متتاليات وعقدية القسم ١

السؤال لاول:

ليكن $V_n = U_n - 2n + 6$ $\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n + n - 1 \end{cases}$

١- اثبت ان v_n هندسية عين اساسها وحدها الاول

٢-عبلا عن u_n بدلالة n

٣- احسب نهاية المجموع $S_n = V_0 + V_1 + \cdots + V_n$

السؤال الثاني:

a,b,c ثلاثة حدود من متتالة هندسية و $12a,4b,c$ ثلاثة حدود متعاقبة من متتالية حسابية احسب q

السؤال الثالث:

في مستوي العقدي معلم متجانس

اثبت ان $|iz + 2 - i| = |z - 1 - 2i|$

ماذا تمثل مموعة النقاط $|iz + 2 - i| = 3$

السؤال الرابع:

ليكن z عددا عقديا ما وليكن w عدد عقدي طويلته تساوي الواحد وهو مختلف عن الواحد اثبت ان $\frac{w.\bar{z} - z}{iw - i}$ تخيلي

حل

① $V_{n+1} = U_{n+1} - 2n + 4 = \frac{1}{2}U_n + n - 1 - 2n + 4$

$= \frac{1}{2}U_n - n + 3$

$$\frac{V_{n+1}}{V_n} = \frac{\frac{1}{2}U_n - n + 3}{U_n - 2n + 6} = \frac{\frac{1}{2}\cancel{(U_n - 2n + 6)}}{\cancel{U_n - 2n + 6}} = \frac{1}{2} = q$$

$V_0 = U_0 + 6 = 0 + 6 = 6$

② $V_n = V_0 q^n = 6\left(\frac{1}{2}\right)^n$

③ $S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \dots + V_n$

$$S_n = V_0 \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{1 - \frac{1}{2}} = 6 \times 2\left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n}\right)$$

$= 12 - 12\left(\frac{1}{2}\right)^n$

$\lim_{n \to +\infty} S_n = 12$

$\frac{1}{2} < 1$ لأن

2

$b = aq$

$a, b, c \Rightarrow$ متتالية هندسية $\quad c = aq^2$

$12a, 4b, c \Rightarrow$ حسابية

$12a + 4b + c = 3(4b)$

$12a + 4b - 12b + c = 0$

$12a - 8b + c = 0$

$12a - 8aq + aq^2 = 0$

$aq^2 - 8aq + 12a = 0$

$(q - 6)(q - 2) = 0$

إما $q = 6$ أو $q = 2$

$\boxed{\text{س٣}}$

$\cdot \ |iz + 2 - i| = |z - 1 - 2i|$

$L_1 = |iz + 2i - i| = |i(z - 2i - 1)|$

$= |i| \cdot |z - 2i - 1|$

$= |z - 2i - 1| = L_2$

$\cdot \ |z - 1 - 2i| = 3$

تمثل دائرة مركزها

$(1, 2)$

ونصف قطرها 3

$\boxed{\text{س٤}}$

$|w| = 1 \Rightarrow \frac{1}{\bar{w}} = w$

$$z = \frac{w\bar{z} - z}{iw - i}$$

$$\frac{\frac{1}{\bar{w}}\bar{z} - z}{i\frac{1}{\bar{w}} - i} = \frac{\bar{z} - z\bar{w}}{i - \bar{w}i} =$$

$= -\bar{z}$

$z = -\bar{z} \Leftarrow$

ومنه z تخيلي