



مدونة المناهج السعودية

<https://eduschool40.blog>

الموقع التعليمي لجميع المراحل الدراسية

في المملكة العربية السعودية

Applications of The Integral

تطبيقات التكامل

Math 111

Lecture 23

Dr. Nasser Bin Turki

King Saud University
Department of Mathematics

2016

Applications of The Integral:

Applications of The Integral:

الفصل الاول :

المساحات:

١٢) إذا كان لدينا $f(x) \geq g(x)$ دالتين قابلتين للتكامل على الفترة $[a, b]$ فإن المساحة R المحصورة بين الدالتين $f(x), g(x)$ على الفترة $[a, b]$

$$R = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx.$$

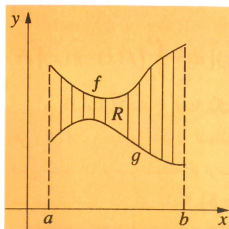
Applications of The Integral:

الفصل الاول :

المساحات:

١٢) إذا كان لدينا $f(x) \geq g(x)$ دالتين قابلتين للتكامل على الفترة $[a, b]$ فإن المساحة R المحصورة بين الدالتين $f(x), g(x)$ على الفترة $[a, b]$

$$R = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx.$$



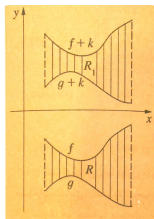
ملاحظة:

يظل إيجاد المساحة صحيحا

$$R = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx.$$

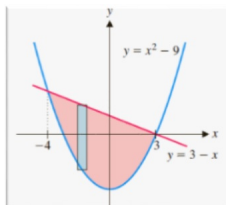
حتى إذا كان $g(x) \leq 0$ حيث يمكن إزاحة المنطقة R إلى أعلى وذلك بإضافة عدد موجب k إلى كل من الدالتين $f(x), g(x)$ بحيث $g(x) + k \geq 0$ وتكون كالتالي:

$$R_1 = R = \int_a^b [(f(x) + k) - (g(x) + k)] dx = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx.$$



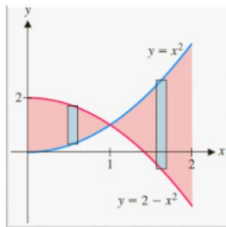
مثال : احسب المساحة المنطقه المحدوده بين الدالتين $y = 3 - x$ و $y = x^2 - 9$.

مثال : احسب المساحة المنطقه المحدوده بين الدالتين $y = 3 - x$ و $y = x^2 - 9$.



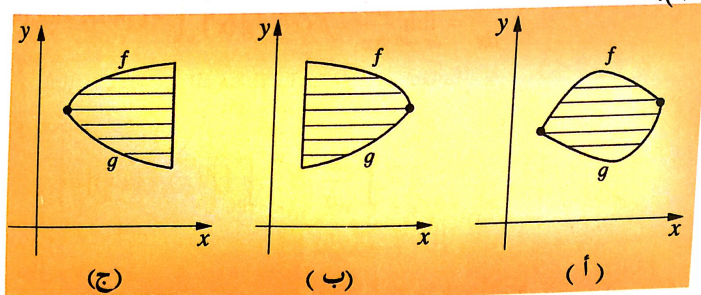
مثال : احسب المساحة المنطقه المحدوده بين الدالتين $y = x^2$ و $y = 2 - x^2$ للفترة $0 \leq x \leq 2$.

مثال : احسب المساحة المنطقه المحدوده بين الدالتين $y = x^2$ و $y = 2 - x^2$ للفترة $0 \leq x \leq 2$.



ملاحظة :

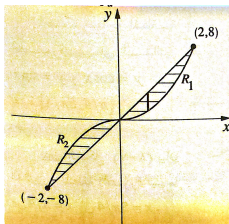
عندما يتقاطع بيانا الدالتين $f(x)$ و $g(x)$ تصبح حدود المنطقة من اليمين أو اليسار أو كلاهما نقطة واحدة بدلاً عن خط مستقيم كما يبين ذلك الشكل (٦-٧).



شكل (٦-٧)

مثال : احسب المساحة المنطقه المحدوده بين الدالتين $y = 4x$ و $y = x^3$.

مثال : احسب المساحة المنطقه المحدوده بين الدالتين $y = 4x$ و $y = x^3$.



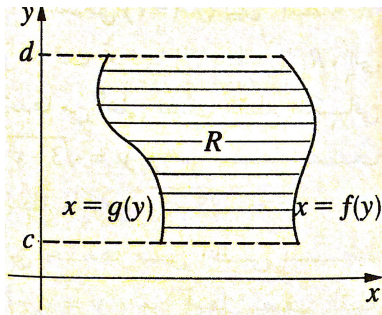
٢٢) إذا كان لدينا $f(y) \geq g(y)$ دالتين قابلتين للتكامل على الفترة $[c, d]$ فإن المساحة B المحصورة بين الدالتين $f(y), g(y)$ على الفترة $[c, d]$

٢٢) إذا كان لدينا $f(y) \geq g(y)$ دالتين قابلتين للتكامل على الفترة $[c, d]$ فإن المساحة B المحصورة بين الدالتين $f(y), g(y)$ على الفترة $[c, d]$:

$$B = \int_c^d [f(y) - g(y)] dy.$$

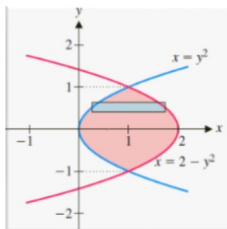
٢٢) إذا كان لدينا $f(y) \geq g(y)$ دالتين قابلتين للتكامل على الفترة $[c, d]$ فإن المساحة B المحصورة بين الدالتين $f(y), g(y)$ على الفترة $[c, d]$:

$$B = \int_c^d [f(y) - g(y)] dy.$$



مثال : احسب المساحة المنطقه المحدوده بين الدالتين $x = y^2$ و $x = 2 - y^2$.

مثال : احسب المساحة المنطقه المحدوده بين الدالتين $x = y^2$ و $x = 2 - y^2$.



مثال : احسب المساحة المنطقة المحدودة بين الدوال التالية :

(1)

$$y = x^2 - 1, y = -x + 2, x = 0, x = 1$$

(2)

$$y = x, y = 2 - x, y = 0$$

(3)

$$y = x^2, y = 4 \cos x$$

(4)

$$f(y) = y^2, g(y) = y + 2$$

Thanks for listening.