Subject قوانين اللوغاريتم

التابع اللوغاريتمي

$\ln :]0,+\infty[\rightarrow R \quad f(x) = \ln x$

R_+^* مجموعة التعريف ← المجموعة

نسيس لعسـ ـا الـ الجلوغاريتم

$f(x) = \ln x$

$D =]0,\infty[$

$f'(x) = \frac{1}{x}$

$u > 0$

$f(x) = \ln u$

$f'(x) = \frac{u'}{u}$ مشتق المحتوى / المحتوى

$\ln 1 = 0$ | $\ln e = 1$

$\ln 2 \simeq 0.7$

$\ln 6 \simeq 1.8$

$\ln 3 \simeq 1.1$ | $\ln 4 \simeq 1.4$

$\ln \frac{1}{e} = -1$

$\ln 5 \simeq 1.6$

$\ln 10 \simeq 2.3$

$e \simeq 2.7$	$e^2 \simeq 7.2$
$\sqrt{e} \simeq 1.6$	$\frac{1}{e} \simeq \frac{1}{3}$

* جدول إشارة $\ln(x)$:

x	0		1		$+\infty$
$\ln$	‖	$-$	0	$+$	

في حيز الأصغر من (1) سالب — في حيز الأكبر من (1) موجب

* مشتق التابع $f(x) = \ln x$:

f اشتقاقي على $R_+^* =]0,+\infty[$

$f'(x) = \frac{1}{x} > 0$

متزايد تماماً على R_+^*

* خواص اللوغاريتم:

1. $\ln(a \cdot b) = \ln a + \ln b$
2. $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$
3. $\ln\left(\frac{1}{b}\right) = -\ln b$
4. $\ln (a)^n = n \ln a$
5. $\frac{1}{2} \ln(a) = \ln \sqrt{a}$

فريق التميز

A Sh

أ.أ سن الشيخة

2

Subject

نتائج : $a > 0, b > 0$

عكس صحيح

(1) $\ln(a) = \ln(b) \iff a = b$

عكس صحيح

(2) $\ln(a) < \ln(b) \iff a < b$

والعكس صحيح

(3) $\ln(a) > \ln(b) \iff a > b$

ملاحظة :

$\ln x < 0 : 0 < x < 1$

$\ln x > 0 : x > 1$

*** مبرهنات المرجعيات :**

$\lim_{x \to \infty} \ln x = \infty$

$\lim_{x \to 0} \frac{x}{\ln x} = \infty$

$\lim_{x \to 0} \frac{x}{\ln(1+x)} = 1$

تجاوزا
$\ln 0 = -\infty$
$\ln \infty = \infty$

$\lim_{x \xrightarrow{>} 0} \ln x = -\infty$

$\lim_{x \to \infty} \frac{\ln x}{x} = 0$

$\lim_{x \to 0} \frac{\ln(x+1)}{x} = 1$

$\lim_{x \xrightarrow{>} 0} x \ln x = 0$

قاعدة

$x \geq a \Rightarrow [a, \infty[$

$x > a \Rightarrow]a, \infty[$

$x \leq a \Rightarrow]-\infty, a]$

$x < a \Rightarrow]-\infty, a[$

* حل المعادلات والمتراجحات اللوغاريتمية

(1) نوجد D مجموعة تعريف المعادلة أو المتراجحة

(2) نطبق خواص اللوغاريتم فنحصل على

$\ln(♡) \; \substack{< \\ = \\ >} \; \ln(*)$

(3) نحل $♡ \; \substack{\leq \\ >} \; *$

(4) تقاطع الحلول مع مجموعة التعريف

ملاحظة هامة : (1)

إذا كانت المعادلة اللوغاريتمية لا تحتاج إلى خواص لوغاريتم

$\ln(♡) = \ln(*)$

نأخذ الشرط الحل من الطرف الأسهل

ملاحظة هامة : (2)

إذا كانت مجموعة أمثال كثير حدود تساوي الصفر فهو يقبل القسمة على $x - 1$ دون باقي

\# فريق التميز

\# أ. أحسن الشيخ

A Sh

KORAN COPYBOOKS

- عندما ننتقل إلى الطرف الأصغر نضع إشارة الأصغر
- عندما ننتقل إلى الطرف الأكبر نضع إشارة الأكبر

أكبر > أصغر

ملاحظة هامة: رقم 3

إذا كانت المتراجحة اللوغاريتمية لا تحتاج إلى خواص اللوغاريتم فإننا نأخذ الشرط الحل من الطرف الأصغر

$\ln(\heartsuit) < \ln(\star)$

الشرط $\heartsuit > 0$

$\ln(\heartsuit) > \ln(\star)$

الشرط $\star > 0$

المجال المغلق • دويرة مغلقة

$\geq \; \leq$

المجال المفتوح ○ دويرة مفتوحة

$> \; <$

فريق المتميز

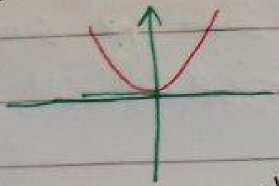
أ. أنس الشيخة

ASG

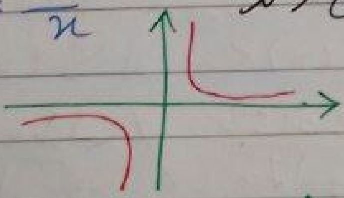
تذكرة

1- معادلة المستقيم $y = ax + b$

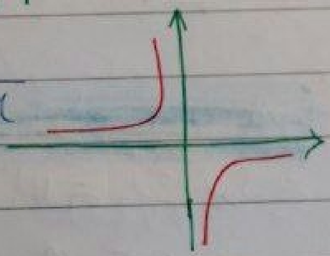
2- قطع مكافئ $y = x^2$



3- قطع زائد $y = \frac{1}{x}$



$y = -\frac{1}{x}$



قاعدة هامة:

$\ln(\heartsuit) = \star \Rightarrow \heartsuit = e^{\star}$

$\ln(x) = y \Rightarrow x = e^{y}$

⚠ انتبه ⚠

1- ادرس سلوك ← التابع عند $+\infty$

2- ادرس التابع ← تغيرات

3- اشرح التأويل الهندسي ← مماسات، مقاربات

Subject

نذكر بين $e^{\square}$

$e^{-2} > 0$, $e^{\frac{1}{2}} > 0$, $e^{2} > 0$

$\frac{1}{e^2} > 0$ صفر

* لاثبات صحة متراجحة:

ننقل جميع الحدود إلى طرف واحد فنحصل على:

$f(x) > 0$ أو $f(x) \geq 0$

أو $f(x) < 0$ أو $f(x) \leq 0$

نحو: مثال محلول $\frac{}{162}$ / نشاط 3 رقم ① $\frac{}{170}$

⚠ خطوات رسم خط بياني ⚠

① رسم المقاربات المائلة والشاقولية والأفقية «إن وجدت»

② تعيين القيم الحدية «إن وجدت»

③ نقاط مساعدة الرسم «إن لزم»

• التقاطع مع $x'x$ ⇐ $y=0$

التقاطع مع $y'y$ ⇐ $x=0$

④ رسم الخط البياني C

* عندما يكون المجال مفتوح عند عدد نوجد النهاية عند العدد الغير معرف

فريق العين

أ. أسامة الشيخ.

A Sh

الاستنتاجات

① $f_1(x) = f(-x)$

⇐ C_1 هو نظير C بالنسبة للمحور $y'y$

② $f_1(x) = -f(x)$

⇐ C_1 نظير C بالنسبة للمحور $x'x$

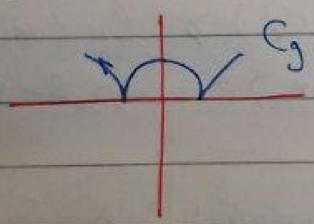
③ $f_1(x) = -f(-x)$

⇐ C_1 نظير C بالنسبة للمبدأ

④ $f_1(x) = |f(x)|$

⇐ C_1 ينطبق على C في الجزء الواقع فوق $x'x$ ونظير الجزء الواقع تحت $x'x$ بالنسبة للمحور $x'x$

مثال: $g(x) = |f(x)|$



⑤ $f_1(x) = f(|x|)$

⇐ C_1 ينتج عن C بأن نبقي النقاط التي فواصلها موجبة كما هي ونأخذ نظائرها بالنسبة لـ $y'y$

⑥ $f_1(x) = \alpha f(x)$

⇐ C_1 ينتج عن C بالتحويل

$(x, y) \longrightarrow (x, \alpha y)$

Subject

7) $F_1(x) = f(x) + b$

C_1 ينتج عن انسحاب شعاعه

$\vec{u} = b\vec{j}$ فوق / تحت

8) $F_1(x) = f(x+a)$

C_1 ينتج عن C بانسحاب شعاعه

$\vec{u} = -a\vec{i}$ يمين / يسار

المجال المعرف

مشتق التابع المركب $\ln o\, u$

إذا كان $u(x)$ اشتقاقي على المجال I وموجب تماماً عليه كان f اشتقاقي على I

$$f'(x) = \frac{u'(x)}{u(x)}$$

قواعد هامة

خطوات تغيرات التابع

1) ذكر مجموعة الاستمرار والاشتقاق

2) إيجاد نهايات عند الأطراف المفتوحة لمجموعة التعريف والصور عند الأطراف المغلقة لها

3) إيجاد $f'(x)$ ودراسة إشارة

"إذا موجب نجمع من الصفر وإذا سالب نطرح من الصفر وإذا غير معرف نعدمه"

4) ننظم جدولاً للتغيرات

x	
$f'(x)$	
$f(x)$	يوجد نهايات

خطوات اطراد التابع

1) ذكر مجموعة الاستمرار والاشتقاق

2) إيجاد $f'(x)$ ودراسة إشارته

3) ننظم جدول التغيرات

x	
$f'(x)$	
$f(x)$	لا يوجد نهايات

تنسيق - المتن - مماثل - ...

أ. أنس الشحنة

انتهت القواعد وملخصات اللوغاريتم

ASh