مذاكرة في قسم | النواس المرن

الوحدة الأولى

الاسم: ----------

الدرجة: مئتان | المدة: ساعة ونصف

أجب عن الأسئلة الآتية:

السؤال الأول: اختر الإجابة الصحيحة لكل ممّا يأتي، و أنقلها على ورقة إجابتك: (20 درجة)

1) يكون تابع المطال أعظمياً عند ـــــ و معدوماً عند ـــــ :

a)	الوضعين الطرفيين، مركز الاهتزاز	b)	مركز الاهتزاز، وضعين طرفيين	c)	مركز الاهتزاز، وضع التوازن	d)	الوضعين الطرفيين، وعند اعظم قيمة

2) نواس مرن يتألف من نابض مرن مهمل الكتلة حلقاته متباعدة ثابت صلابته k معلّق في نهايته السفليّة كتلة m ، يهتز بدور خاص $T_0 = 1\ sec$ ، نجعل الكتلة المعلّقة ربع ما كانت عليه ليصبح الدور الجديد:

a)	$1\ s$	b)	$2\ s$	c)	$0.5\ s$	d)	$\sqrt{2}\ s$

السؤال الثاني: انطلاقا من الشكل المختزل لتابع المطال $\bar{x} = X_{max} \cos \omega_0 t \quad (m)$

a) وضّح متى يكون تابع السرعة أعظمياً و متى ينعدم.

b) ارسم تغيرات تابع السرعة بالنسبة للزمن خلال دور واحد.

c) ماهي القيمة التي تأخذها السرعة في اللحظة $\frac{T_0}{4}$ ؟

السؤال الثالث: نثبّت إلى بداية ساق أفقيّة ملساء طرف نابض مرن مهمل الكتلة ونثبّت إلى نهايته الثانيّة جسماً صلباً كتلته m لنشكّل نواس مرن حركته حيبيّة انسحابيّة، التابع الزمني لمطاله $\bar{x} = X_{max} \cos \omega_0 t \quad (m)$ والمطلوب:

a) استنتج عبارة الطاقة الميكانيكيّة للنواس المرن.

b) حدد شكل الطاقة لحظة المرور في وضع التوازن.

c) ارسم تغيرات كل من الطاقة الكامنة و الطاقة الحركيّة بالنسبة لتابع المطال.

d) حدد المطال الذي تكون عنده الطاقة الكامنة و الطاقة الحركية متساويتين.

السؤال الرابع: حل المسألتين التاليتين:

المسألة الأولى:

تهتز كرة معدنية كتلتها m بمرونة نابض شاقولي مهمل الكتلة، حلقاته متباعدة، ثابت صلابته $k = 40\ N.m^{-1}$ بحركة توافقية بسيطة دورها الخاص $2\ s$، وبسعة اهتزاز $X_{max} = 0.2m$، وبفرض مبدأ الزمن لحظة مرور الكرة بنقطة مطالها $\frac{X_{max}}{2}$ وهي تتحرك بالاتجاه السالب. **والمطلوب:**

1- استنتج التابع الزمني لمطال حركة الكرة انطلاقاً من شكله العام.

2- عيّن لحظتي المرور الأول والثالث للكرة في موضع التوازن.

3- احسب شدة قوة الإرجاع في نقطة مطالها $x = +0.1m$.

4- احسب كتلة الكرة.

المسألة الثانيّة: علماً أنّ $(\pi^2 = 10\ ,g = 10)$

تتألف هزازة توافقية بسيطة غير متخامدة من جسم صلب كتلته $m = 1\ kg$، معلّق إلى طرف نابض مرن شاقولي مهمل الكتلة حلقاته متباعدة ثابت صلابته k، يهتز بدور خاص $T_0 = 0.4\ s$ ، ويرسم في أثناء حركته قطعة مستقيمة طولها $d = 12\ cm$. **والمطلوب:**

1- استنتج التابع الزمني للمطال انطلاقاً من شكله العام باعتبار أنّ مبدأ الزمن عندما كان في مطاله الأعظمي الموجب.

2- احسب ثابت صلابة النابض.

3- احسب قيمة الاستطالة الاستطالة السكونية.

4- عيّن لحظة المرور الأول للجسم في مركز الاهتزاز.

5- احسب الطاقة الكامنة المرونية للنابض والطاقة الحركية عند نقطة مطالها $x = -4cm$

- انتهت الأسئلة... بالتوفيق -

السؤال الأول:

1) a) الوضعين الطرفيين، مركز الاهتزاز.

2) c) $0.5\ sec$.

السؤال الثاني:

a) $(\dot{\bar{x}})_t = -\omega_0 X_{max} \sin(\omega_0 t)\ \ (m.s^{-1})$

تكون السرعة أعظمية عندما: $v = \pm v_{max}$ أي $x = 0$ في مركز الاهتزاز.

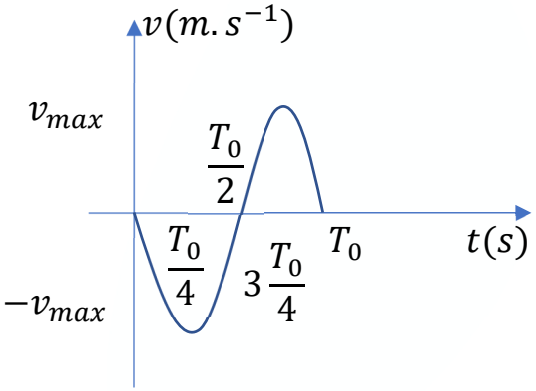
حيث $\cos \omega_0 t = 0$

تكون السرعة معدومة عندما: $v = 0$ أي $x = \pm X_{max}$ في الوضعين الطرفيين.

حيث $\cos \omega_0 t = \pm 1$

$$v_{max} = \omega_0 X_{max}$$

b)



c) إن قيمة التي يأخذها تابع السرعة في اللحظة $\frac{T_0}{4}$ هي $v = -v_{max}$.

السؤال الثالث:

a) $E = E_P + E_k$

$$E_P = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kX_{max}{}^2 \cos^2 \omega_0 t$$

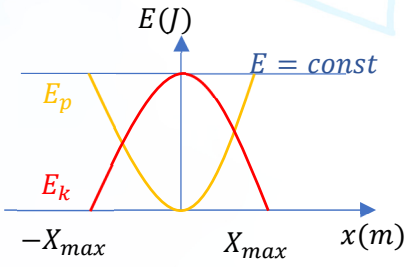
$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega_0^2 X_{max}{}^2 \sin^2 \omega_0 t = \frac{1}{2}kX_{max}{}^2 \sin^2 \omega_0 t$$

$: k = m\omega_0^2$

$$E = \frac{1}{2}kX_{max}{}^2(\sin^2 \omega_0 t + \cos^2 \omega_0 t) = \frac{1}{2}kX_{max}{}^2 = const$$

b) إنّ الطاقة لحظة المرور بالشاقول تساوي الطاقة الحركيّة في الحالة العظمى: $E = E_k = \frac{1}{2}mv_{max}{}^2$

c)



d) $E_P = E_k$

$$E = 2E_P \Rightarrow \frac{1}{2}kX_{max}{}^2 = 2\frac{1}{2}kx^2 \Rightarrow x = \pm\frac{X_{max}}{\sqrt{2}}$$

السؤال الرابع:

المسألة الأولى:

1- ثوابت الحركة $(X_{max}, \omega_0, \bar{\varphi})$، التابع الزمني لمطال الحركة:

$$\bar{x} = X_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi\ rad.s^{-1}, X_{max} = 0.1m$$

نعوض شروط البدء $(x = \frac{X_{max}}{2}m, t = 0)$ في التابع الزمني:

$$\frac{X_{max}}{2} = X_{max}\cos(0 + \bar{\varphi}) \rightarrow cos\bar{\varphi} = \frac{1}{2} \rightarrow (\bar{\varphi} = -\frac{\pi}{3}rad \text{ أو } \bar{\varphi} = \frac{\pi}{3}rad)$$

$$\bar{v} = -\omega_0 X_{max}\sin(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

في اللحظة $t = 0$ السرعة: $\overline{v_0} = -\omega_0 X_{max}\sin(\bar{\varphi})$

- الحل $\bar{\varphi} = +\frac{\pi}{3}rad$ مقبول

لأنه يوافق شروط البدء يحقق سرعة سالبة:

$$\overline{v_0} = -\omega_0 X_{max}\sin(\frac{\pi}{3}) < 0$$

- الحل $\bar{\varphi} = +\frac{5\pi}{3}rad$ مرفوض

لأنه يخالف شروط البدء يحقق سرعة موجبة:

$$\overline{v_0} = -\omega_0 X_{max}\sin(-\frac{\pi}{3}) > 0$$

نعوض ثوابت الحركة في التابع الزمني: $\bar{x} = 0.1\cos(2\pi t + \frac{\pi}{3})$

2- لحظتي المرور الأول والثالث للكرة في موضع التوازن:

$$0 = 0.1\cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right) \rightarrow \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right) = 0$$

$$\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right) = \left(\frac{\pi}{2} + k\pi\right)$$

$$t = \frac{1}{12} + \frac{k}{2}$$

المرور الأول $k = 0$ $\quad t = \frac{1}{12}s$

المرور الثالث $k = 2$ $\quad t = \frac{13}{12}s$

3- شدة قوة الإرجاع في نقطة مطالها $\bar{x} = +0.1m$:

$$F = |-k\bar{x}| = |-16 \times 0.1| = 1.6nn$$

4- كتلة الكرة:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \rightarrow m = \frac{k(T_0)^2}{4\pi^2} = \frac{16 \times 1}{40} = 0.4kg$$

المسألة الثانيّة:

$$m = 4kg \quad , T_0 = 0.8s \quad , d = 16cm$$

$$(t = 0, x = X_{max})$$

1- $\bar{x} = X_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{0.4} = 5\pi rad.s^{-1}$$

$$X_{max} = \frac{d}{2} = \frac{16 \times 10^{-2}}{2} = 8 \times 10^{-2}m$$

$$X_{max} = X_{max}\cos(\varphi) \rightarrow \cos(\varphi) = 1$$

$$\varphi = 0\,rad$$

$$\bar{x} = 8 \times 10^{-2}\cos 5\pi t\,(m)$$

2- $k = N.m^{-1}$

$$k = m\omega_0^2 = 4(5\pi)^2 = 1(250) = 250N.m^{-1}$$

3- $x_0 = ?$

$$x_0 = \frac{m}{k}g = \frac{1}{250} \times 10 = \frac{1}{25}$$

$$\rightarrow x_0 = 0.04m$$

4- $t_1 = ?$

$$x = 0 \rightarrow \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi}) = 0$$

$$\omega_0 t + \bar{\varphi} = (2k+1)\frac{\pi}{2} : k = 0,1, \ldots..$$

$$5\pi t = (2k+1)\frac{\pi}{2} \rightarrow t = (2k+1)\frac{1}{10}$$

المرور الأول $k = 0$

$$\rightarrow t = \frac{1}{10}s$$

5- $E_p = ?J\,, E_k = ?J$

$$x = -4cm$$

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2} \times 250 \times (-4 \times 10^{-2})^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 250 \times 16 \times 10^{-4}$$

$$E_p = 2000 \times 10^{-4} \rightarrow E_p = 20 \times 10^{-2}J$$

$$E_k = E - E_p \rightarrow E = \frac{1}{2}kX_{max}^2$$

$$E = \frac{1}{2}250(8 \times 10^{-2})^2 = 80 \times 10^{-2}J$$

$$E_k = 80 \times 10^{-2} - 20 \times 10^{-2}$$

$$E_k = 60 \times 10^{-2}J$$

انتهى الحل