = \pi r^2$

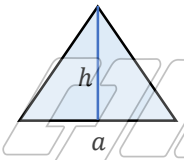
مثلث القائم:



المحيط $p = a + b + c$

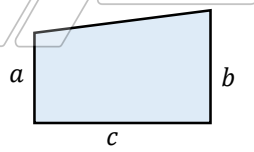
المساحة $s = \frac{a \times b}{2}$

مثلث:



المساحة $s = \frac{a \times h}{2}$

شبه المنحرف:



المساحة $s = c \times \frac{a+b}{2}$

ملاحظة:تعاريف مهمة

السطح الكروي: هو مجموعة النقاط M في الفراغ التي تحقق $0M = R$

المجسم الكروي: هو مجموعة النقاط في الفراغ التي تحقق $0M \leq R$

الدائرة الكبرى:هي دائرة واقعة على الكرة وقطرها يساوي قطر الكرة

ملاحظة: الواحدات

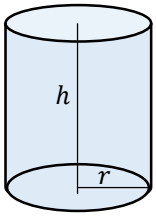
واحدة الطول l : cm أو m أو mm .....

واحدة المساحة s : cm^2 أو m^2 أو mm^2 .....

واحدة الحجم v : cm^3 أو m^3 أو mm^3 .....

قوانين الأشكال ثلاثية البعد (المجسمات)

الأسطوانة:



محيط القاعدة: $p = 2\pi r$

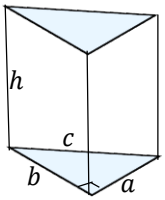
مساحة الجانبية: $s_l = p \times h$

مساحة القاعدة: $s = \pi r^2$

حجم الأسطوانة: $v = s \times h$

المساحة الكلية: $s_T = s_l + 2s$

الموشور القائم:



محيط القاعدة: $p = a + b + c$

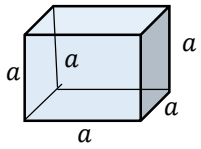
مساحة الجانبية: $s_l = p \times h$

مساحة القاعدة: $s = a \times b$

حجم الأسطوانة: $v = s \times h$

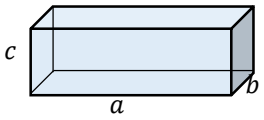
المساحة الكلية: $s_T = s_l + 2s$

المكعب:



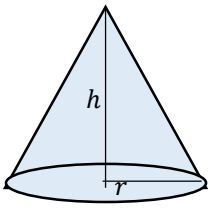
حجم المكعب $v = a^3$

متوازي المستطيلات:



حجم $v = a \times b \times c$

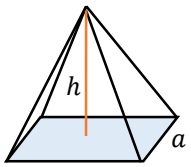
المخروط:



مساحة القاعدة: $s = \pi r^2$

حجم المخروط: $v = \frac{1}{3}sh$

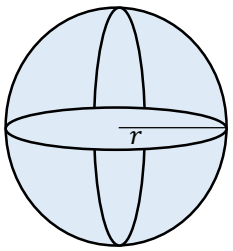
هرم قاعدته مربع:



مساحة القاعدة: $s = a^2$

حجم الهرم: $v = \frac{1}{3}sh$

الكرة:



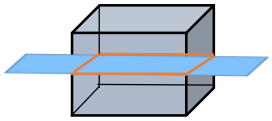
مساحة السطح $s = 4\pi r^2$

حجم الكرة $v = \frac{4}{3}\pi r^3$

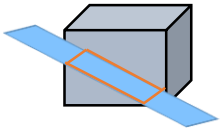
المقاطع

المكعب:

مقطع المكعب بمستوي يوازي يواري أحد الأوجه
هو مربع يطابق ذلك الوجه

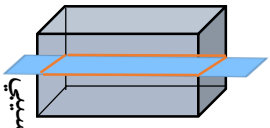


مقطع المكعب بمستوي يوازي أحد الأحرف
هو مستطيل أحد بعديه يساوي زلك الحرف

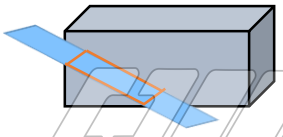


متوازي المستطيلات:

مقطع المكعب بمستوي يوازي يواري أحد الأوجه
هو مستطيل يطابق ذلك الوجه

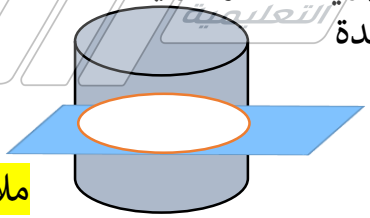


مقطع المكعب بمستوي يوازي أحد الأحرف
هو مستطيل أحد بعديه يساوي ذلك الحرف

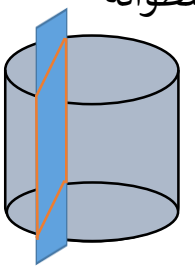


الأسطوانة:

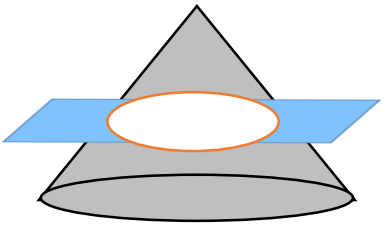
مقطع الأسطوانة بمستوي يوازي قاعدتها أو يعامد
محورها هو دائرة تطابق القاعدة



مقطع الأسطوانة بمستوي يوازي محورها هو
مستطيل أحد بعديه يساوي إرتفاع الأسطوانة

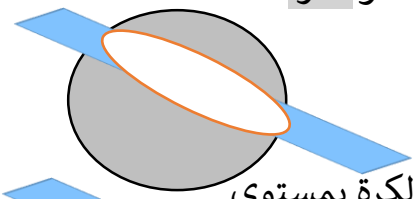


المخروط:
مقطع المخروط بمستوي يوازي قاعدته
هو دائرة مصغرة عن دائرة القاعدة

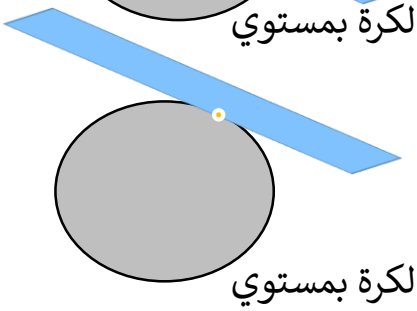


الكرة:

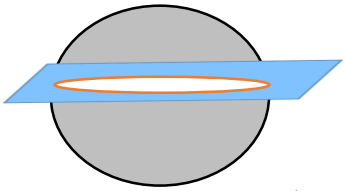
مقطع الكرة بمستوي هو دائرة



حالة خاصة: مقطع الكرة بمستوي
يمسها هو نقطة

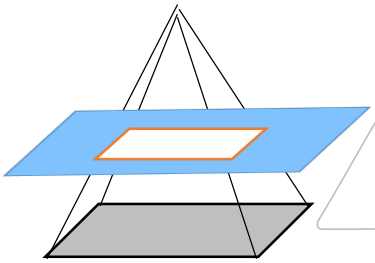


حالة خاصة: مقطع الكرة بمستوي
ويمر بالمركز هو دائرة كبرى



الهرم:

مقطع الهرم بمستوي يوازي القاعدة
هو شكل مصغر عن القاعدة



ملاحظات لحل المسائل:

لحساب مساحة أو طول ضلع في المقطع إستعمل

الهرم	مبرهنة النسب الثلاث
المخروط	مبرهنة النسب الثلاث
مكعب	فيثاغورث
متوازي المستطيلات	فيثاغورث
كرة	فيثاغورث

ملاحظة: لحساب مساحة أو حجم
الجزء المظلل أو الجزء المحصور
احسب مساحة او حجم الشكل اللذي في الخارج
ثم اطرح منها مساحة أو حجم الجزء اللذي في
الداخل

راتب كسيبي