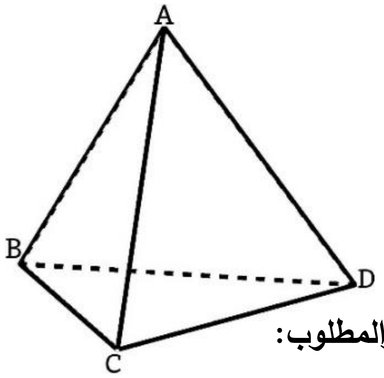
الصفحة الأولى

أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة التالية:

السؤال الأول: لدينا في معلم متجانس $\left(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k}\right)$ النقاط $A(0,1,1)$, $B(-1,2,1)$, $C(1,2,1)$ **والمطلوب:**

1. احسب $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ ، **استنتج** طبيعة المثلث ABC، ثم احسب S_{ABC}.
2. أعطِ معادلة ديكارتية للمستوي (ABC).
3. بفرض G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط $(A,2),(B,1),(C,-1)$ ولتكن $M(x,y,z)$ **والمطلوب:**
   - a. أوجد إحداثيات G.
   - b. عيّن المجموعة Γ المكوّنة من النقاط M التي تحقق: $\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\| = \left\|2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|$.
   - c. عيّن تقاطع المستوي (ABC) مع Γ.
4. بفرض $D(-1,1,2)$، أثبت أن G هي المسقط القائم للنقطة D على المستوي (ABC).
5. احسب حجم رباعي الوجوه $DABC$.

السؤال الثاني: ليكن $ABCD$ رباعي وجوه منتظم فيه $AB = a$، كما هو موضح في الشكل جانباً **والمطلوب:**



1. احسب $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}$.
2. أثبت تعامد (AB) و (CD).

السؤال الثالث: في معلم متجانس $\left(O;\vec{\imath},\vec{\jmath}\right)$ ليكن لدينا النقاط $A(1,-2)$ و $B(-1,2)$ **والمطلوب:**

1. أوجد مركبات الشعاع $\overrightarrow{AB}$.
2. أوجد إحداثيات منتصف القطعة المستقيمة $[AB]$.
3. أعطِ معادلة لمحور القطعة المستقيمة $[AB]$.

Tarek Sannaa
Maths Teacher

الصفحة الثانية

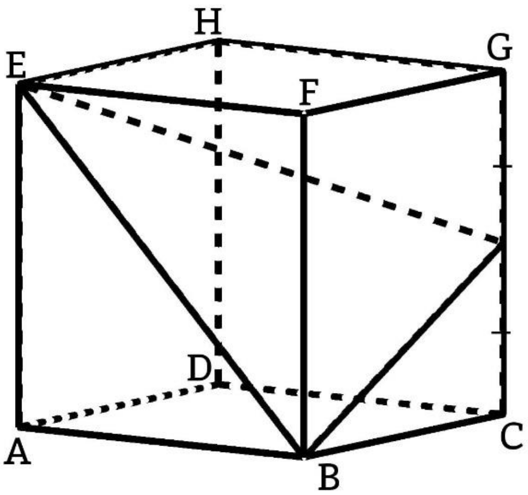
السؤال الرابع: في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، النقاط $A(2,0,0)$ و $B(0,1,1)$ **والمطلوب:**

عيّن طبيعة مجموعة النقاط $M(x,y,z)$ في الحالات التالية:

1. $MA=MB$　　　**2.** $MA=2MB$

ثالثاً: حل المسائل التالية:

المسألة الأولى: في معلم متجانس $(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE})$، ليكن $ABCDEFGH$ مكعب، فيه I و J و K منتصفات $[EB]$ و $[CG]$ و $[AB]$ على الترتيب، **والمطلوب:**



1. جد إحداثيات النقاط H, E, I, J, K.

2. اكتب معادلة للمستوي (EIJ).

3. أعطِ تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (HK) وبيّن أنه يوازي المستوي (EIJ).

4. **استنتج** الوضع النسبي للمستقيمين (EI) و (HK).

5. احسب بُعد النقطة A عن المستوي (EIJ).

6. احسب بُعد النقطة A عن عن المستقيم (EI)، أينتمي المسقط القائم للنقطة A على (EIJ) إلى المستقيم (EI).

المسألة الثانية: نتأمل في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقاط $A(1,0,0)$ و $B(0,1,1)$ والمستوي P حيث:

$$P: x+y+z=0$$

1. أعط معادلة ديكارتية للمستوي Q المار من A , B وعمودي على المستوي P.

2. أعطِ تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d الفصل المشترك للمستويين P , Q.

3. اكتب معادلة المستوي R المار بالمبدأ والعمودي على كل من المستويين P , Q.

4. احسب بُعد النقطة $C(-1,3,1)$ عن كل من المستويين P , R.

5. استنتج بُعد النقطة C عن المستقيم d' فصلهما المشترك.

6. عيّن تقاطع المستويات الثلاثة P , Q , R.

انتهت الأسئلة

الحل المقترح

أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة التالية:

السؤال الأول:

الخطوة		الدرجة
1	$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=0$ + المثلث قائم ومتساوي الساقين + نصف جداء طولي الضلعين القائمين	
2	$z=1$	
3	$x_G=\frac{\alpha x_A+\beta x_B+\gamma x_C}{\alpha+\beta+\gamma}$ و $y_G=\frac{\alpha y_A+\beta y_B+\gamma y_C}{\alpha+\beta+\gamma}$ و $z_G=\frac{\alpha z_A+\beta z_B+\gamma z_C}{\alpha+\beta+\gamma}$ $G(-1,1,1)$	
4	$\lVert\overrightarrow{MG}\rVert=\lVert\overrightarrow{BG}\rVert$ $\Gamma:(x+1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=1$	
5	$S:(x+1)^2+(y-1)^2=1$	
6	$G\in(ABC)$ $\overrightarrow{DG},\vec{n}$ مرتبطان خطياً G هي المسقط القائم للنقطة D على المستوي (ABC).	
7	$V=\frac{1}{3}S_{ABC}\times h\quad ;h=dist(D,ABC)=1$	

السؤال الثاني:

الخطوة		الدرجة
1	$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}=\frac{a^2}{2}$ و $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC}=-\frac{a^2}{2}$ و $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=\frac{a^2}{2}$	
2	$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AB}.\left(\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AD}\right)=\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}=0$	
3	ومنه نستنتج (AB) و (CD) متعامدان	

السؤال الثالث:

الخطوة		الدرجة
1	$\overrightarrow{AB}(2,-4)$	
2	$O(0,0)$	
3	$d: y=\frac{x}{2}$	

السؤال الرابع:

الخطوة		الدرجة
1	معادلة مستوي محوري للقطعة المستقيمة $[AB]$ $2x - y - z - 1 = 0$	
2	تمثل معادلة كرة مركزها $\Omega\left(\frac{-2}{3}, \frac{4}{3}, \frac{4}{3}\right)$ ونصف قطرها $r = \sqrt{\frac{8}{3}}$	

ثالثاً: حل المسألتين الاتيتين: $\left(100\right.$ درجة لكل مسألة$\left.\right)$

السؤال الخامس:

الخطوة		الدرجة
1	$K\left(\frac{1}{2}, 0,0\right), J\left(1,1, \frac{1}{2}\right), I\left(\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}\right), E(0,0,1), H(0,1,1)$	
2	بفرض $\vec{n}(a, b, c)$ ناظم للمستوي المطلوب: $\vec{n}.\overrightarrow{EI} = 0 \Leftrightarrow a - c = 0$ $\vec{n}.\overrightarrow{EJ} = 0 \Leftrightarrow 2a + 2b - c = 0$ بفرض $a = 2 \longrightarrow \vec{n}(2, -1,2)$ $(EIJ): 2x - y + 2z = 2$	
3	$(HK): \begin{cases} x = \frac{1}{2}t \\ y = 1 - t \quad ; t \in \mathbb{R} \\ z = 1 - t \end{cases}$ $\vec{n}.\overrightarrow{HK} = (2, -1,2)\left(\frac{1}{2}, -1, -1\right) = 0$ إذن $(EIJ) \parallel (HK)$	
4	$(EI) \parallel (HK) \begin{cases} (EI) \in (EIJ) \\ (EIJ) \parallel (HK) \end{cases}$	
5	$dist(A, EIJ) = \frac{2}{3}$	
6	$dist(A, EI) = \frac{1}{2}\ EB = \frac{\sqrt{2}}{2}$ لا ينتمي لأن $dist(A, EIJ)$ لا يساوي بُعد A عن (EI). ملاحظة: بما أن I منتصف $[EB]$ تكون القطعة الواصلة بين A ومنتصف الوتر تساوي نصف الوتر وتعامدها كون المثلث ABE قائم في A. أو باختصار "المتوسط على الوتر يساوي نصف الوتر ويعامدها"	

السؤال السادس:

الخطوة		الدرجة
1	$Q: y - z = 0$	
2	$(d): \begin{cases} x = -2t \\ y = t \\ z = t \end{cases} \quad ; \quad t \in \mathbb{R}$	
3	$R: 2x - y - z = 0$	
4	$dist(C, P) = \sqrt{3}$ و $dist(C, R) = \sqrt{6}$	
5	$(\sqrt{3})^2 + (\sqrt{6})^2 = 9 \implies dist(C, d') = 3$	
6	المستويات الثلاثة تتقاطع في نقطة واحدة هي المبدأ وضوحاً	
المجموع		

ملاحظة: قد يكون هناك طرق ثانية وثالثة للحل ولكن لم أدرجها لضيق الوقت.

جلّ مَن لا يُخطئ