



( الصفحة الثانية )

التمرين الثالث : في معلم متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  ، لدينا نقطتين  $A(2, -1, 0)$  و  $B(-1, 3, 5)$

والمستوي  $P$  الذي يقبل معادلة  $2x - 3y + z - 5 = 0$

( 1 ) أثبت أن المستقيم  $(AB)$  يقطع المستوي  $P$  في نقطة  $C$  يطلب تعيين إحداثياتها .

( 2 ) اكتب معادلة للمستوي  $Q$  العمودي على  $P$  ويمر بالنقطتين  $A$  و  $B$  .

التمرين الرابع : يحتوي صندوق على أربع كرات زرقاء ، وثلاث كرات خضراء ، وواحدة بيضاء

نسحب عشوائياً معاً ثلاث كرات من الصندوق .

ليكن  $X$  المتحول العشوائي الذي يمثل عدد الألوان الظاهرة بين الكرات المسحوبة

( 1 ) ما هي مجموعة القيم التي يأخذها  $X$  ؟

( 2 ) احسب كلا من  $P(X = 1)$  و  $P(X = 3)$  ثم استنتج قيمة  $P(X = 2)$  .

( 3 ) احسب توقع  $X$  وانحرافه المعياري .

ثالثاً - حل المسألتين الآتيتين : ( 100° لكل مسألة )

المسألة الأولى : نتأمل في المستوي مثلثاً  $ABC$  مباشر التوجيه كفيماً .

لتكن  $M$  منتصف  $[BC]$  ، وليكن  $AEB$  و  $ACD$  مثلثين قائمين في  $A$

ومتساوي الساقين مباشرين . نختار معلماً مباشراً مبدأه النقطة  $A$  .

ونرمز بالرمزين  $b$  و  $c$  إلى العددين العقديين اللذين يمثلان النقطتين  $B$  و  $C$

( 1 ) احسب بدلالة  $b$  و  $c$  الأعداد العقدية  $e$  و  $d$  و  $m$  الممثلة للنقاط  $E$  و  $D$  و  $M$  بالترتيب .

( 2 ) احسب  $\frac{d - e}{m - a}$  ثم استنتج أن  $(AM)$  هو ارتفاع في المثلث  $AED$  وأن  $ED = 2AM$

( 3 ) نفترض أن  $A$  هي مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المنقطة  $(D, 2)$  و  $(E, 3)$  و  $(C, 1)$  و  $(B, 1)$  .

احسب  $\frac{c}{b}$  ، ثم احسب قياس الزاوية  $\widehat{BAC}$  .

المسألة الثانية : ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرف على  $]-\infty, -2[ \cup ]0, +\infty[$  بالعلاقة  $f(x) = \ln \frac{x+2}{x}$

( 1 ) احسب نهاية  $f$  عند كل طرف من أطراف مجموعة تعريفه  $D_f$  .

( 2 ) أوجد  $f'(x)$  وادرس إشارته ثم نظم جدولاً بتغيرات التابع  $f$  .

( 3 ) ارسم الخط  $C$  في معلم متجانس .

( 4 ) لتكن  $(u_n)_{n \geq 1}$  متتالية معرفة على  $N^*$  وفق  $u_n = f(n)$  . نضع  $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$  .

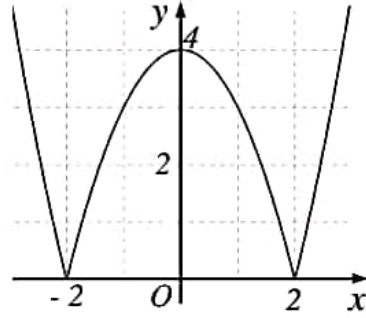
أثبت أن  $S_n = \ln \frac{(n+2)(n+1)}{2}$

(انتهت أسئلة النموذج الوزاري الثاني 2017)

نموذج امتحان لمادة الرياضيات الصف الثالث الثانوي العلمي ( المنهاج الجديد 2017 )

أولاً - أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (40° لكل سؤال )

السؤال الأول : تجد جانباً الخط البياني للتابع  $f$  المعرف على  $R$  . والمطلوب :



1 ( كم حلاً للمعادلة  $f(x) = 2$  .

2 ( احسب قيمة المشتق للتابع عند الصفر .

3 ( عين صورة المجال  $I = [-2, 2]$  وفق  $f$  .

4 ( كم قيمة صغرى أو كبرى محلية للتابع  $f$  .

السؤال الثاني : حل في  $R$  المعادلة الآتية :  $-\ln(x+1) + \ln x = \ln(x-1)$

السؤال الثالث : اكتب معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة  $[AB]$

حيث  $A(2, -1, 3)$  و  $B(4, 3, -1)$

السؤال الرابع : ما هي أمثال الحد  $x^2 y$  في منشور  $\left(\frac{y^2}{x} + \frac{x}{y}\right)^8$

ثانياً - حل التمارين الأربعة الآتية : (60° لكل تمرين )

التمرين الأول : إذا كان  $f(x) = \frac{\cos x - 1}{x^2} + \frac{1}{2}$  أيًا يكن  $x$  من  $R^*$

أوجد نهاية التابع  $f$  عند الصفر

التمرين الثاني : لتكن المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  المعرفة بالعلاقة التدرجية :  $u_{n+1} = \frac{u_n}{2 - u_n}, u_0 = \frac{1}{2}$

1 ( أثبت أن  $0 < u_n < 1$  أيًا كانت  $n$  من  $N$  .

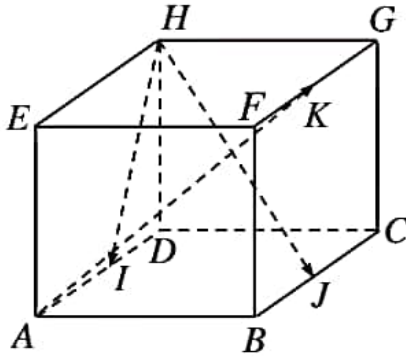
2 ( نعرف  $(v_n)_{n \geq 0}$  حيث  $v_n = \frac{1}{u_n} - 1$  . أثبت أن  $(v_n)_{n \geq 0}$  متتالية هندسية واستنتج  $v_n$  بدلالة  $n$

3 ( اكتب  $u_n$  بدلالة  $n$  ، واحسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

( يتبع في الصفحة الثانية )

( الصفحة الثانية )

التمرين الثالث :  $ABCDEFGH$  مكعب  $I$  و  $J$  و  $K$  هي بالترتيب منتصفات



$[AD]$  و  $[BC]$  و  $[FG]$

( 1 ) باختيار معلم متجانس  $(D ; \vec{DA}, \vec{DC}, \vec{DH})$

احسب مركبات كل من الأشعة  $\vec{AK}$  و  $\vec{HI}$  و  $\vec{HJ}$

( 2 ) أوجد عددين حقيقيين  $a$  و  $b$  يحققان المساواة :

$$\vec{AK} = a\vec{HI} + b\vec{HJ}$$

ثم استنتج أن الأشعة  $\vec{AK}$  و  $\vec{HI}$  و  $\vec{HJ}$  مرتبطة خطياً .

$$\begin{cases} 2z_1 - z_2 = -3 \\ 2\overline{z_1} + \overline{z_2} = -3 + 2\sqrt{3}i \end{cases} \text{ : عین العددين } z_1 \text{ و } z_2 \text{ حيث :}$$

ثالثاً - حل المسألتين الآتيتين : (  $90^\circ$  للأولى و  $110^\circ$  للثانية )

المسألة الأولى : صندوق يحتوي على ثلاث كرات حمراء وأربع كرات سوداء .

نسحب من الصندوق ثلاث كرات في آن معاً وليكن الحدث  $A$  الحصول على كرة حمراء على الأقل  
والحدث  $B$  الحصول على كرتين سوداوين على الأقل .

( 1 ) احسب احتمالات الأحداث التالية :  $A|B$  ,  $B, A$  .

( 2 ) إذا كان  $X$  متحول عشوائي يدل على عدد الكرات الحمراء المسحوبة .

اكتب جدول قانونه الاحتمالي واحسب توقعه وتباينه .

المسألة الثانية : ليكن التابع  $f$  المعروف على  $R$  وفق :  $f(x) = 2e^{-x} + x - 2$  خطه البياني  $C$

( 1 ) أوجد معادلة المقارب المائل للخط  $C$  وادرس الوضع النسبي للخط  $C$  بالنسبة إلى هذا المقارب .

( 2 ) ادرس تغيرات  $f$  ونظم جدولاً بها . وبين أنه يبلغ قيمة حدية محلية عينها وبين نوعها .

( 3 ) استنتج أن للمعادلة  $f(x) = 0$  جذرين أحدهما يساوي الصفر والآخر نرّمزه بالرمز  $\alpha$  .

أثبت أن  $1 < \alpha < 2$  .

( 4 ) ارسم المقارب المائل ثم ارسم  $C$  , واحسب مساحة السطح المحصور بين  $C$  والمستقيمت

التي معادلاتها  $y = x - 2$  و  $x = \ln 2$  و  $x = \ln 3$  .

(انتهت أسئلة النموذج الوزاري الثالث 2017)

نموذج امتحان لمادة الرياضيات الصف الثالث الثانوي العلمي ( المنهاج الجديد 2017 )

أولاً - أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (40° لكل سؤال )

السؤال الأول : تجد جانبياً جدول تغيرات التابع  $f$  والمطلوب :

$x$	$0$	$1$	$+\infty$		
$f'(x)$		$+$	$0$	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$1$	$\searrow$	$0$

(1) ما عدد حلول المعادلة  $f(x) = 0$ .

(2) ما عدد القيم الحدية محلياً .

(3) اكتب معادلة مماس منحنى التابع عند نقطة فاصلتها  $x = 1$ .

السؤال الثاني : حل في  $C$  المعادلة  $z^2 = 1 + 2\sqrt{2}i$

السؤال الثالث : ليكن التابع  $f$  المعرف على  $]1, +\infty[$  وفق :  $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$

أوجد  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ثم عين  $x > A$  ليكون  $f(x)$  من المجال  $]1.95, 2.05[$ .

السؤال الرابع : في المخطط الشجري المرسوم جانبياً .

الرموز  $A_1, A_2, A_3$  تدل على ثلاثة صناديق .

الرمز  $W$  يدل على الكرات البيضاء والرمز  $R$  يدل على الكرات الحمراء

يتم اختيار عشوائياً صندوق ثم يتم سحب عشوائياً كرة واحدة منه .

(1) ما احتمال أن تكون الكرة المسحوبة حمراء .

(2) إذا كانت الكرة المسحوبة حمراء فما احتمال أن تكون من الصندوق الأول  $A_1$ .

ثانياً - حل التمارين الأربعة الآتية : (60° لكل تمرين )

التمرين الأول : ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  التابع المعرف على  $R \setminus \{-3\}$  وفق :  $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 2}{x + 3}$

(1) اكتب  $f(x)$  بالشكل :  $f(x) = ax + b + \frac{1}{x+3}$  وعين قيمة كلا من  $a$  و  $b$

ثم أثبت أن المستقيم الذي معادلته  $y = ax + b$  مقارب مائل للخط  $C$  في جوار  $+\infty$ .

(يتبع في الصفحة الثانية)

(2) احسب  $\int_0^2 f(x) dx$ .

( الصفحة الثانية )

التمرين الثاني : لتكن المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  ،  $u_{n+1} = e\sqrt{u_n}$  و  $u_0 = e^3$

$v_n$  متتالية معرفة بالشكل  $v_n = \ln(u_n) - 2$  والمطلوب :

( 1 ) أثبت أن  $v_n$  هندسية وعين  $q, v_0$  . ( 2 ) اكتب  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج  $u_n$  بدلالة  $n$  .

( 3 ) أثبت أن :  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = e^2$  .

التمرين الثالث :  $ABCDEFGH$  مكعب حيث  $K$  من  $CD$  تحقق :  $\vec{DK} = \frac{1}{4}\vec{DC}$

و النقطه  $J \in BC$  بحيث  $\vec{BJ} = \frac{3}{4}\vec{BC}$  والمطلوب :

( 1 ) جد احداثيات النقط  $H, E, J, K, G$  في المعلم  $(A; \vec{AB}, \vec{AE}, \vec{AD})$

( 2 ) أثبت أن الشعاعين  $\vec{EJ}, \vec{EG}$  غير مرتبطين خطياً .

( 3 ) أثبت أن الأشعة  $\vec{EJ}, \vec{EG}, \vec{HK}$  مرتبطة خطياً .

( 4 ) أثبت أن المستقيم  $(HK)$  يوازي المستوي  $(EGJ)$  .

التمرين الرابع : أوجد الحد المستقل عن  $x$  في منشور ذي الحدين  $\left(x + \frac{1}{x}\right)^8$

ثالثاً - حل المسألتين الآتيتين : ( 100° لكل مسألة )

المسألة الأولى : أولاً : ليكن التابع  $g$  المعرفة على  $R$  وفق :  $g(x) = e^x + 2 - x$

ادرس اطراد التابع  $g$  واستنتج مجموعة حلول المتراجحة  $g(x) > 0$

ثانياً : ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرفة على  $R$  وفق  $f(x) = x + \frac{x-1}{e^x}$

( 1 ) أثبت أن  $f'(x) = \frac{1}{e^x} g(x)$

( 2 ) بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلاً وحيداً  $0 < \alpha < 0.5$  .

( 3 ) أثبت أن المستقيم  $y = x$  :  $\Delta$  مقارب مائل للخط  $C$  في جوار  $+\infty$  وادرس الوضع النسبي .

( 4 ) ارسم  $\Delta$  وارسم  $C$  ، واحسب مساحة السطح المحصور بين  $C$  و  $\Delta$  والمستقيمين  $x=0$  و  $x=1$  .

المسألة الثانية : في الفضاء المنسوب إلى معلم متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  ، لدينا النقط :

$A(1,0,-1)$  و  $B(2,2,3)$  و  $C(3,1,-2)$  و  $D(-4,2,1)$  والمطلوب :

( 1 ) أثبت أن المثلث  $ABC$  قائم واحسب مساحته .

( 2 ) أثبت أن الشعاع  $\vec{n}(2,-3,1)$  ناظم على المستوي  $(ABC)$  واستنتج معادلة المستوي  $(ABC)$

( 3 ) احسب بعد النقطة  $D$  عن المستوي  $(ABC)$  ثم احسب حجم رباعي الوجوه  $(D, ABC)$

( انتهت أسئلة النموذج الوزاري الرابع 2017 )

نموذج امتحان لمادة الرياضيات الصف الثالث الثانوي العلمي ( المنهاج الجديد 2017 )

أولاً - أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : ( 40° لكل سؤال )

السؤال الأول : لتكن  $u_n = 4n + 1$  أثبت أن المتتالية حسابية وعين أساسها

واحسب  $u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{10}$

السؤال الثاني : اكتب بالشكل المثلثي العدد العقدي :  $z = \frac{1 - \sqrt{3}i}{1 + i}$

السؤال الثالث : رف يحوي 7 كتب لمؤلفين ، ثلاثة للمؤلف A وأربعة للمؤلف B :

1 ( بكم طريقة يمكن ترتيب الكتب على الرف إذا كانت الكتب الثلاثة الأولى للمؤلف B .

2 ( بكم طريقة يمكن ترتيب الكتب على الرف إذا اشترطنا أن يكون كتاباً معيناً للمؤلف B في البداية .

السؤال الرابع : أوجد الحل المشترك لجملة المعادلتين :

$$\begin{cases} e^x - \frac{1}{e}e^y = 1 \\ 2e^x + e^y = 4 + e \end{cases}$$

ثانياً - حل التمارين الأربعة الآتية : ( 60° لكل تمرين )

التمرين الأول : ليكن  $g(x) = \tan x$  والمطلوب :

1 ( احسب  $g\left(\frac{\pi}{4}\right)$  ،  $g'(x)$  ،  $g'\left(\frac{\pi}{4}\right)$  ثم استنتج  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\tan x - 1}{x - \frac{\pi}{4}}$

2 ( احسب مشتق التابع  $f(x) = x e^{\frac{1}{x}}$  على  $R \setminus \{0\}$  .

التمرين الثاني : لتكن المتتاليتين  $(x_n)_{n \geq 0}$  ،  $(y_n)_{n \geq 0}$  المعرفتين وفق :

.  $x_n = \frac{4n+5}{n+1}$  و  $y_n = \frac{4n+1}{n+2}$  . أثبت أن المتتاليتين  $(x_n)_{n \geq 0}$  ،  $(y_n)_{n \geq 0}$  متجاورتان .

التمرين الثالث : ليكن كثير الحدود  $P(z) = z^4 + 5z^3 + 10z^2 + 10z + 4$

1 ( عين عددين a و b يحققان  $P(z) = (z^2 + az + a)(z^2 + bz + a)$

( يتبع في الصفحة الثانية )

2 ( حل في C المعادلة  $P(z) = 0$  .

( الصفحة الثانية )

التمرين الرابع : يشتري محل للأدوات الكهربائية 400 مصباح من المصنع A و 200 مصباح من المصنع B . نعلم أن نسبة المصابيح المعطوبة في إنتاج المصنع A هي 40 % وفي إنتاج المصنع B هي 10 % . نسحب عشوائياً مصباحاً :

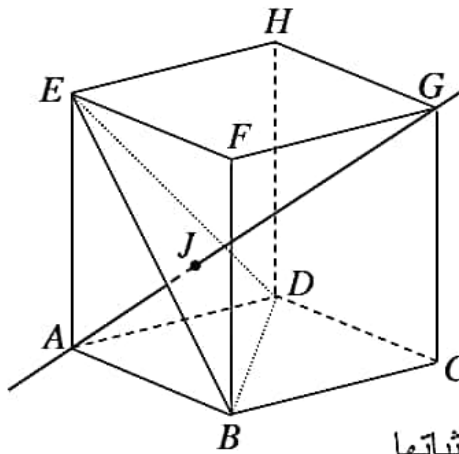
- 1 ) ما احتمال أن يكون المصباح معطوباً .
- 2 ) إذا علمت أن المصباح معطوب ما احتمال أن يكون من إنتاج المصنع B .

ثالثاً - حل المسألتين الآتيتين : ( 100 ° لكل مسألة )

المسألة الأولى : ليكن C الخط البياني للتابع  $f(x) = \frac{x+2}{(x+1)^2}$  المعرفة على  $R \setminus \{-1\}$

- 1 ) ادرس نهايات التابع عند أطراف مجموعة التعريف وبين إذا كانت له نهاية حقيقية عند  $x = -1$
- 2 ) أوجد معادلة مقارب أفقي للخط البياني C و ادرس الوضع النسبي لهذا المقارب مع C .
- 3 ) احسب  $f'(x)$  ونظم جدولاً بتغيرات f وعين ما له من قيم حدية محلية .
- 4 ) أوجد معادلة المماس في النقطة من C التي فاصلتها  $x = -2$  .
- 5 ) ارسم C واحسب مساحة السطح المحصور بين محوري الإحداثيات والمنحني C والمستقيم  $x = 3$

المسألة الثانية :



مكعب  $ABCDEFGH$  طول ضلعه يساوي 3

1 ) عين إحداثيات النقاط  $D, B, E, G$

في المعلم  $\left( A; \frac{1}{3}\vec{AB}, \frac{1}{3}\vec{AD}, \frac{1}{3}\vec{AE} \right)$

2 ) أعط تمثيلاً وسيطياً للمستقيم  $(AG)$  .

3 ) أثبت أن المستقيم  $(AG)$  عمودي على المستوي  $(EDB)$

4 ) المستقيم  $(AG)$  يتقاطع مع المستوي  $(EDB)$  في  $J$  عين إحداثياتها .

5 ) أثبت أن  $J$  هي نقطة تلاقي ارتفاعات المثلث  $EDB$  ومركز ثقله .

6 ) احسب حجم رباعي الوجوه  $AEDB$  .

( انتهت أسئلة النموذج الوزاري الخامس 2017 )



نموذج امتحان لمادة الرياضيات الصف الثالث الثانوي العلمي ( المنهاج الجديد 2017 )

أولاً - أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (40° لكل سؤال )

السؤال الأول : تجد فيما يأتي جدول تغيرات التابع  $f$  والذي خطه البياني  $C$  والمطلوب :

$x$	$-\infty$	$-1$	$1$	$+\infty$
$f'(x)$	+		-	
$f(x)$	$3 \rightarrow +\infty$	$+\infty \rightarrow -\infty$	$+\infty \rightarrow 3$	

1 ) اكتب معادلة كل مقارب شاقولي أو أفقي للخط البياني  $C$  .

2 ) هل يوجد مقاربات مائلة للخط البياني  $C$  ؟

3 ) هل يوجد للخط  $C$  مماسات أفقية ؟

4 ) أثبت أن للمعادلة  $f(x)=0$  حل وحيد في المجال  $]-1,1[$  .

السؤال الثاني : اكتب العدد العقدي  $z = (1 - \sqrt{2}) \left( \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$  بالشكل الأسّي

السؤال الثالث :  $ABCD$  رباعي وجوه و  $G$  مركز ثقل المثلث  $DBC$

جد مجموعة نقاط الفراغ التي تحقق :

$$\|\vec{MB} + \vec{MD} + \vec{MC}\| = \|\vec{3MA} - \vec{MB} - \vec{MD} - \vec{MC}\|$$

السؤال الرابع : ليكن التابع  $f$  المعروف على  $R$  وفق  $f(x) = e^x$

$$\lim_{x \rightarrow \ln 2} \frac{e^x - 2}{x - \ln 2} \text{ احسب } f(\ln 2) \text{ و } f'(\ln 2) \text{ ، ثم استنتج}$$

ثانياً - حل التمارين الأربعة الآتية : (60° لكل تمرين )

التمرين الأول : لتكن المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  المعرفة كما يأتي :  $u_0 = 0$  ،  $u_{n+1} = \frac{2u_n + 1}{u_n + 2}$

1 ) أثبت أن  $0 \leq u_n \leq 1$  .

2 ) أثبت أن  $(u_n)_{n \geq 0}$  متزايدة .

3 ) علل تقارب المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  واحسب نهايتها . ( يتبع في الصفحة الثانية )

( الصفحة الثانية )

التمرين الثاني : صندوق يحوي خمس كرات حمراء وخمس كرات خضراء .

نسحب عشوائياً من الصندوق ثلاث كرات معاً .

نتأمل المتحول العشوائي  $X$  الذي يأخذ القيمة 5 إذا كانت نتيجة السحب ثلاث كرات حمراء

ويأخذ القيمة 3 إذا كانت نتيجة السحب كرتان حمراوان وكرة خضراء والقيمة صفر في غير ذلك .

عين القانون الاحتمالي للمتحول العشوائي  $X$  واحسب توقعه وتباينه .

التمرين الثالث : أوجد الحد المستقل عن  $x$  في منشور ذي الحدين  $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^6$

التمرين الرابع : عين مجموعة تعريف التابع  $f(x) = \frac{\sin x}{\sqrt{1+x}-1}$  واحسب نهايته عند الصفر .

ثالثاً - حل المسألتين الآتيتين : (100° لكل مسألة)

المسألة الأولى : ليكن التابع  $f$  المعرف على  $R$  وفق :  $f(x) = \frac{x^2}{e^x}$

(1) أوجد نهايات التابع  $f$  عند أطراف مجموعة التعريف .

(2) ادرس اطراد التابع  $f$  ونظم جدولاً بها .

(3) بين القيم الحدية المحلية للتابع  $f$  . وارسم خطه البياني  $C$  .

(4) استنتج عدد حلول المعادلة  $x^2 e^{-x} = 1$  .

(5) احسب مساحة السطح المحصور بين  $C$  ومحور الفواصل والمستقيم  $x = 1$  .

المسألة الثانية : نتأمل النقطتين  $A(1,1,1)$  و  $B(3,2,0)$  في الفراغ المنسوب إلى معلم متجانس

$(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  ليكن  $P$  المستوي المار بالنقطة  $B$  ويقبل  $\vec{AB}$  شعاعاً ناظماً ، وليكن المستوي  $Q$

الذي معادلته  $x - y + 2z + 4 = 0$  . وأخيراً لتكن  $S$  الكرة التي مركزها  $A$  ونصف قطرها  $AB$  .

(1) أثبت أن  $2x + y - z - 8 = 0$  هي معادلة المستوي  $P$  .

(2) جد معادلة الكرة  $S$  . (3) أثبت أن المستوي  $Q$  مستوي مماس للكرة  $S$  .

(4) أثبت أن النقطة  $C(0,2,-1)$  هي مسقط النقطة  $A$  على المستوي  $Q$  .

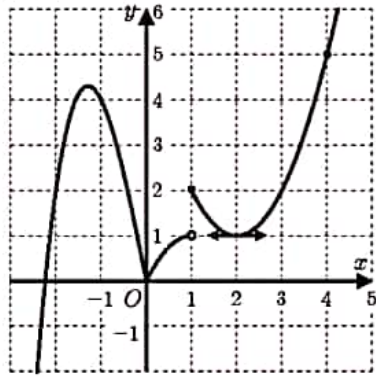
(5) ليكن  $d$  المستقيم الذي يقبل تمثيلاً وسيطياً  $d : \begin{cases} x = t \\ y = 12 - 5t, t \in R \\ z = 4 - 3t \end{cases}$

(a) أثبت أن المستقيم  $d$  هو الفصل المشترك للمستويين  $P$  و  $Q$  .

(b) أثبت أن المستقيم  $d$  محتوي في المستوي المحوري للقطعة المستقيمة  $[BC]$  .

( انتهت أسئلة النموذج الوزاري السادس 2017 )

نموذج امتحان لمادة الرياضيات الصف الثالث الثانوي العلمي ( المنهاج الجديد 2017 )



أولاً - أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (40° لكل سؤال)

السؤال الأول : نجد جانباً الخط البياني لتابع  $f$  معرف على  $R$  والمطلوب :

(1) ما عدد حلول المعادلة  $f(x) = 5$  ؟

(2) ما مجموعة حلول المتراجحة  $f(x) \geq 5$  ؟

(3) هل  $f(1)$  قيمة محلية كبرى أو صغرى للتابع  $f$  . علل ذلك .

(4) ما عدد القيم الحدية للتابع  $f$  ؟

(5) ما قيمة المشتق في النقطة التي فاصلتها  $x = 2$  ؟ (6) أيكون التابع  $f$  اشتقاقياً عند  $x = 1$  ؟

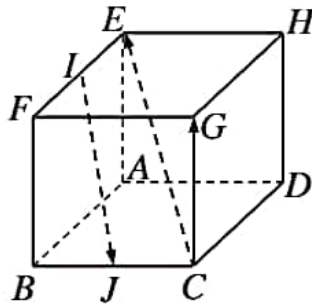
$k$	0	1	2	3	4
$P(X = k)$					$\frac{16}{81}$

السؤال الثاني : ليكن  $X$  متحول عشوائي يمثل عدد النجاحات

في تجربة برنولية . الجدول غير المكتمل المجاور هو القانون

الاحتمالي لـ  $X$  : (1) ما عدد الاختبارات في التجربة ؟

(2) اكمل الجدول المجاور . (3) احسب التوقع الرياضي والتباين للمتحول العشوائي  $X$  .



في الشكل المجاور مكعب .  $I$  و  $J$  منتصفات  $[EF]$  و  $[BC]$

(1) أثبت أن :  $2(\vec{CJ} + \vec{IE}) = \vec{CE} - \vec{CG}$

(2) أثبت أن الأشعة  $\vec{IJ}$ ،  $\vec{CG}$ ،  $\vec{CE}$  مرتبطة خطياً .

السؤال الرابع : حل المعادلة  $4^x = 5^{x+1}$

ثانياً - حل التمارين الأربعة الآتية : (60° لكل تمرين)

التمرين الأول : (1) ليكن  $g$  التابع المعرف على  $]-1, +\infty[$  وفق العلاقة :  $g(x) = \ln \sqrt{x+1}$

احسب كلا من  $g(1)$  و  $g'(x)$  و  $g'(1)$  واستنتج  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln \sqrt{x+1} - \ln \sqrt{2}}{x-1}$

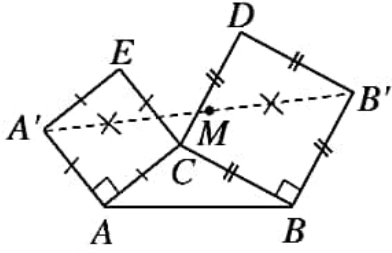
(2) احسب نهاية التابع  $f$  المعرف على  $R \setminus \{2\}$  وفق :  $f(x) = \frac{2x + \sin x}{x-2}$  عند  $+\infty$  .

التمرين الثاني : لتكن  $(x_n)_{n \geq 0}$  المتتالية المعطاة وفق :  $x_0 = 4$  و  $x_{n+1} = \frac{3}{4}x_n + 2$

في حالة  $n \geq 0$  . نعرف  $(y_n)_{n \geq 0}$  بالعلاقة :  $y_n = x_n - 8$  .

أثبت أن  $(y_n)_{n \geq 0}$  متتالية هندسية ، واكتب  $x_n$  بدلالة  $n$  ، واحسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n$  . (يتبع في الصفحة الثانية)

( الصفحة الثانية )



التمرين الثالث : ليكن المثلث  $ABC$  في المستوي

تنشئ على ضلعيه  $[AC]$  و  $[BC]$  وخارجه المربعين

$ACEA'$  و  $CBB'D$  كما في الشكل المجاور .

تمثل الأعداد العقدية  $a, b, c, a', b'$  النقاط  $A, B, C, A', B'$

( 1 )  $B'$  هي صورة  $C$  وفق دوران مركزه  $B$  ، عينه واكتب الصيغة العقدية للعدد  $b'$  بدلالة  $b, c$  .

( 2 ) أثبت أن :  $a' = i(c - a) + a$  .

( 3 ) عين بدلالة  $a, b$  العدد العقدي  $m$  الممثل للنقطة  $M$  منتصف  $[A'B']$  .

( 4 ) كيف تتغير النقطة  $M$  عندما تتحول  $C$  في المستوي .

التمرين الرابع : أثبت صحة المساواة :  $\cos^2 x \cdot \sin^2 x = \frac{1}{8} - \frac{1}{8} \cos 4x$  ، ثم احسب  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x \cdot \sin^2 x dx$

ثالثاً - حل المسألتين الآتيتين : ( 100° لكل مسألة )

**المسألة الأولى :** ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرف على  $R$  بالصيغة :  $f(x) = x e^{-x}$

( 1 ) احسب نهاية التابع  $f$  عند  $+\infty$  وعند  $-\infty$  ، احسب  $f'(x)$  ، ادرس اطراد التابع  $f$  ونظم جدولاً بتغيراته

وعين قيمته الحدية ثم ارسم  $C$  .

( 2 ) احسب مساحة السطح المحصور بين  $C$  والمستقيمين اللذين معادلتهما  $x=0$  و  $x=1$  .

( 3 ) بين أنه في حالة عدد حقيقي  $m$  من المجال  $]0, e^{-1}[$  تقبل المعادلة  $f(x) = m$  حلين مختلفين .

( 4 ) لتكن المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  المعرفة تدريجياً كما يأتي :  $u_0 = 1$  و  $u_{n+1} = u_n e^{-u_n}$

( a ) أثبت أن  $0 < u_n \leq 1$  وذلك مهما كان العدد الطبيعي  $n$  .

( b ) أثبت أن المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  متناقصة ، ثم بين تقاربها واحسب نهايتها .

**المسألة الثانية :** نتأمل مكعباً  $ABCDEFGH$  . لتكن  $I$  و  $J$  و  $K$  منتصفات أضلاعه  $[DC]$  و  $[HG]$  و  $[DH]$

بالترتيب . نتخذ  $(A; \vec{AB}, \vec{AE}, \vec{AD})$  معلماً متجانساً في الفراغ .

( 1 ) أوجد إحداثيات النقاط  $A, I, E$  .

( 2 ) اكتب معادلة المستوي  $(AIJE)$  .

( 3 ) احسب بعد  $K$  عن المستوي  $(AIJE)$  وحجم الهرم  $KAIJE$  .

( 4 ) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم  $d$  العمودي على المستوي  $(AIJE)$  والمار بالنقطة  $K$  .

( 5 ) احسب إحداثيات نقطة تقاطع المستقيم  $d$  مع المستوي  $(AIJE)$  .

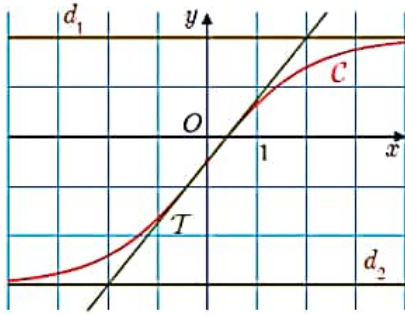
( 6 ) أثبت أن  $N$  هي مركز الأبعاد متناسبة للنقاط  $(A, \alpha), (I, \beta), (E, \gamma)$  حيث  $\alpha, \beta, \gamma$  هي أثقال يطلب تعيينها

( انتهت أسئلة النموذج الوزاري الأول 2017 )

نموذج امتحان لمادة الرياضيات للصف الثالث ثانوي علمي ( ٢٠١٩ )

أولاً ( أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (٤٠ درجة لكل سؤال )

السؤال الأول: إذا كان  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  والمستقيمين  $d_1, d_2$  مقاربين للخط  $C$  والمستقيم  $T$  مماس للخط  $C$  المطلوب:



١- احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

٢- اكتب معادلة كل مقارب من المقاربين  $d_1, d_2$ .

٣- إذا علمت أن المستقيم المائل المرسوم في الشكل يمس المنحني في النقطة  $(0, \frac{-1}{2})$  احسب  $f'(\frac{-1}{2})$  ثم اكتب معادلته.

السؤال الثاني: تتأمل النقاط  $C(0, -2, 2), B(2, -1, 3), A(3, 5, 2)$

١) احسب إحداثيات منتصف القطعة  $[AC]$

٢) احسب مركبات الأشعة  $\vec{AC}, \vec{AB}$

٣) عين إحداثيات  $K$  بحيث يكون الرباعي  $ABCK$  متوازي أضلاع.

السؤال الثالث:

١) عين حل المعادلة التفاضلية  $3y + 2y' = 1$  الذي يحقق الشرط  $f(0) = 1$ .

٢) احسب النهاية  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+\sin x)}{x}$

السؤال الرابع: لتكن المجموعة  $s = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

١) كم عددا زوجيا مؤلفا من ثلاث منازل يمكن تشكيله من عناصر  $s$

٢) كم عدد المجموعات الجزئية المكونة من عنصرين من  $s$

ثانياً حل التمارين الأربعة الآتية: (٦٠ درجة لكل سؤال )

السؤال الخامس: التمرين الأول: ليكن  $c$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرف على  $R \setminus \{3\}$  وفق  $f(x) = \frac{2x^2 - 7x - 3}{x - 3}$  المطلوب:

١) احسب  $a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$  ثم احسب  $b = \lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - ax)$

٢) استنتج معادلة المقارب المائل  $\Delta$  في جوار  $+\infty$  ثم ادرس الوضع النسبي للمقارب  $\Delta$  و الخط البياني  $c$

**السؤال السادس: التمرين الثاني:** لتكن النقطتان  $A$  و  $B$  اللتان يمثلهما العدديان العقديان  $Z_B = -\sqrt{3} + i$  و  $Z_A = -2i$ .

- ١- اكتب  $Z_A$  بالشكل الاسي ثم جد العدد العقدي  $Z_C$  الممثل للنقطة  $C$  التي تجعل المبدأ مركز ثقل المثلث  $ABC$ .
- ٢- أثبت أن  $Z_C - Z_A = e^{i\frac{\pi}{3}}(Z_B - Z_A)$  ثم استنتج طبيعة المثلث  $ABC$ .

**السؤال السابع: التمرين الثالث:** المتتالية  $(U_n)_{n \geq 1}$  معرفة عند كل  $n \geq 1$  وفق

$$U_n = \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \dots + \frac{1}{n!}$$

- (١) أثبت أن  $\frac{1}{(n+1)!} \leq \frac{1}{2^n}$
- (٢) أثبت أن  $U_n < 2$  و استنتج أن  $U_n$  متقاربة.

**السؤال الثامن: التمرين الرابع:** نملأ عشوائياً كل خانة من الخانات الأربع الآتية بأحد العددين 0, 3 والمطلوب :

--	--	--	--

- (١) ليكن  $A$  الحدث: «مجموع الأعداد التي كتبت في الخانات يساوي ٦» وليكن  $B$  الحدث: «عدم ظهور العدد ذاته في خانتين متجاورتين» احسب  $P(A)$  ثم  $P(B|A)$
- (٢) نسمي  $X$  المتحول العشوائي الذي يقرب بكل نتيجة للتجربة عدد الخانات التي كتب فيها العدد ٣ اكتب القانون الاحتمالي و احسب التوقع الرياضي و التباين.

(ثالثاً) حل المسألتين الآتيتين : (١٠٠ درجة لكل مسألة)

**السؤال التاسع: المسألة الأولى:** نتأمل في معلم متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  النقطتين  $A(1, -1, 2)$  و  $B(2, 0, 4)$  والمستوي  $P$  الذي معادلته  $x - y + 3z - 4 = 0$  والمطلوب:

- (١) جد معادلة المستوي  $Q$  العمودي على المستوي  $P$  و يمر بالنقطتين  $B, A$
- (٢) جد تمثيلاً وسيطياً للمستقيم  $d$  المار من النقطة  $A$  و يعامد المستوي  $P$
- (٣) عين إحداثيات المسقط القائم  $A'$  للنقطة  $A$  على المستوي  $P$
- (٤) اعط معادلة للمجموعة  $E$  المكونة من النقاط  $M(x, y, z)$  التي تحقق  $\vec{AM} \cdot \vec{BM} = 0$  و ما طبيعة المجموعة  $E$

**السؤال العاشر: المسألة الثانية:** ليكن  $c$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرفة على  $]-\infty, -1[ \cup ]1, +\infty[$  وفق:  $f(x) = \ln\left(\frac{1+x}{x-1}\right)$  و ليكن  $\tilde{c}$  الخط البياني للتابع  $g$  مقصور التابع  $f$  على المجال  $]1, +\infty[$  المطلوب:

- (١) أثبت أن  $f$  تابع فردي و استنتج الصفة تناظرية للخط  $c$ .
- (٢) ادرس تغيرات التابع  $g$  و نظم جدولاً بها و اكتب معادلة كل مقارب للخط  $\tilde{c}$ .
- (٣) ارسم كل مقارب و جدته و ارسم  $\tilde{c}$  ثم استنتج رسم  $c$ .
- (٤) احسب مساحة السطح المحصور بين  $\tilde{c}$  ومحور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتهما  $x = 2$  و  $x = 3$ .

انتهت الأسئلة

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة التالية : (40) درجة لكل سؤال

السؤال الأول : تأمل جدول تغيرات التابع  $f$  المعرف على  $R$  والمطلوب :

$x$	$-\infty$	$-2$	$2$	$+\infty$			
$\hat{f}(x)$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$		
$f(x)$	$2$	$\nearrow$	$4$	$\searrow$	$-1$	$\nearrow$	$+\infty$

(1) جد  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

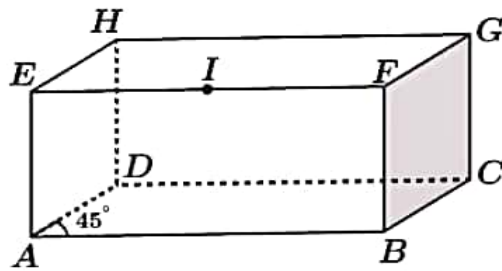
(2) اكتب معادلة المقارب الأفقي للتابع  $f$

(3) ما عدد حلول المعادلة  $f(x) = 0$

(4) دل على القيمة الحدية الصغرى للتابع  $f$

السؤال الثاني :

$ABCD EFGH$  متوازي سطوح فيه  $AB = 2$  و  $BC = GC = 1$  وقياس الزاوية  $\widehat{DAB}$  يساوي  $45^\circ$



والنقطة  $I$  منتصف  $[EF]$  والمطلوب :

(1) احسب  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$

(2) عيّن موضع النقطة  $M$  التي تحقق العلاقة :

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{FB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{GH}$$

السؤال الثالث :

في إحدى مراكز الخدمة ثلاثة مهندسين وخمسة عمال ، كم لجنة قوامها مهندس واحد وعاملان يمكننا تشكيلها لمتابعة أعمال الخدمة .

السؤال الرابع :

$(u_n)_{n \geq 0}$  متتالية هندسية أساسها  $q = 2$  وفيها  $u_0 = 1$  والمطلوب :

احسب  $u_3$  استنتج قيمة المجموع  $S = u_3 + u_4 + u_5 + u_6 + u_7$

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية : (60) درجة لكل تمرين

التمرين الأول :

ليكن التابع  $f$  المعرف على المجال  $]2, +\infty[$  وفق :  $f(x) = x - 4 + \sqrt{x - 2}$

(1) ادرس تغيرات التابع  $f$  على المجال  $]2, +\infty[$  ونظم جدولاً بها .

(2) أثبت أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلاً وحيداً

(3) اكتب معادلة المماس للخط  $C$  في النقطة التي فاصلتها 3

الصفحة الثانية

التمرين الثاني : صندوق يحوي (9) كرات متماثلة منها (4) كرات خضراء و (5) كرات حمراء  
نسحب عشوائياً من الصندوق ثلاث كرات معاً . نتأمل المتحول العشوائي  $X$  الذي  
ياخذ القيمة 5 إذا كانت نتيجة السحب ثلاث كرات حمراء

و القيمة 3 إذا كانت نتيجة السحب كرتين حمراوين وكرة خضراء و القيمة 0 عدا ذلك المطلوب  
اكتب القانون الاحتمالي للمتحول العشوائي  $X$  واحسب توقعه الرياضي

التمرين الثالث : ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرفة على  $R$  وفق :  $f(x) = e^x - 1$  المطلوب

(1) جد مجموعة حلول المتراجحة  $f(x) \leq 0$

(2) احسب  $\int_0^{\ln 2} f(x) dx$

التمرين الرابع :

في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس  $(O; \vec{u}, \vec{v})$  نتأمل النقطتين  $A$  و  $B$  اللتين يمثلهما

على الترتيب العدديان العقديان :  $Z_B = 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}i$  و  $Z_A = 4$  ولتكن  $I$  منتصف  $[AB]$

(1) مثل النقطتين  $A$  و  $B$  في معلم متجانس  $(O; \vec{u}, \vec{v})$  واكتب  $Z_B$  بالشكل الأسّي

(2) بين طبيعة المثلث  $OAB$  وأثبت أن قياس الزاوية  $(\vec{u}, \vec{OI})$  هو  $\frac{\pi}{8}$

(3) اكتب العدد العقدي  $Z_I$  الممثل للنقطة  $I$  بالصيغة الجبرية والأسية واستنتج  $\sin \frac{\pi}{8}$

ثالثاً - حل المسألتين الآتيتين : (100) درجة لكل مسألة

المسألة الأولى : في معلم متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  لدينا النقاط :

$A(2,1,3)$        $B(1,0,-1)$        $C(4,0,0)$        $D(0,4,0)$        $E(1,-1,1)$

(1) جد  $\overline{AB}$  و  $\overline{CD}$  و  $\overline{CE}$

(2) أثبت أن النقاط  $C$  و  $D$  و  $E$  ليست واقعة على استقامة واحدة

(3) أثبت أن  $(AB)$  يعامد المستوي  $(CDE)$

(4) اكتب معادلة المستوي  $(CDE)$

(5) احسب بعد  $B$  عن المستوي  $(CDE)$

(6) اكتب معادلة الكرة التي مركزها  $B$  وتمس المستوي  $(CDE)$

المسألة الثانية :

ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرفة على  $]0, +\infty[$  وفق :  $f(x) = x^2 - \ln x$  المطلوب :

(1) جد نهاية التابع  $f$  عند أطراف مجموعة تعريفه

(2) ادرس تغيرات التابع  $f$  ونظم جدولاً بها .

(3) اكتب معادلة المماس  $T$  للخط البياني  $C$  في نقطة منه فاصلتها  $x = 1$

(4) في معلم متجانس ارسم المماس  $T$  والخط البياني  $C$

(5) احسب مساحة السطح المحصور بين  $C$  ومحور الفواصل والمستقيمين  $x = 1$  و  $x = e$

(6) نعرف المتتالية  $(u_n)_{n \geq 1}$  حيث :  $u_n = n^2 - \ln(n)$  أثبت أن المتتالية  $(u_n)_{n \geq 1}$  متزايدة



أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة التالية : (40) درجة لكل سؤال

السؤال الأول : نجد جانباً جدول تغيرات التابع  $f$  المعرف على  $R$  خطه البياني  $C$

$x$	$-\infty$	$-1$	$2$	$+\infty$	
$\hat{f}(x)$	$-$	$0$	$+$	$0$	$-$
$f(x)$	$+\infty$	$-2$	$4$	$3$	

(1) جد  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(2) اكتب معادلة المقارب الأفقي للخط البياني  $C$

(3) دل على القيمة الحدية الصغرى للتابع  $f$

(4) احسب  $f(]-1,2[)$

السؤال الثاني : عين الحد المستقل عن  $x$  في منشور  $(x + \frac{1}{x^2})^6$

السؤال الثالث : ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرف على  $R^*$  وفق :  $f(x) = x + 3 - \frac{1}{x^2}$

المطلوب : أثبت أن المستقيم  $\Delta$  الذي معادلته  $y = x + 3$  مقارب للخط  $C$  في جوار  $+\infty$

ثم ادرس الوضع النسبي للخط  $C$  والمستقيم  $\Delta$

السؤال الرابع : في معلم متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  نتأمل النقطتين  $A(1,0,1)$  و  $B(0,1,1)$

(1) اكتب تمثيل وسيطي للمستقيم  $d$  المار من  $A$  ويقبل شعاع توجيه له  $\vec{u}(2,2,1)$

(2) أثبت أن المستقيمين  $(AB)$  و  $d$  متعامدان

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية : (60) درجة لكل تمرين

التمرين الأول : لتكن المتتالية  $(S_n)_{n \geq 0}$  المعرفة وفق :  $S_n = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^n}$  المطلوب

(1) أثبت أن المتتالية  $(S_n)_{n \geq 0}$  متزايدة تماماً

(2) أثبت أن  $S_n$  تكتب بالشكل  $S_n = \frac{1}{2} \left( 3 - \frac{1}{3^n} \right)$

ثم استنتج عنصراً راجحاً على المتتالية  $(S_n)_{n \geq 0}$  وبين أنها متقاربة

التمرين الثاني : يحتوي صندوق على خمس كرات ، ثلاث حمراء اللون وتحمل الأرقام 0 , 1 , 2

وكرتان بيضاء اللون وتحمل الأرقام 0 , 1 نسحب عشوائياً كرتين على التوالي دون إعادة من الصندوق

(1) الحدث  $A$  : الكرتان المسحوبتان لهما اللون ذاته ، احسب  $P(A)$

(2) نعرف متحولاً عشوائياً  $X$  يدل على مجموع رقمي الكرتين المسحوبتين

عين مجموعة قيم المتحول العشوائي  $X$  واكتب جدول قانونه الاحتمالي ، ثم احسب توقعه الرياضي .

الصفحة الثانية

التمرين الثالث : ليكن التابع  $f$  المعرف على  $]e^{-1}, +\infty[$  وفق العلاقة :  $f(x) = \frac{2+\ln x}{1+\ln x}$  المطلوب

(1) جد  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ثم أعط عدداً حقيقياً  $A$  يحقق الشرط إذا كانت  $x > A$

كان  $f(x)$  في المجال  $]0.9, 1.1[$

(2) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(f(x))$

التمرين الرابع : لتكن النقطتان  $A$  و  $B$  التان تمثلهما الأعداد العقدية :  $Z_A = -1 + i$  و  $Z_B = -3i$

وليكن  $P(Z) = Z^2 + (1 + 2i)Z + 3 + 3i$  والمطلوب :

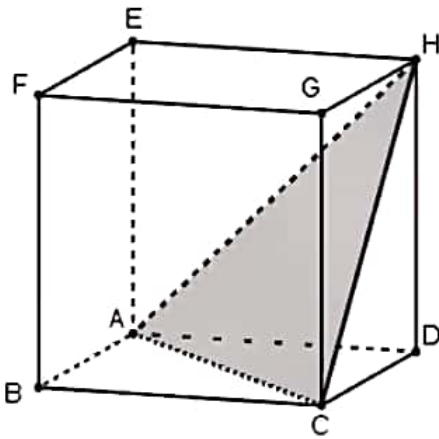
(1) أثبت أن  $Z_A$  حلاً للمعادلة  $P(Z) = 0$  ثم استنتج الحل الآخر للمعادلة

(2) جد العدد العقدي  $Z'$  الممثل للنقطة  $A'$  صورة النقطة  $A$  وفق دوران مركزه  $B$  وزاويته  $\frac{\pi}{2}$

(3) اكتب  $Z_A$  بالشكل الأسّي

ثالثاً - حل المسألتين الآتيتين : (100) درجة لكل مسألة

المسألة الأولى : نتأمل في معلم متجانس  $(A; \vec{AB}, \vec{AD}, \vec{AE})$  المكعب  $ABCDEFGH$



(1) اكتب في هذا المعلم إحداثيات كل من النقاط

$A, C, H, F, D$

(2) اكتب معادلة المستوي  $(ACH)$

(3) أثبت أن المستوي  $P$  الذي معادلته

$$P: -2x + 2y - 2z + 1 = 0$$

يوازي المستوي  $(ACH)$

(4) بفرض  $I$  مركز ثقل المثلث  $(ACH)$  أثبت أن

$D$  و  $I$  و  $F$  على استقامة واحدة

(5) اكتب معادلة الكرة  $S$  التي مركزها  $\Omega(1, -1, 1)$  ونصف قطرها  $R = \sqrt{3}$

وبيّن أن المستوي  $(ACH)$  يمس الكرة  $S$

المسألة الثانية : ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرف على  $R$  وفق :  $f(x) = \frac{4}{1+e^x}$  والمطلوب :

(1) جد نهاية التابع  $f$  عند أطراف مجموعة تعريفه و اكتب معادلة كل مقارب وجدته .

(2) ادرس تغيرات التابع  $f$  ونظم جدولاً بها .

(3) جد معادلة للمماس  $T$  للخط البياني  $C$  عند النقطة  $(0, 2)$  و ادرس الوضع النسبي لـ  $C$  و  $T$

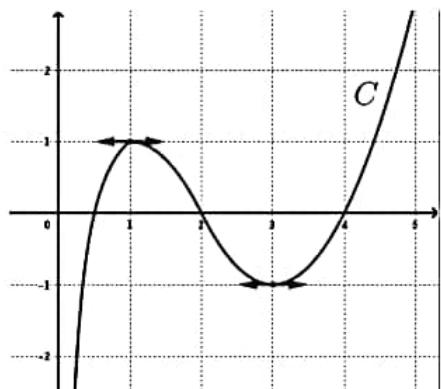
(4) في معلم متجانس ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم المماس  $T$  والخط البياني  $C$

(5) ليكن  $C'$  الخط البياني للتابع  $g$  المعرف على  $R$  وفق  $g(x) = \frac{4e^x}{1+e^x}$

استنتج الخط البياني  $C'$  للتابع  $g$

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة التالية : (40) درجة لكل سؤال

السؤال الأول : في الشكل المرسوم جانباً ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرفة على المجال  $]0, +\infty[$  المطلوب :



(1) جد  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) دل على القيم الحدية مبيناً نوعها

(3) جد حلول المتراجحة  $f'(x) \leq 0$

(4) جد  $f([1,3])$

السؤال الثاني : عيّن قيم العدد  $n$  التي تحقق العلاقة :  $\binom{15}{2n} = \binom{15}{n+3}$

السؤال الثالث : ليكن  $f$  التابع المعرفة على  $R$  وفق :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x \sin x}{\sqrt{x^2 + 1} - 1} & : x \neq 0 \\ m & : x = 0 \end{cases}$$

(1) جد نهاية التابع  $f$  عند الصفر

(2) عيّن قيمة العدد  $m$  ليكون  $f$  مستمراً عند الصفر .

السؤال الرابع : نتأمل في معلم متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  . النقطتين  $A(2,1,-2)$  و  $B(-1,2,1)$

والمستوي  $P: 3x - y - 3z - 8 = 0$

(1) أثبت أنّ المستقيم  $(AB)$  يعامد المستوي  $P$

(2) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم  $(AB)$  ، ثم عيّن إحداثيات النقطة  $A'$  المسقط القائم للنقطة  $A$  على  $P$

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية : (60) درجة لكل تمرين

التمرين الأول : ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرفة على  $]0, +\infty[$  وفق :

$$f(x) = ax + b - \frac{\ln x}{x}$$

(1) عيّن العددين الحقيقيين  $a$  و  $b$  إذا علمت أنّ المماس للخط  $C$  في النقطة  $A(1,0)$  يوازي

المستقيم  $d$  الذي معادلته :  $y = 3x$

(2) من أجل  $a = 4$  و  $b = -4$  أثبت أنّ المستقيم  $\Delta$  الذي معادلته  $y = 4x - 4$

مقارب مائل للخط  $C$  في جوار  $+\infty$  ثم أدرس الوضع النسبي بين  $C$  و  $\Delta$

## الصفحة الثانية

التمرين الثاني : نتأمل في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس  $(O; \vec{u}, \vec{v})$  النقاط  $A$  و  $B$  و  $C$  التي تمثلها الأعداد العقدية :  $a = 6 - i$  ,  $b = -6 + 3i$  ,  $c = -18 + 7i$  بالترتيب والمطلوب

- (1) احسب العدد  $\frac{b-a}{c-a}$  واستنتج أن النقاط  $A$  و  $B$  و  $C$  تقع على استقامة واحدة
- (2) بفرض  $d = 1 + 6i$  العدد العقدي الممثل للنقطة  $D$  صورة  $A$  وفق دوران مركزه  $O$  وزاويته  $\theta$  احسب  $\theta$

(3) جد العدد العقدي  $n$  الممثل للنقطة  $N$  ليكون الرباعي  $OAND$  مربع

التمرين الثالث : لتكن المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  المعرفة وفق :  $u_n = \frac{2n-1}{n+1}$  المطلوب :

- (1) ادرس اطراد المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$
  - (2) أثبت أن العدد 2 راجح على  $(u_n)_{n \geq 0}$
  - (3) احسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$  ثم جد عدداً طبيعياً  $n_0$  يحقق أيأ كان  $n > n_0$  كان  $u_n$  في المجال  $[1.9, 2.1]$
- التمرين الرابع : صندوق يحتوي على خمس كرات منها كرتان حمراوان وثلاث كرات زرقاء نكرر عملية سحب عشوائياً لكرة من الصندوق دون إعادة حتى لا يبقى في الصندوق إلا كرات من اللون ذاته ليكن  $X$  المتحول العشوائي الذي يمثل عدد مرات السحب اللازمة عين مجموعة القيم التي يأخذها  $X$  واكتب جدول القانون الاحتمالي للمتحول  $X$  واحسب توقعه الرياضي
- ثالثاً - حل المسألتين الآتيتين : (100) درجة لكل مسألة**

المسألة الأولى : نتأمل في معلم متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  النقطة  $A(1,2,0)$  والمستويات :

$$P: 2x - y + 2z - 2 = 0$$

$$Q: x + y + z - 1 = 0$$

$$R: x - z - 1 = 0$$

- (1) أثبت أن المستويين  $P$  و  $Q$  متقاطعان بفصل مشترك  $\Delta$  ، اكتب تمثيلاً وسيطياً له
  - (2) تحقق أن المستوي  $R$  يعامد  $\Delta$  ويمر بالنقطة  $A$
  - (3) أثبت أن المستويات  $P$  و  $Q$  و  $R$  تتقاطع في بنقطة  $I$  يطلب تعيين إحداثياتها
  - (4) استنتج بعد النقطة  $A$  عن المستقيم  $\Delta$
- المسألة الثانية : ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرفة على  $R$  وفق :  $f(x) = \frac{2x}{e^x}$  والمطلوب :
- (1) جد نهايات التابع  $f$  عند أطراف مجموعة تعريفه واكتب معادلة المقارب الأفقي
  - (2) ادرس تغيرات التابع  $f$
  - (3) في معلم متجانس ارسم الخط  $C$
  - (4) احسب مساحة السطح المحصور بين الخط  $C$  ومحوري الإحداثيات والمستقيم  $x = 1$
  - (5) استنتج رسم الخط  $C_1$  للتابع  $g$  وفق :  $g(x) = 2xe^x$
  - (6) أثبت أن  $f(x)$  هو حل للمعادلة التفاضلية :  $y' + y = 2e^{-x}$

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة التالية : (40) درجة لكل سؤال

السؤال الأول : نتأمل جدول تغيرات التابع  $f$  المعرف والمستمر على  $R$  وخطه البياني  $C$  والمطلوب :

$x$	$-\infty$	1	2	$+\infty$
$f(x)$		-	0	+
$f(x)$	3	$\searrow$	-2	$\nearrow$
			4	$\nearrow$
				$+\infty$

(1) جد  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(2) اكتب معادلة المقارب الأفقي للخط البياني  $C$

(3) هل  $f(2) = 4$  قيمة حدية محلياً ؟

(4) ما عدد حلول المعادلة  $f(x) = 0$  في  $R$

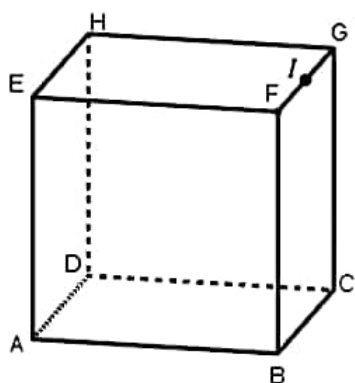
السؤال الثاني :

ليكن العدد العقدي  $z = 1 + \sqrt{3}i$  اكتب العدد  $z$  بالشكل المثلثي وأثبت أن  $z^6$  عدد حقيقي .

السؤال الثالث : في الشكل المجاور  $ABCDEFGH$  مكعب

و  $I$  منتصف  $FG$  والمطلوب :

عين النقطة  $M$  التي تحقق :  $\overrightarrow{DM} = \overrightarrow{DH} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{GI}$



السؤال الرابع : ليكن التابع  $f$  المعرف على  $R$  وفق  $f(x) = \sin x$

(1) أوجد  $f(\pi)$  و  $f(x)$  و  $f(\pi)$

(2) استنتج أن  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x}{x - \pi} = -1$

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية : (60) درجة لكل تمرين

التمرين الأول : لتكن  $(u_n)_{n \geq 0}$  متتالية معرفة تدرجياً وفق:  $u_0 = 1$   $u_{n+1} = \frac{u_n}{1+u_n}$

(1) أثبت بالتدرج أن  $u_n > 0$  أيأ كان العدد الطبيعي  $n$

(2) أثبت أن المتتالية  $(v_n)_{n \geq 0}$  المعرفة بالعلاقة  $v_n = \frac{1}{u_n}$  متتالية حسابية

واكتب عبارة  $v_n$  بدلالة  $n$  واستنتج عبارة  $u_n$  بدلالة  $n$

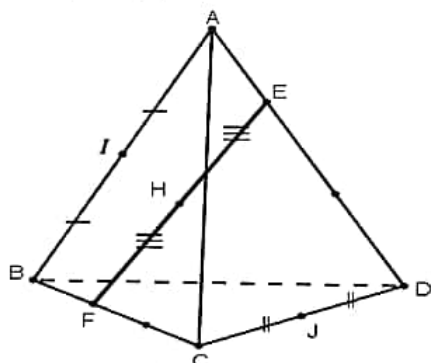
التمرين الثاني:  $ABCD$  رباعي وجوه ،  $J, I$  هما على الترتيب منتصفا  $[AB]$  ،  $[CD]$

$E$  و  $F$  نقطتان تحققان العلاقتين :

$$\overrightarrow{BF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC} \quad \text{و} \quad \overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$$

و أخيراً  $H$  هي منتصف  $[EF]$

أثبت أن النقاط  $I$  و  $J$  و  $H$  على استقامة واحدة



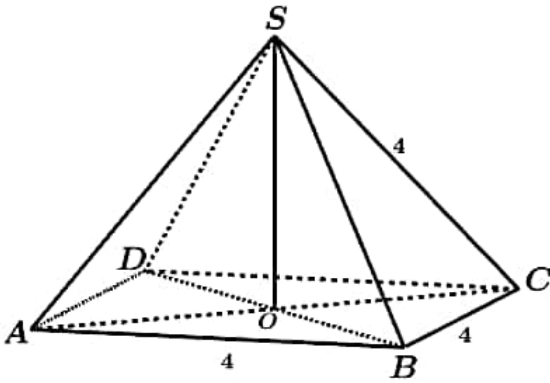
التمرين الثالث :

ليكن التابع  $f$  المعرف على  $R$  وفق  $f(x) = \sqrt{4x^2 + 5}$  خطه البياني  $C$   
احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt{4x^2 + 5} - 2x \right)$  ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$  ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

واستنتج معادلة المقارب المائل للخط  $C$  في جوار  $+\infty$

التمرين الرابع :

نتأمل هرم  $S - ABCD$  قاعدته مربع طول ضلعه يساوي 4 ورأسه  $S$ .



وطول كل حرف من حروفه الجانبية يساوي 4

النقطة  $O$  مرسم  $S$  القائم على القاعدة والمطلوب :

(1) احسب  $\vec{SA} \cdot \vec{SB}$

(2) احسب طول القطر  $CA$  ثم احسب  $\vec{AC} \cdot \vec{AS}$

(3) عين  $G$  مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة

$(S; 1), (B; 3), (A; 2)$

ثالثاً - حل المسألتين الآتيتين : (100) درجة لكل مسألة

المسألة الأولى :

أولاً - ليكن التابع  $g$  المعرف على  $R \setminus \{1\}$  وفق العلاقة :  $g(x) = \frac{x^2 + bx + a}{x-1}$

جد العددين  $a$  و  $b$  علماً أن التابع  $g$  يقبل قيمة حدية محلياً عند  $x = 0$  قيمتها تساوي 2

ثانياً - بفرض التابع  $f$  المعرف على  $R \setminus \{1\}$  وفق العلاقة  $f(x) = x + 3 + \frac{1}{x-1}$  خطه البياني  $C$

(1) أثبت أن المستقيم  $\Delta$  الذي معادلته  $y = x + 3$  مقارب للخط  $C$

(2) أوجد نهايات التابع  $f$  عند حدود مجموعة تعريفه

(3) ادرس تغيرات  $f$  ونظم جدولاً بها ، واستنتج من جدول التغيرات أن للمعادلة  $f(x) = 0$

حل حقيقي وحيد  $\alpha$  ينتمي إلى المجال  $]-3, -2[$

المسألة الثانية :

في معلم متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  لدينا النقطتان  $A(2, 1, -2)$  و  $B(7, -2, 0)$  والشعاغان

$\vec{u}(2, -1, 0)$  و  $\vec{v}(-3, 1, 2)$

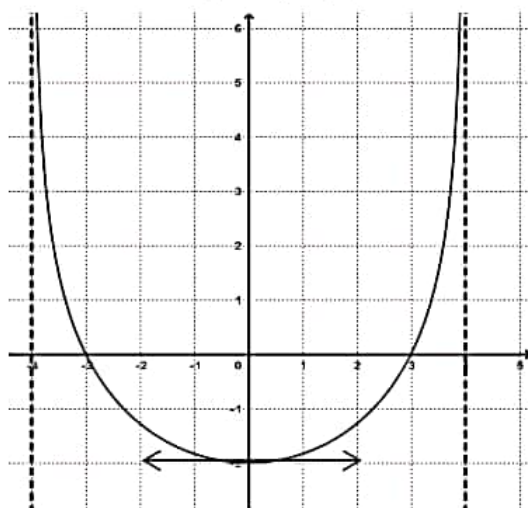
(1) أثبت أن الأشعة  $\vec{u}$  و  $\vec{v}$  و  $\vec{AB}$  مرتبطة خطياً

(2) اكتب معادلة المستوي الذي يقبل  $\vec{u}$  و  $\vec{AB}$  شعاعي توجيه له

(3) اكتب التمثيل الوسيط للمستقيم  $d$  الذي يقبل  $\vec{u}$  شعاعاً توجيهياً له ويمر بالنقطة  $A$

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة التالية : (40) درجة لكل سؤال

السؤال الأول : في الشكل المجاور  $C$  هو الخط البياني للتابع  $f$  المعرف على  $]-4,4[$



(1) احسب  $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow (-4)^+} f(x)$

واستنتج معادلة كل مقارب للخط  $C$

(2) احسب  $f(0)$  و  $f'(0)$

(3) جد حلول المعادلة  $f(x) = 0$

السؤال الثاني : حل المعادلة  $9^x + 3^{x+1} - 4 = 0$  في  $R$

السؤال الثالث :

(1) اكتب معادلة للكرة  $S$  التي مركزها  $O$  مبدأ الإحداثيات ونصف قطرها  $R = \sqrt{3}$

(2) تحقق أنّ المستوي  $P$  الذي معادلته  $x - y + z + 3 = 0$  يمس الكرة  $S$

السؤال الرابع :

في أحد الامتحانات يطلب من الطالب الإجابة عن خمسة أسئلة من ثمانية أسئلة

(1) بكم طريقة يمكن للطالب أن يختار الأسئلة ؟

(2) بكم طريقة يمكنه الاختيار إذا كانت الأسئلة الثلاثة الأخيرة إجبارية ؟

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية : (60) درجة لكل تمرين

التمرين الأول :

لتكن المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  المعرفة وفق  $u_0 = 1$  و  $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n - 2$

ولتكن المتتالية  $(v_n)_{n \geq 0}$  المعرفة وفق :  $v_n = u_n + 3$

(1) أثبت أنّ  $(v_n)_{n \geq 0}$  متتالية هندسية وأوجد أساسها .

(2) اكتب عبارة  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم عبارة  $u_n$  بدلالة  $n$

(3) ليكن في حالة عدد طبيعي  $n$  :  $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$  عبر عن  $S_n$  بدلالة  $n$

واستنتج نهاية المتتالية  $(S_n)_{n \geq 0}$

يتبع في الصفحة الثانية ....

## الصفحة الثانية

التمرين الثاني : ليكن لدينا العددان العقديان  $z_1 = 1 + \sqrt{3}i$  و  $z_2 = 1 + i$  والمطلوب :

(1) اكتب بالشكل المثلثي كلاً من الأعداد  $z_1$  و  $z_2$  و  $\frac{z_1}{z_2}$

(2) اكتب بالشكل الجبري  $\frac{z_1}{z_2}$  واستنتج  $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$

التمرين الثالث : نلقي قطعة نقود غير متوازنة ثلاث مرات متتالية ، بحيث يكون احتمال ظهور الشعار في كل رمية يساوي  $\frac{1}{3}$  . نعرف  $X$  المتحول العشوائي الذي يدل على عدد مرات ظهور الشعار .

اكتب مجموعة قيم المتحول العشوائي  $X$  ، واكتب جدول قانونه الاحتمالي ، واحسب توقعه الرياضي وتباينه .

التمرين الرابع : ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعروف على  $R$  وفق :  $f(x) = x + \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$

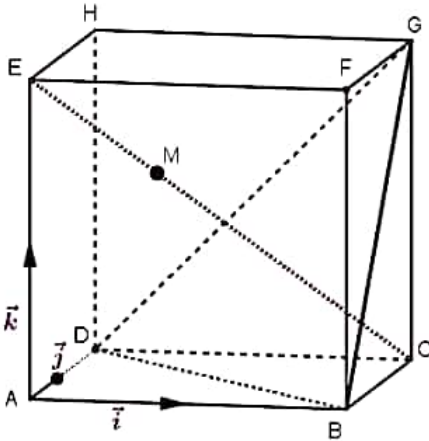
(1) احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) أثبت أن المستقيم  $\Delta$  الذي معادلته  $y = x + 1$  مقارب مائل لـ  $C$  في جوار  $+\infty$

(3) ادرس الوضع النسبي بين  $\Delta$  و  $C$

ثالثاً - حل المسألتين الآتيتين : (100) درجة لكل مسألة

المسألة الأولى :  $ABCDEFGH$  مكعب طول حرفه يساوي 2



نتأمل المعلم المتجانس  $(A; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

في المعلم  $\vec{AB} = 2\vec{i}$  و  $\vec{AD} = 2\vec{j}$  و  $\vec{AE} = 2\vec{k}$

(1) اكتب معادلة للمستوي  $(GBD)$

(2) اكتب تمثيل وسيطي للمستقيم  $(EC)$

(3) جد إحداثيات نقطة تقاطع المستقيم  $(EC)$

مع المستوي  $(GBD)$

(4) جد إحداثيات النقطة  $M$  التي تحقق :  $\vec{EM} = \frac{1}{3}\vec{EC}$

(5) أثبت تعامد المستقيمين  $(HM)$  و  $(EC)$  .

المسألة الثانية : ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعروف على  $]0, +\infty[$  وفق :  $f(x) = \frac{\ln x}{x^2}$

(1) احسب  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  واستنتج معادلة المقارب الأفقي والشاقولي .

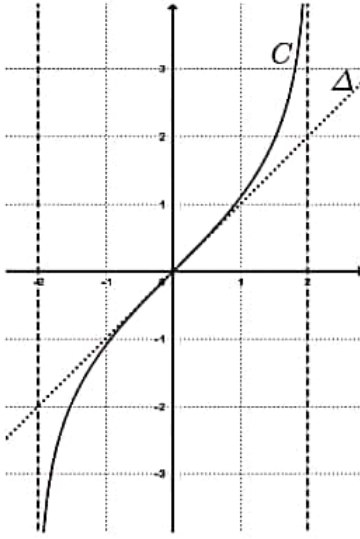
(2) ادرس تغيرات التابع  $f$  ، ونظم جدولاً بها ، ثم دل على القيمة الحدية محلياً .

(3) جد معادلة للمماس  $\Delta$  في النقطة  $A$  من الخط  $C$  التي فاصلتها  $x = 1$  .

(4) ارسم كل مقارب وجدته ، وارسم المماس  $\Delta$  ، ثم ارسم  $C$  .

(5) احسب  $S$  مساحة المحصور بين  $C$  والمحور  $x'x''$  والمستقيم  $x = e$  .





أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة التالية : (40) درجة لكل سؤال

السؤال الأول : نتأمل الخط البياني للتابع  $f$

المعرف على  $I = ]-2, +2[$  والمطلوب :

$$(1) \lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) , \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$$

(2) أوجد  $f(0)$  و  $f'(0)$

(3) هل التابع  $f$  فردي أم زوجي ؟

(4) اكتب معادلة المماس  $\Delta$

السؤال الثاني : اكتب شعاعي التوجيه للمستقيمين  $d$  و  $d'$

$$(d') \begin{cases} x = s \\ y = -3s - 3 : s \in R \\ z = -s + 1 \end{cases} \quad (d) \begin{cases} x = t + 1 \\ y = -3t + 2 : t \in R \\ z = -3t + 3 \end{cases}$$

وهل المستقيمان  $d$  و  $d'$  في مستو واحد ؟ علل إجابتك .

السؤال الثالث :

حل المعادلة التفاضلية الآتية :  $2y' + 3y = 0$  والخط البياني  $C$  للحل يمر بالنقطة  $A(\ln 4, 1)$

السؤال الرابع : نتأمل في المعلم المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  لدينا النقطتين :  $A(2, 0, 1)$  و  $B(1, -2, 1)$

اكتب معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة  $[AB]$

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية : (60) درجة لكل تمرين

التمرين الأول : لتكن المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  المعرفة وفق ما يأتي :  $u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$

(1) أثبت أن المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  متناقصة

(2) أثبت أن  $0 \leq u_n \leq 1$  واستنتج أنها متقاربة واحسب نهايتها

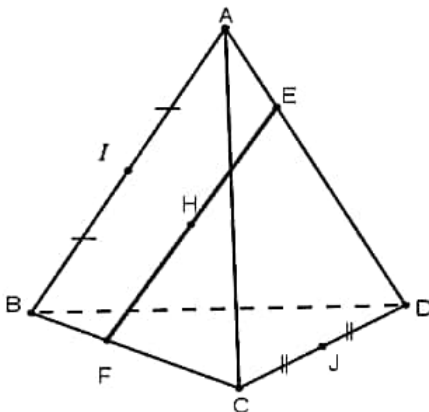
التمرين الثاني : ليكن  $ABCD$  رباعي الوجوه. وليكن  $\alpha$  عدد حقيقي ، و  $I$  منتصف  $[AB]$  و  $J$  منتصف  $[CD]$

النقطتان  $E$  و  $F$  معرفتان بالعلاقتين :

$$\overrightarrow{BF} = \alpha \overrightarrow{BC} \quad \text{و} \quad \overrightarrow{AE} = \alpha \overrightarrow{AD}$$

و أخيراً  $H$  هي منتصف  $[EF]$  أثبت أن النقاط

$I$  و  $J$  و  $H$  تقع على استقامة واحدة



يتبع في الصفحة الثانية

الصفحة الثانية

التمرين الثالث : لتكن النقطة  $M$  التي يمثلها العدد العقدي  $z = -1 + i$  المطلوب :

(1) أثبت أن  $z^8$  عدد حقيقي

(2) جد العدد العقدي  $Z'$  الممثل للنقطة  $M'$  صورة النقطة  $M$  وفق دوران مركزه  $A(1 + i)$  وزاويته  $\left(\frac{\pi}{4}\right)$  واكتبه بالشكل الأسّي .

التمرين الرابع : ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرف على  $D = R \setminus \{-3\}$  وفق:  $f(x) = \frac{x^2+2x-2}{x+3}$

(1) اكتب التابع بالشكل :  $f(x) = ax + b + \frac{1}{x+3}$

(2) أثبت أن المستقيم  $y = ax + b$  مقارب مائل للخط  $C$  في جوار  $+\infty$

(3) احسب  $I = \int_0^2 f(x) dx$

ثالثاً - حل المسألتين الآتيتين : (100) درجة لكل مسألة

المسألة الأولى : ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرف على  $I = ]0, +\infty[$  وفق :

$f(x) = x + x(\ln x)^2$  وليكن  $g(x) = (\ln(x) + 1)^2$  والمطلوب :

(1) أوجد نهاية التابع  $f$  عند الصفر وعند  $+\infty$  .

(2) أثبت أن  $f'(x) = g(x)$  .

(3) حل المعادلة  $g(x) = 0$  .

(4) نظم جدول تغيرات  $f$  .

(5) اكتب معادلة المماس  $\Delta$  للخط  $C$  في نقطة فاصلتها  $x = \frac{1}{e}$  وارسم المماس  $\Delta$  وارسم  $C$  .

المسألة الثانية : يضم مصنع ورشتين  $A$  و  $B$  لتصنيع الأقلام . عندما ورد طلب لعدد من الأقلام قدره

1000 قلم صنعت الورشة  $A$  منها 600 قلم وصنعت البقية الورشة  $B$  هناك نسبة 5% من أقلام الورشة  $A$

غير صالحة للاستعمال . في حين تكون نسبة 2% من أقلام الورشة  $B$  غير صالحة للاستعمال

نسحب عشوائياً قلماً من الطلب . نرمز بالرمز  $A$  إلى الحدث ( القلم مصنوع في الورشة  $A$  )

وبالرمز  $B$  إلى الحدث ( القلم مصنوع في الورشة  $B$  )

وبالرمز  $D$  إلى الحدث ( القلم غير صالح للاستعمال  $D$  )

(1) أعط تمثيلاً شجرياً للتجربة .

(2) احسب احتمال أن يكون القلم صالح للاستعمال .

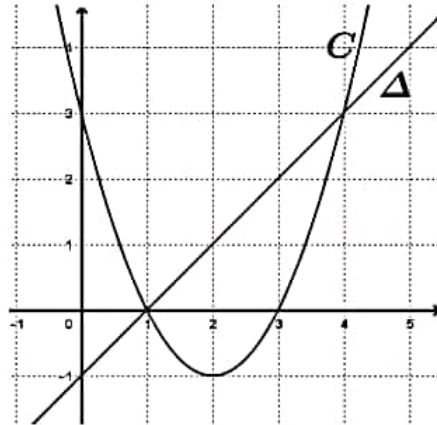
(3) إذا كان القلم صالحاً للاستعمال فما احتمال أن يكون مصنوعاً في الورشة  $A$  .

(4) نسحب عشوائياً من الورشة  $A$  قلمين معاً . وليكن  $X$  المتحول العشوائي الذي يمثل عدد الأقلام

المسحوبة الصالحة للاستعمال ، احسب  $P(X = 0)$  .

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة التالية : (40) درجة لكل سؤال

السؤال الأول : تأمل الشكل المرسوم جانباً ، ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرف على  $R$  والمطلوب :



(1) دل على القيمة الحدية الصغرى للتابع  $f$

(2) جد  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(3) ما هي حلول المعادلة  $f(x) = y_{\Delta}$

(4) اكتب معادلة المستقيم  $\Delta$

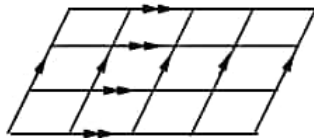
السؤال الثاني :

في معلم متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  لتكن النقطة  $A(1, -2, 0)$  والمستوي  $P: x + 2y + z - 1 = 0$

احسب بعد النقطة  $A$  عن المستوي  $P$  ثم اكتب معادلة الكرة التي مركزها  $A$  وتمس المستوي  $P$

السؤال الثالث : في الشكل المجاور نتأمل شبكة منتظمة من المستقيمت المتوازية تشكل فيما بينها

متوازيات أضلاع والمطلوب :



احسب عدد متوازيات الأضلاع في الشبكة

السؤال الرابع : ليكن  $f$  التابع المعرف على  $R$  وفق :  $f(x) = \frac{1}{3 + \cos x}$

(1) أثبت محدودية  $f$

(2) استنتج  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{3 + \cos x}$

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية : (60) درجة لكل تمرين

التمرين الأول : في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس  $(O; \vec{u}, \vec{v})$  نتأمل النقاط

$M, C, B, A$  التي تمثلها على الترتيب الأعداد العقدية :

$a = -1 - i$  ,  $b = 1 - i$  ,  $c = 2i$  ,  $m = -1 + i$  والمطلوب :

(1) مثل الأعداد  $a = -1 - i$  ,  $b = 1 - i$  ,  $c = 2i$  ,  $m = -1 + i$  في المستوي

(2) احسب العدد العقدي  $d$  الممثل للنقطة  $D$  صورة النقطة  $C$  وفق دوران مركزه  $O$  وزاويته  $(\frac{\pi}{2})$

(3) أثبت أن النقاط  $B, O, M$  تقع على استقامة واحدة

(4) احسب  $\arg \frac{c-d}{m}$  واستنتج أن  $(OM)$  و  $(DC)$  متعامدان

الصفحة الثانية

التمرين الثاني : لتكن المتتاليات  $(u_n)_{n \geq 1}$  و  $(v_n)_{n \geq 1}$  المعرفتان وفق :

$$v_n = 5 + \frac{1}{n^2}$$

$$u_n = 5 - \frac{1}{n}$$

- (1) أثبت أن المتتالية  $(u_n)_{n \geq 1}$  متزايدة
- (2) أثبت أن المتتالية  $(v_n)_{n \geq 1}$  متناقصة
- (3) هل المتتاليات  $(u_n)_{n \geq 1}$  و  $(v_n)_{n \geq 1}$  متجاورتان ؟ علل إجابتك .

التمرين الثالث : ليكن  $X$  متحول عشوائي يمثل عدد النجاحات في تجربة برنولية .

الجدول غير المكتمل المجاور هو القانون الاحتمالي للمتحول  $X$  الممثل لثلاث نجاحات

$k$	0	1	2	3
$P(X = k)$	$\frac{1}{27}$	$\frac{6}{27}$		

فإذا علمت أن احتمال النجاح يساوي  $\frac{2}{3}$

$$P(X = 1) = \frac{6}{27} \text{ و } P(X = 0) = \frac{1}{27}$$

(1) جد  $P(X = 2)$  و  $P(X = 3)$

(2) ما التوقع الرياضي للمتحول العشوائي  $X$  ؟

(3) ما تباين المتحول العشوائي  $X$  ؟

التمرين الرابع : ليكن  $J = \int_0^{\ln 2} \frac{e^x}{e^{x+2}} dx$  و  $I = \int_0^{\ln 2} \frac{2}{e^{x+2}} dx$  والمطلوب :

(1) احسب  $J$

(2) احسب  $I + J$  ثم استنتج  $I$

ثالثاً - حل المسألتين الآتيتين : (100) درجة لكل مسألة

المسألة الأولى : ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرف على  $R$  وفق :  $f(x) = \ln(e^{-x} + 1)$

(1) جد نهاية  $f$  عند  $-\infty$  وعند  $+\infty$  هل يقبل الخط  $C$  مقاربات غير مائلة ؟

(2) أثبت أن  $f(x) = -x + \ln(e^x + 1)$

(3) أثبت أن المستقيم  $y = -x$  مقارب مائل للخط  $C$  في جوار  $-\infty$

(4) ادرس تغيرات التابع  $f$  ونظم جدولاً بها

(5) ارسم المقاربات وارسم الخط البياني  $C$

المسألة الثانية : في معلم متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  لدينا النقاط  $A(1,1,0)$  و  $B(1,2,1)$  و  $C(4,0,0)$

(1) أثبت أن النقاط  $A, B, C$  ليست على استقامة واحدة

(2) أثبت أن معادلة المستوي  $(ABC)$  تعطى بالعلاقة :  $x + 3y - 3z - 4 = 0$

(3) ليكن المستويان  $P$  و  $Q$  معادلتها :

$$P: x + 2y - z - 4 = 0$$

$$Q: 2x + 3y - 2z - 5 = 0$$

أثبت أن المستويين يتقاطعان في الفصل المشترك  $d$  الذي تمثيله الوسيطى :

$$d: \begin{cases} x = t - 2 \\ y = 3 \\ z = t \end{cases} : t \in R$$

(4) ماهي نقطة تقاطع المستويات  $P$  و  $Q$  و  $(ABC)$

(5) احسب بعد  $A$  عن المستقيم  $d$

انتهت الأسئلة