بنك أسئلة المتتاليات

دورة 2021

بنك أسئلة المتتاليات

دورة 2021

إعداد :

أ وسيم فاطمة	اللاذقية	0936497038
أ زياد داوود	سلمية	0936834286
أ أحمد الشيخ عيسى	الرقة	0998024183
م . مروان بجور	حمص	0930170828

التمرين 1 :

لتكن لدينا المتتالية $u_n = 3n + 1$ والمطلوب :

❶ أثبت أن المتتالية حسابية ثم أوجد حدها الأول وأساسها

❷ احسب $S = u_3 + u_4 + \cdots + u_8$

التمرين 2 :

$(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية حسابية تحقق $u_3 = -5\ ,\ u_{15} = 31$

عين $u_n\ , u_{25}\ , r$ بدلالة n ثم احسب

$S = u_3 + u_4 + \cdots + u_{25}$

التمرين 3 :

لتكن لدينا المتتالية $u_n = \frac{2}{3^n}$ والمطلوب

❶ أثبت أن المتتالية هندسية ثم أوجد أساسها و حدها الأول

❷ احسب $S_2 = u_2 + u_4 + \cdots + u_{10}\quad ,\quad S_1 = u_1 + \cdots + u_4$

التمرين 4 :

$(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية فيها $u_3 = 6$ و $u_6 = 48$ عين أساساها q وعين u_n بدلالة n

ثم احسب $S = u_2 + u_3 + \cdots + u_9$

التمرين 5 : دورة 2018 الثانية

$(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية فيها $q = 2$ $u_0 = 1$ احسب u_3 ثم أحسب المجموع

$S = u_3 + u_4 + u_5 + u_6 + u_7$

التمرين 6 :

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ المعرفة وفق : $u_n = \frac{n-1}{n}$ والمطلوب :

❶ أثبت أنّ المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ متزايدة تماما.

❷ أثبت أن $0 \leq u_n < 1$ ثم استنتج تقارب المتتالية واحسب نهايتها

❸ جد عددا طبيعيا n_0 يجعل $u_n \in]\ 0.99\ , 1.01\ [$ عند كل n أكبر تماما من n_0

التمرين 7 : دورة 2019 الثانية

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرّفة كما يأتي: $u_n = \frac{2n-1}{n+1}$ و المطلوب:

❶ أدرس اطراد المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$

❷ أثبت أنّ العدد 2 راجح على $(u_n)_{n\geq 0}$

❸ احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} u_n$ ثم حدد عدداً طبيعياً n_0 يحقق أياً كان $n \geq n_0$ كان u_n في المجال $]1.9, 2.1[$

التمرين 8 :

المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ معرفة وفق $u_n = \frac{n^3}{n!}$

❶ أحسب حدودها الثلاثة الأولى

❷ أثبت أن $n! \geq n(n-1)(n-2)(n-3)$ أيا يكن $n \geq 4$

❸ استنتج نهاية $(u_n)_{n\geq 1}$

التمرين 9 :

ليكن عند كل عدد طبيعي n ، $u_n = \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$

❶ أوجد عددين حقيقيين b و a يحققان عند كل عدد طبيعي n ، $u_n = \frac{a}{2n-1} + \frac{b}{2n+1}$

❷ ليكن، في حالة عدد طبيعي n ،

$S_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$. عبّر عن S_n بدلالة n واستنتج نهاية المتتالية $(S_n)_{n\geq 0}$.

التمرين 10 :

a, b, c ثلاث حدود متعاقبة في متتالية هندسية متزايدة تحقق :

$a + 3b + 2c = 30$ ، $a + b + c = 14$ أوجد كل من a, b, c

التمرين 11 :

a, b, c ثلاث حدود متعاقبة في متتالية هندسية أساسها q $(a \neq 0)$ أحسب q: إذا علمت أن

$\frac{c}{18}$ ، $\frac{b}{4}$ ، a ثلاث حدود متعاقبة من متتالية حسابية

التمرين 12 : دورة 2017 الثانية (معدل)

❶ المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ معرّفة وفق $u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$

a . أثبت أنّ المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متناقصة

b . أثبت أن $0 \leq u_n \leq 1$ واستنتج أنها متقاربة واحسب نهايتها

❷ المتتالية $(v_n)_{n\geq 1}$ معرّفة عند كل $n \geq 1$ وفق

$$v_n = 1 + \frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n-1}+\sqrt{n}}$$

a . أثبت أنّ $u_n = \frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$

ثم استفدْ من عبارة u_n بصيغتيها الواردتين لاستنتاج عبارة بسيطة للحد v_n بدلالة n

b . استنتج قيمة المجموع $S = \frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{100}}$

c . استنتج نهاية المتتالية $(v_n)_{n\geq 1}$

التمرين 13 :

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ التي تحقق : $u_n = \left(\frac{n}{2} - 1\right)^n$

❶ جد عدداً طبيعياً n_0 يحقق $u_n \geq 9^n$ عندما $n > n_0$

❷ استنتج نهاية u_n

التمرين 14 : دورة 2018 الأولى

ليكن لدينا المتتاليتان $(u_n)_{n\geq 1}$, $(v_n)_{n\geq 1}$ المعرفتان وفق: $u_n = 5 - \frac{1}{n}$, $v_n = 5 + \frac{1}{n^2}$

والمطلوب :

❶ أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ متزايدة .

❷ أثبت أن المتتالية $(v_n)_{n\geq 1}$ متناقصة .

❸ هل المتتاليتان $(u_n)_{n\geq 1}$, $(v_n)_{n\geq 1}$ متجاورتان ؟ علل إجابتك .

التمرين 15 : النموذج الوزاري الخامس

التمرين الأوّل:

لتكن المتتالية $u_n = 4n + 1$ أثبت أن المتتالية حسابية

وأحسب $u_0 + u_1 + \cdots + u_{10}$

التمرين الثاني:

لتكن المتتاليتين $(x_n)_{n\geq 0}$ و $(y_n)_{n\geq 0}$ المعرّفتين وفق

$$x_n = \frac{4n+5}{n+1} \quad \text{و} \quad y_n = \frac{4n+1}{n+2}$$

أثبت أنّ المتتاليتين $(x_n)_{n\geq 0}$ و $(y_n)_{n\geq 0}$ متجاورتان.

التمرين 16 : النموذج الوزاري الثاني 2020

لتكن المتتاليتين $(u_n)_{\geq 1}$ و $(v_n)_{\geq 1}$ المعرفتين وفق العلاقتين : $u_n = -\frac{1}{n}$ و $v_n = \frac{1}{\sqrt{n^2+1}}$

❶ ادرس اطراد كل من $(u_n)_{\geq 1}$ و $(v_n)_{\geq 1}$.

❷ أثبت أن المتتاليتان $(u_n)_{\geq 1}$ و $(v_n)_{\geq 1}$ متجاورتان

التمرين 17 :

أثبت أن $4^n + 5$ مضاعف للعدد 3 أو $3^{2n+1} + 2^{n+2}$ مضاعف للعدد7

التمرين 18 :

أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ المعرفة وفق $u_0 = 2$, $u_{n+1} = u_n - 3$ حسابية

ثم عين أساسها واحسب u_2, u_1 ثم أدرس اطرادها

التمرين 19 :

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ المعرفة وفق $u_n = \frac{n^2+n+1}{n^2-n+1}$

أثبت أن $1 \leq u_n \leq 3$ أيا كان العدد الطبيعي n

التمرين 20 :

جد نهاية المتتاليتين : $u_n = \frac{2n+(-1)^n}{3n}$ $v_n = \frac{n!-2}{n!}$

التمرين 21 :

المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ معرّفة وفق $n \geq 1$: $u_{n+1} = \sqrt{2+u_n}$

أولا : في حالة $u_0 = 1$

❶ أثبت أنّ $0 \leq u_n \leq 2$ ، أيّاً كان العدد الطبيعي n

❷ أثبت أنّ المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ متزايدة تماماً

❸ استنتج أن المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ متقاربة واحسب نهايتها

ثانيا : في حالة $u_0 = 2cos\theta$ و θ عدداً حقيقياً من المجال $\left]0, \frac{\pi}{2}\right[$

❶ احسب u_1 ❷أثبت بالتدريج أنّ $u_n = 2\cos\left(\frac{\theta}{2^n}\right)$

التمرين 22 : الاختبار 1

أثبتّ أنّ المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ المعرّفة تدريجيّاً بالعلاقات: $u_0 = 0$ و $u_{n+1} = \sqrt{1+u_n^2}$

متزايدة تماماً.

التمرين 23 : النموذج الوزاري الرابع

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ المعرّفة تدريجيا بالشكل $u_{n+1} = e\sqrt{u_n}$ و $u_0 = e^3$

$(v_n)_{n\geq0}$ متتالية معرّفة بالشكل $v_n = ln(u_n) - 2$ والمطلوب:

❶ أثبت أنّ v_n هندسيّة وعيّن q و v_0.

❷ اكتب v_n بدلالة n ثمّ استنتج u_n بدلالة n.

❸ أثبت أنّ: $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = e^2$

التمرين 24 :

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرّفة تدريجياً بالشكل $u_0 = 1$: $u_{n+1} = \sqrt{2u_n}$

و المتتالية $(t_n)_{n\geq 0}$ المعرّفة بالشكل $t_n = ln(u_n) - ln\,2$ والمطلوب:

❶ أثبت أنّ $0 \leq u_n \leq 2$

❷ أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متزايدة

❸ استنتج أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متقاربة واحسب نهايتها

❹ أثبت أن المتتالية $(t_n)_{n\geq 0}$ هندسية و أوجد حدها العام احسب نهايتها

التمرين 45 :

لتكن المتتالية$(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق : $u_0 = \frac{3}{2}$ ، $u_{n+1} = \frac{2u_n-1}{u_n}$

❶ أثبت أن التابع $g(x) = \frac{2x-1}{x}$ متزايد تماماً واستنتج أن $1 < u_n \leq \frac{3}{2}$

❷ أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متناقصة تماماً .

❸ استنتج أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متقاربة واحسب نهايتها

التمرين 26 : النموذج الوزاري السادس

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرّفة كما يأتي:

$$u_0 = 0 \quad \text{و} \quad u_{n+1} = \frac{2u_n+1}{u_n+2}$$

المطلوب:

❶ أثبت أنّ $0 \leq u_n \leq 1$.

❷ أثبت أنّ $(u_n)_{n\geq 0}$ متزايدة.

❸ علّل تقارب المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ واحسب نهايتها.

التمرين 27 :

لتكن $(u_n)_{n\geq 0}$ المتتالية المعرفة كما يلي : $u_0 = 1$ ، $u_{n+1} = \frac{3u_n+2}{4}$

❶ لتكن المتتالية$(v_n)_{n\geq 0}$ المعرفة كمايلي $v_n = u_n - 2$

a) أثبت أن المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ هندسية يُطلب إيجاد أساسها وحدها الأول .

b) أوجد عبارة v_n بدلالة n واستنتج عبارة u_nبدلالة n .واحسب نهايتها

❷ احسب المجموع $S = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$

التمرين 28 :

لتكن المتتاليتين $(u_n)_{n\geq 0}$ ، $(t_n)_{n\geq 0}$ المعرفتين وفق :

$u_0 = 3$ وعند كل $n \in \mathbb{N}$ ، $u_{n+1} = \frac{2}{u_n+1}$ و $t_n = \frac{u_n-1}{u_n+2}$

❶ أثبت أن $u_n > 0$ أيّاً يكن $n \in \mathbb{N}$

❷ أثبت أن المتتالية $(t_n)_{n\geq 0}$ هندسية واحسب نهايتها

❸ استنتج أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متقاربة واحسب نهايتها

التمرين 29 : النموذج الوزاري الأول 2020

لتكن $(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية معرفة تدريجياً وفق: $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = \frac{u_n}{1+4u_n}$ من أجل كل n من $\mathbb{N}$.

❶ أثبت بالتدريج أن $u_n > 0$ أياً كان العدد الطبيعي n.

❷ أثبت أن المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالعلاقة $v_n = \frac{1}{u_n}$ متتالية حسابية,

ثم اكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n

❸ ليكن S_n المجموع المعرف بالشكل $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$

اكتب S_n بدلالة n واستنتج $\lim\limits_{n\to\infty} S_n$

التمرين 30 : النموذج الوزاري الثالث

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرّفة بالعلاقة التدريجيّة

$$u_{n+1} = \frac{u_n}{2-u_n} \quad \text{و} \quad u_0 = \frac{1}{2}$$

❶ أثبت أنّ $0 < u_n < 1$ أيّاً كان $n \in \mathbb{N}$

❷ نعرّف $(v_n)_{n\geq 0}$ حيث: $v_n = \frac{1}{u_n} - 1$ أثبت أنّ $(v_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسيّة واستنتج v_n بدلالة n

❸ اكتب u_n بدلالة n واحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

التمرين 31 :

لتكن $(u_n)_{n\geq 1}$ متتالية معرفة على $\mathbb{N}^*$ وفق $u_n = ln\left(\frac{n+1}{n}\right)$

❶ جد نهاية هذه المتتالية.

❷ نضع $S_n = u_1 + u_2 + \cdots + u_n$.

a. أثبت أنّ $S_n = ln(n+1)$

b. ما نهاية $(S_n)_{n\geq 1}$.

التمرين 32 : دورة 2017 الأولى

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق : $u_0 = 1$: $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n - 2$

و لتكن المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق $v_n = u_n + 3$

❶ أثبت أن المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ هندسية و أوجد أساسها .

❷ اكتب عبارة v_n بدلالة n ثُمَّ عبارة u_n بدلالة n .

❸ ليكن في حالة عدد طبيعي n : $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$,
عبر عن S_n بدلالة n واستنتج نهاية المتتالية $(S_n)_{n\geq 0}$

التمرين 33 : النموذج الوزاري الأول

لتكن $(x_n)_{n\geq 0}$ المتتالية المعطاة وفق $x_0 = 4$ و $x_{n+1} = \frac{3}{4}x_n + 2$ في حالة $n \geq 0$.

نعرّف $(y_n)_{n\geq 0}$ بالعلاقة $y_n = x_n - 8$.أثبت أنّ $(y_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسيّة.

واكتب y_n بدلالة n. واحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} y_n$

التمرين 34 : النموذج الوزاري الثاني

لتكن $(x_n)_{n\geq 0}$ المتتالية المعطاة وفق $x_0 = 5$ و $x_{n+1} = \frac{6}{5}x_n + \frac{4}{5}$.

❶ احسب x_1 , x_2 , x_3 ثمّ ادرس اطّراد المتتالية.

❷ نعرّف $(y_n)_{n\geq 0}$ بالعلاقة $y_n = x_n + 4$ أثبت أنّ $(y_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسيّة.

❸ اكتب y_n بدلالة n ثمّ احسب $y_2 + y_3 + \cdots + y_{10}$ بدلالة قوّة للعدد:$\frac{6}{5}$

التمرين 35 :

$(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية معرّفة وفق $u_0 = \frac{1}{2}$, $u_{n+1} = -\frac{1}{3}u_n^2 + 2u_n$

❶ أثبت أنّ العدد 3 راجح على المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$

❷ أثبت أنّ المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متزايدة تماماً.

❸ استنتج أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متقاربة واحسب نهايتها

التمرين 36 :

المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ معرّفة وفق : $u_0 = \frac{3}{2}$ وعند كل $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = u_n^2 - 2u_n + 2$

❶ أثبت مستعملا البرهان بالتدريج أن $1 \leq u_n \leq 2$ أيّاً يكن $n \in \mathbb{N}$

❷ أثبت أنّ $u_{n+1} - u_n = (u_n - 2)(u_n - 1)$ أياً يكن $n \in \mathbb{N}$

❸ استنتج أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متناقصة , هل هي متقاربة

التمرين 37 :

نتأمّل المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المُعرّفة وفق $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = u_n + 2n + 3$

❶ أدرس اطراد المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$

❷ أثبت بالتدريج أن $u_n = (n+1)^2$

التمرين 38 :

نتأمّل المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المُعرّفة وفق $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = 2u_n + 3n^2 + n$

❶ عيّن كثير حدود من الدرجة الثانية P بحيث يجعل المتتالية $(t_n)_{n\geq 0}$ التي حدّها العام $t_n = P(n)$

تحقق العلاقة $t_{n+1} = 2t_n + 3n^2 + n$ أيّاً كانت n

❷ أثبت أنّ المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ التي حدّها العام $x_n = u_n - t_n$

هي متتالية هندسيّة

❸ عبر عن v_n و x_n بدلالة n ثمّ u_n بدلالة n

التمرين 39 :

نتأمّل متتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرّفة وفق : $u_0 = 1\,, u_1 = 4$ و$(n \geq 1)$ $u_{n+1} = 5u_n - 6u_{n-1}$

❶ لتكن $(v_n)_{n\geq 0}$ المتتالية $v_n = u_{n+1} - 2u_n$ أثبت أنّ $(v_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسيّة أساسها 3

❷ لتكن $(w_n)_{n\geq 0}$ المتتالية $w_n = u_{n+1} - 3u_n$ أثبت أنّ $(w_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسيّة أساسها 2

❸ عبّر عن v_n و w_n بدلالة n ثمّ استنتج عبارة u_n بدلالة n

التمرين 40 :

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ التي تحقق : $u_0 = s$ ، $0 \leq u_{n+1} - 3 \leq \frac{3}{4}(u_n - 3)$

❶ أثبت مستعملا البرهان بالتدريج أن $0 \leq u_n - 3 \leq \left(\frac{3}{4}\right)^n (u_0 - 3)$ أيّاً يكن $n \in \mathbb{N}$

❷ استنتج نهاية u_n

❸ من أجل $u_0 = 4$ عين عدداً طبيعياً N يحقق

$u_n \in \left]3 - 10^{-3}, 3 + 10^{-3}\right[$ عند كل $N < n$

التمرين 41 :

لتكن لدينا المتتاليتين $(v_n)_{n\geq0}$ و $(u_n)_{n\geq0}$ المعرفتين تدريجيا وفق :

$v_0 = 1$ و $s_0 = 12$ $v_{n+1} = \frac{v_n+2u_n}{3}$ و $u_{n+1} = \frac{v_n+3u_n}{4}$ والمطلوب :

❶ أثبت أن المتتالية $(u_n - v_n)_{n\geq0}$ هندسية واحسب نهايتها

❷ أثبت أن المتتاليتين $(v_n)_{n\geq0}$ و $(u_n)_{n\geq0}$ متجاورتان

❸ أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ المعرفة وفق $u_n = 3v_n + 8u_n$ ثابتة ثم عين قيمتها الثابتة

❹ استنتج النهاية المشتركة للمتتاليتين المتجاورتين $(v_n)_{n\geq0}$ و $(u_n)_{n\geq0}$

التمرين 42 : دورة 2020 الأولى

نتأمل المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ المعرفة بالعلاقة التدريجية: $u_0 = 3$, $u_{n+1} = \frac{u_n}{2} + \frac{2}{u_n}$ عند كل $n \geq 0$.

❶ أثبت أن التابع $f(x) = \frac{x}{2} + \frac{2}{x}$ متزايد تماماً على $[2, +\infty[$.

❷ أثبت بالتدريج أن $2 \leq u_{n+1} \leq u_n$ أياً كان العدد الطبيعي n.

استنتج أن المتتالية متقاربة , واحسب نهايتها.

التمرين 43 :

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq1}$ المعرّفة عند $n \geq 1$ وفق $u_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n}$

و لتكن المتتالية $(v_n)_{n\geq1}$ المعرّفة عند $n \geq 1$ وفق : $v_n = u_{2n} - u_n$

❶ اثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq1}$ متزايدة

❷ اثبت أن المتتالية $(v_n)_{n\geq1}$ متزايدة

❸ اثبت $v_n \geq \frac{1}{2}$

❹ أثبت مستعملا البرهان بالتدريج أنّ $u_{2^n} \geq \frac{n}{2}$ أيا كان $n \geq 1$

❺ هل للمتتالية $(u_n)_{n\geq1}$ نهاية حقيقية

التمرين 44 : دورة 2019 الأولى

لتكن المتتالية $(S_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق $S_n = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{3^n}$

❶ أثبت أن المتتالية $(S_n)_{n\geq 0}$ متزايدة تماما

❷ أثبت أن S_n يكتب بالشكل وفق $S_n = \frac{1}{2}\left(3 - \frac{1}{3^n}\right)$ ثم استنتج عنصر راجحاً على المتتالية $(S_n)_{n\geq 0}$ وبين أنها متقاربة

التمرين 45 : دورة 2020 الثانية

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق: $u_n = \frac{1}{e} + \frac{2}{e^2} + \cdots + \frac{n}{e^n}$. المطلوب:

❶ أثبت أن $n \leq 2^n$ أياً كان العدد الطبيعي $n \geq 1$.

❷ استنتج أن $\frac{2}{e-2}$ عنصر راجح على المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$.

❸ أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ متقاربة.

التمرين 46 :

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرّفة عند $n \geq 1$ وفق : $u_n = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \cdots + \frac{1}{n!}$

❶ اثبت مستعملا البرهان بالتدريج أنّ : $\frac{1}{n!} \leq \frac{1}{2^{n-1}}$

❷ أستنتج أنّ العدد 3 راجح على المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$

❸ أثبت أنّ المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متقاربة

التمرين 47 :

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ المعرفة عند كل $n \geq 1$ وفق $u_n = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{n^2}$.

و لتكن المتتالية $(v_n)_{n\geq 1}$ المعرفة عند كل $n \geq 1$ وفق $v_n = u_n + \frac{1}{n}$

❶ أثبت أن $(u_n)_{n\geq 1}$ متزايدة

❷ أثبت أن $u_n \leq 2 - \frac{1}{n}$ أيا يكن $n \geq 1$,

استنتج أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ متقاربة

❸ أثبت أن المتتاليتين (u_n)و(v_n) متجاورتان

التمرين 48 :

المتتاليتان (u_n) , (v_n) معرفتان من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n بِـ :

$$u_n = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n}} - 2\sqrt{n+1} \quad \text{و} \quad v_n = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n}} - 2\sqrt{n}$$

أثبت أن المتتاليتين (u_n)و(v_n) متجاورتان .

التمرين 49 : الاختبار 3

لتكن المتتاليتان $(u_n)_{n\geq 0}$ و $(v_n)_{n\geq 0}$ المعرّفتان كما يأتي:

$$u_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \cdots + \frac{1}{2n} \quad \text{و} \quad v_n = u_n + \frac{1}{4n}$$

أثبت أنّ هاتين المتتاليتين متجاورتين.

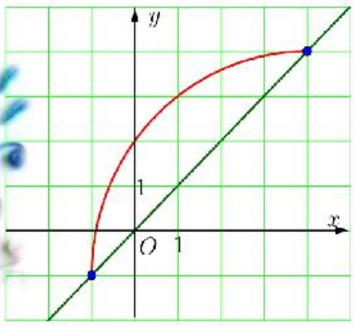
التمرين 50 :

نتأمّل المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المُعرّفة تدريجيّاً وفق $u_0 = 7$ و $u_{n+1} = 10u_n - 18$

احسب u_1 و u_2 و u_3 و خمّن عبارة u_n بدلالة n ثمّ حدّد عبارة u_n بدلالة n

التمرين 51 : الاختبار 4

نعرّف المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ كما يلي : $u_{n+1} = \frac{5u_n+4}{u_n+2}$, $u_0 = \frac{1}{2}$



➊ باستعمال الرسم ،

مثّل على محور الفواصل ودون حساب الحدود u_0, u_1, u_2, u_3.

➋ ضع تخميناً حول اطّراد المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ وتقاربها.

➌ نعرّف المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ بالعلاقة: $v_n = \frac{u_n-4}{u_n+1}$

1 . بيّن أنّ $(v_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسيّة، وعيّن أساسها وحدّها الأوّل.

2 . اكتب عبارة v_n بدلالة n ثمّ استنتج عبارة u_n بدلالة n،

وعيّن نهاية المتتالية u_n.

التمرين 52 : النموذج الوزاري الثالث 2020

ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرف على $]0,+\infty[$ وفق $f(x)=\frac{1}{2}\left(x+\frac{4}{x}\right)$, والمطلوب:

❶ ادرس تغيرات f ونظم جدولاً بها.

❷ أثبت أن المستقيم d الذي معادلته $y=\frac{1}{2}x$ مقارب مائل للخط C_f, ثم ادرس الوضع النسبي.

❸ حل المعادلة $f(x)=x$

❹ لتكن $(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية معرفة تدريجياً بالشكل: $u_0=4$ و $u_{n+1}=f(u_n)$ عند كل $n\in\mathbb{N}$

والمطلوب :

(a)احسب u_1 وu_2

(b) استنتج من تزايد التابع f على المجال $[2,+\infty[$ صحة الخاصة

$$E(n): 2<u_{n+1}<u_n \quad : n\in\mathbb{N}$$

(c) استنتج أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متقاربة, واحسب نهايتها

(d) ارسم مقاربات C_f وارسم المستقيم $\Delta: y=x$ ثم ارسم C_f

ومثل الحدود الأولى للمتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ على الرسم نفسه