

المدة : ساعة ونصف

الدرجة : 300

اختبار وحدة

الأشعة في الفراغ (2020)

الجزء الثاني

الثالث التآنوي العلمي

التآمرين الأول : ABCD رباعي وجوه ، وضح على شكل النقاط الآتية : (60 درجة)

(1) مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين (A, 2) (B, 1) .

(2) مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين (C, 1) (D, 2) .

(3) مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط (A, 2) (B, 1) (C, 1) (D, 2) .

(4) مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين (A, -2) (B, 1) .

(5) مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط (A, -2) (B, 1) (C, -1) .

(6) مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط (A, -2) (B, 1) (C, -1) (D, 3) .

التآمرين الثاني : ABCD رباعي وجوه و a عدد حقيقي . (60 درجة)

ا و ل هما بالترتيب منتصفا [AB] و [CD] و E و F نقطتان تحققان العلاقتين :

$$\vec{AE} = a \vec{AD}, \vec{BF} = a \vec{BC}$$

أثبت أن النقاط ا و ل و H تقع على استقامة واحدة .

التآمرين الثالث : نتأمل النقاط $A(2, 3, 0)$ و $B(2, 3, 6)$ و $M(4, -1, 2)$ نهدف إلى حساب بعد M عن المستقيم (AB) . (100 درجة)

(1) أثبت أن M لاتقع على المستقيم AB .

(2) أثبت أن لكل نقطة K من المستقيم (AB) إحداثيات من النمط $(2, 3, Z)$.

(3) احسب MK^2 بدلالة Z .

(4) أوجد بعد النقطة M عن المستقيم AB .

التآمرين الرابع : لتكن النقاط $A(2, 1, 0)$ و $B(1, 1, 2)$ و $C(3, -1, -2)$ و $D(2, 3, -1)$ (80 درجة)

(1) أثبت أن النقاط A و B و C ليست على استقامة واحدة .

(2) هل تقع النقطة D في المستوي (ABC) .

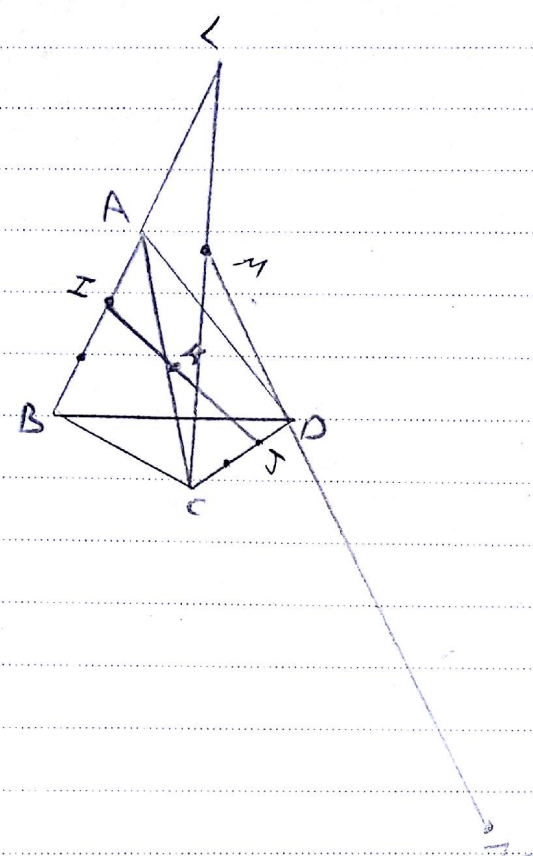
(3) عين إحداثيات G مركز ثقل المثلث ABC .

(4) عي إحداثيات M التي تحققت : انتهت الأسئلة .. ☺

$$3\vec{CA} + \vec{BM} = \vec{0}$$

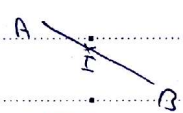
(5) عي معادلة الكرة S التي مركزها A وترها بالنقطة C .

(6) عي إحداثيات النقطة F ليكن ABCF متوازي أضلاع ثم احسب إحداثيات مركزه

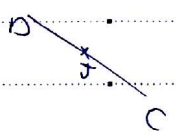


التعريف الأول:

1. $\vec{AE} = \frac{1}{3} \vec{AB}$



2. $\vec{DJ} = \frac{1}{3} \vec{DC}$



3. $\vec{AK} = \frac{1}{3}(\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD})$

نقطة K هي مركز التجميع

4. $\vec{AL} = \frac{1}{3}(\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD})$

نقطة L هي مركز التجميع

5. $\vec{AM} = \frac{1}{3}(\vec{AC} + \vec{CD} + \vec{DA})$

نقطة M هي مركز التجميع

6. $\vec{AN} = \frac{1}{3}(\vec{AD} + \vec{DA} + \vec{AB})$

نقطة N هي مركز التجميع

$\vec{MN} = \frac{3}{1} \vec{MD}$

السؤال الثاني

1. $\vec{AI} = \frac{1}{2} \vec{AB}$ (I, 2-2a) منتصف AB فهو م.ف.م

النقطتين (B, 1-a) (A, 1-a)

2. $\vec{DJ} = \frac{1}{2} \vec{DC}$ (J, 2a) منتصف CD فهو م.ف.م

(D, a) (C, a)

$\vec{BF} = a \vec{BC}$

(B, 1-a) (C, a) م.ف.م (F, 1) للنقطتين

$\vec{AE} = a \vec{AD}$

(A, 1-a) (D, a) م.ف.م (E, 1) للنقطتين

(F, 1) (E, 1) منتصف (H, 2)

لأن A, B منتصف (I)

C, D منتصف (J)

H م.ف.م لـ J, I فإن التقاطع مستقل

التمرين الثالث

□

$$\vec{MA} (-2, 4, -2)$$

$$\vec{MB} (-2, 4, 4)$$

نلاحظ أن

$$\frac{-2}{-2} = \frac{4}{4} = \frac{4}{-2}$$

$$1 = 1 \neq -2$$

المركبات غير متناسبة

⇔ الشعاعان \vec{MA} , \vec{MB} غير

مرتبطات خطياً

⇔ النقاط M, A, B لا تقع على

استقامة واحدة M لا تقع على

الاستقيم (AB)

□ شرط الارتباط الخطي

$$\vec{AK} = \lambda \vec{AB}$$

$$\begin{pmatrix} x-2 \\ y-3 \\ z-0 \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$x-2 = 0 \quad \text{①}$$

$$y-3 = 0 \quad \text{②}$$

$$z-0 = 6\lambda \quad \text{③}$$

من 1 نجد أن $x = 2$

$$x = 2$$

من 2 نجد أن $y = 3$

$$y = 3$$

من 3 نجد أن

$$z = 6\lambda$$

أي أن إحداثيات K

$$K (2, 3, z)$$

③

$$MK^2 = (4-2)^2 + (-4)^2 + (z-2)^2$$

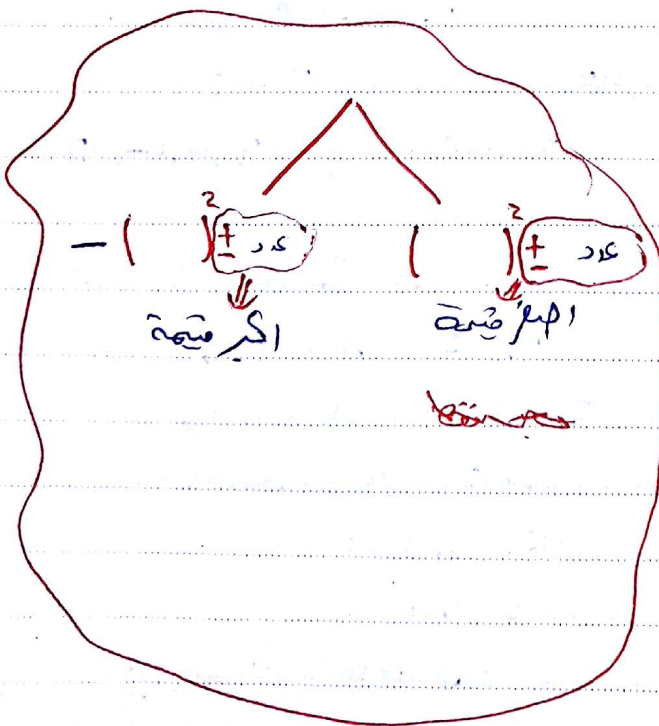
$$MK^2 = (z-2)^2 + 20$$

④ M هي نقطة MK الواقعة

$$z = 2 \quad \text{و} \quad \sqrt{20} \quad \text{ويبلغها عندما} \quad z = 2$$

وجد M عند المستقيم AB

$$d = \sqrt{20}$$



ثلاث متعادلات بمجهولين

نختار اثنين منهما ونحلها

حالا مشتركة ونعوض الناتج

في المعادلة الثالثة فإذ تحققنا

بإزالتها

نفس مرتين

نفس مرتين

نفس مرتين

نفس مرتين

نفس مرتين

نفس مرتين

نفس مرتين

نفس مرتين

نفس مرتين

نفس مرتين

نفس مرتين

نفس مرتين

نفس مرتين

نفس مرتين

نفس مرتين

نفس مرتين

نفس مرتين

نفس مرتين

نفس مرتين

نفس مرتين

نفس مرتين

نفس مرتين

نفس مرتين

نفس مرتين

نفس مرتين

نفس مرتين

نفس مرتين

نفس مرتين

نفس مرتين

نفس مرتين

نفس مرتين

نفس مرتين

نفس مرتين

نفس مرتين

نفس مرتين

نفس مرتين

نفس مرتين

نفس مرتين

نفس مرتين

نفس مرتين

نفس مرتين

نفس مرتين

نفس مرتين

نفس مرتين

نفس مرتين

نفس مرتين

نفس مرتين

نفس مرتين

نفس مرتين

نفس مرتين

نفس مرتين

نفس مرتين

التعريف الرابع

1.

$$\vec{AB} (-1, 0, 2)$$

$$\vec{AC} (1, -2, -2)$$

$$\frac{-1}{1} \neq \frac{0}{-2} \Rightarrow -1 \neq 0$$

المجموعات غير مرتبطة قطعياً

النقاط ليست على استقامة

واحدة (تسمى تسمى مستوية)

2.

ملاحظة قبل الحل:

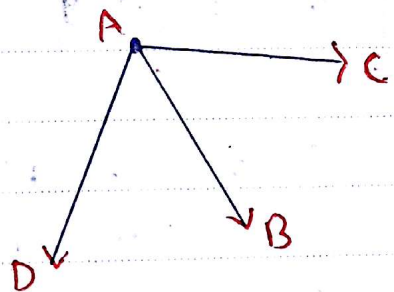
ارتباط 3 اشعة:

تقع الأشعة الثلاثة في مستوى واحد

واحد

تقع نقاطها الأربعة في مستوى واحد

مستوي واحد



حل المطلوب الثاني: 😊

ندرس الارتباط الخطي للأشعة

$$\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD}$$

$$\vec{AB} = \alpha \vec{AC} + \beta \vec{AD} : \alpha, \beta \in \mathbb{R}$$

$$\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} = \alpha \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ -2 \end{bmatrix} + \beta \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha \\ -2\alpha \\ -2\alpha \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 2\beta \\ -\beta \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha \\ -2\alpha + 2\beta \\ -2\alpha - \beta \end{bmatrix}$$

$$\alpha = -1 \quad (1)$$

$$-2\alpha + 2\beta = 0 \quad (2)$$

$$-2\alpha - \beta = 2 \quad (3)$$

من (1) و (2) فلما:

$$-2(-1) + 2\beta = 0$$

$$2\beta = -2 \Rightarrow \beta = -1$$

نعوض بـ 3

$$-2(-1) - (-1) = 2$$

$$3 \neq 2$$

مساواة خاطئة الأشعة الثلاثة

غير مرتبطة قطعياً النقاط لا تقع على

استقامة واحدة

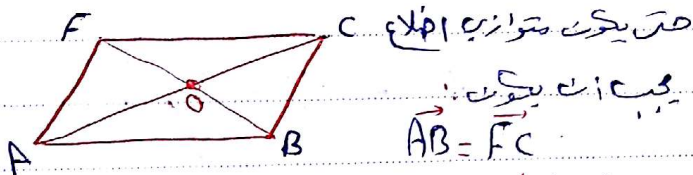
$$\begin{aligned}
 -3 + x - 1 &= 0 \Rightarrow x = +4 \\
 6 + y - 1 &= 0 \Rightarrow y = -5 \\
 6 + z - 2 &= 0 \Rightarrow z = -4
 \end{aligned}$$

$$M(4, -5, -4)$$

$$(x - x_A)^2 + (y - y_A)^2 + (z - z_A)^2 = R^2 \quad [5]$$

$$\begin{aligned}
 R = AC &= \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2 + (z_C - z_A)^2} \\
 &= \sqrt{1 + 4 + 4} = \sqrt{9} = 3
 \end{aligned}$$

$$(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 0)^2 = 9$$



تفریب (x, y, z) F

$$\vec{AB} = \vec{FC}$$

$$\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3-x \\ -1-y \\ +2-z \end{bmatrix}$$

$$-1 = 3 - x \Rightarrow x = +4$$

$$0 = -1 - y \Rightarrow y = -1$$

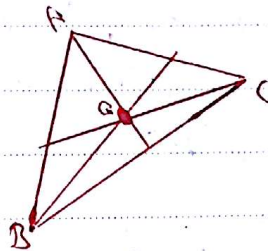
$$2 = -2 - z \Rightarrow z = -4$$

$$x_0 = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{5}{2}$$

$$y_0 = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{0}{2} = 0$$

$$z_0 = \frac{z_A + z_C}{2} = -1$$

[3]



$$x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = \frac{6}{3} = 2$$

$$y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = \frac{1}{3}$$

$$z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} = 0$$

$$G(2, \frac{1}{3}, 0)$$

تفریب (x, y, z) M [4]

$$3\vec{CA} + \vec{BM} = \vec{0}$$

$$3 \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x-1 \\ y-1 \\ z-2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -3 \\ 6 \\ 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x-1 \\ y-1 \\ z-2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$