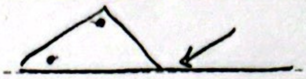
540 مجموع الزوايا الخماسي الداخلية

135° زاوية الثماني المنتظم

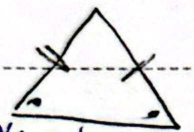
زوايا المضلع
n عدد اضلاع المضلع

- مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمضلع $(n-2)\times 180°$
- قياس الزاوية الداخلية لمضلع منتظم $\frac{(n-2)\times 180°}{n}$
- مجموع الزوايا الخارجية لأي مضلع $360°$
- قياس الزاوية الخارجية للمضلع المنتظم $\frac{360°}{n}$
- عدد اضلاع مضلع منتظم $\frac{360°}{180-A}$

A قياس احدى الزوايا المضلع الداخلية

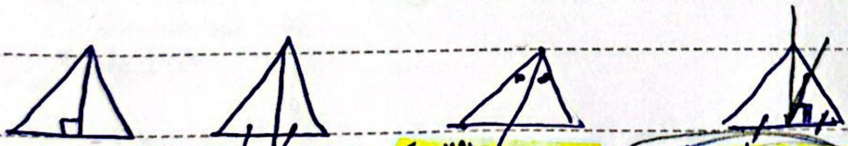


الزاوية الخارجية
هي الزاوية المحصورة بين امتداد احد الاضلاع مع ضلع غير ممتد الزاوية الخارجية = مجموع الزاويتان الداخليتان ماعدا المجاورة



أنواع المثلثات وخصائصها
- مثلث متطابق الضلعين فيه زاويتي القاعدة متطابقتين
- اذا كان المثلث متطابق ضلعين وقياس زواياه 60° يصبح مثلث متطابق الاضلاع
- المثلث الحاد الزوايا جميع زواياه اقل من 90°
- المثلث منفرج الزاوية فيه زاوية واحدة المنفرجة 90.
- مجموع الزوايا المتتامة = 90°
- مجموع الزوايا المتكاملة = 180°

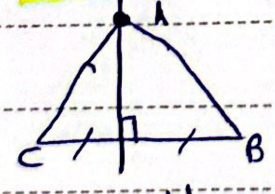
قطع خاصة في المثلث



الارتفاع — المتوسط — منصف الزاوية — العمود المنصف

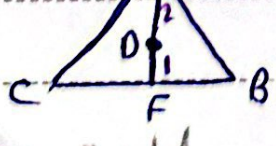
عمودي على قاعدة

← نظريات هامة لقطع المثلث



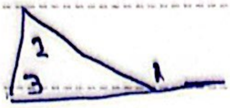
☆ اي نقطة تقع على العمود المنصف تكون على بعدين متساويين من طرفيهما AB=AC

☆ اي نقطة تقع على منصف الزاوية تكون على بعدين متساويين من ضلعيها AB = AC

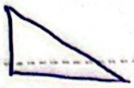


☆ مركز المثلث هي نقطة تلاقي متوسطات المثلث
اذا كانت D مركز المثلث فان AD:DF=2:1

متباينات المثلث

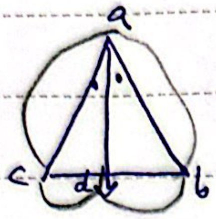


قياس $m\angle 1$ اكبر من $m\angle 3$, $m\angle 2$



الضلع الاطول يقابل الزاوية الاكبر و الضلع الاصغر يقابل الزاوية الاصغر

طرح الضلعين الاخرين < اي ضلع < مجموع الضلعين الاخرين



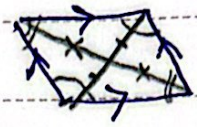
نظرية المنصف: اذا كان ad منصف زاوية a فإن

$$\frac{cd}{db}=\frac{ac}{ab}$$

المثال المضاد: هو مثال نثبت فيه ان الجملة المعطاة ليست صحيحة دائما.

البرهان غير المباشر: نفترض عكس النتيجة ونبدأ منها البرهان

متوازي الاضلاع



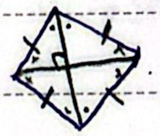
1. كل ضلعان متقابلان متطابقان
2. كل ضلعان متقابلان متوازيان
3. كل زاويتان متجاورتان مجموعهما 180
4. كل زاويتان متقابلتان متساويتان
5. القطران ينصف كل منهما الاخر

قوانين هامة: نقطة تلاقي القطرين $\left(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2}\right)$ المسافة بين نقطتين $d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

المستطيل

له نفس خصائص متوازي الاضلاع + القطران متطابقان
زواياه الاربع قوائم

المعين



له نفس خصائص متوازي الاضلاع + القطران متعامدان
جميع اضلاعه متطابقة
القطران ينصفان زوايا الرأس

المربع

له نفس خصائص متوازي الاضلاع + القطران متعامدان + القطران متطابقان
جميع زواياه قوائم + القطران ينصفان زوايا الرأس.

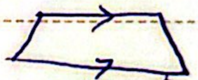
المربع = مستطيل + معين

~~متوازي اضلاع~~

كل مربع - مستطيل - معين

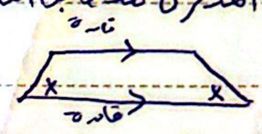
شبه المنحرف

1. فيه ضلعان متقابلان متوازيان
2. فيه ضلعان متقابلان غير متوازيان

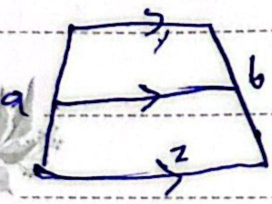


شبه المنحرف متطابق الساقين

1. الضلعان الغير متوازيان متساويين
2. القطران متساويين
3. كل زاويتان مرسومتان على القاعدة تكون متساوية



القاعدة المتوسطة في شبه المنحرف



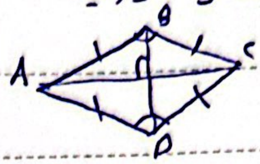
$$\overline{ab}=\frac{1+2}{2}$$

* اي نقطة تقع على محور x احداثياتها هو $(x,0)$

* اي نقطة تقع على محور y احداثياتها $(0,y)$

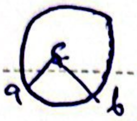
البرهان الاحداثي هو برهان نستخدمه لاثبات صحة مفاهيم هندسية

الطائرة الورقية



* زوج الاضلاع في مقدمة الطائرة متطابقة $\overline{AB}\cong\overline{AD}$
* زوج الاضلاع في مؤخرة الطائرة متطابقة $\overline{BC}\cong\overline{DC}$
* القطران متعامدان
* زوج الزوايا المحصور بين الضلع الكبير والصغير متطابقة $m\angle B = m\angle D$

الزاوية المركزية = قياس القوس المقابل لها $m\angle acb = m\widehat{ab}$

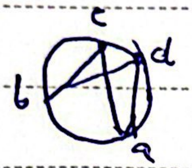


الزاوية المحيطية = $\frac{1}{2}$ قياس القوس المقابل لها

$m\angle acb = \frac{1}{2} m\widehat{ab}$

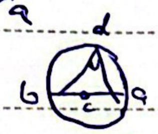
الزوايا المحيطية المرسومة على نفس القوس تكون متساوية

$m\angle c = m\angle d$



الزاوية المحيطية المرسومة في نصف دائرة تكون قائمة

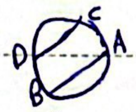
$m\angle d = 90^\circ$



الاوتار في الدائرة

* إذا تطابق وتران فإن قوسيهما متساويين والعكس صحيح

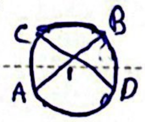
$m\widehat{cd} = m\widehat{AB} \leftrightarrow \overline{AB}\cong\overline{CD}$



* الاوتار المتساوية تكون لها ابعاد متساوية من المركز والعكس صحيح

$\overline{OM}\cong\overline{ON} \leftrightarrow \overline{AB}\cong\overline{CD}$

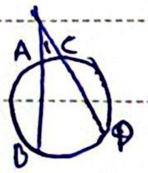
* إذا تقاطع وتران $\overline{AB}$ ، $\overline{CD}$ داخل الدائرة فإن



① $m\angle 1 = \frac{m\widehat{CB} + m\widehat{AD}}{2}$

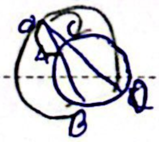
② $\overline{OA}\cdot\overline{OB} = \overline{OC}\cdot\overline{OD}$

تقاطع الاوتار خارج الدائرة



إذا تقاطع وتران $\overline{AB}$ و $\overline{CD}$ خارج الدائرة فإن

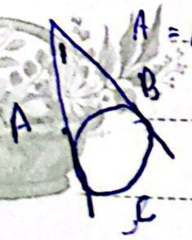
① $m\angle 1 = \frac{m\widehat{BD} - m\widehat{AC}}{2}$



② $\overline{OA}\cdot\overline{OB} = \overline{OC}\cdot\overline{OD}$

المماس في الدائرة

① المماس للدائرة عمودي على نصف القطر عند نقطة التماس

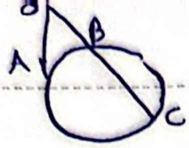


$A = B$

② القطعتان المماستان المرسومتان من نقطة خارجها متطابقتان

③ إذا تقاطع مماسان خارج الدائرة

$m\angle 1 = \frac{m\widehat{ACB} - m\widehat{AB}}{2}$



القاطع والمماس: اذا كان OB قاطعا، OA مماس للدائرة

$(OA)^2 = OB.OC$

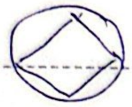
معادلة الدائرة نصف قطرها r ومركزها (h,k)

$$(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$$

طول قوس الدائرة الذي يحصر زاوية مركزية قدرها θ ونصف قطرها r

θ بالدرجات: $L=\frac{\theta}{360}\times 2\pi r$

θ بالراديان: $L=\theta\times r$

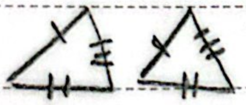


الرباعي الدائري: كل رباعي رؤوسه تقع على الدائرة يسمى رباعي دائري
(كل زاويتان متقابلتان متكاملتان)

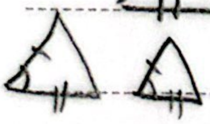
مسلمات هامة: * اي نقطتين يمر بها مستقيم واحد

* اي ثلاث نقاط لا تقع على استقامة واحدة يمر بهما مستوى واحد فقط.
* كل مستقيم يحوي نقطتين على الاقل
* كل مستوى يحوي ثلاث نقاط على الاقل ليست على استقامة واحدة.
* اذا وقعت نقطتين في المستوى فإن المستقيم المار بهما يقع كليا داخل المستوى.
* اذا تقاطع مستقيمان فانهما يتقاطعان في نقطة واحدة فقط.
* اذا تقاطع مستويان فان تقاطعهما يكون مستقيم.

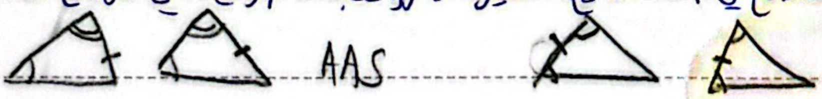
المثلثات المتطابقة



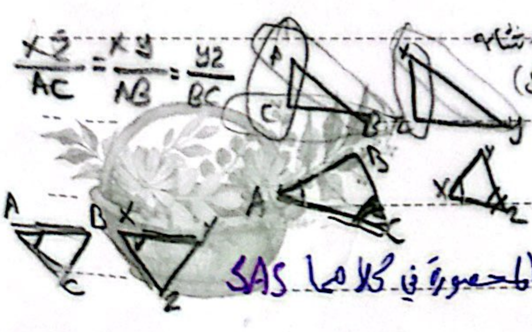
* اذا تطابقت ثلاث اضلاع في احدهما مع نظائرها في الاخر SSS



* اذا تطابق ضلعان والزاويه المحصورة بينهما في احدهما مع نظائرها في الاخر SAS
* اذا تطابق ضلع في احدهما مع نظيره في الاخر وتطابقت زاويتان في الاول مع نظائرهما ASA AAS



المثلثات المتشابهه

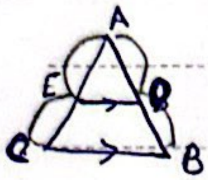


* تناسب الاضلاع المتناظرة في كل منهما حالة SSS
* تساوي زاويتان من الاول مع زاويتان من الثاني AA
* تناسب ضلعين من الاول مع ضلعين من الثاني وتساوي الزاويه المحصورة في كلاهما SAS

التوازي يؤدي الى تشابه المثلثات

* إذا تشابه مضلعان فإن النسبة بين محيطيهما = نسبة التشابه $\frac{\text{محيط}_1}{\text{محيط}_2}$: مقياس تشابه

المستقيمات المتوازية والاجزاء المتناسبة



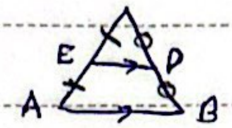
القطعة المستقيمة الواصلة بين ضلعين في مثلث وتوازي الضلع الثالث فانها تقسمها الى اجزاء متناسبة

$$\frac{AE}{EC} = \frac{AD}{DB}$$

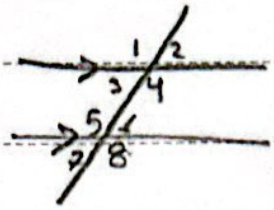
إذا تساوت القطع الناتجة عن احد القاطعين فان القطع الناتجة عن القاطع الآخر متساوية.

* استخدم التشابه الى في حال كان واحد من الاضلاع مطلوب.

القطعة المتوسطة في المثلث



$$ED = \frac{1}{2} AB$$

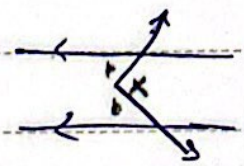


التوازي : إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين

تبادل داخلي	تبادل خارجي	تناظر	تحالف
$\angle 3 = \angle 6$	$\angle 1 = \angle 8$	$\angle 1 = \angle 5$	$\angle 4 + \angle 6 = 180$
$\angle 5 = \angle 4$	$\angle 2 = \angle 7$	$\angle 3 = \angle 7$	$\angle 5 + \angle 3 = 180$
		$\angle 2 = \angle 6$	
		$\angle 4 = \angle 8$	

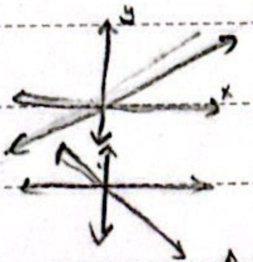
توازي M

$\bullet + \circ = x$



ميل الخط المستقيم المار بالنقطتين (x_1, y_1) (x_2, y_2)

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

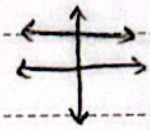


① ميل موجب

② ميل سالب

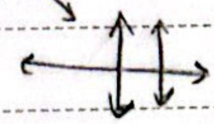
③ موازي لمحور x

$m = 0$



④ موازي لمحور y

$m =$ غير معرف



معادلة الخط المستقيم

صيغة الميل والمقطع $y = mx + b$ ميله m ويقطع محور y في b

صيغة الميل ونقطة $y - y_1 = m(x - x_1)$ ميله m ويمر بالنقطة (x_1, y_1)

← المعادلة في الصورة $ay = mx + b$ طرف y و طرف x

$$m = \frac{\text{معامل } x}{\text{معامل } y}$$

← المعادلة في صورة $ay + mx = b$ y و x في طرف مع بعض

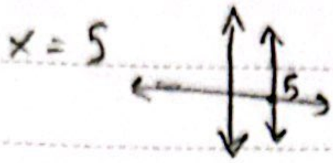
$$m = \frac{-\text{معامل } x}{\text{معامل } y}$$

الخطوط المتوازية و المتعامدة

المتوازية ← لها نفس الميل

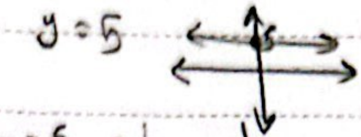
المتعامدة ← حاصل ضرب ميليهما $= -1$ ← مقلوب واعكس الاشارة

الخط الأفقي والرأسي



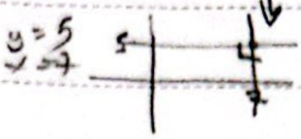
← الخط المستقيم الرأسي الذي يقطع محور x في العدد a

معادلته $\boxed{x} = a$ خط موازي y ويقطع محور x في a



← الخط المستقيم الأفقي الذي يقطع محور y في العدد b

معادلته $y = b$ خط موازي x ويقطع محور y في b



دايم خط مستقيم x = عدد y = عدد متعامدان

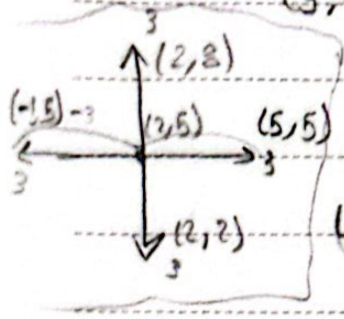
الانعكاس

صورة نقطة تحت خط الانعكاس هي نفسها

	الانعكاس	نقطة	صورة
حول محور x	أغير إشارة y	(x,y)	$(x,-y)$
حول محور y	أغير إشارة x	(x,y)	$(-x,y)$
حول محور $y=x$	أقلب x, y	(x,y)	(y,x)

الإزاحة

صورة نقطة (x,y) بالإزاحة هي



← إزاحة لليمين $(x+a, y)$ ← إزاحة للأعلى $(x, y+b)$

← إزاحة لليسار $(x-a, y)$ ← إزاحة للأسفل $(x, y-b)$

شكل وسطه

الدوران

صورة نقطة بالدوران عكس عقارب الساعة

زاوية دوران	الدوران	نقطة	صورة
90°	أقلب وأغير إشارة الأول	(a,b)	$(-b,a)$
270°	أقلب وأغير إشارة الثاني	(a,b)	$(b,-a)$
180°	~~أقلب~~ أغير الكل الإشارة	(a,b)	$(-a,-b)$

التمدد

معامل التمدد k هو $\frac{\text{طول في الصورة}}{\text{طول الأصلي}}$ $|k|>1$ تمدد تكبير $|k|<1$ تمدد تصغير

$|k|=1$ تمدد مطابق

← صورة النقطة (x,y) بتمدد معامله k هو (kx, ky)

عبارة الوصل والفصل

$p \wedge q$ وصل و $p \vee q$ فصل او $p \to q$ شرطية

* إذا كانت العبارة p صحيحة فإن ~p خطأ والعكس

جدول الصواب والخطأ

وحدة خطأ تخرب ($p \wedge q$) — الاثنين خطأ تخرب ($p \vee q$) — عكس T F ($p \to q$)

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \to q$
T	T	T	T	T
T	F	F	T	F
F	T	F	T	T
F	F	F	F	T

فإن إذا
$p \to q$

العكس والمعكوس والمعاكس الإيجابي

العكس تبديل الفرض مع النتيجة في العبارة الشرطية $q \to p$ ابدل

المعكوس نفي الفرض والنتيجة في العبارة الشرطية $\sim p \to \sim q$ انفي بدون ما ابدل

المعاكس الإيجابي نفي الفرض والنتيجة في العكس $\sim q \to \sim p$ انفي وابدل

التماثل الدوراني

* رتبة التماثل الدوراني (عدد محاور التماثل) في الشكل المنتظم = عدد أضلاع الشكل.

* مقدار التماثل الدوراني للشكل المنتظم = $\frac{360}{\text{عدد الأضلاع} \leftarrow \text{رتبة تماثل}}$

المصفوفة

* مزايا للرموز

رتبة المصفوفة عدد الصفوف $m \times$ عدد الأعمدة n

عنصر المصفوفة يتم تحديده برقم الصف ثم رقم العمود

مثال رتبة المصفوفة

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 9 \end{bmatrix} \qquad 6 = 2 \times 3$$

عمود، صف، صفوف

العنصر a_{23} = 4 عمود

$a_{صف\,عمود}$

مصفوفة الوحدة I قطر رئيسي 1

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

تقاطعي قطر رئيسي

تساوي مصفوفتين

عند تساوي مصفوفتين فإن العناصر المتناظرة متساوية

لا لازم نفس رتب عدد صفوف والأعمدة = عدد صفوف والأعمدة

العمليات على المصفوفات

① عند جمع أو طرح المصفوفات من نفس الرتبة لابد من جمع أو طرح العناصر المتناظرة

مثال $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 7 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 5 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 12 & 1 \end{bmatrix}$

② عند ضرب عدد في مصفوفة يتم ضربه في جميع عناصرها

$$2\begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 4 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 10 \\ 8 & -6 \end{bmatrix}$$

ضرب المصفوفات شرط عدد أعمدة الأولى = عدد صفوف الثانية

← ليست إبدالية

$A_{2\times2} \cdot B_{2\times1}$

$A_{2\times3} \times B_{2\times1}$ ضرب غير ممكن

يسير مقابل له

مثال نايم بكل تايم

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}_{2\times2} \cdot \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}_{2\times2}$$

$= 2\times3 + 3\times0$
$= 6 + 0$

$4 + 3 = 7$

$= -3 + 0$
$= -3$

$= -2 + 5$
$= 3$

$$\begin{bmatrix} 6 & 7 \\ -3 & 3 \end{bmatrix}_{2\times2}$$

$$\begin{array}{cc} \text{افقي} & \text{ع.م} \\ \begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 0 & 3 & 5 \end{bmatrix} \cdot & \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} \\ 2 \times \cancel{3} & \cancel{3} \times 1 \end{array}$$

اقدر افرب

$2 + 4 \quad 0 = -2$

$0 + (-3) + 0 = -3$

$$\begin{bmatrix} \boxed{-2} \\ \boxed{-3} \end{bmatrix}$$

2×1

محددة الدرجة الثانية   طريقة فك المحددة من الدرجة 2

$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = (a\times d) - (b\times c)$ قطر رئيسي - قطر فرعي

محددة الدرجة الثالثة

① نكرر العمود الاول والثاني

② نضرب جميع الاقطار الرئيسية ونضرب جميع الاقطار الفرعية

③ الناتج = (مجموع الاقطار الرئيسية - مجموع الاقطار الفرعية)

مساحة المثلث رؤوسه (a,b) و (c,d) و (e,f) تكون

المساحة هي $\frac{1}{2}\begin{vmatrix} a & b & 1 \\ c & d & 1 \\ e & f & 1 \end{vmatrix}$

يكون للمصفوفة نظير ضربي إذا كانت قيمة المحددة لها ≠ صفر

النظير الضربي ① اجيب قيمة المحددة

② $A^{-1} = \frac{1}{\text{المحددة}}\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$

ملحوظة: عند ضرب المصفوفة A في نظيرها الضربي A^{-1} يكون الناتج مصفوفة الوحدة I

$A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = I$

المتتابعة الحسابية هي مجموعة من الحدود المرتبة بشرط ان الفرق بين اي حدين متتاليين هو مقدار ثابت

* المقدار الثابت يسمى اساس المتتابعة ورمزه d * الحد الاول في المتتابعة a_1
* الحد النوني للمتتابعة a_n * n هو رتبته اي حد

الحد النوني $a_n = a_1 + (n-1)d$

$d = \frac{\text{الحد} - \text{الاول}}{\text{رتبة الاخير} - 1}$ ~~$d = \frac{\text{الحد الاخير} - \text{الاول}}{\text{رتبة الاخير} - 1}$~~

* صيغة الحد النوني عبارة عن معادلة من الدرجة الاولى في n ومعامل n هو d 2 ص 25

مجموع حدود المتتابعة الحسابية

$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$ اذا وجد الاساس d

$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$ اذا وجد الحد الاخير a_n

← مجموع حدود المتتابعة باستخدام سيجما $\sum_{k=a}^{n} f(k)$ n ← عدد ننتهي عنده $k=a$ ← عدد الي نبدا منه

① عند التعويض بقيمة k في الدالة نحصل على الحد الاول

② عند التعويض بقيمة n في الدالة نحصل على الحد الاخير

③ عدد حدود المتتابعة هو $n-k+1$

نقوم ب S_n

* لا نستطيع جمع المتتابعة الحسابية اذا كانت n غير موجودة ولايجادها نستخدم a_n = الرقم

المتتابعه الهندسية هي مجموعة من الحدود المرتبه بشرط أن قسمة أي حد على ما قبله يعطي مقدار ثابت يسمى أساس للمتتابعه ورمزه r

$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$

لو اقدر احله بطريقه المتراجحات اسهل شي

مجموع حدود المتتابعه الهندسية

① $S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1-r}$

② $S_n = \frac{a_1 - a_1 \cdot r^{n}}{1-r}$

③ $\sum_{k}^{n} (r^{k-1})$

r الاساس ونعوض عن قيمة k في الاله ونحصل على الحد الاول

نعوض عن n نحصل على الحد الاخر

أنواع المتتابعات الهندسية

التقاربية	التباعدية
$-1 < r < 1$	$r \leq -1$ او $r \geq 1$
$2, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}$	$2, 4, 8, 16, 32, —$

يمكن جمع المتتابعه الهندسية التقاربيه الى ∞ من الحدود

$S_\infty = \frac{a_1}{1-r}$

مفكوك ذو الحدين

الأعداد الحقيقية

← مجموعه الاعداد الطبيعية N $(1, 2, 3, 4, —)$

← مجموعة الاعداد الكلية W $(0, 1, 2, 3, 4, —)$

← مجموعه الاعداد الصحيحة Z $(—, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, —)$

← مجموعه الاعداد النسبية Q ← العشري المنتهي، العدد الدوري $\frac{3}{4}$ و $\frac{-1}{2}$ و 5 و 4,789 و $\sqrt{16}$

لو تقدر كل عدد يمكن وضعه في صورة $\frac{\text{بسط}}{\text{مقام}}$ بشرط المقام ≠ صفر

← مجموعة الاعداد الغير نسبية I ← العشري الغير منتهي π، الجذور الصماء π و $\sqrt{5}$ و $\sqrt{7}$

← مجموعة الاعداد الحقيقية R وتقدم داخلها جميع المجموعات السابقة.

متى الدالة عند نقطة

نعوض بالنقطة في الدالة بشرط انها تساوي العدد الى محالها.

خصائص هاااامة

الابدال — في الجمع $a+b=b+a$ — في الضرب $a\cdot b=b\cdot a$ — التوزيع من الامام $a(b+c)=ab+ac$ من الخلف $(b+c)a=ba+ca$

المحايد — في الجمع $a+0=0+a=a$ — في الضرب $a\cdot 1=1\cdot a=a$ — خاصيه الانعكاس $a=a$

النظير — في الجمع $a+(-a)=0$ — في الضرب $a\cdot\frac{1}{a}=1$ — خاصيه التماثل اذا كان $a=b$ فان $b=a$

الانغلاق — في الجمع $(a+b)$ عدد حقيقي — في الضرب $(a\cdot b)$ عدد حقيقي — خاصيه التعدي اذا كان $a=b$, $b=c$ فان $a=c$

وحيدة الحد وكثيرة الحدود

درجه وحيده الحد هي مجموعه الاسس فوق المتغيرات $5x^4y^3$ هو 7

درجه كثيره الحدود هي درجه اعلى وحيده منها ويسمى معاملها بالعامل الرئيسي

$\underline{7}x^3+4x^2-5x+2^7$ الدرجه 3 ومعامل رئيسي 7

ضرب وقسمة العبارات النسبية المكونه من وحيدات حد

ضرب البسط x البسط والمقام x المقام مستخدما قاعدة:

عند ضرب الاساسات المتشابهه نجمع الاسس عند قسمه الاساسات المتشابهه نطرح الاسس.

ضرب وقسمة العبارات النسبية المكونه من كثيرات الحدود

لا بد من التحليل أولاً ثم حذف المتشابهات من البسط والمقام.

تحليل المقادير الجبرية

عامل مشترك — فرق بين مربعين — مقدار ثلاثي — فرق او جمع مكعبين

$9x^2y^3-6xy^2+12x^3y$

$3(x$ الحد الجبري نقبله على

Ahad Otaif

Scanned with CamScanner

* حل المعادلات النسبية
بسط المقدار

$$\frac{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}}{\frac{1}{x}-\frac{1}{y}}$$

$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \div \frac{1}{x} - \frac{1}{y}$

$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \times \frac{x}{1} - \frac{y}{1}$

بسط العبارة التالية

$$\frac{a^2-b^2}{3a^2-6a+3} \div \frac{4a+4b}{a^2-1}$$

$$\frac{(a-b)\cancel{(a+b)}}{3\cancel{(a^2-2a+1)}} \times \frac{\cancel{(a-1)}(a+1)}{4\cancel{(a+b)}}$$

-1×-1

$-1 -1$

$$3(a-1)\cancel{(a-1)} \qquad = \frac{(a-b)(a+1)}{12(a-1)}$$

جمع وطرح العبارات النسبية

عند جمع وطرح العبارات النسبية لابد من توحيد المقامات

L.C.M هو مضاعف مشترك أصغر للمقادير وكي نحصل عليه يجب تحليل كلاً منها إلى عوامل ثم نأخذ منها العوامل المشترك بالأكبر أس و الغير مشترك

حل المعادلة النسبية

نقاط عدم الاتصال (أصفار المقام) (أخلي مقام = صفر / أولاً أنا أختصر)

العبارة النسبية تكون مكونة من بسط ومقام تكون غير معرفة عند القيم التي تجعل المقام = صفر

ملاحظة: $\frac{1}{x^2+4}$ ← x^2+4 لا يوجد عدد يجعلها صفر ع ما ابسط

المجال حفظ

① مجال كثيرات الحدود R — * مجال الجذر التكعيبي R

② مجال $\frac{\text{كثيرة حدود}}{\text{كثيرة حدود}}$ هو $R-$ {أصفار المقام}

③ مجال $\sqrt{\ }$ ان نضع ما تحت الجذر ≥ صفر

④ مجال $\frac{\text{كثيرة حدود}}{\text{جذر تربيعي}}$ ان نضع ما تحت الجذر > صفر

القاعدة العامة

مجال $\frac{\text{اي دالة}}{\text{اي دالة}}$ هو مجال بسط ∩ (تقاطع) مجال مقام $-$ {أصفار المقام}

أضف لمعلوماتك

* الدالة في الصورة $f(x)=a\sqrt{x-h}+k$

المجال هو $[h,\infty)$ و المدى $[k,\infty)$ حسب الإشارة

* الدالة في الصورة $f(x)=a|x-h|+k$

المجال هو R و المدى $[k,\infty)$

معكوس الدالة f^{-1}

① استبدل $f(x)$ بـ y

② استبدل x بـ y والعكس

③ نضع y طرفاً لوحده

مجال الدالة العكسية هو مدى الدالة الأصلية / مدى الدالة العكسية هو مجال الدالة الأصلية

المعادلة والمتباينة الجذرية

لحل المعادلة او المتباينة الجذرية نضع الجذر في طرف واحد، ثم نربع الطرفين لنتخلص من الجذر.

متوسط معدل التغير في الدالة $f(x)$ في الفترة $[9,6]$ هو

$$\frac{f(6)-f(9)}{6-9}$$

خطوط التقارب: راسي $x=$ ، الافقي $y=$

اصفار المقام

* خط التقارب الراسي عندهم x التي تجعل المقام = صفر

* خط تقارب افقي حسب درجة البسط والمقام

① اذا كانت درجة البسط أكبر من درجة المقام لا يوجد خط تقارب افقي

② اذا كانت درجة البسط اصغر من درجة المقام يوجد خط تقارب افقي هو $y=0$

③ اذا كانت درجة البسط = درجة المقام يوجد خط تقارب افقي هو $y=\frac{\text{معامل الحد الرئيسي في البسط}}{\text{معامل الحد الرئيسي في المقام}}$

تبسيط العبارة الجذرية بعمل ما يلي منها

الأسس على الجذر

① $\sqrt[2]{18x^2y^4} = \sqrt[2]{2\times9\times x^2 y^4} = 3|x|y^2\sqrt{2}$

نحو ثلاثة ١٨ واحد بيرا جذر و ٢ واحد

* الاس الزوجي لما يطلع برا الجذر الزوجي (اس فردي) لازم احط عليه مطلقة

$\sqrt[2]{x^6y^8} = |x^3|y^4$

② $\sqrt[3]{27x^3y^6} = 3xy^2$ ما حط مطلقة ليش؟ جذر فردي

③ $\sqrt[4]{16x^4y^5z^7} = 2|x||y|\sqrt[4]{y}\, z\sqrt[4]{z^3}$ لان ما تقبل

$= 2|xyz|\sqrt[4]{yz^3}$

$\sqrt[4]{y^5}$ نأخذ واحد وبقي ١ $y\sqrt[4]{y}$

$\sqrt{-1}=i$

العدد التخيلي

i^n

$i^n=1$ اذا كانت n عدد زوجي يقبل القسمة على 4

$i^{24}=1$

$i^n=-1$ اذا كانت n عدد زوجي لا يقبل القسمة على 4

$i^{22}=-1$

i^n

$i^n=i$ اذا كان n عدد فردي وعند طرح ١ يقبل القسمة على 4

$i^{25}=i$

$i^n=-i$ اذا كان n عدد فردي وعند طرح ١ ، ٢ يكون الناتج لا يقبل القسمة على 4

$i^{23}=-1$

$23-1=22$

ملحوظة

$\sqrt{-1} = i$ $\quad$ $i^2 = -1$ ★ حفظ

$i^3 = -1$ ← اقرأ السهم فردي i $\quad$ $i^4 = 1$

ضرب الاعداد المركبة: اضرب العدد في العدد و i في i

$-3i \cdot 5i = -15 i^2 \rightarrow -1$

$= 15$

مثال $i^{20} + i^{21} + i^{22} + i^{23} = 0$

اذا كانت 4 اسس متتالية دايم نتيجة صفر

العدد المركب $a + bi$ ← جزء حقيقي ، جزء تخيلي

← عند تساوي عددين مركبين فان الاجزاء الحقيقية متساوية و الاجزاء التخيلية متساوية

العمليات على الاعداد المركبة

← عند جمع و طرح أعداد مركبة نجمع الحقيقي مع الحقيقي والتخيلي مع التخيلي

← عند ضرب أعداد مركبة نستخدم طريقة التوزيع (اذا وجد عدد ومرافقه اضرب الاول في الاول و الاخير في الاخير بينهم طرح)

← عند وجود عدد مركب في المقام نضرب في المرافق.

← المرافق اتغير الاشارة إلى بينهم

←

المعادلة التربيعية $ax^2 + bx + c = 0$ اركز يعني ما يكون مربعه

المميز $b^2 - 4ac$ يستخدم لتحديد نوع جذري المعادلة لتحديد نوع الجذرين نحسب قيمة المميز

← اذا كان المميز = عدد موجب مربع فان الجذران حقيقيان نسبيان.

← اذا كان المميز = عدد موجب غير مربع فان الجذران حقيقيان غير نسبيان.

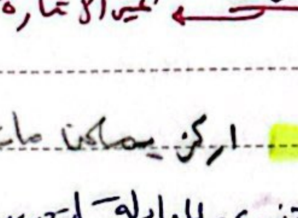
← اذا كان المميز = صفر فان الجذران حقيقيان متساويان. (جذر حقيقي مكرر)

← مربع كامل

← اذا كان المميز = عدد سالب فان الجذران تخيليان.

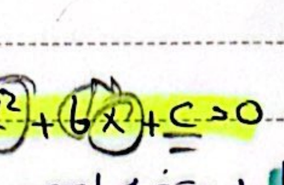
أنواع الجذور من الرسم البياني

قاطع محور x في نقطتين



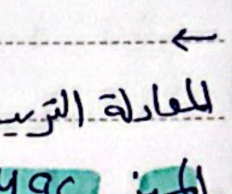
جذران حقيقيان مختلفان

يقطع محور x في نقطة



جذر حقيقي مكرر

لا يقطع ولا يمس محور x



جذور تخيلية مترافقة مركبان

حفظ

ملحوظة $\left[\sqrt{-1} = i \qquad i^2 = -1\right]$ ★

اقدر اقسم فردي $\div i$ $\qquad i^3 = -i \qquad i^4 = 1$

ضرب الاعداد المركبة اضرب العدد في العدد و i في i

$-3i \cdot 5i$

$= -15 i^2 \rightarrow -1$

$= 15$

قيمة $i^{20} + i^{21} + i^{22} + i^{23} = 0$

اذا كانت (4) اسس متتاليه دايم نتيجه صفر

العدد المركب $a + bi$

a ← جزء حقيقي

bi ← جزء تخيلي

← عند تساوي عددين مركبين فان الاجزاء الحقيقيه متساويه و الاجزاء التخيليه متساويه

العمليات على الاعداد المركبة

← عند جمع و طرح أعداد مركبة نجمع الحقيقي مع الحقيقي والتخيلي مع التخيلي

← عند ضرب أعداد مركبة نستخدم طريقة التوزيع (إذا وجد عدد ومرافقه اضرب الاول مع الاول ← و الاخير مع الاخير بينهم طرح)

← عند وجود عدد مركب في المقام نضرب في المرافق. ← نغير الاشارة إلى بينهم

←

المعادلة التربيعية $ax^2 + bx + c = 0$ اركز يساوي صفر ما يكون مربعه

المميز $b^2 - 4ac$ يستخدم لتحديد نوع جذري المعادلة لتحديد نوع الجذرين نحسب قيمة المميز

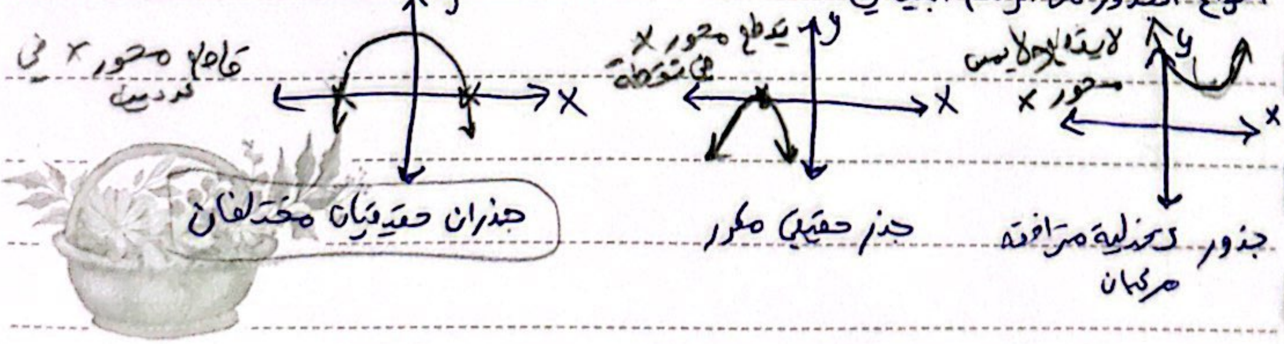
← اذا كان المميز = عدد موجب مربع فان الجذران حقيقيان نسبيان.

← إذا كان المميز = عدد موجب غير مربع فان الجذران حقيقيان غير نسبيان.

← اذا كان المميز = صفر فان الجذران حقيقيان متساويان. (جذر حقيقي مكرر) مربع كامل

← اذا كان المميز = عدد سالب فان الجذران تخيليان.

أنواع الجذور من الرسم البياني



اي معادلة من درجة $ax^2+bx+c=0$

مجموع الجذرين $= \frac{-b}{a}$ ، حاصل ضرب الجذرين $= \frac{c}{a}$

المعادلة $x^2-6x=-10$ لها حلان هما

$x^2-6x+10=0$

أ) $3\pm i$

ب) $\pm i$

ج) ± 2

د) ± 3

مجموع جذرين $\frac{-(-6)}{1} = 6$

حاصل ضرب جذرين $\frac{10}{1} = 10$

اجمع $= 3+3 = 6$

$(3+i)(3-i) = 9 - i^2 \; (-1) \; 9+1=10$

نظرية الباقي

اذا قسمت كثيرة الحدود $f(x)$ على $x-r$ فإن باقي القسمة هو $f(r)$

إذا كانت $f(x)=x^3+x^2-3$ فإن باقي قسمة $f(x)$ على $x-1$ هو

عكس اشارة وعوض

أ) -1 ب) 4 ج) 1 د) 0

$f(1)=1+1-3$

باقي $= 2-3 = -1$

عوامل كثيرة الحدود

- يكون $x-r$ عامل من عوامل كثيرة الحدود $f(x)$ إذا كان الباقي = صفر اي

ان إذا كان $f(r)=0$ إذا جبنا الباقي وطلع $0=$ يبقى عامل

- إذا كان $x-r$ عامل من عوامل كثيرة الحدود فإن $x=r$ هو احد حلول كثيرة الحدود

$x^2-5x+6=0$

$(x-2)(x-3)=0$ ← عامل من عوامل $f(x)$

$\frac{x^2-5x+6}{x-2}$ = العامل $x-3$ = يعطي العامل الآخر

$x=2$ $\quad x=3$ حل من حلول كثيرة الحدود

$x-2$ عامل ـــــــ $f(x)$

$x=2$ حل من حلول ـــــــ $f(x)$

اعكس اشارتها

الأصفار الحقيقية للدالة

← عدد الأصفار الحقيقية للدالة هو عدد نقاط تقاطع المنحنى مع محور x

القسمة على وحيدة الحد

نقسم كل ~~حد~~ حد من كثيرة الحدود على المقام .

القسمة على كثيرة الحدود لايجاد قسمة كثيرة حدود ÷ كثيرة حدود نستخدم طريقة القسمة التركيبية

عكس اشارته

① ما ناتج $(x^3+3x^2-x-3) \div \boxed{(x+1)}$

أ) $\boxed{x^2+2x-3}$
ب) $2x^2+1$
ج) x^2-2x+1
د) x^3-2x^2+x

اكبر معامل
انتبه لا تنسى الاصفار

-1	1	$+3$	-1	-3
	↓	-1	-2	3
	1	2	-3	0

باقي
نبدأ
التقسيم

x^2+2x-3

② ما ناتج $(x^3-4x^2+3x+30)(x+2)^{-1}$

قسمة

أ) $x^2-6x+15$
ب) x^2+x-1
ج) x^2-2x+1
د) $2x^2+5x+15$

-2	1	-4	3	30
	↓	-2	12	-30
	1	-6	15	0

$x^2-6x+15$

③ ما ناتج المقدار $(x^2-6x-20)(x-1)^{-1}$

أ) $x+2$
ب) $x-5+\frac{-25}{x-1}$
ج) $x+5+\frac{4}{x-1}$
د) $x+20$

1	1	-6	-20
	↓	1	-5
	1	-5	-25

باقي

$x-5+\frac{-25}{x-1}$

* لو فيه باقي   ناتج + $\frac{\text{الباقي}}{\text{المقسوم عليه}}$

تحصيل دالتين   إذا كان $f(x)$, $g(x)$ دالتين فإن تحصيل دالتين هو $(f\circ g)(x) = f(g(x))$ ونحصل عليها عن طريق التعويض بالدالة $g(x)$ داخل الدالة $f(x)$

ممكن يطلب $(g\circ f)(x) = g(f(x))$

اشوف الثاني احط خط ~~المطلوب~~ اروح عنده ما واحط صندوق والطلع سهم واحط عند x الثانية

مثال: إذا كانت $g(x)=\boxed{2x+1}$, $f(x)=5x^2$ اوجد $(f\circ g)(x)$

$= 5(2x+1)^2$

فك قوس تربيع

مربع الاول + مربع الثاني + 2 بالاول بالثاني

$= 5(4x^2+1+4x)$
$= 20x^2+5+20x$
$= 20x^2+20x+5$

العمليات على الدوال

عند جمع (طرح) دالتين نجمع (نطرح) الحدود المتشابهة

عند ضرب دالتين نجمع الأسس للحدود المتشابهة

عند قسمة دالتين نطرح الاس للحدود المتشابهة

الطردي والعكسي — حل مسائل زي قدرات

← التغير الطردي (مهم) ✗

اذا كانت y تتغير طرديًا مع x فإن $y = kx$ و k عدد ثابت القانون $\frac{y_1}{y_2} = \frac{x_1}{x_2}$

مثال: $\frac{y}{x} = 2$ او $y = 2x$ $\quad y = \frac{1}{2}x$ كلها علاقات طردية بين x, y

← التغير العكسي — افقي

اذا كانت y تتغير عكسيًا مع x فإن $y = \frac{k}{x}$ و k عدد ثابت القانون $\frac{y_1}{y_2} = \frac{x_2}{x_1}$

مثال: $y = \frac{2}{x}$ او $xy = 2$

المشترك والمركب — $\frac{y}{xz} = 3$ طردي

← التغير المشترك

اذا كانت y تتغير طرديًا مع x, z فإن $y = kxz$ ، k عدد ثابت القانون $\frac{y_1}{y_2} = \frac{x_1 z_1}{x_2 z_2}$

← التغير المركب

اذا كانت y تتغير طرديًا مع x وعكسيًا مع z فإن $y = \frac{kx}{z}$ ، k عدد ثابت قانون $\frac{y_1}{y_2} = \frac{x_1 z_2}{x_2 z_1}$

$yz = kx$

احط متغير — يتغير مع

الأسس

← اذا كان الأساس = الأساس فإن الاس = الاس

← اذا كان $b^x > b^y$ فإن $x > y$ بشرط b أكبر من 1

← اذا كان $b^x > b^y$ فإن $x < y$ بشرط b أصغر من 1 — اعكس الاشارة

اللوغاريتمات

← تحويل من صورة أسية إلى صورة لوغاريتمية $\quad b^y = x \rightarrow \log_b x = y$

← تحويل من صورة لوغاريتمية الى صورة اسية $\quad \log_b x = y \rightarrow b^y = x$

$\log$ الأساس = الناتج ^ الاس

Ahad Otaif

← خصائص اللوغاريتمات

① $\log_b 1 = 0$ ② $\log_b b = 1$ ③ $\log_b b^x = x$

④ $\log_b x^y = y \log_b x$ ⑤ $\log 10 = 1$ عند عدم وجود اساس نعتبره 10

⑥ $\log_b a = \dfrac{\log a}{\log b}$

$\log_5 x + 1$ متغير x فقط

انتبه $\log_5 (x+1)$ و اس كله

$\log_{10} 100 = 2$

$\log_{10} 1000 = 3$

$\log .1 = -1$ $\log .01 = -2$ $\log .001 = -3$

جمع وطرح اللوغاريتمات

① $\log_b x + \log_b y = \log_b xy$ 2 لوغ جمع = لوغ واحد ضرب

② $\log_b x - \log_b y = \log_b \dfrac{x}{y}$ 2 لوغ طرح = لوغ واحد قسمة

③ $+\log_b x + \log_b y - \log_b z = \log_b \dfrac{xy}{z}$ موجب بسط / سالب مقام

حل المعادلة اللوغاريتمية

← إذا كانت المعادلة تحتوي على اللوغاريتم في الطرفين

نحذف اللوغاريتم من الطرفين ونحل المعادلة الناتجة

← إذا كانت المعادلة تحتوي على اللوغاريتم في طرف واحد

log لا يقبل

نحول المعادلة للصورة الاسية ونحلها

حل المتباينة اللوغاريتمية

← إذا كانت المتباينة تحتوي على اللوغاريتم في الطرفين

حذف اللوغاريتم من الطرفين وحل المتباينة الناتجة

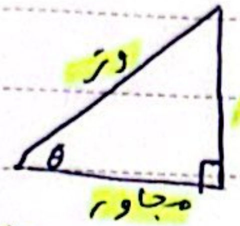
إذا كانت المتباينة تحتوي على اللوغاريتم في طرف واحد

التحويل للصورة الاسية وحل المعادلة

ملحوظة: مجال log ان نضع ما داخل log اكبر من الصفر

△△△ حساب المثلثات

الدوال المثلثية للمثلث القائم



مقلوبها

دايم يكون مقابل (المقابل) ← $\sin\theta = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}}$ ⟶ $\csc\theta$

$\cos\theta = \frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}}$ ⟶ $\sec\theta$

$\tan\theta = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}}$ ⟶ $\cot\theta$

* اي عدد اضربه في مقلوبه = 1

$\sin \cdot \frac{1}{\csc} = 1$

$\tan \times \frac{1}{\cot} = 1$

$\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$ $\quad$ $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$ *

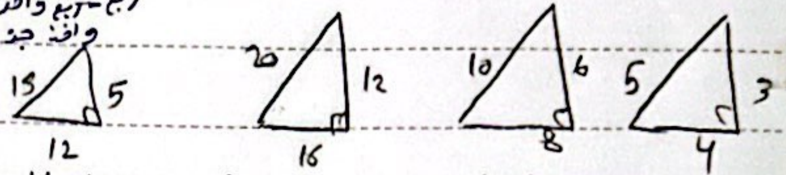
ملحوظة: في اي مثلث قائم إذا نعلم طول ضلعين فيجب تعيين الضلع الثالث باستخدام

نظرية فيثاغورس $\quad$ الاضلاع = $\sqrt{\text{ربع} - \text{ربع}}$ $\quad$ وتر = $\sqrt{\text{ربع} + \text{ربع}}$

ابربع واجمع واخذ جذر

ربع وربع واطرح واخذ جذر

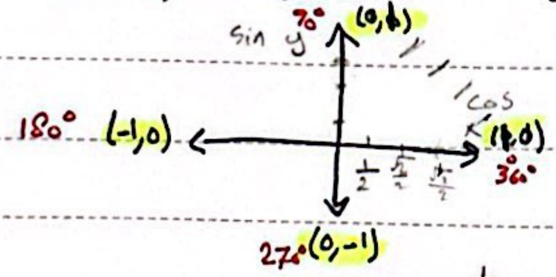
= مجاور →



انتبه لو فيه جذر في مقام لازم انطقه

الدوال المثلثية للزوايا 30°, 45°, 60°

$(\cos\theta, \sin\theta)$ دائرة الوحدة



$30° = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$

$45° = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$60° = \left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ $\tan\theta$

$\tan 30 = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$\tan 60 = \frac{\sqrt{3}}{1}$ $\quad$ $\tan 45 = \frac{\sqrt{2}/2}{\sqrt{2}/2} = 1$

ركز ركز لابد من حفظ الدوال المثلثية بطريقة عكسية

$\cos\theta = \frac{1}{2}$ $\quad \theta = 60°$

$\tan\theta = 1$ $\quad \theta = 45°$

ملحوظة $\cos\theta \times \sec\theta = 1$

$\tan\theta \times \cot\theta = 1$

$\sin\theta \times \csc\theta = 1$

للتحويل بين الستيني والدائري

من ستيني للدائري $\frac{\pi}{180} \times$

من دائري الى ستيني $\frac{180}{\pi} \times$

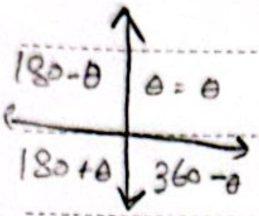
$2\pi \to 360°$

$\pi \to 180°$

$\frac{\pi}{2} \to 90°$

$3\frac{\pi}{2} \to 270°$

الزوايا المرجعية



← هي الزاويه الحادة التي تزيد او تنقص عن 180° او 360°

← الزاويه المرجعيه لزاويه حادة هي نفسها

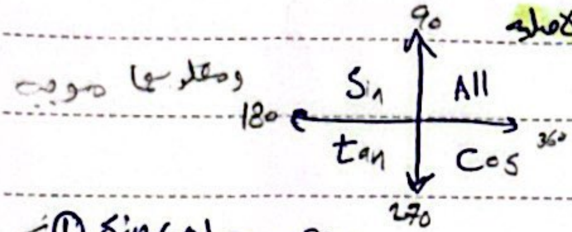
← اذا كانت الزاوية سالبه فنضيف عليها 360°

← وتستخدم الزوايا المرجعيه لحساب مجموع من الزوايا بدون الالة وهي 330, 315, 300, 240, 225, 210, 150, 135, 120

صنف

يقل عن 180 اشوف كم ناقصهم	150 → 30 135 → 45 120 → 60
تزيد عن 180 اشوف كم تزيد	240 → 60 225 → 45 210 → 30
تقرب لـ 360	330 → 30 315 → 45 300 → 60

اشارة الدالة المثلثية (اشوف اشارة θ الاصلية مو المرجعيه)



← في الربع الاول جميع الدوال المثلثيه موجبه

← في الربع الثاني Sin ومقلوبها فقط موجبه

← في الربع الثالث tan ومقلوبها فقط موجبه

← في الربع الرابع Cos ومقلوبها فقط موجبه

زاويه سالبه

1. $\sin(-\theta) = -\sin\theta$
2. $\cos(-\theta) = \cos\theta$
3. $\tan(-\theta) = -\tan\theta$

ملحوظة اي زاويه سالبه يتم تحويلها الى زاويه موجبه عن طريق اضافه 360° او 720° او عدد دورات.

لعبة الـ 360 , 180

لو دخلت Sin 360 / 180 ← تطلع Sin

360° و 180° زاوية تثبت الدالة المثلثيه مع مراعاة اشارة الربع الواقع فيها الزاويه الاصلية

التوضيح في المثال التالي

ماقيمة $\sin(180-\theta)$ الاشارة

180 +   الاشارة + $\sin\theta$

1) $\sin\theta$ ب) $\cos\theta$ ج) $-\cos\theta$ د) $-\sin\theta$

لعبة الـ 270 , 90

270 و 90 زاويه تغير الدالة المثلثيه بمعنى $\sin\theta \leftrightarrow \cos\theta$ مع مراعاة اشارة الربع الواقع فيها الزاويه الاصلية

$\tan\theta \leftrightarrow \cot\theta$

$\sec\theta \leftrightarrow \csc\theta$

ماقيمة $\cos(90+\theta)$ $\sin\theta$ 90 -

1) $\sin\theta$ ب) $-\sin\theta$ ج) ~~$\cos\theta$~~   د) ~~$\cos\theta$~~

لعبة الزوايا المتتامة

اذا كان

$$\begin{aligned} \sin x &= \cos y \\ \sec x &= \csc y \\ \tan x &= \cot y \end{aligned} \longrightarrow \boxed{x + y = 90}$$

الدوال المثلثية لمجموع زاويتين والفرق بينهما.

Sin cos cos sin

نفك بنفس الاشارة بين الزاويتان $\sin(A \pm B) = \sin A \cos B \pm \cos A \sin B$

نفك بعكس الاشارة بين الزاويتان $\cos(A \pm B) = \cos A \cos B \mp \sin A \sin B$

cos cos sin sin

في البسط بنفس الاشارة وفي المقام عكس الاشارة $\tan(A \pm B) = \dfrac{\tan A \pm \tan B}{1 \mp \tan A \tan B}$

يمكن استخدام هذه القوانين في ايجاد قيمه بعض الزوايا بدون الآلة الحاسبه مثل الزوايا كـ 75 ، 105 .

105 → 60 + 45 75 → 45 + 30 15 → 30 − 45

الدوال المثلثية لضعف الزاوية

$$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$$

$$\cos 2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta$$
$$= 2\cos^2\theta - 1$$
$$= 1 - 2\sin^2\theta$$

$$\tan 2\theta = \frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}$$

طريقة الحدود بالتعويض

الدوال المثلثية لنصف الزاوية

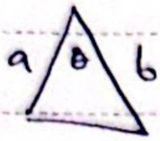
$$\sin\frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{2}}$$

$$\cos\frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos\theta}{2}}$$

$$\tan\frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}}$$

ملحوظة: اذا عُلمت دالة مثلثيه واحدة فانه يمكن ايجاد باقي الدوال المثلثية عن طريق عمل مثلث فيثاغورثي وإكمال باقي اضلاعه مع مراعاة الربع الواقعه فيه الزاوية.

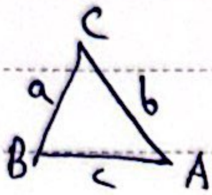
مساحة المثلث



يمكن ايجاد مساحة مثلث اذا علم ضلعين والزاوية المحصورة

المساحة = $\frac{1}{2}$ حاصل ضرب اي ضلعين × sin الزاوية

قانون الجيب

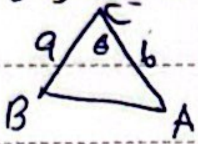


يستخدم قانون الجيب لايجاد طول ضلع او زاوية في مثلث بشرط وجود ضلع وزاوية معلومة

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

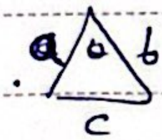
قانون جيب التمام

يستخدم قانون جيب التمام لايجاد طول ضلع بشرط وجود ضلعين والزاوية المحصورة



$$AB = \sqrt{a^2 + b^2 - 2 \times a \times b \cos\theta}$$

ويستخدم لايجاد زاوية بشرط وجود الاضلاع الثلاثة



$$\cos\theta = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

معكوس الدالة المثلثية

$\arcsin\theta = \sin^{-1}\theta$ ←

$\arccos\theta = \cos^{-1}\theta$ ←

$\arctan\theta = \tan^{-1}\theta$ ←

$\cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = \theta$

$\cos\theta = \frac{1}{2}$

60

المتطابقات المثلثية الاساسية

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1 \quad 1 - \cos^2\theta = \sin^2\theta, \quad 1 - \sin^2\theta = \cos^2\theta$$

$$1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta \rightarrow \sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$$

$$1 + \cot^2\theta = \csc^2\theta \rightarrow \csc^2\theta - \cot^2\theta = 1$$

نستخدم المتطابقات المثلثية لتبسيط العبارات المثلثية.

خطوات تبسيط العبارات المثلثية (1) محاولة جعل الدوال المثلثية sin , cos

(2) نستخدم احد قوانين المتطابقات السابقة

(3) نذكر في التحليل - عامل مشترك - توحيد المقامات.

* اي معادلة مثلثية درجه اولى لها حلان
* اما لو خرجنا عن $360°$ عدد لانهائي من الحلول .

حل المعادلة المثلثية

هو إيجاد كل قيم θ التي تحقق المعادلة عن طريق تحويل جميع الدوال المثلثية إلى دالة واحدة كما يتضح من الامثلة التالية

الدورة والسعة للدوال المثلثية

* الدالة في صورة $y = a \sin bx$

السعة a طول الدورة $\frac{360}{|b|}$

* الدالة في صورة $y = a \cos bx$

السعة a طول الدورة $\frac{360}{|b|}$

* الدالة في صورة $y = a \tan bx$

السعة لا توجد طول الدورة $\frac{180}{|b|}$

الاحصاء والاحتمالات

التجربة العشوائية: هي تجربة يمكن اجرائها ومعرفة جميع نواتجها قبل الاجراء
لان لانستطيع تحديد اي منها يحدث.

مثال: القاء العملة المعدنية مرة واحدة تكون النواتج معروفة قبل الالقاء وهي
اما ظهور الصورة او ظهور الوجه الذي يحمل الكتابة.

فضاء العينة هو مجموعة جميع نواتج التجربة.

مثال عند القاء مكعب الارقام مرة واحدة تكون نواتج هي 1,2,3,4,5,6

الاحتمال

عدد فضاء العينة هو حاصل ضرب نواتج كل مرحلة من التجربة.

عدد نواتج ×

الحدث: مجموعة جزئية من فضاء العينة

$$\text{الاحتمال} = \frac{\text{عدد نواتج الحدث}}{\text{عدد النواتج كلها}}$$

الاحداث المستقلة

و

تكون الاحداث A و B مستقلة اذا كان وقوع احدهما لا يؤثر على الاخر

يكون احتمال وقوع الحدث A و B $P(A \text{ و } B) = P(A) \cdot P(B)$

الاحداث الغير مستقلة (تمارين بدون ارجاع)

تكون الاحداث A, B غير مستقلة اذا كان وقوع أحدهما يؤثر في وقوع الاخر

(مسائل بدون ارجاع) الاحتمال = (الاحتمال الاول) × (احتمال الثاني بعد استبعاد الاول)

15 ، 14 وانه تلو الاخر بدون الارجاع
مجموع

9

$\frac{1}{15}$

الاحداث المتنافية

احتمال عدم وقوع العادثة = 1 - احتمال وقوع الحادثة — مجموعهم 1

الاحداث المتنافيه والغير متنافيه: (أو)
متباينة

يقال ان A,B احداث غير متنافيه اذا كان يوجد بينهما عناصر مشتركة ويتم حساب

الاحتمال لهما من قانون $P(A \text{ او } B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

يقال ان A,B احداث متنافيه اذا كان لا يوجد بينهما عناصر مشتركة ويتم حساب

الاحتمال لهما من القانون $P(A \text{ او } B) = P(A) + P(B)$

← الاعداد الاولية: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31

← إذا كان بيرط عطاك

الاحتمال الشرطي (اختزال الفضاء) وفيه يتم وضع شرط لاختزال الفضاء إلى فضاء أصغر ويتم حساب الاحتمال عليه فقط.

احتمال A بشرط B

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

الثاني → $P(B)$

* استخدم القانون إذا عطاني فيهم بس أعوض فيه

الطريقة 2 / إشارة ♡

← بسط إذا عُلم مقام

بسط علمًا بأنه مقام

★ دائمًا نبدأ بالمقام.

← جداول توافقية

	مشارك	غير مشارك
أول ثانوي	30	10
ثاني ثانوي	50	20

مثال

بسط

* ما احتمال اختيار طالب مشارك علمًا بأنه بالصف الثاني؟

مقام

$$P = \frac{50}{50+20} = \frac{50}{70} = \frac{5}{7}$$

ملحوظة :

$$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$$

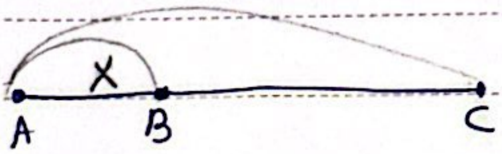
أو

← حماد يقول إذا كان $\boxed{\text{مقام}}$ فضاء عينه

الاحتمال الهندسي

احتمال أن تقع النقطة x على AB هو

$$\frac{\text{طول } AB}{\text{طول } AC}$$



احتمال أن تقع النقطة x في المنطقة A هو

$$\frac{\text{مساحة المنطقة } A}{\text{مساحة المنطقة } B}$$

* مساحة دائرة محيط دائرة

مساحة مستطيل ل × ع مساحة متوازي الأضلاع ق × ع

مساحة شبه المنحرف $\frac{1}{2}$ (مجموع القاعدتين المتوازيتين) × الارتفاع

المضروب واستخدامه في حساب الاحتمال

صفر ! = 1

• طريقة حساب المضروب بدون الآلة !

3 مضروب $3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$

• يستخدم المضروب في حالة تبديل عدد عناصر

4 مضروب $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

5 مضروب $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

مع تقسيمه ← (عدد طرق)

6 مضروب $6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$

عدد كلي : مضروب

← الحدث :

امثلة اسئلة ص 65 ٤٥-٤٦-٤٧ ص

المضروب مع الحلقة الدائرية التباديل الدائرية

عند ترتيب عدد من العناصر عددها n في صورة دائرة فان عدد الترتيبات

هو $(n-1)!$ ←

ملحوظة هامة عند ترتيب العناصر بشكل دائري وكان احد العناصر ثابت عند نقطة

مرجعية فتتحول الى تباديل خطية عادية $n!$

* انتبه فيه مرا ديتول واحد

مرا احتمال $\frac{\text{حدث}}{\text{الكل}}$ انتبه **

احتمال ← حدث

هنا العدد الكلي مضروب

الاحتمال = $\frac{\text{حدث}}{\text{الكلي}}$

المضروب مع التكرار التباديل التكرارية ← تكوين الكلمات من الحروف / تكوين العدد من الارقام

عند تباديل عدد من العناصر عددها n ضمها تكرارات r_1 من المرات , r_2 من المرات

فيكون عدد النواتج (كلي) هو $\frac{n! \text{ عدد كلي}}{r_1! \cdot r_2! \cdots \text{ تكرار}}$ الاحتمال $\frac{\text{حدث}}{\text{كلي}}$

التوافيق واستخدمها في الاحتمال C اختيار عدد من كل

طريقه حساب التوافيق بدون الحاسبة توافيق ___

$7C_3 = \frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1} = 35$ 7 توافيق 3

$6C_2 = \frac{6 \times 5}{2} = 15$ 6 توافيق 2

تستخدم التوافيق عند اختيار مجموعة صغيرة من مجموعة كبيرة بشرط ان ترتيب العناصر فيما بينها غير هام , اي أن اختيار احد العناصر اولا لا يفرق اذا تم اختياره ثانيا او ثالثا او ___

شركة لديها 5 موظفين تريد اختيار 2 منهم للذهاب الى العمرة توافيق ترتيب غير هام

$5C_2 = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$

التباديل واستخدمها في الاحتمال

طريقه حساب التباديل بدون اله حاسبة ضرب

5 تباديل 2 $\quad 5P_2 = 5\times4 = 20$

8 تباديل 4 $\quad 8P_4 = 5\times4\times3\times2 = 360$

تستخدم التباديل عند اختيار مجموعة صغيره من مجموعة كبيرة بشرط ان ترتيب العناصر فيما بينها هام اي أن اختيار احد العناصر اولا يختلف عن اختياره ثانيا يختلف عن اختيارة ثالثا ـــــ تباديل

شركة لديها 5 موظفين نريد اختيار 2 منهم الاول مدير والثاني نائب تباديل

* انتبه مو دايم يطلع حرف واحد

الدراسة المسحية والتجريبية والملاحظة

- دراسة مسحية جمع البيانات عن طريق الاستبانة (استطلاع راي)
- دراسة بالملاحظة هو تسجيل الملاحظات دون التأثير على العينة (أثر)
- دراسة التجريبية هو تسجيل الملاحظات ولكن بعد اجراء اي تعديل على العينة (افعال امر)

- هامش الخطأ لمجموعة n ما مجتمع هو $\pm\frac{1}{\sqrt{n}}$ عينه انقسمت نفسين

* اذا كان فيه نسبة مئوية في سؤال احوله لفترة

$(\square + \bigcirc,\ \square - \bigcirc)$ احول هامش الخطأ الى نسبه بضربه في 100

نسبة السؤال

* النسبه المئويه $\frac{جزء}{كل}\times100$

مقاييس النزعة المركزية.

هي مقاييس توضح نقطة تتمركز وتتجمع عندها البيانات

الوسط الحسابي يستخدم في حالة عدم وجود قيمة متطرفه (قيمه شاذة). لا توجد

الوسيط يستخدم في حالة وجود قيمة متطرفة (قيمة شاذة) ولا يوجد فراغات كبيرة في منتصف البيانات.

المنوال يستخدم في حالة تكرار البيانات بكثرة

الوسط الحسابي = $\frac{\text{مجموع البيانات}}{\text{عدد البيانات}}$ الوسيط (العدد الي بالنص) بعد ترتيب لو عددين $\frac{\quad}{2}$

المنوال التكرار

مقاييس التشتت

هي مقاييس تصف مدى تباعد البيانات او تقاربها عن الوسط الحسابي و

أهمها التباين و الانحراف المعياري σ

الانحراف المعياري σ بدل القانون الي يخوف

① اجيب الوسط الحسابي $\mu = \frac{\text{مجموعهم}}{\text{عددهم}}$

② اسوي جدول

اطرحهم من متوسط

x	$x-\mu$	$(x-\mu)^2$

+

③ اجمع الارقام اخر خانه

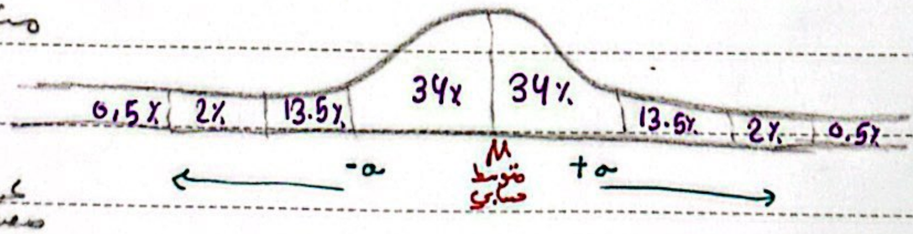
④ $\sigma = \sqrt{\frac{\text{مجموع البيانات}}{\text{عددهم}}}$

ملحوظة   يزيد الانحراف المعياري كلما زاد التباعد بين البيانات أو كلما زاد المدى.

التوزيع الطبيعي

منحنى التوزيع الطبيعي يشبه الجرس   والمساحة تحت المنحنى = 1

المساحة ناحية اليمين 0,5 والمساحة ناحية اليسار 0,5   لازم يقول بالسؤال منحنى توزيع طبيعي

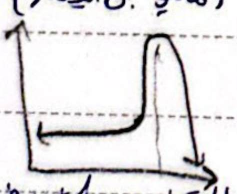


لو طالب عدد

$\frac{\text{نسبه طالبها}}{100} \times$ عدد مصابيح

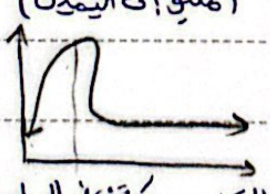
التوزيع الملتوي

التواء سالب (ملتوي إلى اليسار)



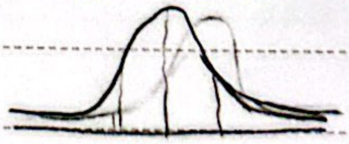
التوزيع متمركز في اليمين و الذيل إلى اليسار

التواء موجب (ملتوي إلى اليمين)



التوزيع متكثف في اليسار والذيل إلى اليمين

توزيع طبيعي



شكل جرس ومتماثل

التوزيع ذات الحدين

تجربة ذات الحدين هي تجربة يكون الحدث له احتمال نجاح و احتمال فشل $p+q=1$ (100%)

اذا كانت p تعبر عن احتمال نجاح الحدث و q تعبر عن احتمال فشل نفس الحدث

فإنه عند اجراء عدد n من المحاولات المستقلة لهذه التجربة يكون

① المتوسط الحسابي هو $\mu = np$

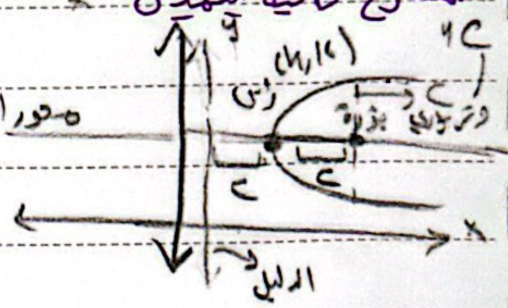
② التباين هو $\sigma^2 = npq$

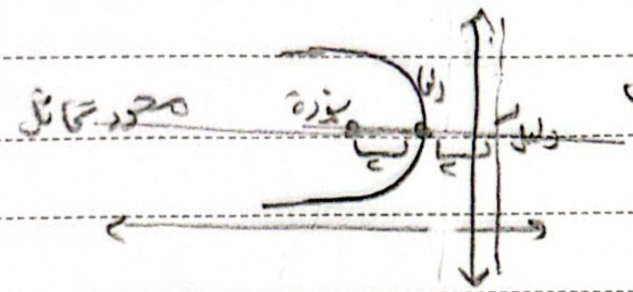
③ الانحراف المعياري هو $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

القطوع المخروطية   لعبه عماد ♡

① القطع المكافئ

المفتوح ناحيه اليمين   المفتوح ناحيه اليسار

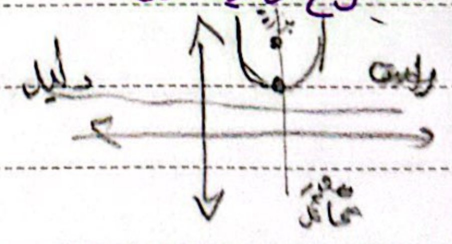


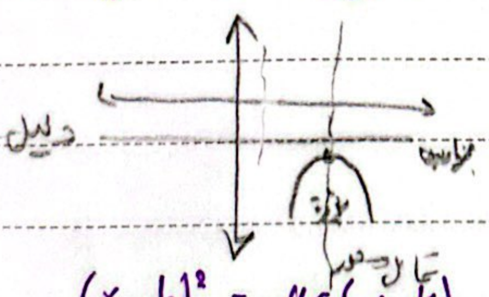


$(y-k)^2 = +4c(x-h)$ يمين

$(y-k)^2 = -4c(x-h)$ يسار

المفتوح ناحيه اعلى   المفتوح ناحيه اسفل





$(x-h)^2 = +4c(y-k)$ اعلى

$(x-h)^2 = -4c(y-k)$ اسفل

مثال

معادلة ويطلب العناصر

① الرأس (h, k)

② البؤرة نفس الإشارة

③ معادلة محور التماثل الى عليه

④ معادلة الدليل عكس الإشارة

⑤ طول العرض البؤري

$(x-3)^2 = \boxed{+}4(y-2)$

$\boxed{h=3}$ $\boxed{k=2}$

$4c=4$

$\boxed{c=1}$

معادلة محور التماثل $x = 3$

الرأس $\overset{h,\ k}{(3, 2)}$

البؤرة $(2+1, 3) = (3, 3)$

عكس الإشارة وافرح

معادلة الدليل $y = 2-1 = 1$

طول العرض البؤري $4c$ 4

$(y-k)^2 = +4c(x-h)$

عكس الإشارة

لازم اطلع دوني

إيجاد معادلة القطع إذا علم صفاته

لإيجاد معادلة القطع يلزم وجود المركز و قيمة c و اتجاه القطع

دليل | رأس بؤرة

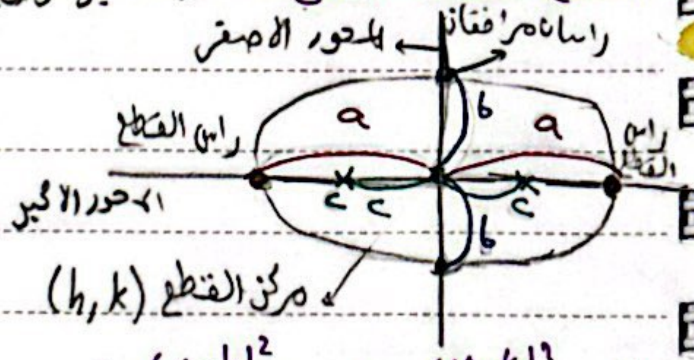
لتحديد اتجاه القطع علينا التحرك من الرأس إلى البؤرة أو من الدليل إلى الرأس

مع ملاحظة التغير الحادث في قيمة x أو y إذا كان التغير الحادث

- في x فإن المعادلة هي $(y-k)^2 = 4c(x-h)$
- في y فإن المعادلة هي $(x-h)^2 = 4c(y-k)$
- مقدار التغير هو قيمة c

② القطع الناقص — الرقم الكبير إذا كان عند x افقي، y رأسي

القطع الناقص الافقي محوره الاكبر موازي لـ x — القطع الناقص الرأسي



$$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

الكبير a^2

a, c على محور x

b على محور y

$$\frac{(x-h)^2}{b^2} + \frac{(y-k)^2}{a^2} = 1$$

a, c على محور y

b على محور x

* مسافة بين مركز و البؤرة c

$c = \sqrt{a^2 - b^2}$

$c=\sqrt{a^2-b^2}$
$=3$

$$\frac{(x-1)^2}{a^2 \leftarrow 25}+\frac{(y+3)^2}{16}=1$$

اتجاه **افقي** $h=1$

x a, c — $x=1$ ← h — k $y=-3$ — x لانه اكبر بيصير

y b — المحور الأفقي المحور الاصغر (1 , -3) مركز معادلة القطع — $k=-3$

$a^2=25$ لانه اكبر

$a=5$

$b=4$

$c=3$

$2\times a=5$ | $2\times c=3$ | $2\times b=4$

الرأسان $\langle$ $+(6,-3)$, $-(-4,-3)$ | البؤرتان $+(4,-3)$, $-(-3,-3)$ | $+(1,-1)$, $(1,-7)$ الرأسان المرافقان

10 طول المحور الاكبر | 8 طول الاتر البؤري | 6 طول المحور الاصغر

ايجاد معادلة القطع الناقص اذا علم صفاته

لتكوين المعادلة يجب تعيين كلامن h, k, a, b و اتجاه القطع

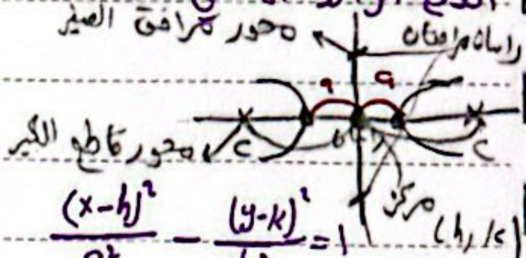
ملاحظة تساعدك في الحل

- اتجاه القطع يتم تحديده عن طريق التغير في الاحداثيات للرأسين او البؤرتين
- المسافة بين الرأسين تحدد $2a$
- المسافة بين البؤرتين تحدد $2c$
- المسافة بين الرأسين المرافقين تحدد $2b$
- المركز (h,k) يتم تحديده من الرأسين او البؤرتين اوالرأسين المرافقين من

قانون نقطة المنتصف $\left(\frac{x \text{ مج}}{2}, \frac{y \text{ مج}}{2}\right)$ $a^2=b^2+c^2$

③ القطع الزائد

القطع الزائد الافقي x قبل اشارة سالب | القطع الزائد الرأسي y قبل اشارة سالب



$$\frac{(x-h)^2}{a^2}-\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$$

$$\frac{(y-k)^2}{a^2}-\frac{(x-h)^2}{b^2}=1$$

c, a على محور x

b على محور y

a, b اماكنهم ثابته لا تتغير

عين خصائص القطع

$$\frac{x^2}{16} - \frac{(y-1)^2}{9} = 1$$

معادلة محور مرافق $x = 0$

$h = 0$
$k = 1$
$a = 4$
$b = 3$
$c = 5$

$(0 , 1)$

معادلة محور قاطع $y = 1$ بيه

$a = 4$	$c = 5$	$b = 3$
رأسان $(4, 1)$ $(-4, 1)$	بؤرتان $(5, 1)$ $(-5, 1)$	ابعاد مرافقان $(0, 4)$ $(0, -2)$
محور قاطع 8	بعد بؤري 10	محور مرافق 6

لاحظ * بعد بين مركز و رأس a   مسافة بين مركز و بؤرة c

إيجاد معادلة القطع الزائد اذا علم صفاته

لتكوين المعادلة يجب تعيين كلاً من h , k , a , b واتجاه القطع

ملاحظات تساعدك في الحل

• اتجاه القطع يتم تحديده عن طريق التغير في الاحداثيات للرأسين او البؤرتين

• المسافة بين الرأسين تحدد 2a

• المسافة بين البؤرتين تحدد 2c

• المسافة بين الرأسين المرافقين تحدد 2b

• المركز (h, k) يتم تحديده من الرأسين او البؤرتين او الرأسين المرافقين من قانون

نقطة المنتصف $\left(\frac{x \text{ جمع}}{2} , \frac{y \text{ جمع}}{2}\right)$ $c^2 = a^2 + b^2$

خط التقارب طريقة عماد اسلوب معادلة بصفر واحط x و y في طارف

ما معادلة خطي التقارب للقطع الزائد

$$\frac{(y-1)^2}{9} - \frac{(x+2)^2}{16} = \text{ واخذ جذر}$$

$$\frac{(y-1)^2}{9} - \frac{(x+2)^2}{16} = 0$$

$$\frac{y-1}{3} = \overset{\text{جذر}}{\pm} \frac{x+2}{4}$$

$\cancel{3x+6}$ $y - 1 = \pm \frac{3}{4}(x+2)$

معامل الاختلاف $e = \frac{c}{a}$

☆ في حالة القطع الناقص تكون e اصغر من 1   ☆ في حالة الدائرة يكون e = صفر

☆ في حالة القطع الزائد تكون e اكبر من 1

الدائرة $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$ مركز نقطة الأصل $(0,0)$

حيث (h,k) مركز الدائرة، r نصف قطر الدائرة

معادلة دائرة نقطة الأصل $x^2+y^2=r^2$

المعادلة العامة للقطوع

$Ax^2+Bxy+Cy^2+Dx+Ey+F=0$ نعوض المميز لتحديد نوع القطع

B^2-4AC:
- $=0$ قطع مكافئ
- موجب قطع زائد
- سالب قطع ناقص
- دائرة $B=0\ ,\ A=C$ و سالب

المتجهات المتوازية والمتعامدة:

$v=\langle 3,4\rangle$

$u=\langle 6,8\rangle$

يقال لمتجهين $\vec{u}=\langle x_1,y_1\rangle$ و $\vec{w}=\langle x_2,y_2\rangle$

- متوازيان في نفس الاتجاه إذا كان $\frac{y_1}{x_1}=\frac{y_2}{x_2}$ بشرط الاحتفاظ بنفس إشارات كلا من x, y (إذا ضرب بعدد موجب)
- متوازيان في عكس الاتجاه إذا كان $\frac{y_1}{x_1}=\frac{y_2}{x_2}$ بشرط ~~الاحتفاظ~~ عكس إشارات كلا من x, y (إذا ضرب بعدد سالب)
- متعامدان إذا كان $\frac{y_1}{x_1}=\frac{y_2}{x_2}=-1$ أي مقلوب ومعكوس إشارته

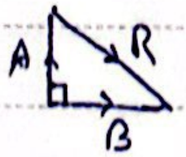
الكميات القياسية والمتجهة

الكمية القياسية هي الكمية التي لها مقدار فقط مثل الزمن والطول والكتلة

الكمية المتجهة هي الكمية التي لها مقدار واتجاه مثل الإزاحة والقوة

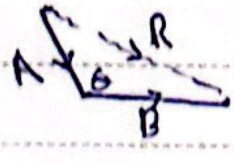
محصلة متجهين

① إذا كان المثلث قائم فإن المحصلة R هي



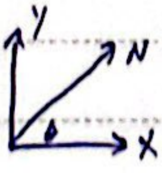
$R=\sqrt{A^2+B^2}$

② إذا كان المثلث غير قائم فإن المحصلة R هي



$R=\sqrt{A^2+B^2-2AB\cos\theta}$

تحليل متجه إلى مركبتين متعامدتين



المركبة الأفقية $x=N\cos\theta$

المركبة الرأسية $y=N\sin\theta$

قوانين المتجهات

1) الصورة الإحداثية للمتجه $\vec{AB}$ الذي نقطة بدايته $A(x_1, y_1)$ ونقطة نهايته $B(x_2, y_2)$ هي $= \langle x_2 - x_1, y_2 - y_1 \rangle$ $B - A$

$|\vec{AB}| = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$

2) طول المتجه $\vec{AB} = \langle x, y \rangle$ هو $|\vec{AB}| = \sqrt{x^2 + y^2}$

3) متجه الوحدة في اتجاه المتجه $\vec{v}$ هو $\frac{\vec{v}}{|\vec{v}|}$ ← طوله

4) عند ضرب عدد في المتجه يضرب العدد في x, y

5) اذا كان $\vec{u} = \langle x_2, y_2 \rangle$ و $\vec{v} = \langle x_1, y_1 \rangle$ فإن

مع الاول مع الاول والثاني مع الثاني

- جمع متجهين $\vec{v} + \vec{u} = \langle x_1 + x_2, y_1 + y_2 \rangle$ اجمع x مع x و y مع y
- طرح متجهين $\vec{v} - \vec{u} = \langle x_1 - x_2, y_1 - y_2 \rangle$
- ضرب متجهين داخلي $\vec{v} \cdot \vec{u} = x_1 x_2 + y_1 y_2$

← ضرب قياسي

ملحوظة: اذا كان ناتج ضرب داخلي للمتجهين = صفر فإن المتجهين متعامدان

الصورة الاحداثية باستخدام طول المتجه

اذا علم طول المتجه $\vec{v}$ والزاوية المحصورة بينه وبين محور x الموجب فإنه يمكن ايجاد الصورة الاحداثية له $\langle |\vec{v}|\cos\theta, |\vec{v}|\sin\theta \rangle$

الزاوية بين متجهين $\vec{u}, \vec{v}$

اذا كان θ زاوية بين متجهين $\vec{u}, \vec{v}$ فإن

$$\cos\theta = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}||\vec{v}|}$$

الزاوية بين المتجه والمحور x

زاوية اتجاه المتجه $\vec{u} = \langle x, y \rangle$ هي الزاوية بين المتجه ومحور x الموجب

$$\theta = \begin{cases} \tan^{-1} \frac{y}{x} \\ \tan^{-1} \frac{y}{x} + 180 \quad \text{اذا كانت x سالبة} \end{cases}$$

المتجهات في الفضاء الثلاثي $\langle x, y, z \rangle$

كل القوانين السابقة تنطبق على المتجهات في الفضاء ثلاثي الابعاد لها الاشكال

Ahad Otaif

$\langle x, y \rangle = i + j$

التوافق الخطي

~~⟨i, j⟩~~ $\langle x, y, z \rangle = i + j + k$

متجهات الوحدة القياسية

في المستوى $i = \langle 1, 0 \rangle$, $j = \langle 0, 1 \rangle$

في الفضاء $i = \langle 1, 0, 0 \rangle$, $j = \langle 0, 1, 0 \rangle$, $k = \langle 0, 0, 1 \rangle$

المسافة و نقطة المنتصف

$\vec{A} = \langle x_1, y_1, z_1 \rangle$ و $\vec{B} = \langle x_2, y_2, z_2 \rangle$

المسافة بين نقطتين

$$|\vec{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

نقطة المنتصف

$$M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}, \frac{z_1 + z_2}{2} \right)$$

الضرب الاتجاهي

إذا كان $\vec{a} = \langle a_1, a_2, a_3 \rangle$ و $\vec{b} = \langle b_1, b_2, b_3 \rangle$ فإن الضرب الاتجاهي

$$\vec{a} \times \vec{b} = \left| \begin{array}{ccc|cc} i & j & k & i & j \\ a_1 & a_2 & a_3 & a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_1 & b_2 \end{array} \right|$$

اضرب الأقطار

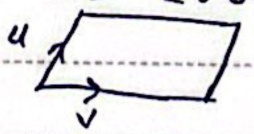
$$= (\quad) - (\quad)$$

ملاحظة: دائما ناتج الضرب الاتجاهي متجه يعامد كل من $\vec{a}$ و $\vec{b}$

مساحة متوازي الأضلاع

مساحة سطح المتوازي الذي فيه u, v ضلعان متجاوران هي

$$\underbrace{|\vec{u} \underset{1}{\times} \vec{v}|}_{2}$$



حجم متوازي السطوح

حجم متوازي السطوح الذي فيه T, U, V ثلاثة أحرف متجاورة تحقق العلاقة

مطلق المحددة $|t \cdot (u \times v)| = \left| \begin{array}{ccc|cc} t_1 & t_2 & t_3 & t_1 & t_2 \\ u_1 & u_2 & u_3 & u_1 & u_2 \\ v_1 & v_2 & v_3 & v_1 & v_2 \end{array} \right|$

اضرب الأقطار

$$= (\quad) - (\quad)$$

النهايات

$x^2 + \cancel{x} + 0$ * تحليل
(حاصل ضرب + حاصل جمع)

نهاية دالة عند نقطة:

- عن طريق الرسم (نسقط خط من c إلى المنحنى)
- جبريًا

جبريًا

عند نقطة $\lim_{x \to c} f(x)$

* بالتعويض المباشر الناتج يكون:

- **عدد حقيقي**
  * نهاية موجودة
  * دالة متصلة
- **$\sqrt{\text{عدد-}}$ أو $\frac{\text{عدد}}{0}$**
  * النهاية غير موجودة
  * دالة غير متصلة (عدم اتصال لانهائي)
- **$\frac{0}{0}$ عدم التعيين**
  - تحليل
  - عامل مشترك
  - ضرب في مرافق
  * عدم اتصال قابل للإزالة

عند المالانهاية $\lim_{x \to \infty} f(x)$

كسرية

نعوض تعويض مباشر في أعلى اس بالبسط وأعلى اس بالمقام يكون الناتج

- درجة البسط > مقام: ∞ (إشارة معامل)
- بسط < مقام: $= 0$
- بسط = مقام: $\frac{\text{معامل الجزء}}{\text{معامل الجزء}}$

كثيرة حدود

$\infty^{\text{عدد موجب أي}} = \infty$ *

$(-\infty)^{\text{عدد موجب زوجي}} = \infty$ *

$(-\infty)^{\text{عدد موجب فردي}} = -\infty$ *

$\text{عدد موجب} \times (\infty) = \infty$ *

$\text{عدد سالب} \times (\infty) = -\infty$ *

نوجد النهاية للحد ذو الأكبر اس فقط

$$= \lim_{x \to -\infty} (-x^2 + 4x + 9)$$

$$= -(-\infty) = -(\infty) = -\infty$$

الدالة متصلة

تكون الدالة $f(x)$ متصلة عند النقطة a إذا كان

① $f(a) \to R$ عدد موجود في

② $\lim_{x \to a} f(x) \to R$ عدد موجود

③ $f(a) = \lim_{x \to a} f(x)$

الدالة غير متصلة

تكون الدالة $f(x)$ غير متصلة عند النقطة a إذا كان تحقق أحد الشروط التالية

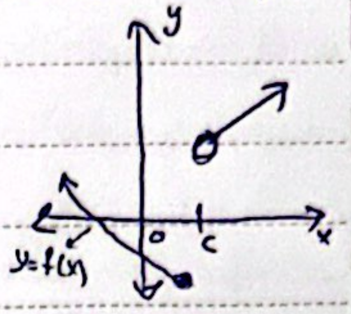
① $f(a) \to R$ عدد غير موجود في

① $\lim_{x \to a} f(x) \to R$ عدد غير موجود في

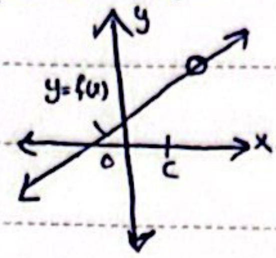
③ $f(a) \neq \lim_{x \to a} f(x)$

أنواع عدم الاتصال (باختصار) (قابل للإزالة)

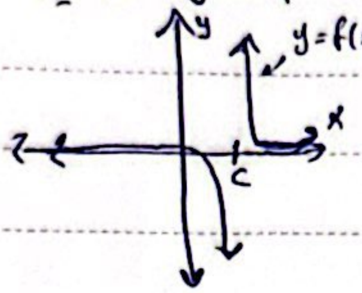
عدم اتصال قفزي



عدم اتصال نقطي



عدم اتصال لانهائي



بالجدول اجيب شروط الاتصال ① $f(a)=$ ② $\lim_{x\to a} f(x)$ اجيبطوه ③ $f(a)=\lim_{x\to a} f(x)$

عدم اتصال قفزي	عدم اتصال نقطي (قابل للإزالة)	عدم اتصال لانهائي
النهاية اليمين $\neq$ النهاية اليسار (موجودة، موجودة)	قيمة الدالة $\neq$ قيمة النهاية (موجودة، موجودة)	احد النهايات = عدد/صفر
① × ③ ✓	① $f(a)$ غير موجود × ② $\lim_{x\to a} f(x)$ موجود	

الاشتقاق

مشتقة دالة f بالنسبة لـ x بأحد الرموز التالية $\frac{df}{dx}$ ، $\frac{dy}{dx}$ ، $f'(x) = y'$

قواعد الاشتقاق

① مشتقة العدد الثابت = صفر $\quad f(x)=2 \xrightarrow{\text{مشتقة اولى}} f'(x)=0$

② مشتقة x^n ← ننزل الاس واطرح منه 1

① $f(x)=\frac{3}{x^2} = 3x^{-2}$

$f'(x) = -2\times 3x^{-2-1}$

$= -6x^{-3}$

التبسيط $\frac{-6}{x^3}$

② $f(x) = -2x^{-5}$

$= -2(-5)x^{-5-1}$

$= +10x^{-6}$

③ $f(x)=3x^4 \quad f'(x)=3\times4x^{4-1}$

④ $f(x)=3x^{\frac{4}{3}}$

$f'(x)= 3\times\frac{4}{3}x^{\frac{4}{3}-1}$

$= 4x^{\frac{1}{3}}$

⑤ $f(x)=\sqrt[3]{x^2}$ داخلي/برا

$= x^{\frac{2}{3}}$

$f'(x) = \frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}} = \frac{2}{3x^{\frac{1}{3}}}$

$= \frac{2}{3\sqrt[3]{x}}$

③ مشتقة المجموع او الطرح

④ مشتقة مجموع او طرح الدوال هو مشتقة كل داله على حدى.

اوجد مشتقة $f(x)= 15x^2 - 5x + 7$

$f'(x) = 30x - 5$

وما موجودة بالكتاب المدرسي جاهز

مشتقة $(\text{قوس})^n$

مشتقة $(\text{قوس})^n$ يساوي نزل الأس واطرح منه $1 \times$ مشتقة ما داخل القوس

مشتقة حاصل ضرب دالتين

مشتقة حاصل ضرب دالتين = مشتقة الاول $\times$ دالة ثانية + مشتقة الثانية في دالة الأولى

مشتقة بسط ÷ مقام

$$\frac{\text{مشتقة البسط} \times \text{المقام} - \text{مشتقة المقام} \times \text{البسط}}{(\text{المقام})^2}$$

مشتقة الجذر التربيعي

مشتقة $\sqrt{\ }$ جذر تربيعي فقط $= \dfrac{\text{مشتقة ما بداخل}\ \sqrt{\ }}{2\sqrt{\cdots}}$

$f(x) = \sqrt{5x+7}$

$$\frac{5x+7}{2\sqrt{5x+7}}$$

المشتقة العليا

المشتقة الثانية وهو إيجاد مشتقة الدالة مرتين متتاليتين.

المشتقة الثالثة وهو إيجاد مشتقة الدالة ثلاث مرات متتالية (وهكذا في حاله طلب اي مشتقة عليا.)

ملحوظه : في حاله إذا كان رتبة المشتقه العليا المطلوبه اكبر من درجه كثيره الحدود فإن

قيمه المشتقة = صفر

* السرعة اللحظية للجسم

السرعة اللحظية المتجه لجسم يتحرك عند اللحظه t هو مشتقة داله المسافه عند تلك اللحظه.

* ميل المماس لمنحنى الداله < عام نشتق فقط / نقطة نشتق ونعوض عن x.

ميل المماس لمنحنى الدالة عند نقطه هو نفسه المشتقه الاولى للداله عند تلك النقطه.

النقاط الحرجة هي نقاط عندها المشتقه الاولى = صفر او تكون غير معرفه.

النقاط العظمى والصغرى

الدالة $f(x)$ لها قيمة عظمى او صغرى في $[a,b]$ عند a او عند b او عند النقاط الحرجة

ملحوظة لتعيين القيم العظمى و الصغرى لدالة في فترة مغلقة نشتق الدالة ثم نساويها بصفر لتعيين النقاط الحرجة ثم نعوض بالدالة بالنقطة الحرجة وبأطراف الفترة الاكبر ناتج يكون هو القيمه العظمى واصغر ناتج يكون هو القيمه الصغرى.

السرعة المتوسطة لجسم

السرعة المتوسطة المتجه لجسم يتحرك بوصفه دالة $f(x)$ في الفترة الزمنية من a إلى b

$$\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$

التكامل

الدالة الأصلية

الدالة $P(x)$ هي دالة أصلية للدالة $f(x)$ إذا كانت مشتقة $P(x)$ هي $f(x)$

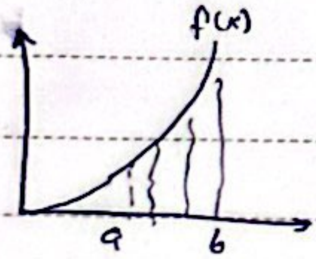
قواعد التكامل

① تكامل العدد الثابت k هو kx $\quad \int 5\,dx = 5x + C$

② تكامل الدالة x^n هو نزيد الاس 1 و نقسم على الاس الجديد + ثابت التكامل

③ تكامل مجموع أو طرح دوال هو تكامل كل دالة على حدى

التكامل المحدود



مساحة المنطقة المظللة تحت منحنى الدالة $f(x)$ حيث طرفي a و b هي حدود المنطقة المظللة هو $\int_a^b f(x)\,dx = f(b)-f(a)$

نكامل الدالة ثم نعوض عن قيمة x ب a ثم نعوض بقيمة x ب b ونطرحهما.

ملحوظة $\int_b^a f(x)\,dx = 0$

إذا تساوى حدود التكامل فإن قيمة التكامل = صفر والعكس صحيح

تكامل $(\text{قوس})^n$

نستطيع تكامل $(\text{قوس})^n$ بشرط أن يكون خارج القوس مشتقة ما داخل القوس ونطبق عليها نفس قاعدة x^n.

المستوى القطبي

حيث r تعبر عن المسافة و θ تعبر عن الزاوية المحصورة مع المحور القطبي

اي نقطة P في المستوى القطبي يكون احداثيها (r, θ)

النقاط المتكافئة : يمكن الحصول على عدة نقاط لها نفس التمثيل البياني للنقطة (r, θ) عن طريق

① $(r, \theta \pm 360)$

$(-r, \theta \pm 180)$

② المعادلة في الصورة $r =$ عدد هي معادلة دائرة نصف قطرها = العدد

المعادلة في الصورة زاوية θ هي معادلة خط مستقيم زاوية ميله هو قيمة الزاوية.

المسافة بين نقطتين

اذا كان $P_1(r_1,\theta_1)$ ، $P_2(r_2,\theta_2)$ نقطتين في المستوى القطبي فإن المسافة بينهما هي

$$P_1P_2 = \sqrt{r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2\cos(\theta_2-\theta_1)}$$

التحويل الى ديكارتي (نقطة) $(r,\theta) \longrightarrow (x,y)$

- $x = r\cos\theta$, $y = r\sin\theta$ $\quad r^2 = x^2+y^2$ $\quad \tan\theta = \dfrac{y}{x}$

التحويل المعادلة الى ديكارتي

① المعادلة في صورة $r =$ عدد ربع ونعوض عن r^2 بـ x^2+y^2

② المعادلة في صورة $\theta =$ عدد ندخل $\tan$ على طرفي المعادلة ثم نعوض عن $\tan\theta$ بـ $\frac{y}{x}$

③ المعادلة في صورة $r = \theta$ اضرب r في طرفين ثم عوض عن r^2 بـ x^2+y^2
وكل $r\cos\theta$ بـ x و كل $r\sin\theta$ بـ y

التحويل إلى قطبي (نقطة)

$r = \sqrt{x^2+y^2}$

θ:
- 270 إذا كانت $x=0$ و y سالبة
- 90 إذا كانت $x=0$ و y موجبة
- $\tan^{-1}\frac{y}{x}+180$ إذا كانت x سالبة
- $\tan^{-1}\frac{y}{x}$

* المعادلة $x = r\cos\theta$ ، $y = r\sin\theta$ في التالي

العدد المركب في الصورة الاحداثية

صورة العدد $z = x + iy$ القيمة المطلقة لها $|z| = \sqrt{x^2+y^2}$

العدد المركب في الصورة القطبية

صورة العدد $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ حيث r مقياس العدد المركب ، θ سعة العدد المركب.

ضرب وقسمة الاعداد المركبة

اذا كان $z_1 = r_1(\cos\theta_1 + i\sin\theta_1)$ ، $z_2 = r_2(\cos\theta_2 + i\sin\theta_2)$ حاصل ضرب العددين $z_1 \cdot z_2$

$$= r_1 \cdot r_2\left(\cos(\theta_1+\theta_2) + i\sin(\theta_1+\theta_2)\right)$$

حاصل قسمة العددين $\frac{z_1}{z_2}$

$$\frac{r_1}{r_2}\left(\cos(\theta_1-\theta_2) + i\,in(\theta_1-\theta_2)\right)$$

نظرية ديموافر

إذا كان العدد $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ فإنه يمكن إيجاد z^n من القانون

$$z^n = r^n(\cos n\theta + i\sin n\theta)$$

خطوات الحل • تحويل العدد المركب الى الصورة القطبية

• تطبيق نظرية ديموفر

الفرق بين ~~مكعبين~~ مربعين

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

مربع الفرق

$$(a-b)^2 = (a-b)(a-b)$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

الفرق بين مكعبين

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2+ab+b^2)$$

مجموع مكعبين

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2-ab+b^2)$$

في الضرب والقسمة شكرو احط

مرتين

في الجمع والطرح لا

احطه مره وحدة

* يسأل عن أحد الجذور $1, 2, 3$ ... $\frac{1}{n}$

$z = 1(\cos\theta + i\sin\theta)$ واحد

* يسأل عن سعة ومقياس

الجذور النونية للعدد المركب

الجذور النونية المختلفة للعدد $r(\cos\theta + i\sin\theta)$ تعطى بالصيغة

$$r^{\frac{1}{n}}\left(\cos\frac{\theta+2\pi k}{n} + i\sin\frac{\theta+2\pi k}{n}\right) \qquad k = 0, 1, 2, \ldots, n-1$$

مقياس الجذر النوني لعدد مركب ثابت وهو $r^{\frac{1}{n}}$

سعة الجذر النوني لعدد مركب هي $\frac{\theta+2\pi k}{n}$ حيث

$n =$ جذر نوني

سعة الجذر الاول نضع $k = 0$

" " الثاني " $k = 1$

" " الثالث " $k = 2$

وهكذا

تحليل الدوال بيانيًا

المجال والمدى بيانيًا [كبير , صغير]

○ مفتوحة (

● مغلقة [

*] دايم مفتوح

① المجال بيانيًا هو جميع قيم x المقابلة للرسم

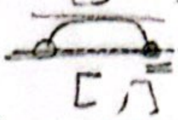
② المدى بيانيًا هو جميع قيم y المقابلة للرسم

③ المقطع x نقاط تقاطع المنحنى مع محور x { } نقاط منفصلة

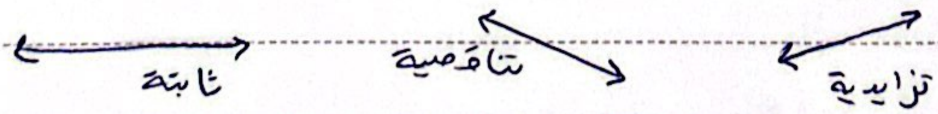
④ المقطع y نقاط تقاطع المنحنى مع محور y

فترات التزايد والتناقص (اركب الوسمة)

* نقطة مغلقة ومفتوحة بس اقواس مجموعة دايم مغلق



[,]



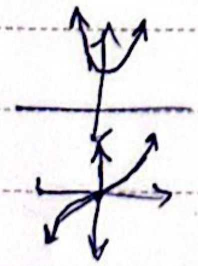
تزايدية

تناقصية

ثابتة

تحدد فترة كل واحدة من بدايتها إلى نهايتها على محور x وتكون جميع الفترات مفتوحة.

الدالة الزوجية والفردية بيانيًا



يقال للدالة انها زوجية متماثلة حول محور y كأنها مرايا

يقال للدالة انها فردية متماثلة حول نقطة الاصل

وغير كذا لا زوجيه ولا فرديه

الدالة الزوجية والفردية جبريًا

* يقال للدالة $f(x)$ انها دالة زوجية إذا قمنا استبدال كل x بـ $-x$ احط قوس وتكون الدالة الناتجة نفس الدالة الاصلية.

* يقال للدالة $f(x)$ انها دالة فردية إذا قمنا استبدال كل x بـ $(-x)$ بقوس وتكون الدالة الناتجة نفس الدالة الاصلية مع تغير اشارة كل حد وحدها.

حنه جزء يتغير والثاني لا تتغير لا زوجيه زوجيه ولا فرديه

ملاحظات تسهل لي

* اسا فردي ← فردية
* اس زوجي ← زوجية
* زوجي + فردي ← لا زوجية ولا فردية
* فردي + فردي ← فردية
* زوجي + زوجي ← زوجي
* زوجي + عدد ← زوجي
* فردي + عدد ← لا زوجي ولا فردي
* $|x|$ ← زوجي
* $|x|$ + عدد ← زوجي
$|x|$ + عدد ← لا زوجي ولا فردي

* إيجاد مقطع y (نعوض x بصفر)

* إيجاد اصفار الدالة
= 0

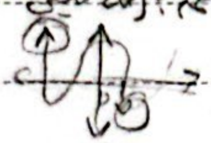
نقطة	(x, y)
قيمة	قيمة $y =$ فقط

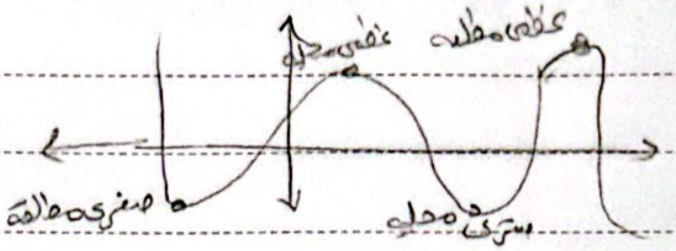
القيمة العظمى والصغرى

عظمى (عالية في رسمه)
- مطلقة: اعلى شي بالرسمة
- محلية: فيه اعلى منها

صغرى (قاع)
- مطلقة: اصغر شي بالرسمة
- محلية: فيه اصغر منها

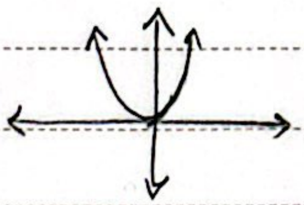
لو فيه سهم بالرسمة يلغي مطلقة





الدالة التربيعية

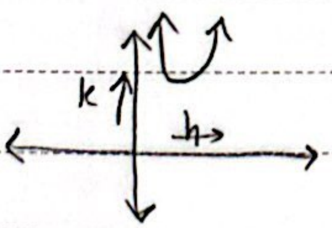
الدالة التربيعية الام $f(x) = x^2$



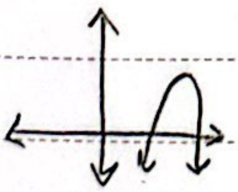
المجال R

المدى $y \geq 0$ $[0, \infty)$

عائلة الدالة التربيعية $f(x) = a(x-h)^2 + k$



- حيث h إزاحة ناحية اليمين او اليسار
- حيث k ازاحة ناحية اعلى او اسفل
- إذا كانت a
  - موجبة تكون نفس الدالة الرئيسية الام
  - سالبة يحدث لها انعكاس حول محور x

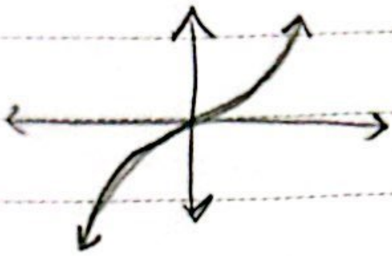


مهم اعرف صيغة الدالة الام * مع شكلها البياني مع مجالها ومداها.

* اعكس اشارة h و k و x

Ahad Otaif

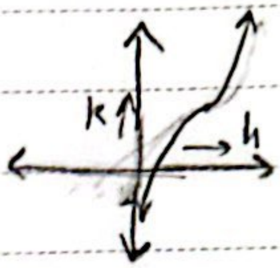
② الدالة التكعيبية

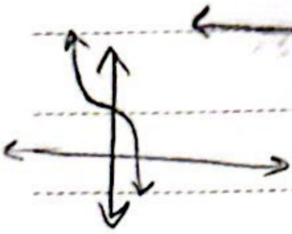


الدالة التكعيبية الام $f(x)=x^3$

المجال R

المدى R





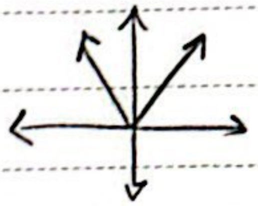
عائلة الدالة التكعيبية $f(x)=a(x-h)^3+k$

• حيث h إزاحة ناحية اليمين أو اليسار

• حيث k إزاحة ناحية أعلى أو أسفل

• اذا كانت a ⟨ موجبة تكون نفس الدالة الرئيسية الام
سالبة يحدث لها انعكاس حول محور x

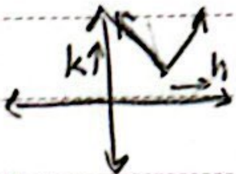
③ الدالة القيمة المطلقة



الدالة الرئيسية الام $f(x)=|x|$

المجال R

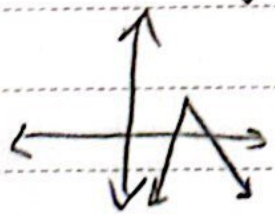
المدى $[0,\infty)$



عائلة الدالة المطلقة $f(x)=a|x-h|+k$

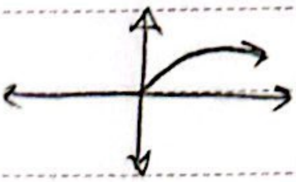
• حيث h إزاحة ناحية اليمين او اليسار

• حيث k إزاحة ناحية أعلى او اسفل



إذا كانت a ⟨ موجبة تكون نفس الدالة الرئيسية الام
سالبة يحدث لها انعكاس حول محور x

④ الدالة الجذرية



الدالة الام $f(x)=\sqrt{x}$

المجال $[0,\infty)$

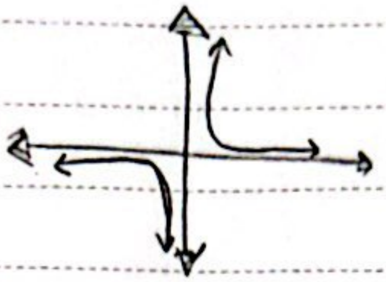
المدى $[0,\infty)$

عائلة الدالة الجذرية $f(x)=a\sqrt{x-h}+k$

المجال $[h,\infty)$

المدى لو a موجبه $[k,\infty)$ لو a سالبه $(-\infty,k]$

⑤ دالة المقلوب



الدالة الام $f(x) = \frac{1}{x}$

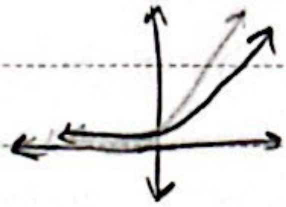
المجال $R - \{0\}$

المدى $R - \{0\}$

عائلة دالة المقلوب $f(x) = \frac{a}{x-h} + k$

⑥ دالة النمو والاضمحلال الاسي

عكس بعض

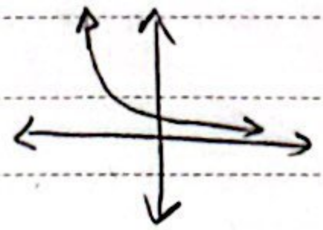


* دالة النمو الاسي

$f(x) = b^x \quad , b > 1$

المجال R

المدى $(0, \infty)$ أو R^+ $\quad y >$ الاشارة الخارجية



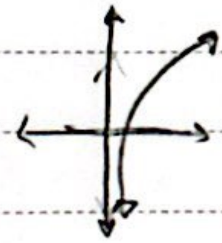
* دالة الاضمحلال الأسي

$f(x) = b^x \quad 0 < b < 1$

المجال R

المدى $(0, \infty)$ او R^+ $\quad y >$ الاشارة الخارجية

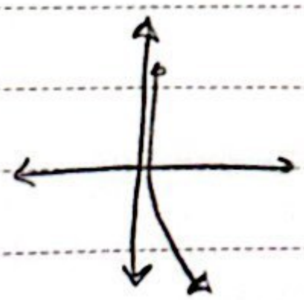
⑦ دالة اللوغاريتم



$f(x) = \log_b x \quad b > 1$

المجال $(0, \infty)$ او R^+ $\quad x >$ الاشارة داخلية عكس الاشارة

المدى R



$f(x) = \log_b x \quad 0 < b < 1$

المجال $(0, \infty)$ او R^+ $\quad x >$ الاشارة الداخلية عكس الاشارة

المدى R

* ما المقطع Y (اعوض X بصفر)

* ما المقطع x (اعوض y بصفر)

لو طلب مجال $\log_3 (x-3)$

$\boxed{\text{ما داخل log}} > 0$

Ahad Otaif

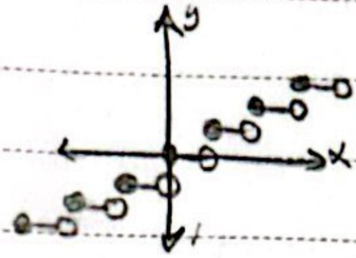
ماهذه جبت بالتحصيلي

⑧ الدالة الدرجية

الدالة الأم $f(x)=[x]$

المجال R

المدى Z



وتعرف بأنها أكبر عدد صحيح أقل من أو يساوي X

اصغر عدد صحيح

اول عدد صحيح يقابل الجبر

① $[-4]=-4$ ② $[-1,5]=-2$ ③ $[3.7]=3$

لو اذا عدد صحيح انزله بدون اضافات نفسه مع اشارة ①

لوكان عدد سالب انزل اشارة سالب وازيد واحد ②

لوكان عدد موجب ينزل نفس ماهو ونحذف مابعد الفاصلة ③

المتباينات و مناطق التظليل

(٥،٥) داخل منطقة

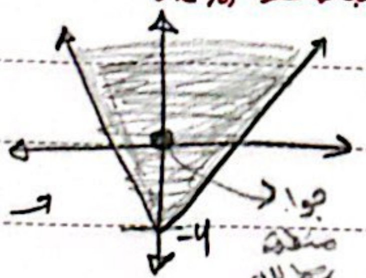
متباينة صح

متباينة خطأ

ما فيه علامة مساواة ✓

فيه علامة مساواة

التمثيل البياني المقابل هو



خط متصل

جوا منطقة التظليل

أ) $\boxed{y\geq |x|-4}$ $0\geq -4$ ✓

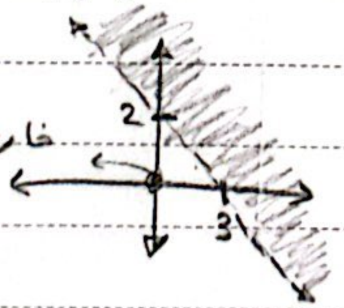
ب) $y\leq |x|-4$ $0\leq -4$ ✗

ج) $y\geq |x|+4$ $0\geq 4$ ✗ $(0,0)$

د) ~~$y\geq x-4$~~ ✗

اعمل اختبار $(0,0)$ واشوف متباينة ✓ او ✗

التمثيل البياني المقابل هو



خارج منطقة تظليل

أ) $2x+3y<6$ $0<6$ ✗

ب) $2x+3y\leq 6$ ✗

ج) $\boxed{2x+3y>6}$ $0>6$

د) $2x+3y\geq 6$ ✗

اختبار ٥،٥

اي النقاط الاتية يقع في منطقة الحل المتباينة

$y+3x>-2$

✓ تحقق تقع ✗ تحقق طلع

أ) $(-3,1)$ ✗ $1-9>-2$ ✗

ب) $(0,0)$ $0>-2$ ✓

ج) $(1,-7)$ $-7>-2$ ✗

د) $(-4,0)$

فيه مسألة ص١٥٢ جت بالاختبار

الحل