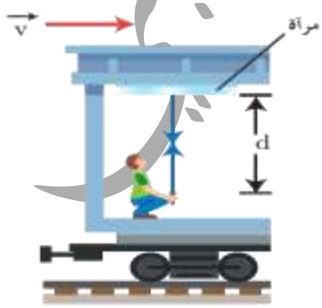
النسبيّةُ الخاصّةُ

- السرعة مفهومٌ نسبيٌّ يختلف باختلاف جملة المقارنة.
- سرعة انتشار الضوء ثابتة في الوسط نفسه مهما اختلفتْ سرعة المنبع الضوئيِّ، أو سرعة المراقب.

فرضيّتا أينشتاين: الفرضيّة الأولى: سرعةُ انتشار الضوء في الخلاءِ هي نفسُها $C=3\times10^{8}m.s^{-1}$ في جميع جمل المقارنة.

الفرضيّة الثانية: القوانينُ الفيزيائيّة تبقى نفسَها في جميع جمل المقارنة العطاليّة.

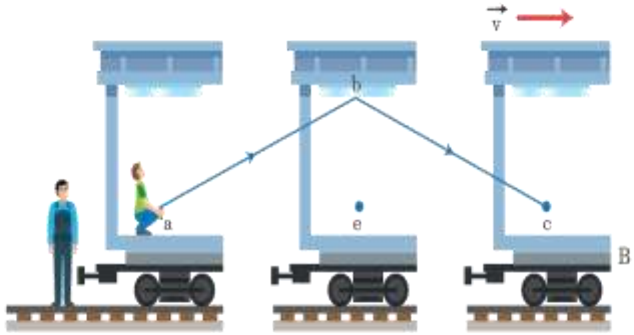
تمدد الزمن:



لدينا قطار يسير بسرعة ثابتة v_1، مثبت على سقفِ إحدى عرباتِهِ مرآة مستوية ترتفعُ مسافة d عن منبع ضوئيٍّ بيد مراقب يقف ساكناً في العربة ذاتِها، يرسل المراقب ومضة ضوئيّة باتّجاه المرآة، ويسجّل الزمن t_0 الذي تستغرقه الومضة الضوئيّة للعودة إلى المنبع بالتالي يكون:

$$c=\frac{2d}{t_0}\Rightarrow d=\frac{ct_0}{2}\ \dots\dots(1)$$

أمّا بالنسبةِ لمراقب خارجيٍّ يقفُ ساكناً خارجَ القطار على استقامةٍ واحدةٍ مع المنبع الضوئيِّ لحظةَ إصدار الومضة الضوئيّة فإنَّ الزمنَ الذي تستغرقُهُ الومضةُ الضوئيّةُ للعودة إلى المنبع هو t.



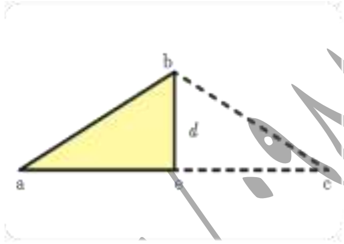
إنَّ المسافة التي تقطعُها الومضةُ الضوئيّة للعودة إلى المنبع بالنسبة للمراقب الخارجيِّ هي: ab+bc بالتالي:

$$c=\frac{ab+bc}{t}=\frac{2ab}{t}\Rightarrow ab=\frac{ct}{2}\ \dots.(2)$$

لكن المنبعُ انتقل من النقطة a إلى النقطة c:

$$v=\frac{ac}{t}=\frac{2ae}{t}\Rightarrow ae=\frac{vt}{2}\ \dots\dots(3)$$

بتطبيقِ نظريّة فيثاغورث في المثلّث القائم abe وباستخدام العلاقتين (2)(3) نجد:



$$\left(\frac{vt}{2}\right)^2+d^2=\left(\frac{ct}{2}\right)^2\Rightarrow\left(\frac{vt}{2}\right)^2-\left(\frac{ct}{2}\right)^2=d^2$$

$$\frac{1}{4}t^2(v^2-c^2)=d^2\Rightarrow t^2=\frac{4d^2}{c^2-v^2}\Rightarrow$$

$$t=\frac{2d}{\sqrt{c^2-v^2}}\ \dots\dots(4)$$

ومن العلاقة (1):

$$t_0=\frac{2d}{c}\ \dots\dots(5)$$

نسب العلاقتين (4) و(5):

$$\frac{t}{t_0}=\frac{c}{\sqrt{c^2-v^2}}=\frac{c}{\sqrt{c^2\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)}}$$

$$\frac{t}{t_0} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \gamma$$

$$\boxed{\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}} \quad , \quad t = \gamma t_0$$

$$\gamma = \frac{t}{t_0} > 1 \Rightarrow t > t_0$$

استنتج: يتمدّدُ (يتباطأ) الزمنُ عند الحركة.

تطبيق (مفارقة التوأمات):

بفرض أنّ أخوين توأمين أحدُهما رائدُ فضاءٍ طار بسرعةٍ قريبةٍ من سرعة الضوء في الخلاء $v = \frac{\sqrt{899}}{30}c$ وبقي رائدُ الفضاء في رحلته سنةً واحدةً وفق ميقاتيّةٍ يحملها، فما الزمنُ الذي انتظره أخوه التوأم على الأرض ليعود رائدُ الفضاء من رحلته؟

الحل: الزمنُ الذي سجّلته الميقاتيّةُ التي يحملُها رائدُ الفضاء:

$t_0 = 1year$ الزمنُ الذي سجّله (المراقبُ الخارجيّ)

الأخ التوأم الذي بقي على الأرض t: حيث $t = \gamma t_0$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{(1-\frac{v^2}{c^2})}} = \frac{1}{\sqrt{(1-\frac{(\frac{\sqrt{899}}{30}c)^2}{c^2})}}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{(1-\frac{899}{900})}} = 30$$

$$t = 30 \times 1 = 30\ year$$

أي أنّ الأخَ التوأمَ انتظرَ ثلاثينَ عاماً حتى انتهت رحلةُ أخيه التوأمِ التي استغرقتْ بالنسبة له عاماً واحداً.

تقلّص الأطوال:

تخيّل مراقبَين: الأوّلُ في محطّةِ إطلاقٍ على الأرض والثاني روبوت في مركبةِ فضاءٍ انطلقت من محطّةِ الفضاء نحو الشمس بسرعةٍ ثابتةٍ بالنسبة للمراقب الأوّل.

تسجّلُ العدّاداتُ في المحطّة على الأرض الآتي:

المسافةُ بين الأرض والشمس L_0 والزمنُ الذي استغرقتهُ مركبةُ الفضاء في رحلتها t وبالتالي: $L_0 = vt$

وتسجّل عدّاداتُ مركبةِ الفضاء المعطياتِ الآتية:

المسافةُ المقطوعةُ بين الأرض والشمس L، وزمن الرحلة t_0:

فيكون: $L = vt_0$

$$\frac{L_0}{L} = \frac{t}{t_0} = \frac{\gamma t_0}{t_0}$$

$$\boxed{L = \frac{L_0}{\gamma}} \Rightarrow L < L_0$$

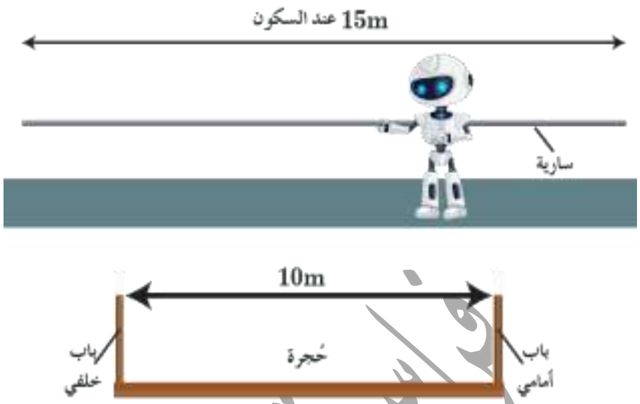
أمّا بالنسبة لطولِ المركبةِ الفضائيّة (وفق منحى سرعتها) فيعدُّ L بالنسبة للمراقب الأرضيّ لأنّ المركبةَ الفضائيّة متحرّكة بالنسبة له.

ويعتبر L_0 بالنسبة للمراقب في المركبة الفضائيّة.

فيكونُ طولُ المركبة بالنسبة للمراقب الأرضيّ أقصرَ ممّا هو عليه بالنسبة لمراقب في المركبة.

استنتج: يتقلّصُ (ينكمش) الطولُ عند الحركة.

تطبيق (السارية والحُجرة):



لدينا روبوت رياضيّ يحملُ ساريةً أفقيّةً طولها وهي ساكنة 15m يتحرّكُ بسرعةٍ أفقيّة 0.75 C وأمامه حُجرةٌ لها بابان أماميّ وخلفيّ البُعد بينهما 10m يمكن التحكّمُ بفتحهما وإغلاقهما آنيّاً بالنسبة لمراقبٍ ساكن هل يمكنُ أن تعبرَ الساريةُ الحُجرةَ بأمان إذا أغلقَ المراقبُ الساكن البابين وفتحَهما آنيّاً (بالنسبة له) عندَ عبور الروبوت مع السارية للحُجرة؟ (نعد $\sqrt{0.4375}=0.66$)

الحل: يعدُّ المراقبُ الساكن طولَ السارية المتحرّكة L وطولها وهي ساكنة L_0 فيكون:

$$L=\frac{L_0}{\gamma}\ ...\ (1)$$

$$\gamma=\frac{1}{\sqrt{(1-\frac{v^2}{c^2})}}=\frac{1}{\sqrt{(1-\frac{(0.75c)^2}{c^2})}}$$

$$\gamma=\frac{1}{\sqrt{0.4375}}=\frac{1}{0.66}$$

نعوّضُ بـ(1) فنجدُ: $L=\frac{15}{\frac{1}{0.66}}=9.9<10\,m$

لذلك يمكنُ أنْ تعبرَ الساريةُ بأمان.

تكافؤُ الكتلة – الطاقة:

الكتلةُ ثابتةٌ في الميكانيك الكلاسيكي حيث السّرعات صغيرة أمامَ سرعة انتشار الضوء في الخلاء، أمّا وفقَ الميكانيك النسبي فإنّ الكتلةَ تزدادُ بزيادة السّرعة حيث السرعات قريبة من سرعة الضوء وتُعطى بالعلاقة:

$$\boxed{m=\gamma m_0}$$

حيثُ: m الكتلةُ عند الحركة، m_0 الكتلةُ عند السكون.

فمن أين أتتْ هذه الزيادةُ في الكتلة؟

$$\Delta m=m-m_0=\gamma m_0-m_0$$

$$\Delta m=m_0\left[\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}-1\right]$$

$$\Delta m=m_0\left[(1-\frac{v^2}{c^2})^{\frac{-1}{2}}-1\right]$$

وفقَ دستورِ التقريب: $(1+\varepsilon)^n\approx 1+n\varepsilon$ بشرط $\varepsilon\ll 1$

من أجلِ السّرعات الصغيرة يكون: $v<<c\Rightarrow\frac{v^2}{c^2}<<1$

$$\Delta m=m-m_0=m_0(1+\frac{v^2}{2c^2}-1)$$

$$\Delta m=m-m_0=\frac{\frac{1}{2}m_0v^2}{c^2}$$

$$\boxed{\Delta m=\frac{E_k}{c^2}}$$

استنتج: عندما يتحرّكُ الجسمُ تزدادُ كتلتُه بمقدارٍ يساوي طاقتَه الحركيّة مقسومةً على رقمٍ ثابت c^2 أي أنّ الكتلةَ تكافئُ الطاقة.

الطاقةُ الكليّة في الميكانيك النسبيّ:

$$\Delta m = m - m_0 = \frac{E_k}{c^2}$$

نضرب العلاقة السابقة بالثابت c^2 فنجد:

$$mc^2 - m_0c^2 = E_k \Rightarrow mc^2 = m_0c^2 + E_k$$

$$E = E_0 + E_K$$

استنتج: إنّ الطاقة الكليّة في الميكانيك النسبي هي مجموعُ الطاقة السكونيّة والطاقة الحركيّة.

الطاقةُ الكليّة	الطاقةُ الحركيّة	الطاقةُ السكونيّة
$E = mc^2$	$E_k = E - E_0$	$E_o = m_0c^2$

تطبيق: يتحرّك إلكترون في أنبوبة تلفاز بطاقة حركيّة 27×10^{-16}J والمطلوب:

1) احسب النسبةَ المئويّة للزيادة في كتلة الإلكترون نتيجة طاقتِهِ الحركيّة.

2) احسبْ طاقتَه السكونيّة علماً أنّ:

$$m_e = 9 \times 10^{-31}\text{Kg} \;,\; c = 3 \times 10^{8}\ \text{m.}s^{-1}$$

الحل:

1) $$\Delta m = m - m_0 = \frac{E_k}{c^2} = \frac{27\times10^{-16}}{(3\times10^{8})^2}$$

$$\Delta m = 3 \times 10^{-32}kg$$

النسبة المئوية للزيادة في الكتلة $= \frac{3\times10^{-32}}{9\times10^{-31}} \times 100$

$= 3.33\%$

2) طاقة الإلكترون السكونيّة:

$$E_o = m_0c^2 \Rightarrow E_o = 9 \times 10^{-31}\times(3 \times 10^{8})^2$$

$$= 81 \times 10^{-15}\text{J}$$

تنويه مهم: إنّ أثرَ النظريّة النسبيّة الخاصّة يُهمل من أجل السّرعات الصغيرة بالنسبة إلى سرعة انتشار الضوء في الخلاء، وتؤول عندها العلاقاتُ الفيزيائيّة إلى شكلها الكلاسيكي.

1) انطلاقاً من الميكانيك النسبي استنتج العلاقة المحدّدة للطاقة الحركيّة في الميكانيك الكلاسيكي.

$$E_k = E - E_0 = mc^2 - m_0c^2$$

$$E_k = \gamma m_0c^2 - m_0c^2 = (\gamma - 1)m_0c^2$$

لكن من أجل السّرعات الصغيرة أمامَ سرعة الضوء في الخلاء أي $v \ll c$ فإن: $\frac{v^2}{c^2} \ll 1$ ومنه:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{-1}{2}}$$

وحسب دستور التقريب يكون: $\gamma = 1 + \frac{v^2}{2c^2}$

نعوّضُ عن γ فنجدُ:

$$E_k = \left(1 + \frac{v^2}{2c^2} - 1\right)m_0c^2$$

$$E_k = \frac{1}{2}m_0v^2$$

وهي علاقة الطاقةِ الحركيّة في الميكانيك الكلاسيكي.

2) انطلاقاً من الميكانيك النسبي استنتج العلاقة المحدّدة لكميّة الحركة في الميكانيك الكلاسيكي.

$$P = mv = \gamma\, m_0v = \left[\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right] m_0v \quad ...(1)$$

لكن من أجل السّرعات الصغيرة أمام سرعة الضوء في الخلاء أي $v \ll c$ فإن: $\frac{v^2}{c^2} \ll 1$ ومنه:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = (1-\frac{v^2}{c^2})^{\frac{-1}{2}}$$

وحسب دستور التقريب يكون: $\gamma = 1+\frac{v^2}{2c^2}$

نعوض بـ(1): $P=\left[1+\frac{v^2}{2c^2}\right]m_0 v$

لكن $\frac{v^2}{2c^2} <<< 1$ فتهمل أمام الواحد بالتالي:

$P=m_0 v$

اختبر نفسي:

أولاً: اختر الإجابة الصحيحة في كل مما يأتي:

1) افترض أنّ صاروخين في الخلاء يتحرّك كلٌّ منهما نحو الآخر بسرعةٍ قريبةٍ من سرعةِ انتشارِ الضوء في الخلاء وفي لحظةٍ ما أضاء الصاروخ الأوّل مصابيحه إنّ سرعة ضوء الصاروخ الأولِ بالنسبةِ للصاروخِ الثاني هي:

a) تساوي C
b) أكبر من C .
c) أصغر من C .
d) معدومة .

الإجابة الصحيحة: C .

توضيح الإجابة: سرعة انتشار الضوء ثابتة في الوسط نفسه لا تتغير عند حركة المنبع الضوئي أو حركة المراقب .

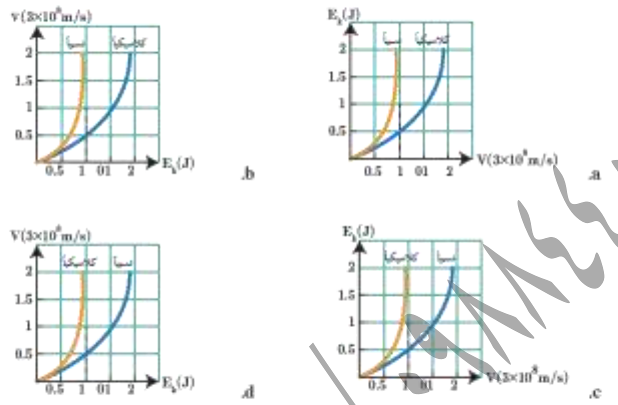
2) افترض أنّ طاقم سفينة فضاءٍ تطيرُ بسرعةٍ قريبةٍ من سرعةِ انتشارِ الضوءِ في الخلاء يشاهدون تسجيلاً لمباراة كرة قدم مدّتها ساعةٌ ونصفٌ، ويتابعهم مراقبٌ أرضيٌّ بتلسكوبٍ دقيقٍ جدّاً، فيرى مدّة المباراة:

a) هي نفسها
b) أكبر
c) أصغر
d) معدومة

الإجابة الصحيحة: b) أكبر .

توضيح الإجابة: بسبب تمدد الزمن عند الحركة .

3) المنحني البياني الذي يمثّل العلاقة بين الطاقة الحركيّة لجسمٍ ما، وسرعته هو:



الإجابة الصحيحة: a

توضيح الإجابة: نختار الشكل الذي لا تتجاوز السرعة فيه نسبياً سرعة الضوء في الخلاء وتكون السرعة على المحور الأفقي .

ثانيّاً: أجبْ عن السؤالين الآتيين:

1) يحاول العلماء عندَ دراستهم خصائصَ الجسيماتِ تحريكها بسُرعاتٍ كبيرةٍ جدّاً باستخدام المسرّعات، هل يمكن أنْ تصل سرعة هذه الجسيماتِ إلى سرعةِ انتشارِ الضوءِ في الخلاء تماماً؟ لماذا؟

الحل: لا ، بما أن الجسيم يمتلك كتلة سكونية فكلما اقتربت سرعته من سرعة الضوء في الخلاء زادت كتلته فإذا تناهت سرعته إلى سرعة الضوء في الخلاء يحتاج إلى إعطاء قوة لانهائية لدفعه وهذا غير ممكن .

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

وعندما تصبح سرعة الجسيم مساوية لسرعة الضوء v=C بالتالي:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{c^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - 1}} = \frac{1}{0} = \infty$$

لكن: $F = ma = \gamma m_0 a = \infty$

2) يقف جسم ساكن عند مستوٍ مرجعي (سطح الأرض) ما قيمة طاقته الحركيّة عندئذٍ وما قيمة طاقته الكامنة الثقاليّة بالنسبة للمستوي المرجعي وهل طاقته الكليّة النسبيّة معدومة ولماذا ؟

الحل: طاقته الحركية معدومة لانعدام سرعته (ساكن) .

طاقته الكامنة الثقالية معدومة بالنسبة للمستوى المرجعي (الأرض) لأن ارتفاع الجسم عن الأرض معدوم .

طاقته الكلية النسبية غير معدومة لأنّها مجموع الطاقة الحركية والطاقة السكونية ، و طاقته السكونية غير معدومة فما يزال يمتلك كتلة سكونية .

$$E = E_0 + E_k = m_0 c^2 + 0 = m_0 c^2$$

ثالثاً: حل المسائلَ الآتية:

المسألة الأولى: جسمٌ مستطيل الشكل طولُه وهو ساكن b_0 يساوي ضعفي عرضه a يتحرّك هذا الجسمُ بحيث يكون طوله موازياً لشعاع سرعته $\vec{v}$ بالنسبة لمراقب في الجملة الساكنة، فيبدو له مربّعاً ، احسبْ قيمةَ سرعة الجسم .

الحل: طول الجسم وهو ساكن: $b_0 = 2a$

طول الجسم وهو متحرك: $b = a$

$$b = \frac{b_0}{\gamma} \Rightarrow a = \frac{2a}{\gamma} \Rightarrow \gamma = 2$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow 2 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow$$

$$4 = \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \Rightarrow 1 - \frac{v^2}{c^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{v^2}{c^2} = \frac{3}{4} \Rightarrow$$

$$v^2 = \frac{3}{4}c^2 \Rightarrow v = \frac{\sqrt{3}}{2}c = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 3 \times 10^8$$

$$v = 1.5\sqrt{3} \times 10^8 m.s^{-1}$$

المسألة الثانية: يتحرّك إلكترون بسرعة $\frac{2\sqrt{2}}{3}c$ المطلوب:

احسب كميّة حركة الإلكترون وفق قوانين الميكانيك الكلاسيكي، ثمّ وفق الميكانيك النسبي .

$(m_e = 9 \times 10^{-31} kg)$

الحل: كلاسيكياً : لا تتغير الكتلة بين حالتي السكون والحركة أي: $\boxed{p_0 = m_0 v}$

$$p_0 = 9 \times 10^{-31} \times \frac{2\sqrt{2}}{3} \times 3 \times 10^8 = 18\sqrt{2} \times 10^{-23} Kg.m.s^{-1}$$

نسبياً : تزداد كتلة الإلكترون عند تحركه وتصبح: γm_0

فتكون كمية حركته: $\boxed{p = \gamma m_0 v = \gamma p_0}$

حساب γ : $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{(\frac{2\sqrt{2}c}{3})^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{8}{9}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{9}}}$$

$$\Rightarrow \gamma = 3$$

$$p = 3 \times 18\sqrt{2} \times 10^{-23} = 54\sqrt{2} \times 10^{-23} Kg.m.s^{-1}$$

المسألة الثالثة: تبلغ الكتلة السكونيّة لبروتون $m_p = 1.67 \times 10^{-27}$ kg وطاقته الكليّة تساوي ثلاثة أضعاف طاقته السكونيّة والمطلوب:

1) احسب كلّ من طاقته السكونيّة.

2) طاقته الحركيّة في الميكانيك النسبي.

3) كتلته في الميكانيك النسبي.

الحل: 1)

$$E_o = m_0c^2 = m_pc^2$$

$$E_o = 1.67 \times 10^{-27} \times 9 \times 10^{16}$$
$$E_o = 15.03 \times 10^{-11} J$$

2)

$$E_k = E - E_0 = 3E_0 - E_0 = 2E_0$$

$$E_k = 2 \times 15.03 \times 10^{-11} = 30.06 \times 10^{-11} \text{ J}$$

3)

$$E = mc^2 = \gamma m_0c^2 \Rightarrow$$

$$E = \gamma E_0 = 3E_0 \Rightarrow \gamma = 3$$

$$m = \gamma m_0 = 3(1.67 \times 10^{-27})$$

$$m = 5.01 \times 10^{-27} Kg$$

التفكير الناقد:

في الميكانيك الكلاسيكي إذا تضاعفت كمية حركة جسيم ما فإنّ طاقته الحركية تزداد أربعة أضعاف، فهل يتحقق ذلك في الميكانيك النسبي؟ وضّح ذلك.

الجواب: في الميكانيك الكلاسيكي تضاعف كمّية حركة جسيم ما مرتين يعني بالضرورة تضاعف سرعته مرتين لأنّ كتلته ثابتة فتزداد عندئذٍ طاقته الحركية أربعة أضعاف أمّا في الميكانيك النسبي فهذا غير محقق لأنّ الكتلة تزداد بزيادة السرعة.

ـــــــ انتهى البحث ـــــــ