

النشطة وقوانين

لوفياتم

lim\_{x to +inf} (1/x) = 0

g(x) = x/(x - ln x) g(1) = 0

x | 0 e +inf

نقطة انه (1) و صفر في حالة x > 0

g | 0 + 0 -

ثابت انه صفر عند الصفر

g | 0 -> e/(e-1) <- 1

طالدرس تا ليرة الدرسه عند الصفر رعيه انه اظنه المخرج له عند الجواب

g(1) = 1 <- A(1,1)

g'(1) = 1

y = g(1) + g'(1)(x-1) = x

19) لا ينفذ ولا عند +inf

طال اصح او و (1) و (2) و (3) و (4)

في كل صوره للمخرج ل (2) في x=1

الطلب: نتدقق انه ان x من [1, +inf)

f(x) = ln x (3/171) م صيلة م صوره للمخرج ل (1)

f'(m) = 1/m M(m, ln m)

م انه م صوره على الخواص

f'(m) = 1/m m = 1/m

وانه م صوره على الخواص

y = ln m = 1/m (x=m)

طال اصح او صوره ل (1) و (2) x > 0

y = 1/m x - 1 + ln m

lim\_{x to +inf} (1/x) = 0

(3) ك ان ترتيب ك = ln m - 1

g(1) = 0

ك نقطة تقاطع للمخرج ل (1) و (2)

اي م صوره على الخواص

y = -1 + ln m K(0, -1 + ln m)

تقاطع و صوره ل (2) x=0

lim\_{x to +inf} (g(x) - g(0)) = lim\_{x to +inf} g(x)

(3) استخرج ال ك = ln m

طال اصح او صوره ل (1) و (2)

y\_H = y\_H = ln m

lim\_{x to +inf} (1/(x - ln x)) = 0

H(0, ln m)

تقاطع و تا ليرة صوره ل (1) و (2) x=0

KH = (x\_H - x\_K) i + (y\_H - y\_K) j

g'(x) = (x - ln x - (1 - 1/x)) / (x - ln x)^2

= (ln m + 1 - ln m) j

= j

= (1 - ln x) / (x - ln x)^2

g' = 0 <-> ln x = 1

x = e g(e) = e/(e-1)

2020 لطلاب دورة 2020 حسابات وحوليات امنية

الملف العلمي الرياضي أحمد ركول الصباغ

الملف العلمي الرياضي... الملف العلمي الرياضي... الملف العلمي الرياضي... الملف العلمي الرياضي

مهمان و حولة كلفة لطول دورة

نقطة M نقطة كيفية حد خط c

تسمى H نقطة التماس M الى x و y  
ثم نصل بين H ونقطة التماس

الذي هو كاسه J. فكلية KM هي  
الخطة c في النقطة M.

لوجاريتم

$$\frac{\ln a}{\ln b} = \frac{a}{b}$$

أوجد عند ما يوجد  
كاشا في نظام وحفظه

12  
174

لدرس تغيرات الدالة

$$f(x) = \frac{\ln x}{x}$$

$$f'(x) = -\frac{1 - \ln x}{x^2}$$

$f'(x) = 0 \Rightarrow x = e$   
 $f'(x) < 0 \Rightarrow x > e$   
 $f'(x) > 0 \Rightarrow x < e$

$f'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$   
 $f'(e) = 0$   
 $x = e$   
 $f(e) = \frac{1}{e}$

x	0	e	+∞
f'		+	0
f		+	0

10  
173

$$\ln\left(\frac{a+b}{3}\right) = \frac{\ln a + \ln b}{2}$$

اصح  $\frac{a}{b}$

$$\ln\left(\frac{a+b}{3}\right) = \frac{1}{2}(\ln(a \cdot b))$$

$$\ln\left(\frac{a+b}{3}\right) = \ln\sqrt{a \cdot b}$$

بالربيع

$$\frac{a+b}{3} = \sqrt{a \cdot b}$$

$$(a+b)^2 = 9a \cdot b$$

$$a^2 + 2ab + b^2 - 9a \cdot b = 0$$

$$a^2 + b^2 - 7a \cdot b = 0$$

تقريباً  $a \cdot b \neq 0$

$$\frac{a^2}{a \cdot b} + \frac{b^2}{a \cdot b} - 7 = 0$$

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} - 7 = 0$$

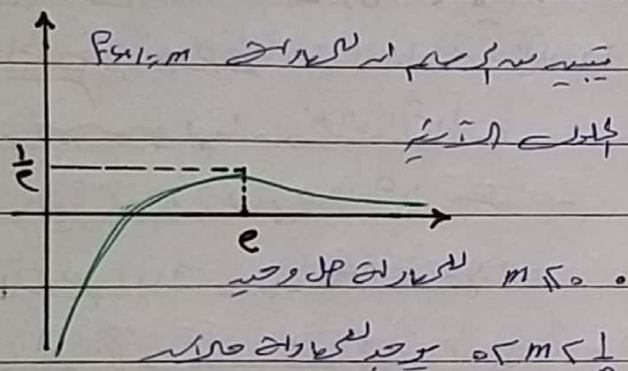
بفرض  $\frac{a}{b} = t$

$$t + \frac{1}{t} - 7 = 0$$

$$t^2 - 7t + 1 = 0$$

$$t = \frac{7 - 3\sqrt{5}}{2} = \frac{a}{b}$$

$$t = \frac{7 + 3\sqrt{5}}{2} = \frac{a}{b}$$



$x_1 < e < x_2$  تكبير سيناقها  
 $\ln x_1 = \ln x_2 = m$

$$\frac{\ln x_1}{x_1} = \frac{\ln x_2}{x_2} = m$$

$$x_2 \ln x_1 = x_1 \ln x_2$$

$$\frac{x_2 \ln x_1}{x_2 \ln x_2} = \frac{x_1 \ln x_2}{x_2 \ln x_2}$$

$$\frac{\ln x_1}{\ln x_2} = \frac{x_1}{x_2}$$

رسم لطول

9311109

أحمد رسول الصباغ

المنتدى الرياضي الرياضي

المنتدى الرياضي الرياضي  
المنتدى الرياضي الرياضي  
المنتدى الرياضي الرياضي  
المنتدى الرياضي الرياضي  
المنتدى الرياضي الرياضي  
المنتدى الرياضي الرياضي  
المنتدى الرياضي الرياضي  
المنتدى الرياضي الرياضي  
المنتدى الرياضي الرياضي  
المنتدى الرياضي الرياضي

تكملة

$\ln(x) \cdot \ln(1-x) \leq (\ln 2)^2$   
ثبت ان الحققة

المكتب العلمي الرياضي

أ. محمد رسول الصبان

11 11 09

09 03 2011

المكتب العلمي الرياضي  
المكتب العلمي الرياضي  
المكتب العلمي الرياضي  
المكتب العلمي الرياضي  
المكتب العلمي الرياضي  
المكتب العلمي الرياضي  
المكتب العلمي الرياضي  
المكتب العلمي الرياضي  
المكتب العلمي الرياضي  
المكتب العلمي الرياضي

$$x_1 = 1 + 0,67 = 0,83$$

$$x_2 = \frac{1 - 0,67}{2} = 0,16$$

$$g(0,83) = -0,15$$

$$g(0,16) = 0,15$$

x	0	0,16	$\frac{1}{2}$	0,83	1	
g		+	0	-	0	+
g	0	$\nearrow 0,15$	$\searrow 0$	$\searrow -0,15$	$\nearrow 0$	

ن:  $F' = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$

$$F(\frac{1}{2}) = \ln \frac{1}{2} \cdot \ln \frac{1}{2} = (\ln 2)^2$$

x	0	$\frac{1}{2}$	1	
F'		+	0	-
F	0	$\nearrow (\ln 2)^2$	$\searrow 0$	

ملاحظة:  $F(x) \leq (\ln 2)^2$  في  $x = \frac{1}{2}$

$$\ln x \cdot \ln(1-x) \leq (\ln 2)^2$$

ايه انك تبي اعمدة الحققة انك  
 $x \in ]0, 1[$

لدرس تغيرات (تابع)

$$F(x) = \ln x \cdot \ln(1-x) \quad ]0, 1[$$

•  $\lim_{x \rightarrow 0^+} F(x) = -\infty (0)$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^+} x \cdot \ln x \cdot \ln(1-x)$$

$$= 0(1) = 0$$

•  $\lim_{x \rightarrow 1^-} F(x) = 0(-\infty)$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^-} \ln x \cdot (1-x) \ln(1-x)$$

$$1-x = x \Rightarrow 1-x = x$$

$$x \rightarrow 1 \Rightarrow x \rightarrow 0$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-x)}{x} \cdot x \cdot \ln x$$

$$= 1(0) = 0$$

$$F'(x) = \frac{1}{x} \ln(1-x) + \frac{-1}{1-x} \ln x$$

$$= (1-x) \ln(1-x) - x \ln x$$

المطابق موجب وطرفه + اعمدة بيطة ندرس  
تغيرات تابع

$$g(x) = (1-x) \ln(1-x) - x \ln x$$

$$g'(x) = 0 - 0 = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 0 - 0 = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} (1-x) \ln(1-x) = \lim_{x \rightarrow 0} x \ln x$$

$$g' = -\ln(1-x) + \frac{-1}{1-x} (1-x) - \ln x - 1$$

$$= -\ln(1-x) - \ln x - 2$$

$$= -\ln(x(1-x)) - 2 \quad g' = 0$$

$$\ln(x(1-x)) = -2$$

$$x(1-x) = e^{-2} \Rightarrow x^2 - x + e^{-2} = 0$$

$$\Delta = \frac{e^2 - 4}{e^2} \approx 0,67$$

طالعات دورہ  
محاسبات ریاضیاتی

تعمیراتی (مضامین فی) (مضامین لکچر) ...

ریشه ۴ (مضامین لکچر) ...  

$$f(x) = x(1 + \ln^2 x) \quad x > 0$$

$$f(0) = 0$$

۱۱ احب  $f(x)$   $x \rightarrow +\infty$   
۱۲ احب  $f(x)$  مستمر در  $x=0$

۱۳ احب  $f(x)$   $x \rightarrow 0^+$  مشتق پذیر  
۱۴ احب  $f(x)$  تم  $x \rightarrow 0^+$  لیمو وجود ندارد

۱۵ احب  $f(x)$   $x \rightarrow 0^+$  لیمو وجود ندارد  
۱۶ احب  $f(x)$   $x \rightarrow 0^+$  لیمو وجود ندارد

نقطه  

$$f(x) = \int_0^x f(t) dt$$

۱۷ احب  $f(x)$   $f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x^2 \ln x$

۱۸ احب  $f(x)$   $f(x) = x \cdot \ln x$   
مجموعه جواب  $[0, +\infty)$

۱۹ احب  $f(x)$   $x > 0$   

$$\int_0^x t \ln^2(t) dt = \frac{x^2}{2} \ln^2(x) - \int_0^x t \ln(t) dt$$

۲۰ احب  $f(x)$   $x > 0$   

$$f(x) = -\frac{3}{4} + \frac{3x^2}{4} - \frac{x^2}{2} \ln x + \frac{x^2}{2} \ln^2 x$$

۲۱ احب  $f(x)$   $x \rightarrow 0^+$   

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x}$$

۲۲ احب  $f(x)$   $f(x) = \frac{1}{x-1} + \ln(x+1)$   
 $D = ]-1, 1[ \cup ]1, +\infty[$

۲۳ احب  $f(x)$   $f(x) = \frac{1}{x-1} + \ln(x+1)$   
۲۴ احب  $f(x)$   $f(x) = \frac{1}{x-1} + \ln(x+1)$

۲۵ احب  $f(x)$   $f(x) = \frac{1}{x-1} + \ln(x+1)$   
۲۶ احب  $f(x)$   $f(x) = \frac{1}{x-1} + \ln(x+1)$

$$f'(x) = x(x-3)$$

۱۷ احب  $f(x)$   $f(x) = \frac{1}{x-1} + \ln(x+1)$

۱۸ احب  $f(x)$   $f(x) = \frac{1}{x-1} + \ln(x+1)$   
۱۹ احب  $f(x)$   $f(x) = \frac{1}{x-1} + \ln(x+1)$

$$g(x) = \frac{1}{x-1} + \ln\left(\frac{x+1}{x}\right)$$

۲۰ احب  $f(x)$   $f(x) = \frac{1}{x-1} + \ln(x+1)$

۲۱ احب  $f(x)$   $f(x) = \frac{1}{x-1} + \ln(x+1)$   
۲۲ احب  $f(x)$   $f(x) = \frac{1}{x-1} + \ln(x+1)$

۲۳ احب  $f(x)$   $f(x) = \frac{1}{x-1} + \ln(x+1)$

۲۴ احب  $f(x)$   $f(x) = \frac{1}{x-1} + \ln(x+1)$

۲۵ احب  $f(x)$   $f(x) = \frac{1}{x-1} + \ln(x+1)$

$$\frac{1}{x+1} + \ln\left(\frac{x+1}{m}\right) = 0 \quad x > 0$$

$$g(x) = x \ln x + x \quad ]0, 3]$$
  
۲۶ احب  $f(x)$   $f(x) = x \ln x + x$

۲۷ احب  $f(x)$   $f(x) = x \ln x + x$

۲۸ احب  $f(x)$   $f(x) = x \ln x + x$

۲۹ احب  $f(x)$   $f(x) = |x-2| \ln x$

۳۰ احب  $f(x)$   $f(x) = |x-2| \ln x$

۳۱ احب  $f(x)$   $f(x) = (2 - \cos x) \ln | \cos x |$

۳۲ احب  $f(x)$   $f(x) = (2 - \cos x) \ln | \cos x |$

۳۳ احب  $f(x)$   $f(x) = (2 - \cos x) \ln | \cos x |$

۳۴ احب  $f(x)$   $f(x) = (2 - \cos x) \ln | \cos x |$

۹۳ ۹۱۲۱۱۵۹

المسابقات الطاقم الرياضي المراسم

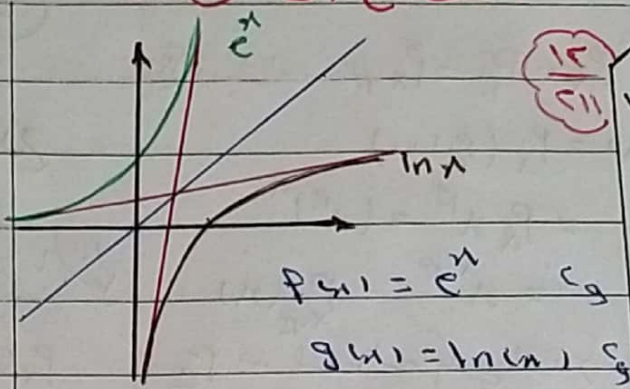
المسابقات الطاقم الرياضي المراسم

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} h(x) = e - \frac{2}{0^-} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} h(x) = +\infty$$

$$h' = -e^{-a} - \frac{2}{(a+1)^2} < 0$$

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$h'(x)$	-		-
$h(x)$	$+\infty$	$-\infty$	-1



نظرة على البيانية في متناظر  
بالنسبة لمضيق الربع الأول والحدود

مطابق لمماس  $T_p$  عند النقطة  $(a, e^a)$  هي

$$T_p: y = e^a(x-a) + e^a = e^a x + e^a(1-a)$$

مطابق لمماس  $T_b$  عند النقطة  $(b, \ln b)$  هي

$$T_b: y = \frac{1}{b}(x-b) + \ln b = \frac{x}{b} - 1 + \ln b$$

\* يتطابق المماسان إذا تحقق  $y = y$  أي

$$e^a x + e^a(1-a) = \frac{x}{b} - 1 + \ln b$$

بالطريقة التي

$$e^a = \frac{1}{b} \Rightarrow b = e^{-a} \quad (1)$$

$$e^a(1-a) = \ln b - 1 \quad (2)$$

نضع  $b = e^{-a}$

$$e^a(1-a) = \ln e^{-a} - 1$$

$$e^a(1-a) = -a - 1 \Rightarrow e^a = \frac{-a-1}{1-a}$$

$$e^a = \frac{a+1}{a-1} \Rightarrow e^{-a} = \frac{a-1}{a+1}$$

وطلبنا لبيان نسبة التماس

$$h(x) = e^{-a} = \frac{a-1}{a+1} \quad R_{11} \text{ و } R_{12}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = 0 - 1 = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x) = +\infty$$

$$-1 -$$

الملف العلمي الرياضي

أحمد رسول الصباغ

1159

الملف العلمي الرياضي

الملف العلمي الرياضي

الملف العلمي الرياضي

الملف العلمي الرياضي

الملف العلمي الرياضي

الملف العلمي الرياضي

الملف العلمي الرياضي

ملاحظات وحلولية كافية لطاير دورية

الحياتي

١٣ **دالح الصق**

خصوف بالدراسة الخارج

$P_x(x) = x^\alpha$

**الاشق:**  $P_{\alpha}(x) = x^\alpha$  بالاشق

$P_{\alpha}(x) = e^{x \ln x}$

$P(u) = e^u$

حيث  $u(x) = x \ln x$

**أنا المدرس أستطقت الخارج  $P_{\alpha}$**

أنا المبرنة ان  $P_{\alpha}$  استتقت بالاشق  $0, \alpha > 0$  وان

$P_{\alpha}' = \alpha P_{\alpha-1}$

• اذا كانت  $\alpha > 0$  فان الخارج  $(x)$  صغرت ليلاً.

وأي حاله  $\alpha < 0$  فالج  $(x)$  صغرت ليلاً.

$P_{\alpha}(x) = x^{\alpha-1} = \alpha P_{\alpha-1}$

$P_{\alpha}(x) = 0$   $0 < x < \infty$

$P_{\alpha}(x) - P_{\alpha}(x) = 0$  **في الصغر ما استتقت**

$t(x) = P_{\alpha}(x) - P_{\alpha}(1) - P_{\alpha}(1) = x^{\alpha} - x^{\alpha-1} - x^{\alpha-1}$

$t(x) = +\infty$   $\alpha < 1 \Rightarrow \alpha < 1 < \infty$

فالخرج ليلاً استتقت في هذه الحالة في الصغر

ولذلك ليلاً  $t(x)$  في النقطه  $(0,0)$

**أنا المبرنات ليلاً  $0 < \alpha < 1$**

$t(x) = x^{\alpha-1}$

$t(x) = 0$

فالخرج ليلاً استتقت في هذه الحالة في الصغر

منه  $P_{\alpha}$  استتقت بالاشق  $0, \alpha > 0$

**أنا المبرنة -**  $P_{\alpha} \circ P_{\beta} = P_{\alpha+\beta}$

$(P_{\alpha} \circ P_{\beta})(x) = P_{\alpha}(P_{\beta}(x))$

$= P_{\alpha}(x^{\beta}) = (x^{\beta})^{\alpha}$

$= x^{\alpha \cdot \beta} = P_{\alpha \cdot \beta}(x)$

**$P_{\frac{1}{x}}$  صغرت ليلاً ليلاً  $P_{\alpha}$**

$(P_{\frac{1}{\alpha}} \circ P_{\alpha})(x) = P_{\frac{1}{\alpha}}(P_{\alpha}(x)) = x$

$(P_{\alpha} \circ P_{\frac{1}{\alpha}})(x) = P_{\alpha}(P_{\frac{1}{\alpha}}(x)) = x$

**فالج  $P_{\frac{1}{\alpha}}$  صغرت ليلاً ليلاً  $P_{\alpha}$**

• اذا كانت  $x > 0$

$\sqrt[n]{x} = x^{\frac{1}{n}}$  صغرت ليلاً ليلاً  $P_{\frac{1}{n}}$

منه **بانه  $P_{\frac{1}{n}}$  صغرت ليلاً ليلاً  $P_{\frac{1}{n}}$**

ايه  $x^n$  و  $\sqrt[n]{x}$  صغرت ليلاً ليلاً  $0 < n < \infty$

**خصوف خارج الصق بالاشق ليلاً ليلاً ليلاً ليلاً ليلاً**

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x^{\alpha}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^{\alpha}} = \frac{1}{x^{\alpha}}$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x^{\alpha}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^{\alpha}} = \frac{1}{\alpha} (0) = 0$

$\lim_{x \rightarrow 0} x^{\alpha} \cdot \ln x = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^{\alpha}} x^{\alpha} \ln x$

$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^{\alpha}} (0) = 0$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x^{\alpha}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x^{\alpha \ln x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - \alpha \ln x}{x^{\alpha} (1 - x \frac{\ln x}{x})}$

$= \frac{e}{e} = 1$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x^{\alpha}} = e^{+\infty} (1-0) = e^{+\infty} = +\infty$

$\lim_{x \rightarrow \infty} x^{\alpha} \cdot e^{-x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^{\alpha} \ln x - x^{\alpha}}{e^x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x(x \frac{\ln x}{x} - 1)}{e^x}$

$\lim_{x \rightarrow \infty} x^{\alpha} \cdot e^{-x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x(x \frac{\ln x}{x} - 1)}{e^x}$

$= e^{\infty} (0-1) = e^{-\infty} = 0$

المكتب العلمي الرياضي

أحمد مكي الصباغ

١١٥٩ ١٣١٤٠٩٣٠٩٣

المكتب العلمي الرياضي

المكتب العلمي الرياضي

المكتب العلمي الرياضي

المكتب العلمي الرياضي

المكتب العلمي الرياضي

المكتب العلمي الرياضي

المكتب العلمي الرياضي

حسابات متكررة ليلاً

المكتب العلمي الرياضي / أ. محمد رسول الصبان

١١٥٩ ١٤٤٣ هـ

$P_{n+1} = (n^2 + n - 1) e^n \quad \text{R}$   
 $P_{n+1}^{(1)} = (2n+1) e^n + e^n (n^2 + n - 1)$   
 $= e^n (2n+1 + n^2 + n - 1)$   
 $= (n^2 + 3n) e^n$   
 $P_{n+1}^{(2)} = (2n+3) e^n + e^n (n^2 + 3n)$   
 $= e^n (n^2 + 5n + 3)$   
 $P_{n+1}^{(3)} = (2n+5) e^n + e^n (n^2 + 5n + 3)$   
 $= e^n (n^2 + 7n + 8)$   
 $P_{n+1}^{(4)} = (2n+7) e^n + e^n (n^2 + 7n + 8)$   
 $= e^n (n^2 + 9n + 15)$   
 $P_{n+1}^{(5)} = (2n+9) e^n + e^n (n^2 + 9n + 15)$   
 $= e^n (n^2 + 11n + 24)$   
 $P_{n+1}^{(6)} = (2n+11) e^n + e^n (n^2 + 11n + 24)$   
 $= e^n (n^2 + 13n + 35)$   
 $P_{n+1}^{(7)} = (2n+13) e^n + e^n (n^2 + 13n + 35)$   
 $= e^n (n^2 + 15n + 48)$   
 $P_{n+1}^{(8)} = (2n+15) e^n + e^n (n^2 + 15n + 48)$   
 $= e^n (n^2 + 17n + 63)$   
 $P_{n+1}^{(9)} = (2n+17) e^n + e^n (n^2 + 17n + 63)$   
 $= e^n (n^2 + 19n + 80)$   
 $P_{n+1}^{(10)} = (2n+19) e^n + e^n (n^2 + 19n + 80)$   
 $= e^n (n^2 + 21n + 99)$   
 $P_{n+1}^{(11)} = (2n+21) e^n + e^n (n^2 + 21n + 99)$   
 $= e^n (n^2 + 23n + 120)$   
 $P_{n+1}^{(12)} = (2n+23) e^n + e^n (n^2 + 23n + 120)$   
 $= e^n (n^2 + 25n + 143)$   
 $P_{n+1}^{(13)} = (2n+25) e^n + e^n (n^2 + 25n + 143)$   
 $= e^n (n^2 + 27n + 168)$   
 $P_{n+1}^{(14)} = (2n+27) e^n + e^n (n^2 + 27n + 168)$   
 $= e^n (n^2 + 29n + 195)$   
 $P_{n+1}^{(15)} = (2n+29) e^n + e^n (n^2 + 29n + 195)$   
 $= e^n (n^2 + 31n + 224)$   
 $P_{n+1}^{(16)} = (2n+31) e^n + e^n (n^2 + 31n + 224)$   
 $= e^n (n^2 + 33n + 255)$   
 $P_{n+1}^{(17)} = (2n+33) e^n + e^n (n^2 + 33n + 255)$   
 $= e^n (n^2 + 35n + 288)$   
 $P_{n+1}^{(18)} = (2n+35) e^n + e^n (n^2 + 35n + 288)$   
 $= e^n (n^2 + 37n + 323)$   
 $P_{n+1}^{(19)} = (2n+37) e^n + e^n (n^2 + 37n + 323)$   
 $= e^n (n^2 + 39n + 360)$   
 $P_{n+1}^{(20)} = (2n+39) e^n + e^n (n^2 + 39n + 360)$   
 $= e^n (n^2 + 41n + 399)$   
 $P_{n+1}^{(21)} = (2n+41) e^n + e^n (n^2 + 41n + 399)$   
 $= e^n (n^2 + 43n + 440)$   
 $P_{n+1}^{(22)} = (2n+43) e^n + e^n (n^2 + 43n + 440)$   
 $= e^n (n^2 + 45n + 483)$   
 $P_{n+1}^{(23)} = (2n+45) e^n + e^n (n^2 + 45n + 483)$   
 $= e^n (n^2 + 47n + 528)$   
 $P_{n+1}^{(24)} = (2n+47) e^n + e^n (n^2 + 47n + 528)$   
 $= e^n (n^2 + 49n + 575)$   
 $P_{n+1}^{(25)} = (2n+49) e^n + e^n (n^2 + 49n + 575)$   
 $= e^n (n^2 + 51n + 624)$   
 $P_{n+1}^{(26)} = (2n+51) e^n + e^n (n^2 + 51n + 624)$   
 $= e^n (n^2 + 53n + 675)$   
 $P_{n+1}^{(27)} = (2n+53) e^n + e^n (n^2 + 53n + 675)$   
 $= e^n (n^2 + 55n + 728)$   
 $P_{n+1}^{(28)} = (2n+55) e^n + e^n (n^2 + 55n + 728)$   
 $= e^n (n^2 + 57n + 783)$   
 $P_{n+1}^{(29)} = (2n+57) e^n + e^n (n^2 + 57n + 783)$   
 $= e^n (n^2 + 59n + 840)$   
 $P_{n+1}^{(30)} = (2n+59) e^n + e^n (n^2 + 59n + 840)$   
 $= e^n (n^2 + 61n + 899)$   
 $P_{n+1}^{(31)} = (2n+61) e^n + e^n (n^2 + 61n + 899)$   
 $= e^n (n^2 + 63n + 960)$   
 $P_{n+1}^{(32)} = (2n+63) e^n + e^n (n^2 + 63n + 960)$   
 $= e^n (n^2 + 65n + 1023)$   
 $P_{n+1}^{(33)} = (2n+65) e^n + e^n (n^2 + 65n + 1023)$   
 $= e^n (n^2 + 67n + 1088)$   
 $P_{n+1}^{(34)} = (2n+67) e^n + e^n (n^2 + 67n + 1088)$   
 $= e^n (n^2 + 69n + 1155)$   
 $P_{n+1}^{(35)} = (2n+69) e^n + e^n (n^2 + 69n + 1155)$   
 $= e^n (n^2 + 71n + 1224)$   
 $P_{n+1}^{(36)} = (2n+71) e^n + e^n (n^2 + 71n + 1224)$   
 $= e^n (n^2 + 73n + 1295)$   
 $P_{n+1}^{(37)} = (2n+73) e^n + e^n (n^2 + 73n + 1295)$   
 $= e^n (n^2 + 75n + 1368)$   
 $P_{n+1}^{(38)} = (2n+75) e^n + e^n (n^2 + 75n + 1368)$   
 $= e^n (n^2 + 77n + 1443)$   
 $P_{n+1}^{(39)} = (2n+77) e^n + e^n (n^2 + 77n + 1443)$   
 $= e^n (n^2 + 79n + 1520)$   
 $P_{n+1}^{(40)} = (2n+79) e^n + e^n (n^2 + 79n + 1520)$   
 $= e^n (n^2 + 81n + 1599)$   
 $P_{n+1}^{(41)} = (2n+81) e^n + e^n (n^2 + 81n + 1599)$   
 $= e^n (n^2 + 83n + 1680)$   
 $P_{n+1}^{(42)} = (2n+83) e^n + e^n (n^2 + 83n + 1680)$   
 $= e^n (n^2 + 85n + 1763)$   
 $P_{n+1}^{(43)} = (2n+85) e^n + e^n (n^2 + 85n + 1763)$   
 $= e^n (n^2 + 87n + 1848)$   
 $P_{n+1}^{(44)} = (2n+87) e^n + e^n (n^2 + 87n + 1848)$   
 $= e^n (n^2 + 89n + 1935)$   
 $P_{n+1}^{(45)} = (2n+89) e^n + e^n (n^2 + 89n + 1935)$   
 $= e^n (n^2 + 91n + 2024)$   
 $P_{n+1}^{(46)} = (2n+91) e^n + e^n (n^2 + 91n + 2024)$   
 $= e^n (n^2 + 93n + 2115)$   
 $P_{n+1}^{(47)} = (2n+93) e^n + e^n (n^2 + 93n + 2115)$   
 $= e^n (n^2 + 95n + 2208)$   
 $P_{n+1}^{(48)} = (2n+95) e^n + e^n (n^2 + 95n + 2208)$   
 $= e^n (n^2 + 97n + 2303)$   
 $P_{n+1}^{(49)} = (2n+97) e^n + e^n (n^2 + 97n + 2303)$   
 $= e^n (n^2 + 99n + 2400)$   
 $P_{n+1}^{(50)} = (2n+99) e^n + e^n (n^2 + 99n + 2400)$   
 $= e^n (n^2 + 101n + 2499)$   
 $P_{n+1}^{(51)} = (2n+101) e^n + e^n (n^2 + 101n + 2499)$   
 $= e^n (n^2 + 103n + 2600)$   
 $P_{n+1}^{(52)} = (2n+103) e^n + e^n (n^2 + 103n + 2600)$   
 $= e^n (n^2 + 105n + 2703)$   
 $P_{n+1}^{(53)} = (2n+105) e^n + e^n (n^2 + 105n + 2703)$   
 $= e^n (n^2 + 107n + 2808)$   
 $P_{n+1}^{(54)} = (2n+107) e^n + e^n (n^2 + 107n + 2808)$   
 $= e^n (n^2 + 109n + 2915)$   
 $P_{n+1}^{(55)} = (2n+109) e^n + e^n (n^2 + 109n + 2915)$   
 $= e^n (n^2 + 111n + 3024)$   
 $P_{n+1}^{(56)} = (2n+111) e^n + e^n (n^2 + 111n + 3024)$   
 $= e^n (n^2 + 113n + 3135)$   
 $P_{n+1}^{(57)} = (2n+113) e^n + e^n (n^2 + 113n + 3135)$   
 $= e^n (n^2 + 115n + 3248)$   
 $P_{n+1}^{(58)} = (2n+115) e^n + e^n (n^2 + 115n + 3248)$   
 $= e^n (n^2 + 117n + 3363)$   
 $P_{n+1}^{(59)} = (2n+117) e^n + e^n (n^2 + 117n + 3363)$   
 $= e^n (n^2 + 119n + 3480)$   
 $P_{n+1}^{(60)} = (2n+119) e^n + e^n (n^2 + 119n + 3480)$   
 $= e^n (n^2 + 121n + 3599)$   
 $P_{n+1}^{(61)} = (2n+121) e^n + e^n (n^2 + 121n + 3599)$   
 $= e^n (n^2 + 123n + 3720)$   
 $P_{n+1}^{(62)} = (2n+123) e^n + e^n (n^2 + 123n + 3720)$   
 $= e^n (n^2 + 125n + 3843)$   
 $P_{n+1}^{(63)} = (2n+125) e^n + e^n (n^2 + 125n + 3843)$   
 $= e^n (n^2 + 127n + 3968)$   
 $P_{n+1}^{(64)} = (2n+127) e^n + e^n (n^2 + 127n + 3968)$   
 $= e^n (n^2 + 129n + 4095)$   
 $P_{n+1}^{(65)} = (2n+129) e^n + e^n (n^2 + 129n + 4095)$   
 $= e^n (n^2 + 131n + 4224)$   
 $P_{n+1}^{(66)} = (2n+131) e^n + e^n (n^2 + 131n + 4224)$   
 $= e^n (n^2 + 133n + 4355)$   
 $P_{n+1}^{(67)} = (2n+133) e^n + e^n (n^2 + 133n + 4355)$   
 $= e^n (n^2 + 135n + 4488)$   
 $P_{n+1}^{(68)} = (2n+135) e^n + e^n (n^2 + 135n + 4488)$   
 $= e^n (n^2 + 137n + 4623)$   
 $P_{n+1}^{(69)} = (2n+137) e^n + e^n (n^2 + 137n + 4623)$   
 $= e^n (n^2 + 139n + 4760)$   
 $P_{n+1}^{(70)} = (2n+139) e^n + e^n (n^2 + 139n + 4760)$   
 $= e^n (n^2 + 141n + 4899)$   
 $P_{n+1}^{(71)} = (2n+141) e^n + e^n (n^2 + 141n + 4899)$   
 $= e^n (n^2 + 143n + 5040)$   
 $P_{n+1}^{(72)} = (2n+143) e^n + e^n (n^2 + 143n + 5040)$   
 $= e^n (n^2 + 145n + 5183)$   
 $P_{n+1}^{(73)} = (2n+145) e^n + e^n (n^2 + 145n + 5183)$   
 $= e^n (n^2 + 147n + 5328)$   
 $P_{n+1}^{(74)} = (2n+147) e^n + e^n (n^2 + 147n + 5328)$   
 $= e^n (n^2 + 149n + 5475)$   
 $P_{n+1}^{(75)} = (2n+149) e^n + e^n (n^2 + 149n + 5475)$   
 $= e^n (n^2 + 151n + 5624)$   
 $P_{n+1}^{(76)} = (2n+151) e^n + e^n (n^2 + 151n + 5624)$   
 $= e^n (n^2 + 153n + 5775)$   
 $P_{n+1}^{(77)} = (2n+153) e^n + e^n (n^2 + 153n + 5775)$   
 $= e^n (n^2 + 155n + 5928)$   
 $P_{n+1}^{(78)} = (2n+155) e^n + e^n (n^2 + 155n + 5928)$   
 $= e^n (n^2 + 157n + 6083)$   
 $P_{n+1}^{(79)} = (2n+157) e^n + e^n (n^2 + 157n + 6083)$   
 $= e^n (n^2 + 159n + 6240)$   
 $P_{n+1}^{(80)} = (2n+159) e^n + e^n (n^2 + 159n + 6240)$   
 $= e^n (n^2 + 161n + 6399)$   
 $P_{n+1}^{(81)} = (2n+161) e^n + e^n (n^2 + 161n + 6399)$   
 $= e^n (n^2 + 163n + 6560)$   
 $P_{n+1}^{(82)} = (2n+163) e^n + e^n (n^2 + 163n + 6560)$   
 $= e^n (n^2 + 165n + 6723)$   
 $P_{n+1}^{(83)} = (2n+165) e^n + e^n (n^2 + 165n + 6723)$   
 $= e^n (n^2 + 167n + 6888)$   
 $P_{n+1}^{(84)} = (2n+167) e^n + e^n (n^2 + 167n + 6888)$   
 $= e^n (n^2 + 169n + 7055)$   
 $P_{n+1}^{(85)} = (2n+169) e^n + e^n (n^2 + 169n + 7055)$   
 $= e^n (n^2 + 171n + 7224)$   
 $P_{n+1}^{(86)} = (2n+171) e^n + e^n (n^2 + 171n + 7224)$   
 $= e^n (n^2 + 173n + 7395)$   
 $P_{n+1}^{(87)} = (2n+173) e^n + e^n (n^2 + 173n + 7395)$   
 $= e^n (n^2 + 175n + 7568)$   
 $P_{n+1}^{(88)} = (2n+175) e^n + e^n (n^2 + 175n + 7568)$   
 $= e^n (n^2 + 177n + 7743)$   
 $P_{n+1}^{(89)} = (2n+177) e^n + e^n (n^2 + 177n + 7743)$   
 $= e^n (n^2 + 179n + 7920)$   
 $P_{n+1}^{(90)} = (2n+179) e^n + e^n (n^2 + 179n + 7920)$   
 $= e^n (n^2 + 181n + 8099)$   
 $P_{n+1}^{(91)} = (2n+181) e^n + e^n (n^2 + 181n + 8099)$   
 $= e^n (n^2 + 183n + 8280)$   
 $P_{n+1}^{(92)} = (2n+183) e^n + e^n (n^2 + 183n + 8280)$   
 $= e^n (n^2 + 185n + 8463)$   
 $P_{n+1}^{(93)} = (2n+185) e^n + e^n (n^2 + 185n + 8463)$   
 $= e^n (n^2 + 187n + 8648)$   
 $P_{n+1}^{(94)} = (2n+187) e^n + e^n (n^2 + 187n + 8648)$   
 $= e^n (n^2 + 189n + 8835)$   
 $P_{n+1}^{(95)} = (2n+189) e^n + e^n (n^2 + 189n + 8835)$   
 $= e^n (n^2 + 191n + 9024)$   
 $P_{n+1}^{(96)} = (2n+191) e^n + e^n (n^2 + 191n + 9024)$   
 $= e^n (n^2 + 193n + 9215)$   
 $P_{n+1}^{(97)} = (2n+193) e^n + e^n (n^2 + 193n + 9215)$   
 $= e^n (n^2 + 195n + 9408)$   
 $P_{n+1}^{(98)} = (2n+195) e^n + e^n (n^2 + 195n + 9408)$   
 $= e^n (n^2 + 197n + 9603)$   
 $P_{n+1}^{(99)} = (2n+197) e^n + e^n (n^2 + 197n + 9603)$   
 $= e^n (n^2 + 199n + 9800)$   
 $P_{n+1}^{(100)} = (2n+199) e^n + e^n (n^2 + 199n + 9800)$   
 $= e^n (n^2 + 201n + 9999)$

بعض:  $a_n, b_n$  اعداد كسرية  
 الظاهر:  $a_{n+1}, b_{n+1}$  اعداد كسرية  
 العلاقات:  $a_{n+1} = a_n + 2$  و  $b_{n+1} = a_n + b_n$   
 ووجدنا  
 $a_{n+1} = a_n + 2$   
 $b_{n+1} = a_n + b_n$   
 في الحقيقة  $a_n = 1 + 2n$  و  $b_n = n^2 - 1$   
 تحققنا ان  $a_{n+1} = a_n + 2$  و  $b_{n+1} = a_n + b_n$   
 حيث  $a_1 = 3$  و  $b_1 = 0$   
 $a_n = 3 + 2(n-1) \Rightarrow a_n = 1 + 2n$   
 $b_n = 0 + (n-1) + (n-2) + \dots + 1 = \frac{(n-1)n}{2} = \frac{n^2 - n}{2}$   
 $b_n = \frac{n^2 - 1}{2}$   
 حيث  $b_1 = 0$  و  $b_2 = 1$  و  $b_3 = 3$  و  $b_4 = 6$  و  $b_5 = 10$  و  $b_6 = 15$  و  $b_7 = 21$  و  $b_8 = 28$  و  $b_9 = 36$  و  $b_{10} = 45$  و  $b_{11} = 55$  و  $b_{12} = 66$  و  $b_{13} = 78$  و  $b_{14} = 91$  و  $b_{15} = 105$  و  $b_{16} = 120$  و  $b_{17} = 136$  و  $b_{18} = 153$  و  $b_{19} = 171$  و  $b_{20} = 190$  و  $b_{21} = 210$  و  $b_{22} = 231$  و  $b_{23} = 253$  و  $b_{24} = 276$  و  $b_{25} = 300$  و  $b_{26} = 325$  و  $b_{27} = 351$  و  $b_{28} = 378$  و  $b_{29} = 406$  و  $b_{30} = 435$  و  $b_{31} = 465$  و  $b_{32} = 496$  و  $b_{33} = 528$  و  $b_{34} = 561$  و  $b_{35} = 595$  و  $b_{36} = 630$  و  $b_{37} = 666$  و  $b_{38} = 703$  و  $b_{39} = 741$  و  $b_{40} = 780$  و  $b_{41} = 820$  و  $b_{42} = 861$  و  $b_{43} = 903$  و  $b_{44} = 946$  و  $b_{45} = 990$  و  $b_{46} = 1035$  و  $b_{47} = 1081$  و  $b_{48} = 1128$  و  $b_{49} = 1176$  و  $b_{50} = 1225$  و  $b_{51} = 1275$  و  $b_{52} = 1326$  و  $b_{53} = 1378$  و  $b_{54} = 1431$  و  $b_{55} = 1485$  و  $b_{56} = 1540$  و  $b_{57} = 1596$  و  $b_{58} = 1653$  و  $b_{59} = 1711$  و  $b_{60} = 1770$  و  $b_{61} = 1830$  و  $b_{62} = 1891$  و  $b_{63} = 1953$  و  $b_{64} = 2016$  و  $b_{65} = 2080$  و  $b_{66} = 2145$  و  $b_{67} = 2211$  و  $b_{68} = 2278$  و  $b_{69} = 2346$  و  $b_{70} = 2415$  و  $b_{71} = 2485$  و  $b_{72} = 2556$  و  $b_{73} = 2628$  و  $b_{74} = 2701$  و  $b_{75} = 2775$  و  $b_{76} = 2850$  و  $b_{77} = 2926$  و  $b_{78} = 3003$  و  $b_{79} = 3081$  و  $b_{80} = 3160$  و  $b_{81} = 3240$  و  $b_{82} = 3321$  و  $b_{83} = 3403$  و  $b_{84} = 3486$  و  $b_{85} = 3570$  و  $b_{86} = 3655$  و  $b_{87} = 3741$  و  $b_{88} = 3828$  و  $b_{89} = 3916$  و  $b_{90} = 4005$  و  $b_{91} = 4095$  و  $b_{92} = 4186$  و  $b_{93} = 4278$  و  $b_{94} = 4371$  و  $b_{95} = 4465$  و  $b_{96} = 4560$  و  $b_{97} = 4656$  و  $b_{98} = 4753$  و  $b_{99} = 4851$  و  $b_{100} = 4950$

الظواهر ودراسة حسابات وكميات كسرية

المكتب العلمي الرياضي

أحمد رسول الصباغ

١١٥٩ ١٤٣١ ٩٣

$P_1(x) = e^x$   $C_1$   $\frac{e^x}{2}$

$P_2(x) = e^{-x}$   $C_2$   $\frac{e^{-x}}{2}$

نقطة  $C_1$  في  $M$  هي  $M$  هي  $M$  هي  $M$

نقطة  $C_2$  في  $N$  هي  $N$  هي  $N$  هي  $N$

$T_1: y = e^x + e^x(x-u)$

$T_2: y = e^{-x} - e^{-x}(x-u)$

$m_1 = e^m$

$m_2 = -e^{-m}$

$m_1 x_{m_2} = -1$

نقطة  $P(x, y)$  هي نقطة تقاطع  $T_1$  و  $T_2$

المسألة المطروحة

$y = e^m + e^m(x-u)$

$y = e^{-m} - e^{-m}(x-u)$

بالنسبة للمسألة  $y = y$

$e^m + x e^m - u e^m = e^{-m} - x e^{-m} + u e^{-m}$

$x e^m + x e^{-m} - e^{-m} - e^m + u e^m + u e^{-m}$

$x(e^m + e^{-m}) = e^{-m} - e^m + u(e^m + e^{-m})$

منه  $x = m - \frac{e^m - e^{-m}}{e^m + e^{-m}}$

$y_p = \frac{2}{e^m + e^{-m}}$

أيضا  $I$  منتصف  $[MN]$

$I(m, \frac{e^m + e^{-m}}{2})$

طابق  $m$  لكل إحداهما في النقطة  $I$  كذا

تكون  $m$  في  $R$

بديار لكل إحداهما في النقطة  $I$  كذا  $m$  هي

$y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$

$y = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$

كاسم مجموعة النقاط  $I$  في المحاور

نقطة  $I$  هي نقطة تقاطع

$P_{m1} = \frac{1}{2}(e^m + e^{-m})$

نقطة  $I$  هي نقطة تقاطع  $R$

$P'_{m1} = +\infty$   $P'_{m2} = +\infty$

$P'_{m1} = \frac{1}{2}(e^m + e^{-m})$

$P' = 0 \Rightarrow e^m = e^{-m} \Rightarrow m = 0$

$P(0, 1)$

$x$	$-m$	$0$	$+m$
$y$	$-$	$0$	$+$
$y$	$+$	$1$	$+$

نقطة  $I$  هي نقطة تقاطع  $AP$  و  $IP$

$IP = (x_p - x_I, y_p - y_I)$

$IP = (\frac{-e^m - e^{-m}}{e^m + e^{-m}}, \frac{-(e^m - e^{-m})^2}{2(e^m + e^{-m})})$

$AP = (x_p - x_A, y_p - y_A)$

$AP = (\frac{-e^m - e^{-m}}{e^m + e^{-m}}, \frac{2}{e^m + e^{-m}})$

تقاطع  $AP$  و  $IP$  هي  $I$

نقطة  $I$  هي  $I$  كذا  $I$  هي  $I$  كذا

$m = \frac{y_p - y_I}{IP} = \frac{1}{2}(e^m - e^{-m})$

نقطة  $I$  هي نقطة تقاطع  $AP$  و  $IP$

نقطة  $I$  هي نقطة تقاطع  $AP$  و  $IP$

$AP^2 = (y_p - y_I)^2 + (x_p - x_I)^2$

$= 1$

وهي نقطة تقاطع  $AP$

ملاحظات دورية



الملف العلمي بالرياضي  
الملف العلمي بالرياضي  
الملف العلمي بالرياضي  
الملف العلمي بالرياضي  
الملف العلمي بالرياضي  
الملف العلمي بالرياضي  
الملف العلمي بالرياضي  
الملف العلمي بالرياضي  
الملف العلمي بالرياضي  
الملف العلمي بالرياضي

المكتب العلمي الرياضي  
أحمد رسول الصباغ

١١٥٩ ١٤٣٤ ع ٩٣

٢٤  
 $P_{n+1} = (n^2 + n - 1) e^n$   
 $P_{n+1}^{(1)} = (2n+1) e^n + e^n (n^2 + n - 1)$

٢٥  
 $P_{n+1}^{(2)} = (n^2 + a_n n + b_n) e^n$   
 $a_{n+1} = a_n + 2 \quad b_{n+1} = b_n + a_n$   
 كاستخرج  $a_n, b_n$  بالدراسة

٢٦  
 $P_{n+1} = (n^2 + n - 1) e^n$   
 $P_{n+1}' = (2n+1) e^n + e^n (n^2 + n - 1)$   
 $= e^n (2n+1 + n^2 + n - 1)$   
 $= (n^2 + 3n) e^n$

٢٧  
 $P_{n+1}'' = (2n+3) e^n + e^n (n^2 + 3n)$   
 $= e^n (n^2 + 5n + 3) e^n$   
 بالدراسة  $n=1$

٢٨  
 $P_{n+1}' = (n^2 + a_n n + b_n) e^n$   
 $a_1 = 3, b_1 = 0$   
 $P_{n+1}^{(2)} = (n^2 + a_n n + b_n) e^n$

٢٩  
 $P_{n+1}^{(3)} = (n^2 + a_n n + b_n) e^n$   
 بالدراسة : زلتنا (الفرص)

٣٠  
 $(P_{n+1}^{(3)})' = (2n+a_n) e^n + e^n (n^2 + a_n n + b_n)$   
 $P_{n+1}^{(4)} = e^n (n^2 + (a_n+2)n + a_n + b_n)$   
 كاستخرج في الفقرة السابقة

٣١  
 $a_{n+1} = a_n + 2 \quad b_{n+1} = b_n + a_n$   
 $P_{n+1}^{(4)} = e^n (n^2 + a_n n + b_n)$   
 بالدراسة  $E(n+1)$  كمنته

٣٢  
 لنضع فرضية جديده  $E(n)$   $a_n, b_n$  بالدراسة  
 بالدراسة  $n=1$  وجنا  $a_n, b_n$   
 وهو كمنته

٣٣  
 لنفرض  $a_n, b_n$  بالدراسة  
 بالدراسة  $a_n, b_n$   
 بالدراسة  $a_n, b_n$

٣٤  
 $a_{n+1} = a_n + 2$   
 $b_{n+1} = a_n + b_n$   
 بالدراسة  $n+1$

٣٥  
 $a_n = a_1 + (n-1) \cdot 2$   
 $a_n = 3 + 2(n-1) \Rightarrow a_n = 1 + 2n$

٣٦  
 $b_{n+1} = b_n + a_n$   
 $b_2 - b_1 = a_1$   
 $b_3 - b_2 = a_2$   
 $b_4 - b_3 = a_3$   
 $\vdots$   
 $b_n - b_{n-1} = a_{n-1}$

٣٧  
 $b_n - b_1 = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-1}$   
 $b_n - 0 = a_1 + a_2 + \dots + a_{n-1}$   
 $b_n = (n-1) \frac{a_1 + a_{n-1}}{2}$   
 $= (n-1) \frac{3 + 2n - 1}{2} = n^2 - 1$

٣٨  
 $b_n = n^2 - 1$

٣٩  
 $b_n = n^2 - 1$

٤٠  
 $b_n = n^2 - 1$

٤١  
 $b_n = n^2 - 1$

طاولات دورية  
 حسابات دورية كمنته

٧١٢

المعادلة (١) (١١) (١٢) (١٣) (١٤) (١٥) (١٦) (١٧) (١٨) (١٩) (٢٠) (٢١) (٢٢) (٢٣) (٢٤) (٢٥) (٢٦) (٢٧) (٢٨) (٢٩) (٣٠) (٣١) (٣٢) (٣٣) (٣٤) (٣٥) (٣٦) (٣٧) (٣٨) (٣٩) (٤٠) (٤١) (٤٢) (٤٣) (٤٤) (٤٥) (٤٦) (٤٧) (٤٨) (٤٩) (٥٠) (٥١) (٥٢) (٥٣) (٥٤) (٥٥) (٥٦) (٥٧) (٥٨) (٥٩) (٦٠) (٦١) (٦٢) (٦٣) (٦٤) (٦٥) (٦٦) (٦٧) (٦٨) (٦٩) (٧٠) (٧١) (٧٢) (٧٣) (٧٤) (٧٥) (٧٦) (٧٧) (٧٨) (٧٩) (٨٠) (٨١) (٨٢) (٨٣) (٨٤) (٨٥) (٨٦) (٨٧) (٨٨) (٨٩) (٩٠) (٩١) (٩٢) (٩٣) (٩٤) (٩٥) (٩٦) (٩٧) (٩٨) (٩٩) (١٠٠)

الفرض:  $R-g$  حد  $n$  (١)

الطلب:  $R$  حد  $n$  (٢)

المثبت:  $R-g$  حد  $n$  (٣)

$$(R-g)' - \frac{1}{n}(R-g) = 0$$

$$R' - g' - \frac{1}{n}R + \frac{1}{n}g = 0$$

$$R' - \frac{1}{n}R = g' - \frac{1}{n}g$$

$$R' - \frac{1}{n}R = -\frac{n+1}{n(n+1)}$$

من  $R$  حد  $n$  (٤)  $\rightarrow$   $R = K e^{\frac{1}{n}x} + g_n$

من  $R-g$  حد  $n$  (٥)  $\rightarrow$   $R-g = K e^{\frac{1}{n}x}$

$$R-g = K e^{\frac{1}{n}x}$$

$$R = K e^{\frac{1}{n}x} + g_n$$

$$= K e^{\frac{1}{n}x} + \frac{1}{n+1}x + 1$$

من  $R$  حد  $n$  (٦)  $\rightarrow$   $P_n(x) = 1 + \frac{x}{n+1} - e^{\frac{x}{n}}$

$$0 = K + 1 \Rightarrow K = -1$$

$$P_n(x) = -e^{\frac{x}{n}} + \frac{1}{n+1}x + 1$$

$$P_n(x) = 1 + \frac{x}{n+1} - e^{\frac{x}{n}}$$

من  $P_n(x)$  حد  $n$  (٧)  $\rightarrow$   $P_n(x) = 1 + \frac{x}{n+1} - e^{\frac{x}{n}}$

من  $P_n(x)$  حد  $n$  (٨)  $\rightarrow$   $P_n(x) = 1 + \frac{x}{n+1} - e^{\frac{x}{n}}$

من  $P_n(x)$  حد  $n$  (٩)  $\rightarrow$   $P_n(x) = 1 + \frac{x}{n+1} - e^{\frac{x}{n}}$

$$P_n(x) = 1 - \infty = -\infty$$

$$P_n(x) = +\infty = \infty$$

$$P_n(x) = \frac{x}{n} \left( \frac{n}{x} + \frac{n}{x(n+1)} - \frac{e^{\frac{x}{n}}}{n} \right)$$

$$= +\infty \left( 0 + \frac{n}{n+1} - \infty \right)$$

$$= -\infty$$

$$y' - \frac{1}{n}y = 0 \quad (1)$$

$$y' = \frac{1}{n}y \Rightarrow y = K e^{\frac{1}{n}x}$$

$$y' - \frac{1}{n}y = -\frac{x+1}{n(n+1)} \quad (2)$$

من  $y$  حد  $n$  (٣)  $\rightarrow$   $y = a x + b$

$$y'(x) - \frac{1}{n}y(x) = -\frac{x+1}{n(n+1)}$$

$$a - \frac{a}{n}x - \frac{b}{n} = -\frac{x}{n(n+1)} - \frac{1}{n(n+1)}$$

$$-\frac{a}{n} = -\frac{1}{n(n+1)} \Rightarrow a = \frac{1}{n+1}$$

$$a - \frac{b}{n} = -\frac{1}{n(n+1)} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{n+1} - \frac{b}{n} = -\frac{1}{n(n+1)}$$

$$n - (n+1)b = -1 \Rightarrow b = 1$$

$$y = \frac{1}{n+1}x + 1$$

من  $R$  حد  $n$  (٤)  $\rightarrow$   $R = \frac{1}{n+1}x + 1$

من  $R-g$  حد  $n$  (٥)  $\rightarrow$   $R-g = \frac{1}{n+1}x + 1 - g$

من  $R-g$  حد  $n$  (٦)  $\rightarrow$   $R-g = \frac{1}{n+1}x + 1 - g$

من  $R-g$  حد  $n$  (٧)  $\rightarrow$   $R-g = \frac{1}{n+1}x + 1 - g$

من  $R-g$  حد  $n$  (٨)  $\rightarrow$   $R-g = \frac{1}{n+1}x + 1 - g$

من  $R-g$  حد  $n$  (٩)  $\rightarrow$   $R-g = \frac{1}{n+1}x + 1 - g$

من  $R-g$  حد  $n$  (١٠)  $\rightarrow$   $R-g = \frac{1}{n+1}x + 1 - g$

من  $R-g$  حد  $n$  (١١)  $\rightarrow$   $R-g = \frac{1}{n+1}x + 1 - g$

من  $R-g$  حد  $n$  (١٢)  $\rightarrow$   $R-g = \frac{1}{n+1}x + 1 - g$

من  $R-g$  حد  $n$  (١٣)  $\rightarrow$   $R-g = \frac{1}{n+1}x + 1 - g$

من  $R-g$  حد  $n$  (١٤)  $\rightarrow$   $R-g = \frac{1}{n+1}x + 1 - g$

من  $R-g$  حد  $n$  (١٥)  $\rightarrow$   $R-g = \frac{1}{n+1}x + 1 - g$

من  $R-g$  حد  $n$  (١٦)  $\rightarrow$   $R-g = \frac{1}{n+1}x + 1 - g$

من  $R-g$  حد  $n$  (١٧)  $\rightarrow$   $R-g = \frac{1}{n+1}x + 1 - g$

من  $R-g$  حد  $n$  (١٨)  $\rightarrow$   $R-g = \frac{1}{n+1}x + 1 - g$

من  $R-g$  حد  $n$  (١٩)  $\rightarrow$   $R-g = \frac{1}{n+1}x + 1 - g$

من  $R-g$  حد  $n$  (٢٠)  $\rightarrow$   $R-g = \frac{1}{n+1}x + 1 - g$

من  $R-g$  حد  $n$  (٢١)  $\rightarrow$   $R-g = \frac{1}{n+1}x + 1 - g$

المعادلة (١) (١١) (١٢) (١٣) (١٤) (١٥) (١٦) (١٧) (١٨) (١٩) (٢٠) (٢١) (٢٢) (٢٣) (٢٤) (٢٥) (٢٦) (٢٧) (٢٨) (٢٩) (٣٠) (٣١) (٣٢) (٣٣) (٣٤) (٣٥) (٣٦) (٣٧) (٣٨) (٣٩) (٤٠) (٤١) (٤٢) (٤٣) (٤٤) (٤٥) (٤٦) (٤٧) (٤٨) (٤٩) (٥٠) (٥١) (٥٢) (٥٣) (٥٤) (٥٥) (٥٦) (٥٧) (٥٨) (٥٩) (٦٠) (٦١) (٦٢) (٦٣) (٦٤) (٦٥) (٦٦) (٦٧) (٦٨) (٦٩) (٧٠) (٧١) (٧٢) (٧٣) (٧٤) (٧٥) (٧٦) (٧٧) (٧٨) (٧٩) (٨٠) (٨١) (٨٢) (٨٣) (٨٤) (٨٥) (٨٦) (٨٧) (٨٨) (٨٩) (٩٠) (٩١) (٩٢) (٩٣) (٩٤) (٩٥) (٩٦) (٩٧) (٩٨) (٩٩) (١٠٠)

المكتب العلمي الرياضي  
 قهوة كركموجا (المكتب)  
 قهوة كركموجا (المكتب)  
 قهوة كركموجا (المكتب)  
 قهوة كركموجا (المكتب)  
 قهوة كركموجا (المكتب)  
 قهوة كركموجا (المكتب)  
 قهوة كركموجا (المكتب)  
 قهوة كركموجا (المكتب)  
 قهوة كركموجا (المكتب)  
 قهوة كركموجا (المكتب)

٥٣١٣١١٥٩

أ. محمد رسول الصباغ

المكتب العلمي الرياضي

$$P'_{(x)} = \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n} e^{\frac{x}{n}}$$

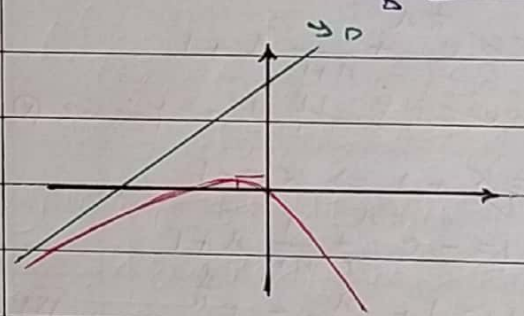
$$P'_{(x)} = 0 \Rightarrow x = x$$

x	$-\infty$	$x$	$0$	$+\infty$
P'		+		-
P	$-\infty$	$\rightarrow$	P(x)	$0$

نلاحظ ان  $P_n$  يبلغ قيمة كبرى  $M = P(x_n)$   
 وهي صوية  $y = 1 + \frac{x}{n+1}$

$$P - y = -e^{\frac{x}{n+1}}$$

$$P - y = 0$$



جملسات وحولية مكتفة لطلوب دورة  
 المكتب العلمي الرياضي  
 أ. محمد رسول الصباغ

٥٣١٣١١٥٩

المكتب العلمي الرياضي  
 المكتب العلمي الرياضي  
 المكتب العلمي الرياضي  
 المكتب العلمي الرياضي  
 المكتب العلمي الرياضي  
 المكتب العلمي الرياضي  
 المكتب العلمي الرياضي  
 المكتب العلمي الرياضي  
 المكتب العلمي الرياضي  
 المكتب العلمي الرياضي  
 المكتب العلمي الرياضي

$$= \frac{1}{\Theta^2} \cdot \left(\frac{-2}{x^2}\right) \sin\left(\frac{2}{x} + 1\right)$$

$$F(x) = \frac{1}{2} \cos\left(\frac{2}{x} + 1\right)$$

الملاحظة:

$$F(x) = \sin(g(x)) \xrightarrow{F'} F'(x) = g'(x) \cos(g(x))$$

$$F(x) = \cos(g(x)) \xrightarrow{F'} F'(x) = -g'(x) \sin(g(x))$$

$$5) F(x) = \frac{1}{\sqrt{x}\sqrt{x}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{x} \cdot x^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{x^{\frac{3}{2}}}}$$

$$= \frac{1}{(x^{\frac{3}{2}})^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{x^{\frac{3}{4}}}$$

$$= x^{-\frac{3}{4}}$$

$$F(x) = x^{-\frac{3}{4}} = 4\sqrt[4]{x}$$

$$6) F(x) = \frac{(1-x)^2}{x\sqrt{x}}$$

$$F(x) = \frac{1 - 2x + x^2}{x^{\frac{3}{2}}}$$

$$= \frac{1}{x^{\frac{3}{2}}} - \frac{2x}{x^{\frac{3}{2}}} + \frac{x^2}{x^{\frac{3}{2}}}$$

$$= x^{-\frac{3}{2}} - 2x^{-\frac{1}{2}} + x^{\frac{1}{2}}$$

$$F(x) = x^{-\frac{1}{2}} - 2x^{\frac{1}{2}} + x^{\frac{3}{2}}$$

$$= -\frac{2}{\sqrt{x}} - 4\sqrt{x} + \frac{2}{3}\sqrt{x^3}$$

## التكامل

\* أمثلة على إيجاد التوابيع الأصلية:

$$1) F(x) = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$$

$$F(x) = x^{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3} \sqrt{x^3}$$

$$2) F(x) = \frac{1}{\sqrt{2x+3}}$$

$$= \frac{1}{(2x+3)^{\frac{1}{2}}} = (2x+3)^{-\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{g'} \frac{(2x+3)^{-\frac{1}{2}}}{g}$$

$$F(x) = \frac{1}{2} \frac{(2x+3)^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}}$$

$$= \sqrt{2x+3}$$

$$3) F(x) = \frac{4x+6}{\sqrt{x^2+3x-5}}$$

$$= (4x+6)(x^2+3x-5)^{-\frac{1}{2}}$$

$$= 2 \frac{(2x+3)}{g'} \frac{(x^2+3x-5)^{-\frac{1}{2}}}{g}$$

$$F(x) = 2 \frac{(x^2+3x-5)^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}}$$

$$= 4\sqrt{x^2+3x-5}$$

$$4) F(x) = \frac{\sin\left(\frac{2}{x} + 1\right)}{x^2}$$

$$= \frac{1}{x^2} \sin\left(\frac{2}{x} + 1\right)$$

المكتب العلمي الرياضي

أحمد رسول الصباح

١١٥٩ ٢٠١٣ ٩٢٠

المكتب العلمي الرياضي

المكتب العلمي الرياضي

المكتب العلمي الرياضي

المكتب العلمي الرياضي

المكتب العلمي الرياضي

المكتب العلمي الرياضي

المكتب العلمي الرياضي

طاولات دورية  
جوليات رياضية

بمسار وحوالية مكثفة لطلاب دورة

\* التكامل بالتجزئة:

يستخدم إذا كان لدينا تابعين من نوعين مختلفين، أي لا يمكن استخدام القواعد

$$F(x) = \int_a^x f(t) dt -$$

أوجد التابع الأصلي لكل من التوابع الآتية:

1)  $f(x) = x \cdot \sin x$

$$F(x) = \int_a^x f(t) dt = \int_0^x t \cdot \sin t$$

$$u = t \quad u' = 1$$

$$v' = \sin t \quad v = -\cos t$$

$$F(x) = [u \cdot v]_0^x - \int_0^x u' \cdot v dt$$

$$= [-t \cos t]_0^x - \int_0^x -\cos t dt$$

$$= -x \cos x + 0 + [\sin t]_0^x$$

$$= -x \cos x + \sin x - 0$$

$$= -x \cos x + \sin x$$

2)  $f(x) = \ln x$

$$F(x) = \int_a^x f(t) dt = \int_1^x \ln t dt$$

$$u = \ln t \quad u' = \frac{1}{t}$$

$$v' = 1 \quad v = t$$

$$F(x) = [u \cdot v]_1^x - \int_1^x u' \cdot v dt$$

$$= [t \cdot \ln t]_1^x - \int_1^x t \cdot \frac{1}{t}$$

$$= x \ln x - 0 - \int_1^x \frac{1}{x} dt$$

$$= x \ln x - [t]_1^x$$

$$= x \ln x - (x - 1)$$

$$= x \ln x - x + 1$$

$$= x \ln x - x$$

3)  $I = \int_1^e \ln x dx$

$$u = \ln x \quad u' = \frac{1}{x}$$

$$v' = 1 \quad v = x$$

$$I = [u \cdot v]_1^e - \int_1^e u' \cdot v dx$$

$$= [x \ln x]_1^e - \int_1^e 1 dx$$

$$= e(1) - 0 - [x]_1^e$$

$$= e - (e - 1)$$

$$= e - e + 1$$

$$= 1$$

4)  $J = \int_0^1 \frac{x}{\sqrt{3x+1}}$

$$J = x(3x+1)^{-\frac{1}{2}}$$

$$u = x \quad u' = 1$$

$$v' = (3x+1)^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{9} (3x+1)^{-\frac{1}{2}} = n$$

$$v = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{\frac{1}{2}} (3x+1)^{\frac{1}{2}} = \frac{2}{3} \sqrt{3x+1}$$

$$J = [u \cdot v]_0^1 - \int_0^1 u' \cdot v dx$$

$$= \left[ \frac{2}{3} x \sqrt{3x+1} \right]_0^1 - \int_0^1 \frac{2}{3} (3x+1)^{\frac{1}{2}} dx$$

$$= \left[ \frac{2}{3} (1)(2) - 0 \right] - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} \int_0^1 3(3x+1)^{\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{4}{3} - \frac{2}{9} \left[ \frac{(3x+1)^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} \right]_0^1$$

٢٠١١/١١/١٥

أحمد محمد الصباغ

المكتب الطبي الرياضي

تخصص في الطب الرياضي  
تخصص في الطب الرياضي  
تخصص في الطب الرياضي  
تخصص في الطب الرياضي  
تخصص في الطب الرياضي  
تخصص في الطب الرياضي  
تخصص في الطب الرياضي  
تخصص في الطب الرياضي

$$x = A(x+2) + B(x-2)$$

: حساب A

$$: x=2$$

$$2 = A(4) \Rightarrow A = \frac{1}{2}$$

: حساب B

$$: x=-2$$

$$-2 = -4B \Rightarrow B = \frac{1}{2}$$

$$\int_0^1 \left( \frac{\frac{1}{2}}{x-2} + \frac{\frac{1}{2}}{x+2} \right)$$

$$= \int_0^1 \left( \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{x-2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{x+2} \right)$$

$$= \left[ \frac{1}{2} \ln|x-2| + \frac{1}{2} \ln|x+2| \right]_0^1$$

$$= \frac{1}{2} [\ln(1) - \ln(2) + \ln(3) - \ln(2)]$$

$$= \frac{1}{2} [\ln(3) - \ln(4)]$$

$$= \ln \sqrt{\frac{3}{4}} = \ln \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$2) \int_{-5}^{-4} \frac{3x+6}{x^2+5x+6}$$

$$= \int_{-5}^{-4} \frac{3(x+2)}{(x+2)(x+3)}$$

$$= \int_{-5}^{-4} \frac{3}{x+3}$$

$$= 3 [\ln|x+3|]_{-5}^{-4}$$

$$= \frac{4}{3} - \frac{2}{9} \times \frac{2}{3} [\sqrt{(3x+1)^3}]_0^1$$

$$= \frac{4}{3} - \frac{4}{27} (8-1)$$

$$= \frac{4}{3} - \frac{28}{27} = \frac{8}{27}$$

$$5) \int_1^{e^3} \frac{dx}{x \sqrt{\ln x + 1}}$$

$$= \int_1^{e^3} \frac{1}{x} (\ln x + 1)^{-\frac{1}{2}} dx$$

$$= \left[ \frac{1}{\frac{1}{2}} (\ln x + 1)^{\frac{1}{2}} \right]_1^{e^3}$$

$$= 2 [\sqrt{\ln x + 1}]_1^{e^3}$$

$$= 2(2-1)$$

$$= 2$$

\* الأسور الجزئية:

1) قوة البسط أكبر أو تساوي قوة المقام

« نستخدم القسمة الإقليدية »

$$f(x) = \frac{\text{الباقى}}{\text{المقسوم عليه}} + \text{الناتج}$$

2) قوة المقام أكبر من قوة البسط

« نستخدم تفريجه الكسور »

مثال:

$$1) \int_0^1 \frac{x}{x^2-4}$$

$$\frac{x}{(x-2)(x+2)} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+2}$$

ملاحظات وحلولية أسئلة  
الطرح دورة

المكتب الطبي الرياضي  
 قسم الرياضيات  
 أ. محمد رسول الصباغ  
 أ. محمد الصباغ  
 أ. محمد الصباغ  
 أ. محمد الصباغ

$$= 2 \ln(1) - \ln(2) - 2 \ln(2) + \ln(5)$$

$$= -3 \ln(2) + \ln(5)$$

$$= -\ln(8) + \ln(5)$$

$$= \ln\left(\frac{5}{8}\right)$$

4)  $\int_1^2 \frac{2}{x^3+x^2}$

$$\frac{2}{x^2(x+1)} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x} + \frac{C}{x^2}$$

نضرب بـ  $x$  ونجمل  $x$ :  $-1 \leftarrow x$

$$\frac{2}{x^2} = A \Rightarrow \boxed{A=2}$$

نضرب بـ  $x+1$  ونجمل  $x+1$ :  $0 \leftarrow x+1$

$$\frac{2}{x+1} = C \Rightarrow \boxed{C=2}$$

نضرب بـ  $x^2$  ونجمل  $x^2$ :  $0 \leftarrow x^2$

$$\frac{2}{x^2} = A + B + C \Rightarrow \frac{2}{2} = \frac{A}{2} + \frac{B}{1} + \frac{C}{1}$$

$$1 = 1 + B + 2 \Rightarrow \boxed{B=-2}$$

$$\int_1^2 \left( \frac{2}{x+1} + \frac{-2}{x} + \frac{2}{x^2} \right)$$

$$= \int_1^2 \left( 2 \cdot \frac{1}{x+1} - 2 \cdot \frac{1}{x} + 2 \cdot \frac{x^{-2}}{x^2} \right)$$

$$= \left[ 2 \ln|x+1| - 2 \ln|x| - \frac{2}{x} \right]_1^2$$

$$= 3 [\ln(1) - \ln(2)]$$

$$= -3 \ln(2)$$

$$= -\ln(8)$$

3)  $\int_{-2}^{-1} \frac{2}{x^3+x}$  «فكرة جديدة»

$$\frac{2}{x(x^2+1)} = \frac{A}{x} + \frac{Bx+C}{x^2+1}$$

نضرب بـ  $x$  ونجمل  $x$ :  $0 \leftarrow x$

$$\frac{2}{x^2+1} = A + x \frac{Bx+C}{x^2+1}$$

نضرب بـ  $x$  ونجمل  $x$ :  $+\infty \leftarrow x$

$$\frac{2}{x^2+1} = A + \frac{Bx^2+Cx}{x^2+1}$$

$$0 = A + B \Rightarrow \boxed{B=-2}$$

نضرب بـ  $x^2+1$  ونجمل  $x^2+1$ :  $x=1$

$$\frac{2}{2} = A + \frac{B+C}{2}$$

$$2 = 2A + B + C$$

نضرب بـ  $x^2$  ونجمل  $x^2$ :  $C=0$

$$\int_{-2}^{-1} \frac{2}{x} + \frac{-2x}{x^2+1}$$

$$= \int_{-2}^{-1} \left( \frac{2 \cdot 1}{x} - \frac{2x}{x^2+1} \right)$$

$$= \left[ 2 \ln|x| - \ln|x^2+1| \right]_{-2}^{-1}$$

المكتب الطبي الرياضي  
 قسم الرياضيات  
 أ. محمد الصباغ  
 أ. محمد الصباغ  
 أ. محمد الصباغ  
 أ. محمد الصباغ

$$y = x^3 - 1$$

$$x^3 = y + 1$$

$$x = \sqrt[3]{y+1} \quad C'$$

$$x = -\frac{1}{7} \quad x = 7$$

$$S = \int_{-1}^7 \sqrt[3]{x+1} dx$$

$$= \int_{-1}^7 (x+1)^{\frac{1}{3}} dx$$

$$= \left[ \frac{(x+1)^{\frac{4}{3}}}{\frac{4}{3}} \right]_{-1}^7$$

$$= \frac{3}{4} \left[ \sqrt[3]{(x+1)^4} \right]_{-1}^7$$

$$= \frac{3}{4} \left[ \sqrt[3]{8^3 \cdot 8} - 0 \right]$$

$$= \frac{3}{4} \times 16 = 12 \text{ وحدة مربعة}$$

ملاحظة:

$$(x, y) \xrightarrow{\Delta_1} (y, x)$$

$\Delta_1$ : منصف الربيع الأول والثالث

$$(x, y) \xrightarrow{\Delta_2} (-y, -x)$$

$\Delta_2$ : منصف الربيع الثاني والرابع

الجسم

$$V = \pi \int_a^b (f(x))^2 dx$$

$$= 2 \ln(3) - 2 \ln(2) - 1 - (2 \ln 2 - 2)$$

$$= \ln(9) - \ln(4) - 1 - \ln(4) + 2$$

$$= \ln(9) - \ln(16) + 1$$

المساحة

$$S = \int_a^b |f(x)| dx$$

(وطا أربع حالات تم ذكرها سابقاً)

قاعدة جديدة:

حساب مساحة السطح المحد بالخط C والمحور y والستقيم  $y=a$ ،  $y=b$  حيث  $a < b$ ، يمكن حساب المساحة التي يحدها نظيره C بالذبة لك منصف الربيع الأول والثالث والمحور x والستقيم  $x=a$ ،  $x=b$  وذلك بعد أن نكتب x بدلالة y.

مثال:

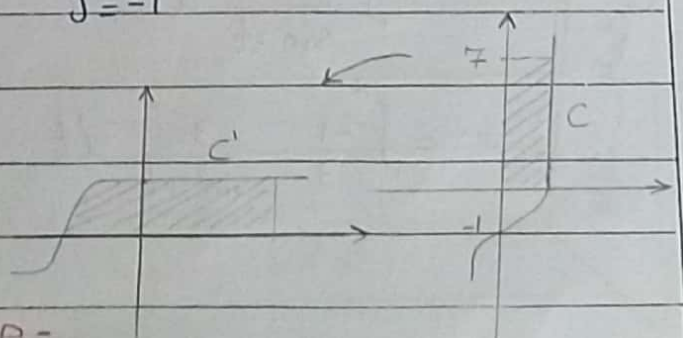
$$f(x) = x^3 - 1$$

احسب مساحة السطح المحد بالخط C والمحور y والستقيم  $y=7$ ،  $x=0$

الحل:

نفوض  $x=0$  في معادلة  $f(x)$ :

$$y = -1$$



طرق دورة  
حسابات تكاملية



تمارين:

محاسن كولية مكلفة لطلاب دورة

1)  $\int_0^1 e^{\sqrt{x}} dx$   
 بفرض  $\sqrt{x} = t$   
 $x = t^2$

$\frac{dx}{dt} = (x)'_t = 2t$

$dx = 2t dt$

$x=0 \rightarrow t=0$

$x=1 \rightarrow t=1$

$\int_0^1 2t e^t dt$

$u = 2t$

$u' = 2$

$v' = e^t$

$v = e^t$

$[u \cdot v]' = \int u' \cdot v$

$= [2t e^t]' - \int 2 e^t$

$= 2(u)(e') - 0 - 2[e^t]_0^1$

$= 2e - 2(e-1)$

$= 2e - 2e + 2$

$= 2$

2)  $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\cos x - \cos^3 x}$

$= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\cos x (1 - \cos^2 x)}$

$= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\cos x \cdot \sin^2 x}$

$= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} |\sin x| (\cos x)^{\frac{1}{2}}$

الربيع الرابع والأول

$= \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 -\sin x \cos^{\frac{1}{2}} x + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cos^{\frac{1}{2}} x$   
 الربع الرابع      الربع الأول

$= \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 \frac{-\sin x \cos^{\frac{1}{2}} x}{g'} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{-\sin x \cos^{\frac{1}{2}} x}{g'}$

$= \left[ \frac{\cos^{\frac{3}{2}} x}{\frac{3}{2}} \right]_{-\frac{\pi}{2}}^0 - \left[ \frac{\cos^{\frac{3}{2}} x}{\frac{3}{2}} \right]_0^{\frac{\pi}{2}}$

$= \left[ \frac{2}{3} \sqrt{\cos^3 x} \right]_{-\frac{\pi}{2}}^0 - \left[ \frac{2}{3} \sqrt{\cos^3 x} \right]_0^{\frac{\pi}{2}}$

$= \frac{2}{3} [1-0] - \frac{2}{3} [0-1]$

$= \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$

3)  $f(x) = \frac{1}{\sin^2 3x}$

ملاحظة التعريف:

$\tan x \xrightarrow{\text{مشتق}} \frac{1}{\cos^2 x}$   
 تكامله

$\cot x \xrightarrow{\text{مشتق}} \frac{-1}{\sin^2 x}$   
 تكامله

$\Rightarrow \cot 3x \xrightarrow{\text{مشتق}} \frac{-3}{\sin^2 3x}$   
 تكامله

$F(x) = \int P(t) dt$

$= \int \frac{1}{\sin^2 3t} dt$

$= \int \frac{-1}{3} \cdot \frac{-3}{\sin^2 3t} dt$

٢٠١٣ ١١ ١٥

أحمد محمد الصباغ

المكتب الصحفي الرياضي

قصة كريمة

قصة كريمة

قصة كريمة

قصة كريمة

قصة كريمة

قصة كريمة

قصة كريمة

$$F(x) = 2 \frac{x^2}{2} + 5x + \cot x$$

$$= x^2 + 5x + \cot x$$

$$7) f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+x\sqrt{x}}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{x(1+\sqrt{x})}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+\sqrt{x}}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{x}} (1+\sqrt{x})^{-\frac{1}{2}}$$

$$= 2 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{g} (1+\sqrt{x})^{-\frac{1}{2}}$$

$$F(x) = 2 (1+\sqrt{x})^{\frac{1}{2}}$$

$$= 4 \sqrt{1+\sqrt{x}}$$

$$8) f(x) = \frac{x^3+2}{x^2-1}$$

$$x$$

$$\begin{array}{r} x^2-1 \overline{) x^3+2} \\ -x^3+x \\ \hline x+2 \end{array}$$

$$-x^3+x$$

$$x+2$$

$$F(x) = \left[ \frac{-1}{3} \cot 3t \right]^x$$

$$= -\frac{1}{3} \cot 3x + \frac{1}{3} \cot 3$$

ثابت

$$= -\frac{1}{3} \cot 3x$$

$$4) f(x) = \frac{x^3}{\sqrt[3]{x}}$$

$$= \frac{x^3}{x^{\frac{1}{3}}} = x^{\frac{8}{3}}$$

$$F(x) = x^{\frac{11}{3}}$$

$$= \frac{3}{11} \sqrt[3]{x^{11}}$$

$$5) f(x) = \sin^3 x \cdot \sin 2x$$

$$= \sin^3 x \cdot 2 \sin x \cos x$$

$$= 2 \underbrace{\cos x}_{g'} \underbrace{\sin^4 x}_g$$

$$F(x) = 2 \frac{\sin^5 x}{5} = \frac{2}{5} \sin^5 x$$

$$6) f(x) = 2x + 5 - \csc^2 x$$

ملاحظة القرب:

$$\sec = \frac{1}{\cos} \quad / \quad \csc = \frac{1}{\sin}$$

$$\tan x \xrightarrow{\text{ثابت}} \frac{1}{\cos^2 x} = \sec^2$$

$$\cot x \xrightarrow{\text{ثابت}} \frac{-1}{\sin^2 x} = -\csc^2$$

المسائل وحلولها مكتوبة لطلاب دورة

$$F(x) = x^2 + 4 + \frac{20}{x^2 - 4}$$

$$\frac{20}{(x-2)(x+2)} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+2}$$

$$F(x) = x + \frac{x+2}{x^2-1}$$

$$\frac{x+2}{x^2-1} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+1}$$

نضرب بالبسط ونحذف المقامات:

نضرب بالبسط ونحذف المقامات:

$$20 = A(x+2) + B(x-2)$$

$$x+2 = A(x+1) + B(x-1)$$

$x=2$  : لسأب A

$x=1$  : لسأب A

$$20 = A(2+2) \Rightarrow A=5$$

$$3 - 2A \Rightarrow A = \frac{3}{2}$$

$x=-2$  : لسأب B

$x=-1$  : لسأب B

$$20 = B(-2-2) \Rightarrow B=-5$$

$$-1+2 = B(-1-1) \Rightarrow B = -\frac{1}{2}$$

$$F(x) = x^2 + 4 + \frac{5}{x-2} + \frac{-5}{x+2}$$

$$F(x) = x + \frac{\frac{3}{2}}{x-1} + \frac{-\frac{1}{2}}{x+1}$$

$$= x^2 + 4 + 5 \cdot \frac{1}{x-2} - 5 \cdot \frac{1}{x+2}$$

$$= x + \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{x-1} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{x+1}$$

$$F(x) = \frac{x^3}{3} + 4x + 5 \ln|x-2| - 5 \ln|x+2|$$

$$F(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{3}{2} \ln|x-1| - \frac{1}{2} \ln|x+1|$$

10)  $\int_1^2 \sqrt[3]{1-x} dx$

9)  $F(x) = \frac{x^4+4}{x^2-4}$

$$= \int_1^2 (1-x)^{\frac{1}{3}} dx$$

$$= \int_1^2 - \frac{1}{3} (1-x)^{-\frac{2}{3}} dx$$

$$= - \left[ \frac{(1-x)^{\frac{4}{3}}}{\frac{4}{3}} \right]_1^2$$

$$= - \frac{3}{4} \left[ \sqrt[3]{(1-x)^4} \right]_1^2$$

$$= \frac{x^2-4}{x^2-4} x^4 + 4$$

$$= - \frac{3}{4} (1-0)$$

$$= -x^4 + 4x^2$$

$$= - \frac{3}{4}$$

$$= 4x^2 + 4$$

$$= - \frac{3}{4}$$

$$= -4x^2 + 16$$

$$= - \frac{3}{4}$$

$$= 20$$

المسائل وحلولها مكتوبة لطلاب دورة

المسائل وحلولها مكتوبة لطلاب دورة

$$= \left[ \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} - x \right]_0^9$$

$$= \left[ \frac{2\sqrt{x^3} - x}{3} \right]_0^9$$

$$= \frac{2(27) - 9}{3} - 0$$

$$= 18 - 9$$

$$= 9$$

$$13) f(x) = \frac{1}{x^2} \sin\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$= -\frac{1}{x^2} \sin\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$= -\frac{1}{x^2} \cdot -\sin\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$f(x) = \cos\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$14) \int_0^1 \frac{e^x}{e^x+1}$$

$$= \left[ \ln|e^x+1| \right]_0^1$$

$$= \ln(e+1) - \ln(2)$$

$$= \ln\left(\frac{e+1}{2}\right)$$

$$11) \int_1^4 \frac{\sqrt{1+\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}$$

$$= \int_1^4 \frac{1}{\sqrt{x}} (1+\sqrt{x})^{\frac{1}{2}}$$

$$= \int_1^4 \frac{2}{2\sqrt{x}} \frac{(1+\sqrt{x})^{\frac{1}{2}}}{9}$$

$$= 2 \left[ \frac{(1+\sqrt{x})^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} \right]_1^4$$

$$= \frac{4}{3} \left[ \sqrt{(1+\sqrt{x})^3} \right]_1^4$$

$$= \frac{4}{3} (3\sqrt{3} - 2\sqrt{2})$$

$$= 4\sqrt{3} - \frac{8}{3}\sqrt{2}$$

$$12) \int_0^9 \frac{x-1}{1+\sqrt{x}}$$

$$= \int_0^9 \frac{x-1}{\sqrt{x}+1}$$

$$\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1}$$

$$= \frac{-x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$$

$$= \frac{-\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$$

$$= \frac{-\sqrt{x}-1}{0}$$

$$= \int_0^9 \sqrt{x}-1$$

المكتب العلمي الرياضي

أ. محمد رسول الصباغ

١١٥٩ ٢٠٢٣

المكتب العلمي الرياضي

المكتب العلمي الرياضي

المكتب العلمي الرياضي

المكتب العلمي الرياضي

المكتب العلمي الرياضي

المكتب العلمي الرياضي

المكتب العلمي الرياضي

الطالعات دورية

حسابات وكسوفات كوكبية

قيمتك في المتوسط الحسابي  
 قيمة في المتوسط الهندسي  
 قيمة في المتوسط التوافقي  
 قيمة في المتوسط المربعي  
 قيمة في المتوسط الهارموني

$$= \left[ t^2 + \frac{1}{2} t \sin 2t \right]_0^x - 2 \left[ \frac{t^2 - 1}{4} \cos 2t \right]_0^x$$

$$= x^2 + \frac{1}{2} x \sin 2x - 0 - 2 \left[ \frac{x^2 - 1}{4} \cos 2x - \left(-\frac{1}{8}\right) \right]$$

$$= x^2 + \frac{1}{2} x \sin 2x - \frac{x^2}{2} + \frac{1}{4} \cos 2x - \frac{1}{4}$$

$$= \frac{x^2}{2} + x \sin x \cos x + \frac{1}{4} \cos 2x$$

15)  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin^3 x}{\cos^5 x} dx$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin^2 x \cdot \sin x}{\cos^5 x} dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x}{\cos^5 x} \cdot \frac{1}{\cos^2 x} dx$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{(\sin x)^3}{\cos^5 x} dx$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\tan^3 x}{9} \cdot \frac{1}{\cos^2 x} dx$$

$$= \left[ \frac{\tan^4 x}{4} \right]_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{(1)^4}{4} - 0 = \frac{1}{4}$$

جلسات كحولية مكثفة  
 لطرد دورة

**مسائل (10 درجات)**  
 المسألة الأولى:

$f(x) = (x-1)e^x \quad \mathbb{R}$

- 1) أثبت بطريقة الاستقراء الرياضي أن  $f^{(n)}(x) = (x+n-1)e^x$
- 2) نظم جدولاً بتغيرات التابع  $f(x) = k$  ناقش عدد حلول المعادلة
- 3) ارسم الخط البياني للتابع
- 4) استنتج الخط البياني للتابع  $f(x) = x \cdot e^{x+1}$

16)  $f(x) = 2x \cos^2 x$   
 $f(t) = 2t \cos^2 t$   
 $\int_0^x f(t) dt$   
 $\int_0^x 2t \cos^2 t dt$

يفرض

- 5) احسب مساحة السطح المصور بين C ومحوري الإحداثيات
- 6) املأ الخانة: من أجل  $n=1$

$u = 2t \quad u' = 2$   
 $v = \cos^2 t$   
 $\cos^2 t = \frac{1 + \cos 2t}{2}$   
 $= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2t$

$f'(x) = (x+1-1)e^x = x e^x$   
 نشتق التابع  
 $f'(x) = 1 \cdot e^x + e^x(x-1) = e^x(1+x-1) = x \cdot e^x$

$v = \frac{1}{2}t + \frac{1}{4}\sin 2t$   
 $[u \cdot v]_0^x = \int_0^x u' \cdot v$

والملاحظة محققة من أجل  $n=1$

$$= \left[ 2t \left( \frac{1}{2}t + \frac{1}{4}\sin 2t \right) \right]_0^x - \int_0^x 2 \left( \frac{1}{2}t + \frac{1}{4}\sin 2t \right) dt$$

٥٢٤١٣١١٥٥

المكتب الطبي الرياضي  
 الدكتور محمد رسول الصبيح

3]  $K \in ]-\infty, -1[$  مستحيلا اطل

$K = -1$  حل وحيد

$P^{(n)}(x) = (x+n-1)e^x$

الفرض:

$K \in ]-1, 0[$  حلين

$P^{(n+1)}(x) = (x+n)e^x$

الطلب:

$K = 0$  حل وحيد

$K \in ]0, +\infty[$  حل وحيد

الإثبات: نشق الفرض:

4]  $(P^{(n)})' = e^x + (x+n-1)e^x$

$P^{(n+1)}(x) = e^x(1+x+n-1) = e^x(x+n)$

والملاحظة محقة من أجل  $n+1$  فهي علاقة صحيحة

2]  $P$  معرف ومستمر وإشتقاقه  $\neq 0$  في  $\mathbb{R}$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} P(x) = +\infty$

5]  $\lim_{x \rightarrow -\infty} P(x) = 0$  عدم تعيين

$\lim_{x \rightarrow -\infty} (xe^x - e^x)$

$= 0 - 0 = 0$

$P'(x) = xe^x$

$P'(x) = 0 \Rightarrow xe^x = 0$

$\Rightarrow x = 0$

$P(0) = -1$

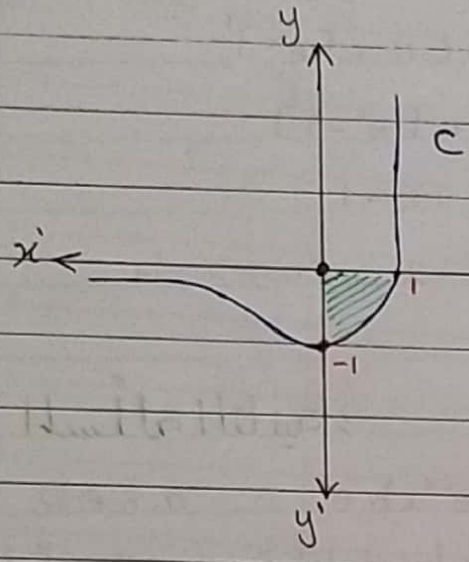
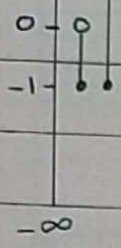
$x$	$-\infty$	$0$	$+\infty$
-----	-----------	-----	-----------

$P'(x)$	—	0	+
---------	---	---	---

$P(x)$	↘	-1	↗
--------	---	----	---

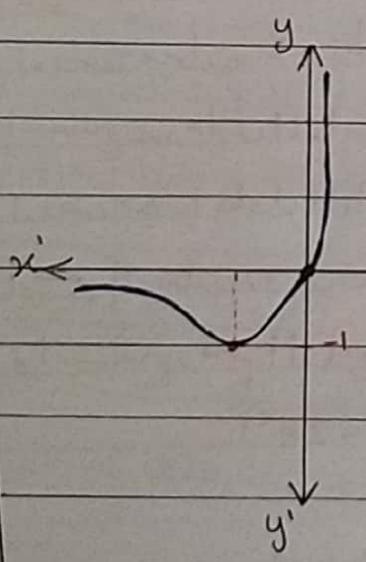
6]  $S = \int_0^1 -P(x) dx$

$S = -\int_0^1 (x-1)e^x dx$



$P_1(x) = P(x+1)$

جزء النسخة في اليسار مرتبة واحدة



6]

الملاحظات  
الملاحظات  
الملاحظات



$$V = \pi \int_0^{\ln 2} (f(x))^2 dx$$

$$= \pi \int_0^{\ln 2} (e^{2x} - 2e^x)^2 dx$$

$$= \pi \int_0^{\ln 2} (e^{4x} - 4e^{3x} + 4e^{2x}) dx$$

$$= \pi \left[ \frac{1}{4} e^{4x} - \frac{4}{3} e^{3x} + 2e^{2x} \right]_0^{\ln 2}$$

$$= \pi \left[ \frac{1}{4} e^{4 \ln 2} - \frac{4}{3} e^{3 \ln 2} + 2e^{2 \ln 2} - \left( \frac{1}{4} - \frac{4}{3} + 2 \right) \right]$$

$$= \pi \left[ 4 - \frac{32}{3} + 8 - \frac{1}{4} + \frac{4}{3} - 2 \right]$$

$$= \pi \left[ \frac{10}{1} - \frac{18}{3} - \frac{1}{4} \right]$$

$$= \pi \left[ \frac{120 - 72 - 3}{12} \right]$$

$$= \pi \left( \frac{45}{12} \right)$$

$$= \frac{15}{4} \pi \text{ واهدة مكعبة}$$

27

مسألة مركبة

C و Γ فظنين بيانين لتابعين اشتقاقين

عالتن R، يرمز إليهما g وg'

1) بين معالداً أيهما g وأيها اشتق.

لتفرض أن Γ هو الخط البياني للتابع g

فعلامظ من الرسم أن Γ يملك قيمة صرية

في المجال [-1، 1]

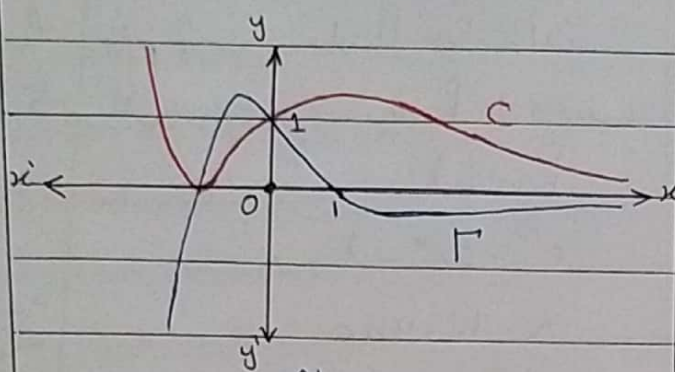
إذن g يتفدم في المجال [-1، 1] أي C

يجب أن يقطع x في المجال [-1، 1]

وهذا غير ممكن حسب الرسمة، إذن Γ ليس هو الخط الأساسي للتابع g ومنه

C هو الخط البياني لـ g

Γ هو الخط البياني لـ g'



$$m = f'(1) = 1 \quad (2)$$

$$(E): y' + y = 2(x+1)e^{-x} \quad (2)$$

$$(1) \text{ أجب أن } P_0(x) = (x^2 + 2x)e^{-x} \text{ هو}$$

حل لـ E

$$P_0'(x) = (2x+2)e^{-x} - e^{-x}(x^2+2x)$$

$$= e^{-x}(2x+2-x^2-2x)$$

$$= e^{-x}(2-x^2)$$

نعوض في E

$$P_1 = e^{-x}(2-x^2) + (x^2+2x)e^{-x}$$

$$= e^{-x}(2-x^2+x^2+2x)$$

$$= e^{-x}(2+2x)$$

$$= 2(1+x)e^{-x} = P_2$$

حل لـ E

$$(E'): y' + y = 0 \quad (2)$$

أثبت أن P هو حل لـ E يكافئ u = P - P\_0

حل لـ E'

$$E': u = P - P_0 \text{ الفرض: } u = P - P_0 \text{ حل لـ } E'$$

الطلب: P هو حل لـ E

طالما 1113 1413 1413 1413

أحمد محمد الصبيح

المكتب الطبي الرياضي



$$g(x) = e^{-x}(x^2 + 2x + 1)$$

البراهين: لدينا  $u$  حل لـ  $E'$  إذ أن

$$u' + u = 0$$

$$P' - P_0' + P - P_0 = 0$$

$$P' + P = P_0' + P_0$$

$$\begin{aligned} P' + P &= e^{-x}(2 - x^2) + (x^2 + 2x)e^{-x} \\ &= e^{-x}(2 - x^2 + x^2 + 2x) \\ &= 2(x + 1)e^{-x} \end{aligned}$$

ومن ثم  $P$  حل لـ  $E$ .

ثم حل  $(E')$  واستنتج صيغة  $P$  عندها

يكون  $P$  حلاً لـ  $(E)$

$$y' + y = 0$$

$$y = -y \rightarrow$$

منه  $y = k e^{-x}$  حل لـ  $E'$

$$u = k e^{-x}$$

$$P - P_0 = k e^{-x}$$

$$P = k e^{-x} + P_0$$

$$= k e^{-x} + (x^2 + 2x)e^{-x}$$

$$P = e^{-x}(x^2 + 2x + k)$$

(4) عيّن  $h$  حل المعادلة  $E$  الذي يقبل أساساً

أفقياً عند  $x=0$ .

$$h(x) = P(x)$$

$$h(x) = e^{-x}(x^2 + 2x + k)$$

$$h'(0) = 0$$

$$h'(x) = -e^{-x}(x^2 + 2x + k) + (2x + 2)e^{-x}$$

$$0 = 0 + 0 - k + 0 + 2$$

$$k = 2$$

$$h(x) = e^{-x}(x^2 + 2x + 2)$$

$$P(x) = (x^2 + 2x + 2)e^{-x} \in \mathbb{R} \quad [3] \text{ البرهان}$$

(1) ادرس تغيرات التابع ونظم جدولها.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} P(x) = +\infty (+\infty) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} P(x) = +\infty (0) \text{ مع تعيين}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x^2}{e^x} + \frac{2x}{e^x} + \frac{2}{e^x} \right) = 0$$

$$\begin{aligned} P'(x) &= (2x + 2)e^{-x} - e^{-x}(x^2 + 2x + 2) \\ &= e^{-x}(2x + 2 - x^2 - 2x - 2) \end{aligned}$$

$$P'(x) = -x^2 e^{-x}$$

$$P'(x) = 0 \Rightarrow -x^2 e^{-x} = 0$$

$$\Rightarrow x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$P(0) = 2$$

(3) لتأكد من أن  $g$  من الجزء  $[1]$  هو حل لـ  $(E)$

أعط صيغة  $g(x)$  بدلالة  $x$

$$\left\{ \begin{array}{l} P \text{ حل لـ } E \\ g \text{ حل لـ } E \end{array} \right. \Leftrightarrow$$

$$g = P$$

$$g(x) = e^{-x}(x^2 + 2x + k)$$

$g$  يمر بالنقطة  $(0, 1)$  فهي تحققت معادلته

$$1 = 0 + 0 + k \Rightarrow k = 1$$

الملقب العلمي الرياضي

أحمد ركوكول الصباغ

093 613 1159

الملقب العلمي الرياضي

الملقب العلمي الرياضي

الملقب العلمي الرياضي

الملقب العلمي الرياضي

الملقب العلمي الرياضي

الملقب العلمي الرياضي

الملقب العلمي الرياضي

جلسات وحولية كلغة لطلاب دورة

$x$	$-\infty$	$0$	$+\infty$
$F'(x)$	—	$0$	—
$F(x)$	$+\infty$	$2$	$0$

$F'(x) = F(x)$

$(2ax+b)e^{-x} - e^{-x}(ax^2+bx+c) = (x^2+2x+2)e^{-x}$

$2ax+b-ax^2-bx-c = x^2+2x+2$

$-ax^2+(2a-b)x+b-c = x^2+2x+2$

بالمطابقة

$-a=1 \Rightarrow a=-1$

$2a-b=2 \Rightarrow b=-4$

$b-c=2 \Rightarrow c=-6$

$F(x) = (-x^2-4x-6)e^{-x}$

تم ايجاد مساحة السطح المحصور بين محور

الحوصل و  $x=0$  والمستقيمين اللذين معادلاتهما

$x=\alpha, x=0$

$A(\alpha) = \int_0^\alpha F(x) dx$   
 $= [F(x)]_0^\alpha$   
 $= F(\alpha) - F(0)$

$A(\alpha) = (-\alpha^2-4\alpha-6)e^{-\alpha} - (-6)$

$= (-\alpha^2-4\alpha-6)e^{-\alpha} + 6$

لتم ايجاد  $\lim_{\alpha \rightarrow +\infty} A(\alpha)$

$\lim_{\alpha \rightarrow +\infty} A(\alpha) = 0(\infty)$  عدم تعيين

$\lim_{\alpha \rightarrow +\infty} \left( \frac{-\alpha^2}{e^\alpha} - \frac{4\alpha}{e^\alpha} - \frac{6}{e^\alpha} + 6 \right)$

$= 0 - 0 - 0 + 6$

$= 6$

2 اكتب معادلة المماس في النقطة

التي فاصلتها تساوي (1) ثم ارسم  $C'$

الخط البياني ل  $F$  وارسم المماس (T)

$F(-1) = (1-2+2)e$

$= e$

نقطة القاس  $(-1, e)$

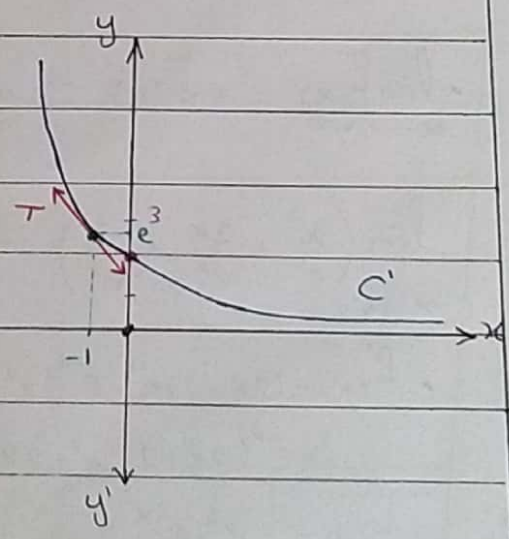
$m = F'(-1) = -e$

ومن معادلة المماس

$y - y_0 = m(x - x_0)$

$y - e = -e(x + 1)$

$y = -ex$



3 عين  $a$  و  $b$  و  $c$  حتى يكون التابع

$F(x) = (ax^2+bx+c)e^{-x}$

ل  $F$  على  $\mathbb{R}$

١٣١١١٥٩

أحمد كحل الصبانج

الاستاذ الصافي المرابطي