

وفق  
النموذج  
الوزاري

نماذج امتحانية محلولة

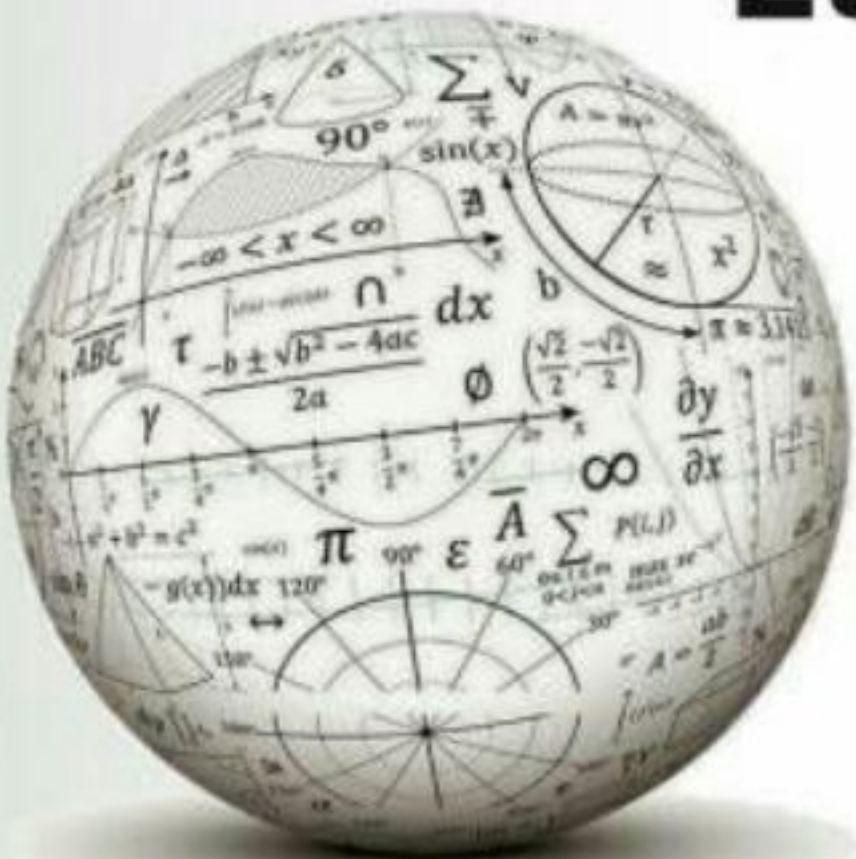
# الثالثة

في مادة

# الرياضيات

لطلاب الثالث الثانوي العلمي

2018-2017



إعداد المدرس صفوان إدريس

+963 992 320 116



Math 2018

<https://t.me/safwanidriss>



المدة : ثلاث ساعات

امتحان مادة الرياضيات لطلاب البكالوريا (2017 - 2018)



الدرجة : 600

النموذج الاول

أولاً: اجب عن الاسئلة الأربعة التالية ( 40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: الجدول التالي يعبر عن تغيرات التابع  $f$  والمطلوب

$x$	$-\infty$	$-3$	$2$	$3$	$+\infty$					
$f'(x)$		$0$		$0$						
$f(x)$	$\frac{1}{3}$	$\searrow$	$-1$	$\nearrow$	$\infty$	$-\infty$	$\nearrow$	$1$	$\searrow$	$\frac{1}{5}$

• احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

• عين صورة المجال  $[-3,3]$

• عين عدد حلول المعادلة  $f(x) = 0$

• عين القيم الحدية المحلية

السؤال الثاني: في منشور  $(x^5 + \frac{1}{x^2})^{2n}$

• اكتب صيغة الحد  $T_r$

• ما لشرط على العدد الطبيعي  $n$  كي يحتوي ها المنشور على حد ثابت مستقل عن  $x$

السؤال الثالث: في المستوي العقدي لدينا النقطتين  $A, B$  الممثلتين بالعددين

$$\frac{Z_A}{Z_B} = e^{\frac{\pi i}{6}} \quad \text{اثبت ان} \quad Z_B = \overline{Z_A} \quad Z_A = (\sqrt{3} + 1) + (\sqrt{3} - 1)i$$

السؤال الرابع: اوجد الحل المشترك لجملة المعادلتين  $\begin{cases} e^x - \frac{1}{e}e^y = 1 \\ 2e^x + e^y = 4 + e \end{cases}$

ثانياً : حل التمارين الأربعة الآتية ( 60 درجة لكل سؤال )

السؤال الأول: في المستوي العقدي ليكن لدينا النقاط  $A, B, C$  التي تشكل رؤوس مثلث مركز ثقله  $G$

$H$  التحول النقطي الذي يرافق بكل نقطة  $M$  النقطة  $M'$  وفق  $\overline{MM'} = \overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC}$

• اثبت ان  $\overline{GM'} = -2\overline{GM}$  ثم استنتج طبيعة التحول  $H$

• اثبت ان  $Z_{M'} = -2Z_M + 3Z_G$

$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\sin 2x} dx$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \ln^2(x)$$

السؤال الثاني: اوجد ناتج مايلي

السؤال الثالث : ليكن لدينا المتتالية العددية  $(U_n)_{n \geq 0}$  حيث

$$\begin{cases} u_0 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = -1 - \frac{1}{4u_n} \end{cases}$$

وليكن  $(v_n)_{n \geq 0}$  المعينة بالعلاقة  $v_n = \frac{2}{2u_n+1}$

- اثبت ان المتتالية  $(v_n)_{n \geq 0}$  حسابية عين اساسها وحدها الاول
- اوجد  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم اوجد  $u_n$  بدلالة  $n$  واحسب نهاية  $u_n$

السؤال الرابع : يحوي صندوق 9 كرات متماثلة كرتين حمراوين وثلاث كرات بيضاء وأربع كرات زرقاء سحب من الصندوق كرتين معا نعطي القيمة (0) للكرة الحمراء والقيمة (1) للكرة البيضاء والقيمة (2) للكرة الزرقاء وليكن  $X$  متحول عشوائي يدل على مجموع القيم الناتجة من سحب كرتين اكتب قيم  $X$  واحسب توقعه الرياضي

حل المسالتين التاليتين: (90 درجة للأولى – 110 للثانية)

المسألة الاولى: نتامل في الفضاء المنسوب الى المعلم المتجانس  $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  النقاط  $A(1,2,0) B(0,0,1) C(1,5,5)$

- اثبت ان النقاط  $A, B, C$  تشكل مستو عين معادلته الديكارتية
- اوجد احداثيات النقطة  $D'$  المسقط القائم للنقطة  $D(-11,9,-4)$  على المستوي  $ABC$
- بفرض  $D'(2,4,-1)$  استنتج ان  $D'$  هي مركز ابعاد متناسبة للنقاط  $(A, \alpha) (B, \beta) (C, \gamma)$  عين  $\alpha, \beta, \gamma$
- اوجد معادلة الكرة التي مركزها  $D$  وتمس المستوي  $ABC$

المسألة الثانية ليكن لدينا  $c$  الخط البياني التابع  $f(x) = x + \frac{2}{\sqrt{x}} - 5$  المعرف على  $[0, \infty]$  المطلوب:

- استنتج ان للخط  $c$  مقارب يوازي  $yy'$
- ادرس تغيرات التابع ونظم جدولا بها ثم دل على القيم الحدية
- استنتج ان للمعادلة  $f(x) = 0$  جذرين أحدهما  $0 < x_1 < 1$  ثم اوجد الجذر الاخر
- ارسم كل مقارب وجدته وارسم  $c$  ثم احسب مساحة السطح المحدد بالخط  $c$  ومحور  $xx'$  والمستقيمين  $x = 1, x = 4$
- استنتج رسم الخط البياني للتابع  $f_1(x) = \frac{x^2 - 6x + 2\sqrt{x}}{x}$

\*انتهت الأسئلة\*



السؤال الثالث

$$Z_A = (\sqrt{3} + 1) + (\sqrt{3} - 1)i$$

$$Z_B = \bar{Z}_A$$

$$\Rightarrow Z_B = (\sqrt{3} + 1) - (\sqrt{3} - 1)i$$

$$\frac{Z_A}{Z_B} = \frac{(\sqrt{3} + 1) + (\sqrt{3} - 1)i}{(\sqrt{3} + 1) - (\sqrt{3} - 1)i}$$

$$= \frac{[(\sqrt{3} + 1) + (\sqrt{3} - 1)i][(\sqrt{3} + 1) + (\sqrt{3} - 1)i]}{[(\sqrt{3} + 1) - (\sqrt{3} - 1)i][(\sqrt{3} + 1) + (\sqrt{3} - 1)i]}$$

$$= \frac{(\sqrt{3} + 1)^2 + 2(\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1)i + (\sqrt{3} - 1)^2 i^2}{(\sqrt{3} + 1)^2 + (\sqrt{3} - 1)^2}$$

$$= \frac{3 + 2\sqrt{3} + 1 + 2(2i) + (3 - 2\sqrt{3} + 1)(-1)}{3 + 2\sqrt{3} + 1 + 3 - 2\sqrt{3} + 1}$$

$$= \frac{4 + 2\sqrt{3} + 4i - 3 + 2\sqrt{3} - 1}{8}$$

$$= \frac{4\sqrt{3} + 4i}{8}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$$

$$r = \sqrt{\frac{3}{4} + \frac{1}{4}} = 1$$

$$\cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin \theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{6}$$

$$\frac{Z_A}{Z_B} = e^{i\frac{\pi}{6}}$$

1. صفوان ادريس  
2. عبد الرحمن ناصر

① التوزيع الأول

السؤال الأول

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{1}{5}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \frac{1}{3}$$

$$I = [-3, 3]$$

$$f(I) = ]-\infty, +\infty[$$

• حلول المعادلة  $f(x) = 0$   
سلا 3 حلول

• القيم الحدية

$$f(-3) = -1 \text{ قيمة حدية صغرى}$$

$$f(3) = 1 \text{ قيمة حدية كبرى}$$

السؤال الثاني

$$T_r = \binom{2n}{r} (x^5)^r \left(\frac{1}{x^2}\right)^{2n-r}$$

$$\binom{2n}{r} (x)^{5r} (x^{-2})^{2n-r}$$

$$\binom{2n}{r} (x)^{5r} (x)^{-4n+2r}$$

$$\binom{2n}{r} x^{-4n+7r}$$

هنا نحوي هذا المنصور على حد ثابت

$$-4n + 7r = 0$$

$$7r = 4n$$

$$r = \frac{4}{7}n$$

أي يجب أن تكون  $n$  من مضاعفات العدد 7



من العلاقة

$$GM' = -2GM$$

$$Z_{M'} - Z_g = -2Z_M + 2Z_g$$

$$Z_{M'} = -2Z_M + 3Z_g$$

السؤال الثاني

•  $\lim_{x \rightarrow 0} x \ln^2(x) = 0(+\infty)$   
حالة 0- $\infty$  تحين

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \ln(x) \ln(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x^{\frac{1}{2}} \ln(x) \quad x^{\frac{1}{2}} \ln(x)$$

$$= 0 \cdot 0 = 0$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{1}{\sin 2x} dx$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{2 \sin x \cos x} dx$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{6}} \left( \frac{1}{2} \frac{\cos^2 x}{\sin x \cos x} + \frac{1}{2} \frac{\sin^2 x}{\sin x \cos x} \right) dx$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{6}} \left( \frac{1}{2} \frac{\cos x}{\sin x} + \frac{1}{2} \frac{\sin x}{\cos x} \right) dx$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{6}} \left( \frac{1}{2} \frac{\cos x}{\sin x} - \frac{1}{2} \frac{-\sin x}{\cos x} \right) dx$$

$$= \left[ \frac{1}{2} \ln(\sin x) - \frac{1}{2} \ln(\cos x) \right]_0^{\frac{\pi}{6}}$$

$$= \left[ \frac{1}{2} \ln(\tan x) \right]_0^{\frac{\pi}{6}}$$

$$= \frac{1}{2} \ln \tan \frac{\pi}{6} - \frac{1}{2} \ln \tan \frac{\pi}{6}$$

$$= \frac{1}{2} \ln \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{2} \ln(1) = -\frac{1}{4} \ln(3)$$

## الموضوع الأول (2)

### السؤال الرابع

$$e^x - \frac{1}{e} e^y = 1 \quad \text{--- (1)}$$

$$2e^x + e^y = 4 + e \quad \text{--- (2)}$$

نضرب (1) بـ e

$$e e^x - e^y = e$$

$$\text{بالجمع} \quad 2e^x + e^y = 4 + e$$

$$e e^x + 2e^x = 4 + 2e$$

$$e^x (e + 2) = 2(e + 2)$$

$$\Rightarrow \frac{e^x}{e + 2} = 2$$

$$\boxed{x = \ln(2)}$$

نعوض في (2)

$$2e^{\ln(2)} + e^y = 4 + e$$

$$4 + e^y = 4 + e$$

$$e^y = e$$

$$\boxed{y = 1}$$

### ثانياً: السؤال الأول

$$\vec{MM'} = \vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}$$

$$\vec{MM'} = 3\vec{MG}$$

$$\vec{MG} + \vec{GM'} = 3\vec{MG}$$

$$\vec{GM'} = 2\vec{MG}$$

$$\vec{GM'} = -2\vec{GM}$$

التحول H: تحاكي حركة G ونسبة

$$k = -2$$



$$v_0 = \frac{2}{2u_0+1} = \frac{2}{1+1} = 1$$

$$v_n = v_0 + nr$$

$$v_n = 1 - 2n$$

$$v_n = \frac{2}{2u_n+1}$$

$$2u_{n+1} = \frac{2}{v_n}$$

$$2u_n = \frac{2}{v_n} - 1$$

$$u_n = \frac{2 - v_n}{2v_n}$$

$$= \frac{2 - 1 + 2n}{2 - 4n} = \frac{1 + 2n}{2 - 4n}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = -\frac{1}{2}$$

### السؤال الرابع

2 حمراء و 3 بيضاء و 4 زرقاء

نسباً كالتالي

0 ← كرة حمراء

1 ← كرة بيضاء

2 ← كرة زرقاء

$X$	$X(x)$
2 زرقاء	4
2 حمراء	0
2 بيضاء	2
1 زرقاء و 1 حمراء	2
1 زرقاء و 1 بيضاء	3
1 حمراء و 1 بيضاء	1

$X(x) = \{0, 1, 2, 3, 4\}$

③

### السؤال الثالث

$$u_0 = \frac{1}{2}$$

$$u_{n+1} = -1 + \frac{1}{u_n}$$

$$v_n = \frac{2}{1 + 2u_n}$$

$v_n$  ثابتة

$$v_{n+1} = \frac{2}{1 + 2u_{n+1}}$$

$$= \frac{2}{1 + 2(-1 - \frac{1}{4u_n})}$$

$$= \frac{2}{1 - 2 - \frac{1}{2u_n}}$$

ضرب د  $2u_n$  ببطار مقاماً

$$= \frac{2(2u_n)}{(-1)(2u_n) - \frac{2u_n}{2u_n}}$$

$$= \frac{4u_n}{-2u_n - 1}$$

$$= -\frac{4u_n}{2u_n+1}$$

$$v_{n+1} - v_n = -\frac{4u_n}{2u_n+1} - \frac{2}{1+2u_n}$$

$$= -\frac{2(2u_n+1)}{2u_n+1}$$

$$= -2 = r$$

المتالية ثابتة

$$r = -2$$



المسألة الأولى

$$A(1, 2, 0) \quad B(0, 0, 1)$$

$$C(1, 5, 5)$$

$$\vec{AB} = (-1, -2, 1)$$

$$\vec{AC} = (0, 3, 5)$$

$$\frac{0}{-1} \neq \frac{3}{-2}$$

المساحات غير مرتبطة خطياً

التقاط ليست على استقامة واحدة

لكن نأخذ مستوى

$$\vec{n} \cdot \vec{AB} = 0 \Rightarrow -a - 2b + c = 0 \quad \text{--- (1)}$$

$$\vec{n} \cdot \vec{AC} = 0 \Rightarrow 3b + 5c = 0 \quad \text{--- (2)}$$

كما زففة لـ c ولكن  $C=3$

$$3b + 15 = 0 \Rightarrow b = -5$$

نعوض في (1)

$$-a + 10 + 3 = 0$$

$$\Rightarrow a = 13$$

$$\vec{n} = (13, -5, 3)$$

$$P_{ABC} = 13(x-0) - 5(y-0) + 3(z-1) = 0$$

~~$$P: 13x - 5y + 3z - 3 = 0$$~~

$$P: 13x - 5y + 3z - 3 = 0$$

أ. صفوان ادريس  
أ. عبد الرحمن ناصر

المسألة الثانية (4)

$$n(\Omega) = \binom{9}{2} = \frac{9 \cdot 8}{2} = 36$$

$$P(X=0) = \frac{\binom{2}{2}}{36} = \frac{1}{36}$$

$$P(X=1) = \frac{\binom{2}{1} \binom{3}{1}}{36} = \frac{2 \cdot 3}{36} = \frac{6}{36}$$

$$P(X=2) = \frac{\binom{3}{2} \binom{4}{1} \binom{2}{1}}{36}$$

$$= \frac{\frac{3 \cdot 2}{2} + 4 \cdot 2}{36} = \frac{11}{36}$$

$$P(X=3) = \frac{\binom{4}{1} \binom{3}{1}}{36} = \frac{12}{36}$$

$$P(X=4) = \frac{\binom{4}{2}}{36} = \frac{4 \cdot 3}{36} = \frac{6}{36}$$

$X_i$	0	1	2	3	4
$P_i$	$\frac{1}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{11}{36}$	$\frac{12}{36}$	$\frac{6}{36}$
$X_i P_i$	0	$\frac{6}{36}$	$\frac{22}{36}$	$\frac{36}{36}$	$\frac{24}{36}$

$$E(X) = \sum_{i=1}^5 X_i P_i$$

$$= \frac{6 + 22 + 36 + 24}{36}$$

$$= \frac{88}{36}$$

$$= 2.44$$



## الفردح الأول (5)

$$\vec{AD}' = (1, 2, -1)$$

$$\vec{AD}' = -\vec{AB} \quad \text{وفيه}$$

$$\vec{AD}' = -\vec{AD}' \Rightarrow \vec{D}'B \quad \text{وأيضاً}$$

$$\vec{AD}' + \vec{AD}' = -\vec{D}'B$$

$$2\vec{AD}' = -\vec{D}'B$$

$$2\vec{AD}' - \vec{B}D' = 0$$

أي أن  $D'$  مركزاً أيجادتها

$$(A, 2) \quad (B, -1) \quad (C, 0)$$

$$r = DD' = \sqrt{169 + 25 + 9}$$

$$r = \sqrt{203}$$

معادلة الكرة :

$$(X+11)^2 + (Y-9)^2 + (Z+4)^2 = 203$$

أ. صفوان ادريس  
أ. عبد الرحمن ناصر

$$D(-11, 9, -4)$$

نوجد تمثيل وسيطي للمستقيم  $d$  من  $D$   
ويأخذ المستوى أي أن معوجه المستقيم  
هو نفسه ناظم المستوى  $P$

$$d \begin{cases} X = -11 + 13t \\ Y = 9 - 5t \\ Z = -4 + 3t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

الحل المشترك بين  $d$  و  $P$

$$13(-11 + 13t) - 5(9 - 5t) + 3(-4 + 3t) - 3 = 0$$

$$-143 + 169t - 45 + 25t - 12 + 9t - 3$$

$$203t - 203 = 0$$

$$203t = 203$$

$$t = 1$$

$D'$  نقط  $D$  على المستوى  $P$  تكون

$$X_{D'} = -11 + 13 = 2$$

$$Y_{D'} = 9 - 5 = 4$$

$$Z_{D'} = -4 + 3 = -1$$

$$D' (2, 4, -1)$$



## الموضوع الأول ⑥

المسألة الثانية

$$f(x) = x + \frac{2}{\sqrt{x}} - 5$$

$$f(x) = x - 5 + \frac{2}{\sqrt{x}}$$

$$D = ]0, +\infty[$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0 - 5 + \frac{2}{0^+} = +\infty$$

$x = 0$  تقارب  $\infty$  //  $\infty$  و  $C$  (تقارب)  
عين المقارب

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty - 5 - 0 = +\infty$$

فالتابع معرف ومستمر اشتغالي

$$D = ]0, +\infty[$$

$$f'(x) = 1 + \frac{-\frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot 2}{x} - 0$$

$$= 1 - \frac{1}{x\sqrt{x}}$$

$$\nabla f(x) = 0$$

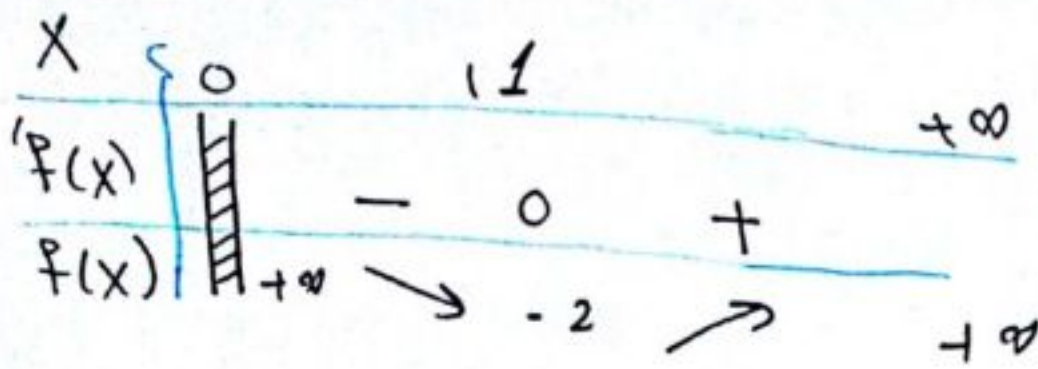
$$1 - \frac{1}{x\sqrt{x}} = 0$$

$$\nabla 1 = \frac{1}{x\sqrt{x}}$$

$$x\sqrt{x} = 1 \Rightarrow x^3 = 1$$

$$x = 1 \in D$$

$$f(1) = 1 + 2 - 5 = -2$$



$$f(1) = -2$$

قيمة حدية صغيرة محلياً وشاملة

$$f(D) = ]-2, +\infty[$$

نلاحظ المعادلة

$$f(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$$

$$f(1) = -2$$

$$f(1) \cdot \lim_{x \rightarrow 0} f(x) < 0$$

للمعادلة  $f(x) = 0$  حل واحد (ع)

$$0 < x < 1$$

$$f(x) = 0$$

$$x + \frac{2}{\sqrt{x}} - 5 = 0$$

$$x - 5 = -\frac{2}{\sqrt{x}}$$

$$(x-5)^2 = \frac{4}{x}$$

$$x^2 - 10x + 25 = \frac{4}{x}$$

$$x^3 - 10x^2 + 25x = 4$$

$$x^3 - 10x^2 + 25x - 4 = 0$$

نلاحظ أن  $x = 4$  حل للمعادلة



## المسألة الأولى (7)

$$\int_1^4 (-x - 2x^{-\frac{1}{2}} + 5) dx$$

$$\left[ -\frac{1}{2}x^2 - 2 \frac{x^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} + 5x \right]_1^4$$

$$(-8 - 8 + 20) - \left(-\frac{1}{2} - 4 + 5\right)$$

$$4 - \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$$

$$f(x) = x + \frac{2}{\sqrt{x}} - 5$$

$$= x - 5 + \frac{2\sqrt{x}}{x}$$

$$f(x) - 1 = x - 6 + \frac{2\sqrt{x}}{x}$$

$$= \frac{x^2 - 6x + 2\sqrt{x}}{x}$$

عند تبين عند التحويل

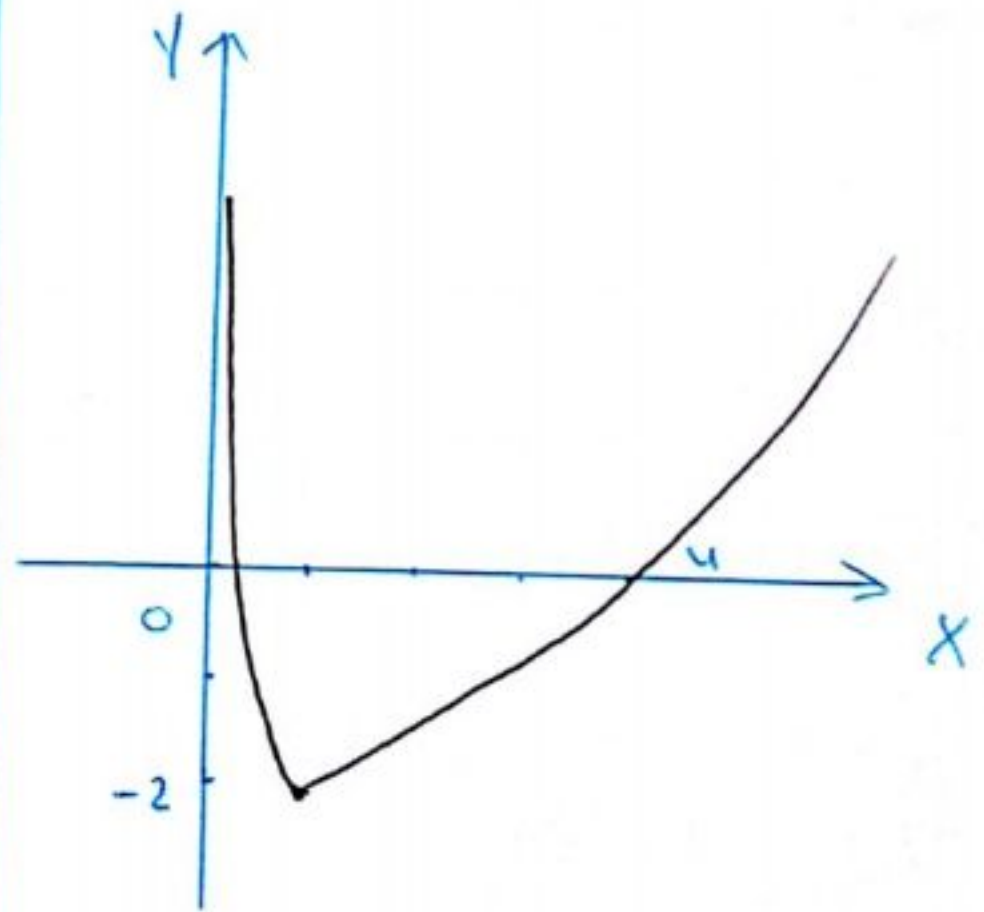
$$(x, y) \rightarrow (x, y-1)$$

انتهى الحل، انموذج الأول

أ. صفوان ادريس  
أ. عبد الرحمن ناصر

$$\begin{array}{r} x^2 - 6x + 1 \\ x-4 \overline{) x^3 - 10x^2 + 25x - 4} \\ \underline{x^3 - 4x^2} \phantom{- 4} \\ -6x^2 + 25x \phantom{- 4} \\ \underline{-6x^2 + 24x} \phantom{- 4} \\ x - 4 \\ \underline{x - 4} \\ 0 \end{array}$$

أي أن الناتج ينعدم عند  $x = 4$



نلاحظ أن  $c$  تحت  $\Delta$  على الجوار  $[1, 4]$

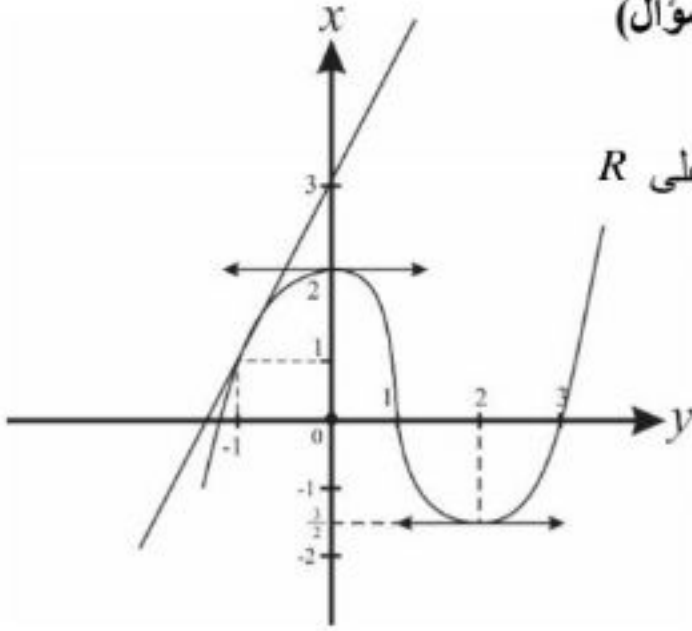
$$S = \int_1^4 f(x) dx$$

$$= \int_1^4 \left(-x - \frac{2}{\sqrt{x}} + 5\right) dx$$





أولاً: اجب عن الاسئلة الأربعة التالية ( 40 درجة لكل سؤال)



السؤال الأول: في الشكل المرسوم جانباً لدينا  $c$  هو الخط البياني للتابع  $f$  المعرف على  $R$

- احسب كلاً من  $f(1)$   $f(2)$   $f'(2)$
- اكتب معادلة  $\Delta$  المماس للخط  $c$  في النقطة منه والتي فاصلتها  $x = -1$
- ما هو عدد حلول المعادلة  $f(x) = \frac{3}{2}$
- عين صورة المجال  $[1,3]$

السؤال الثاني: نريد تأليف لجنة مكونة من ( مدير - نائب مدير - امين سر) من مجموعة تضم خمسة اشخاص بكم طريقة يمكن

اختيار اللجنة علماً ان في المجموعة شخصين متخصصين لا يجتمعان في اللجنة نفسها

السؤال الثالث : ليكن لدينا العددان المركبان  $Z_1 = 1 + i$  ,  $Z_2 = 1 + \sqrt{3}i$  المطلوب:

اوجد  $(Z_1) \times (Z_2)$  بالشكل الجبري ثم بالشكل المثلثي واستنتج النسب المثلثية للزاوية  $\frac{7\pi}{12}$

السؤال الرابع: اوجد الحل المشترك لجملة المعادلتين  $\begin{cases} 3^x \cdot 3^y = 9 \\ 3^x + 3^y = 4\sqrt{3} \end{cases}$

ثانياً : حل التمارين الأربعة الآتية ( 60 درجة لكل سؤال )

السؤال الأول: في المستوي العقدي ليكن لدينا النقاط  $A, B, C$  التي تشكل رؤوس مثلث تمثلها الاعداد  $a, b, c$

$$a = 2 - 2\sqrt{3}i , \quad b = 2 + 2\sqrt{3}i , \quad c = 8$$

- اكتب  $a, b, c$  بالشكل الاسي
- احسب الزاوية بين الشعاعين  $\vec{AC}, \vec{BC}$  واستنتج نوع المثلث  $ABC$

السؤال الثاني : بفرض لدينا التابع  $f(x) = ax + b + \frac{\ln(x)}{x}$  المعرف عندما  $x > 0$

- عين  $a, b$  ليكون ل  $c$  الخط البياني للتابع  $f$  مماساً في النقطة  $A(1,0)$  موازياً للمستقيم  $y = 3x + 2$
- احسب  $j = \int_1^e f(x). dx$

السؤال الثالث : نتأمل المعادلة التفاضلية  $(E): y' + y = 2(x + 1)e^{-x}$

- اثبت ان  $f(x) = (x^2 + 2x + k)e^{-x}$  حلاً للمعادلة  $E$
- عين  $k$  ليقتل  $f$  مماساً افقياً عند  $x = 0$

السؤال الرابع : يحوي صندوق (I) 3 كرات متماثلة مرقمة (1,2,3) وصندوق (II) اربع كرات مرقمة (2,3,4,5) نسحب من

الصندوق الاول كرة ثم من الصندوق الثاني كرة

- اكتب فضاء العينة المرتبط بالتجربة
- بفرض الحدث  $A$  احدي الكرتين على الاقل تحمل الرقم 3
- بفرض الحدث  $B$  مجموع رقمي الكرتين اكبر تماما من 5 هل الحدثين  $A, B$  مستقلين
- ليكن  $X$  متحول عشوائي يدل على رقمي الكرتين المسحوبتين اكتب قيمه واحسب توقعه الرياضي

حل المسالتين التاليتين: (100 درجة للأولى - 100 للثانية)

المسالة الاولى: في معلم متجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  لدينا النقاط  $A(1,0, -1), B(2,2,3), C(3,1, -2), D(-4,2,1)$  والمطلوب :

- استنتج المعادلة الديكارتية للمستوي  $ABC$
- عين  $\omega$  مركز الكرة التي معادلتها  $x^2 + y^2 + z^2 + 2y - 6z - 15 = 0$  واحسب نصف قطرها
- احسب بعد  $\omega$  عن المستوي  $ABC$
- اعط المعادلة الديكارتية للمستوي  $P$  للمستوي المحوري للقطعة  $MN$  حيث  $M(1,0,0), N(-1,0,2)$
- ليكن لدينا المستوي  $Q: x + y + z - 1 = 0$  بين ان المستويين  $ABC, Q$  متعامدان
- عين تقاطع المستويات الثلاث  $ABC, P, Q$
- عين مجموعة نقاط الفراغ  $M$  المعينة بالعلاقة  $(\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}) \cdot (3\vec{MA} - \vec{MB} + \vec{MC}) = 0$

المسالة الثانية : اولا :  $u_n, v_n$  متاليتان معرفتين على مجموعة الاعداد الطبيعية وفق :

$$v_n = \ln(u_n) - 2 \quad \begin{cases} u_0 = e^3 \\ u_{n-1} = e\sqrt{u_n} \end{cases}$$

- اثبت ان  $v_n$  هندسية عين اساسها وحدها الاول واستنتج صيغتها بدلالة  $n$
- استنتج صيغة  $u_n$  بدلالة  $n$  واحسب نهايتها
- ثانيا : ليكن لدينا  $c$  الخط البياني التابع  $f(x) = e\sqrt{x}$  المعرف على  $[0, \infty)$  المطلوب :
- ادرس قابلية اشتقاق التابع عند 0
- ادرس تغيرات التابع ونظم جدولا بها وارسم  $c$
- احسب مساحة السطح المحدد بالخط  $c$  ومحور  $xx'$  والمستقيمين  $x = 0, x = 1$
- احسب حجم الجسم الناتج عن وراة السطح السابق حول  $xx'$  دورة كاملة

\*انتهت الأسئلة \*



منه عدد الحالات التي يكون فيها أحد الشطين  
نقط

$$60 - 18 = 42$$

السؤال الثالث

$$Z_1 = 1 + i \quad Z_2 = 1 + \sqrt{3}i$$

$$Z_1 Z_2 = (1 + i)(1 + \sqrt{3}i)$$

$$= 1 + \sqrt{3}i + i - \sqrt{3}$$

$$1 - \sqrt{3} + (1 + \sqrt{3})i$$

نوجد  $Z_1$  ,  $Z_2$  بالمثلثي

$$r_1 = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$$

$$\cos \theta_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\sin \theta_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \theta_1 = \frac{\pi}{4}$$

$$Z_1 = \sqrt{2} e^{\frac{\pi}{4}i} = \sqrt{2} [\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4}]$$

$$r_2 = \sqrt{1+3} = 2$$

$$\sin \theta_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos \theta_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_2 = \frac{\pi}{3}$$

$$Z_2 = 2 e^{\frac{\pi}{3}i}$$

$$= 2 [\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}]$$

$$\underline{Z_1 \cdot Z_2 =}$$

$$= \sqrt{2} [\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4}] 2 [\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}]$$

$$Z_1 \cdot Z_2 = 2\sqrt{2} [\cos(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{3}) + i \sin(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{3})]$$

$$= 2\sqrt{2} [\cos \frac{7\pi}{12} + i \sin \frac{7\pi}{12}]$$

أ. صفوان ادريس  
أ. عبد الرحمن ناصر

الموضوع الثاني  
السؤال الأول

$$f(1) = 0$$

$$f(2) = -\frac{3}{2}$$

$$f'(2) = 0$$

المماس يمر بالنقطتين  
 $f(-1) = -1$  و  $(0, 3)$

$$m = \frac{3 - (-1)}{0 - (-1)} = 2$$

$$y - 3 = 2(x)$$

$$\boxed{y = 2x + 3}$$

$$f(x) = \frac{3}{2}$$

3 حلول

$$I = [1, 3]$$

$$f(I) = [-\frac{3}{2}, 0]$$

السؤال الثاني

عدد اللجان الكبرى

$$P_5^3 = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$$

نوجد عدد اللجان التي يكون فيها كلا  
الشطين معاً مع تبديلاتهما

$$P_1^1 \cdot P_1^1 \cdot P_3^1 \cdot 6 = 18$$



$$3^X = \frac{4\sqrt{3} + 2\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$$

14

$$3^X = 3 \cdot 3^{\frac{1}{2}} = 3^{\frac{3}{2}}$$

$$\boxed{X = \frac{3}{2}}$$

$$Y = 2 - \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\boxed{Y = \frac{1}{2}}$$

$$3^X = \frac{4\sqrt{3} - 2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

15

$$3^X = 3^{\frac{1}{2}}$$

$$\boxed{X = \frac{1}{2}}$$

$$\boxed{Y = \frac{3}{2}}$$

ثانياً: الحالة الأخرى:

$$a = 2 - 2\sqrt{3}i$$

$$b = 2 + 2\sqrt{3}i$$

$$c = 9$$

$$Z_A = 2 - 2\sqrt{3}i$$

$$r_2 = \sqrt{4+12} = 4$$

$$\cos \theta = \frac{1}{2}$$

$$\sin \theta = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \theta = -\frac{\pi}{3}$$

$$Z_A = 4 e^{-\frac{\pi}{3}i}$$

$$Z_B = 4 e^{\frac{\pi}{3}i}$$

$$Z_C = 8 e^{2\pi i}$$

~~9/1/18~~  
~~11/1/18~~

الفوزح الثاني (2)

المطابقة بين المتكافئين نجد

$$2\sqrt{2} \cos \frac{7\pi}{12} = 1 - \sqrt{3}$$

$$\cos \frac{7\pi}{12} = \frac{1 - \sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$$

$$2\sqrt{2} \sin \frac{7\pi}{12} = 1 + \sqrt{3}$$

$$\sin \frac{7\pi}{12} = \frac{1 + \sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$$

السؤال الرابع

$$3^X \cdot 3^Y = 9 \quad \text{--- (1)}$$

$$3^X + 3^Y = 4\sqrt{3} \quad \text{--- (2)}$$

من (1) نجد

$$3^{X+Y} = 3^2 \quad \text{--- (3)}$$

$$\Rightarrow X + Y = 2$$

$$Y = 2 - X$$

نعوذنا في (2)

$$3^X + 3^{2-X} = 4\sqrt{3}$$

نضرب

$$3^{2X} + 3^2 = 4\sqrt{3} 3^X$$

$$3^{2X} - 4\sqrt{3} 3^X + 9 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac =$$

$$48 - 4(1)(9) = 12$$

$$\sqrt{\Delta} = 2\sqrt{3}$$



السؤال الثاني

$$f(x) = ax + b + \frac{\ln(x)}{x}$$

بما أن الخط مماس في  $A(1,0)$  فإن

$$f(1) = 0$$

$$f'(1) = m = 3$$

لأنه المماس والتangent متوازيان

$$f(1) = a + b + \frac{\ln(1)}{1}$$

$$\Rightarrow a + b = 0$$

$$f'(x) = a + \frac{\frac{1}{x}x - \ln(x)}{x^2}$$

$$= a + \frac{1 - \ln(x)}{x^2}$$

$$f'(1) = a + 1$$

$$3 = a + 1 \Rightarrow \boxed{a = 2}$$

$$\boxed{b = -2}$$

$$f(x) = 2x - 2 + \frac{\ln(x)}{x}$$

$$I = \int_1^e f(x) dx$$

$$= \int_1^e (2x - 2 + \frac{1}{x} \ln(x)) dx$$

$$= \left[ x^2 - 2x + \frac{\ln^2(x)}{2} \right]_1^e$$

$$= (e^2 - 2e + \frac{1}{2}) - (1 - 2 + \frac{0}{2})$$

$$= e^2 - 2e + \frac{1}{2} + 1$$

$$= e^2 - 2e + \frac{3}{2}$$

الفردج الثاني ③

$$\frac{C-a}{C-b} = \frac{8 - 2 + 2\sqrt{3}i}{8 - 2 - 2\sqrt{3}i}$$

$$= \frac{6 + 2\sqrt{3}i}{6 - 2\sqrt{3}i}$$

تعتبر البسط العدد العقدي

$$Z_M = 6 + 2\sqrt{3}i$$

$$r_2 \sqrt{36 + 12} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$$

$$\cos \theta = \frac{6}{4\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{6}$$

$$\sin \theta = \frac{1}{2}$$

$$Z_M = 4\sqrt{3} e^{\frac{\pi}{6}i}$$

نلاحظ أن  $Z_M, \bar{Z}_M$

$$\frac{C-a}{C-b} = \frac{4\sqrt{3} e^{\frac{\pi}{6}i}}{4\sqrt{3} e^{-\frac{\pi}{6}i}} = e^{\frac{\pi}{3}i}$$

$$\arg\left(\frac{C-a}{C-b}\right) = \frac{\pi}{3}$$

$$(\vec{AC}, \vec{BC}) = \frac{\pi}{3}$$

فالزاوية متساوية لإضلاع

أ. صفوان ادريس  
أ. عبد الرحمن ناصر



السؤال الرابع

- I يحتوي (1, 2, 3)  
 II يحتوي (2, 3, 4, 5)

نكتب كفة من I ثم كفة II

- { (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5)  
 (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5)  
 (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5) }

$n(S) = 12$

- $A = \{ (1, 3), (2, 3), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5) \}$

$P(A) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

- $A \cap B = \{ (3, 3), (3, 4), (3, 5) \}$

$P(A \cap B) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

نلاحظ ان

$P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} = P(A \cap B)$

الحدثان متقلبان احتمالياً

X يدل على مجموع الكرتين

I \ II	1	2	3
2	3	4	5
3	4	5	6
4	5	6	7
5	6	7	8

$X(S) = \{ 3, 4, 5, 6, 7, 8 \}$

السؤال الثاني

السؤال الثالث

$E: Y' + Y = 2(x+1)e^{-x}$

$f(x) = (x^2 + 2x + k)e^{-x}$

$f'(x) = (2x+2)e^{-x} - (x^2+2x+k)e^{-x}$

$= [2x+2 - x^2 - 2x - k]e^{-x}$

$= [2 - x^2 - k]e^{-x}$

نعوض f و f' في E

$f_1 = f' + f = e^{-x}(2 - x^2 - k)$

$+ e^{-x}(x^2 + 2x + k)e^{-x}$

$f' + f = (2 - x^2 - k + x^2 + 2x + k)e^{-x}$

$= (2 + 2x)e^{-x}$

$= 2e^{-x}(x+1) = f_2$

وهذا f حل لـ E

لتقبل محاسباتنا يجب ان يكون

$f'(0) = 0$

$\Rightarrow e^x(2 - x^2 - k) = f'(x)$

$f'(0) = 2 - 0 - k = 0$

$2 - k = 0$

$k = 2$



المسألة الثانية (5)

$X(2) = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

$P(X=3) = \frac{1}{12}$        $P(X=4) = \frac{2}{12}$

$P(X=5) = \frac{3}{12}$        $P(X=6) = \frac{3}{12}$

$P(X=7) = \frac{2}{12}$        $P(X=8) = \frac{1}{12}$

$X_i$	3	4	5	6	7	8
$P_i$	$\frac{1}{12}$	$\frac{2}{12}$	$\frac{3}{12}$	$\frac{3}{12}$	$\frac{2}{12}$	$\frac{1}{12}$
$X_i P_i$	$\frac{3}{12}$	$\frac{8}{12}$	$\frac{15}{12}$	$\frac{18}{12}$	$\frac{14}{12}$	$\frac{8}{12}$

$E(X) = \sum_{k=1}^6 X_i P_i = \frac{66}{12} = 5.5$

المسألة الأولى

$A(1, 0, -1)$        $B(2, 2, 3)$   
 $C(3, 1, -2)$        $D(-4, 2, 1)$

$\vec{AB} = (1, 2, 4)$        $\vec{AC} = (2, 1, -1)$

$\vec{AB}, \vec{AC}$  غير مرتبطين خطياً

$\vec{n}(a, b, c)$

$\vec{n} \cdot \vec{AB} = 0 \Rightarrow a + 2b + 4c = 0$  --- (1)

$\vec{n} \cdot \vec{AC} = 0 \Rightarrow 2a + b - c = 0$  --- (2)

نقرب (1) بـ (2)

$2a + 4b + 8c = 0$

$2a + b - c = 0$

$3b + 9c = 0$

$b + 3c = 0$

نفرض  $C=21$

$b+3=0 \Rightarrow b=-3$

نفرض في (1)

$2a-3-1=0$

$a=2$

$\vec{n}(2, -3, 1)$

نقار  $A(1, 0, -1)$

$P: 2(x-1) - 3(y) + 1(z+1) = 0$   
 $2x - 2 - 3y + z + 1 = 0$

$P: 2x - 3y + z - 1 = 0$

$x^2 + y^2 + z^2 + 2y - 6z - 15 = 0$

$x^2 + y^2 + 2y + 1 + z^2 - 6z + 9 = 25$

$x^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 25$

$w(0, -1, 3)$        $r=5$

$dis(w, P) = \frac{|3+3-1|}{\sqrt{4+1+9}}$   
 $= \frac{5}{\sqrt{14}}$

ولتكن  $E$  منتصف  $MN$

$X_E = \frac{0}{2} = 0$        $Y_E = \frac{0}{2} = 0$

$Z_E = \frac{2}{2} = 1$

$E(0, 0, 1)$

$\vec{n} = \vec{ME}$

بالطرح



$$\begin{aligned} X + Y + Z &= 1 \\ -5Y - Z &= -1 \\ 5Y + 10Z &= 10 \end{aligned}$$

$$L_2 + L_3$$

$$\begin{aligned} X + Y + Z &= 1 \\ -5Y - Z &= -1 \\ 9Z &= 9 \end{aligned}$$

من (3) نجد  $Z = 1$

$$-5Y - 1 = -1 \Rightarrow Y = 0$$

$$X + 0 + 1 = 1 \Rightarrow X = 0$$

أي أن المستويان يتقاطعا في نقطة  $(0, 0, 1)$

$$(\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}) \cdot (\vec{MA} - \vec{MB} + \vec{MC}) = 0$$

نفرض  $G$  هي نقطة المنتصف لـ  $ABC$

$$\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = 3\vec{MG}$$

وأيضا  $G$  هي مركز الأضلاع متساوية

$$(A, 3) (B, -1) (C, 1)$$

$$\Rightarrow \vec{MA} - \vec{MB} + \vec{MC} = 3\vec{MG}'$$

$$3\vec{MG} \cdot 3\vec{MG}' = 0$$

وهي على مسافة متساوية من  $G$

المسوح الحثائي (6)

$$\vec{n} = (1, 0, -1)$$

$$P: 1(X) + 0(Y) - 1(Z - 1) = 0$$

$$P: X - Z + 1 = 0$$

$$Q: X + Y + Z - 1 = 0$$

$$\vec{n}_{ABC} = (2, -3, 1)$$

$$\vec{n}_P = (1, 1, 1)$$

$$\vec{n}_{ABC} \cdot \vec{n}_P = 2 - 3 + 1 = 0$$

مستويان متعامدان  $Q, ABC$

$$P: X - Z = -1 \quad \text{----- } L_1$$

$$Q: X + Y + Z = 1 \quad \text{----- } L_2$$

$$ABC: 2X - 3Y + Z = 1 \quad \text{----- } L_3$$

$$X + Y + Z = 1$$

$$2X - 3Y + Z = 1$$

$$X + 0Y - Z = -1$$

$$-2L + L_2 =$$

$$-L_1 + L_3$$

$$X + Y + Z = 1$$

$$-5Y - Z = -1$$

$$-Y - 2Z = -2$$

$$5L_2$$



النموذج الثاني  
المألة الثانية

أولاً  $u_0 = e^3$

$u_{n+1} = e\sqrt{u_n}$

منه نجد

$u_n = e\sqrt{u_{n+1}}$

$v_n = \ln(u_n) - 2$

$\Rightarrow v_{n+1} = \ln(u_{n+1}) - 2$

من  $u_n$  نجد

$v_n = \ln(e\sqrt{u_{n+1}}) - 2$

$v_n = \ln(e) + \ln\sqrt{u_{n+1}} - 2$

$v_n = \frac{1}{2} \ln(u_{n+1}) - 1$

$v_n = \frac{1}{2} [\ln(u_{n+1}) - 2]$

$v_n = \frac{1}{2} v_{n+1}$

$\frac{v_{n+1}}{v_n} = 2 = q$

التالي  $v_n$  هندسي  $q=2$

$v_0 = \ln(u_0) - 2$

$= \ln(e^3) - 2 = 1$

$v_n = v_0 q^n = 1(2)^n$

$= 2^n$

ثانياً

$f(x) = e\sqrt{x}$   $[0, +\infty[$

حتى يكون قابل للاشتقاق عند  $x=0$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = b \in \mathbb{R}$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e\sqrt{x}}{x} = \frac{0}{0}$   
ع.ع.ع

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e}{\sqrt{x}} = \frac{e}{0^+} = +\infty \notin \mathbb{R}$

$f$  غير قابل للاشتقاق عند  $x=0$

$f$  معرف مستمر و ~~اشتقاق~~ على

$[0, +\infty[$  و اشتقاق على  $]0, +\infty[$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

$f(0) = 0$

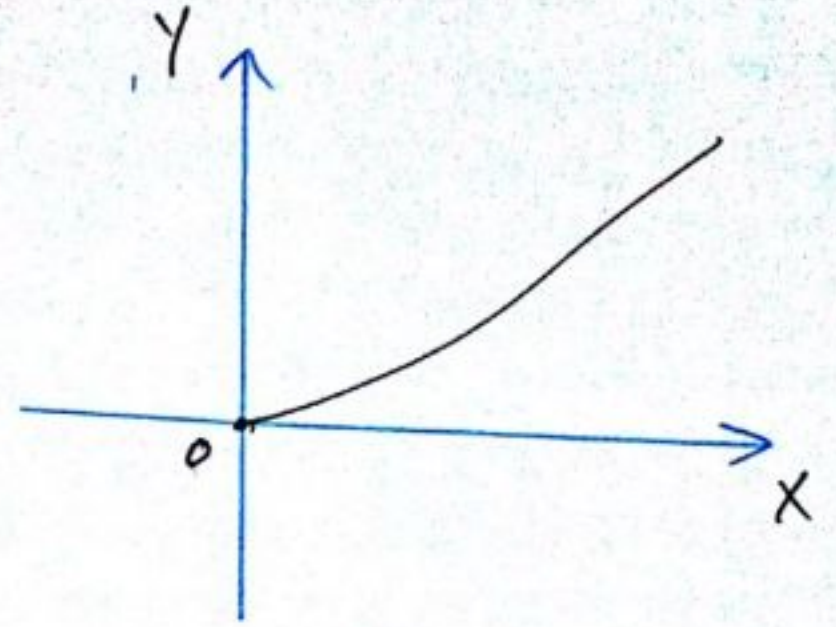
$f'(x) = \frac{e}{2\sqrt{x}} > 0$

$x$	$0$	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	$+$
$f(x)$	$0$	$+\infty$

أ. صفوان ادريس  
أ. عبد الرحمن ناصر



## المودج الثاني (8)



تلاحظ أن  $C$  فوق  $XX'$  على المجال  $[0, 1]$

$$\begin{aligned} S &= \int_0^1 f(x) dx \\ &= \int_0^1 e\sqrt{x} dx \\ &= \int_0^1 e x^{\frac{1}{2}} dx \\ &= \left[ e \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} \right]_0^1 \\ &= \left[ \frac{2}{3} e \sqrt{x^3} \right]_0^1 \\ &= \frac{2}{3} e \end{aligned}$$

نعلم أن الحجم يعطى بالعلاقة

$$\begin{aligned} V &= \pi \int_0^1 (f(x))^2 dx \\ &= \pi \int_0^1 e^2 x dx \\ &= \pi \left[ e^2 \frac{x^2}{2} \right]_0^1 \\ &= \pi \frac{e^2}{2} - 0 \\ &= \frac{1}{2} \pi e^2 \end{aligned}$$



انتبه، المودج الثاني

أ. صفوان ادريس  
أ. عبد الرحمن ناصر





المدة : ثلاث ساعات

امتحان مادة الرياضيات لطلاب البكالوريا (2017 - 2018)

الدرجة : 600

النموذج الثالث

أولاً: اجب عن الاسئلة الأربعة التالية ( 40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: الجدول التالي يعبر عن تغيرات التابع  $f$  والمطلوب

$x$	$-\infty$	$-3$	$0$	$2$	$+\infty$					
$f'(x)$		$0$		$0$						
$f(x)$	$0$	$\searrow$	$-1$	$\nearrow$	$\infty$	$+\infty$	$\searrow$	$1$	$\searrow$	$0$

• استنتج المقاربات الأفقية و الشاقولية

• عين صورة المجال  $R \setminus \{0\}$

• عين ميل المماس في النقطة  $x = -3$

• علل ان  $f(2)$  ليست قيمة حدية

السؤال الثاني: في منشور  $\left(x + \frac{2}{x}\right)^{16}$

• اكتب صيغة الحد  $T_r$

• هل يحتوي هذا المنشور على حد فيه  $x^4$  علل ذلك

السؤال الثالث: في المستوي العقدي لدينا النقطتين  $A, B$  الممثلتين بالعددين

$$Z_A = 2 - 2i \quad Z_B = -i \quad \text{اكتب العددين بالشكل الاسي ثم اثبت ان} \quad \left(\frac{Z_A}{Z_B}\right)^{48} \text{ حقيقي}$$

السؤال الرابع: ليكن  $c$  الخط الباني للتابع  $f(x) = \frac{\ln x}{x^2+1} + x$  اثبت ان المستقيم  $\Delta: y = x$  مقارب للخط  $c$

ثم ارس الوضع النسبي للخط  $c$  مع مقاربه

ثانياً : حل التمارين الأربعة الآتية ( 60 درجة لكل سؤال )

السؤال الأول: ليكن لدينا المتتالية العددية  $(U_n)_{n \geq 0}$  حيث

$$\begin{cases} u_0 = 4 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}(u_n + 3) \end{cases}$$

وليكن لدينا  $(V_n)_{n \geq 0}$  متتالية عددية معرفة  $v_n = u_n - 3$  والمطلوب:

• برهن ان  $v_n$  هندسية عين أساسها وحدها الأول ثم استنتج ان  $u_n = 3 + \frac{1}{2^n}$

• بفرض ان  $s_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$  اثبت ان  $s_n = 3n + 5 - \frac{1}{2^n}$

• احسب نهاية  $s_n$



السؤال الثاني : في المستوي العقدي المنسوب لمعلم متجانس  $(o, \vec{u}, \vec{v})$  نتأمل النقاط  $A, B, C$  صور الاعداد

$$z_A = 2, z_B = 1 + i, z_C = \overline{z_B} \text{ (على الترتيب)}$$

- وضع النقاط  $A, B, C$  في المستوي واستنتج نوع الرباعي  $ABOC$  ماذا تمثل المعادلة العقدية:  $|z - z_B| = |z - z_C|$
- أوجد  $z_{B'}$  حيث  $B'$  صورة  $B$  وفق الدوران الذي مركزه  $C$  وزاويته  $-\frac{\pi}{2}$ .

السؤال الثالث : ليكن لدينا التابع  $f(x) = a + \frac{bx}{\sqrt{x^2+1}}$  والمعرف على  $R$

- عين  $a, b$  ليكون للتابع مقاربين  $\Delta: y = 2$  ,  $\Delta': y = 0$
- بفرض  $a = 1, b = -1$  اوجد التابع الاصل  $F(x)$

السؤال الرابع : في الضربات الترجيحية احتمال تصدي حارس المرمى للضربة الاولى هو  $\frac{4}{7}$  ، اذا تصدى للضربة الاولى

فان احتمال تصديه للضربة الثانية  $\frac{1}{7}$  اما اذا لم يتصدى للضربة الاولى فان احتمال تصديه للضربة الثانية  $\frac{5}{7}$

وليكن الحدث  $A$  تصديه للضربة الاولى والحدث  $B$  تصديه للضربة الثانية

- شكل مخطط شجري مناسب للتجربة ثم احسب  $P(B), P(B|A), P(A \cup B')$

حل المسالتين التاليتين: (90 درجة للأولى - 110 للثانية)

المسألة الاولى: في الفراغ المنسوب الى معلم متجانس  $(\vec{o}, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  لتكن لدينا النقطتان  $A(8,0,8), B(10,3,10)$

والمستقيم  $D$  الذي يقبل التمثيل الوسيطى:  $x = -5 + 3t, y = 1 + 2t, z = -2t, (t \in R)$

- اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم  $(AB)$  ثم أثبت ان المستقيمين  $(AB), (D)$  غير متوازيين ولا يقعان في مستوي واحد.
- بفرض  $(P)$  المستوي الموازي للمستقيم  $D$  والذي يحتوي المستقيم  $(AB)$  اكتب المعادلة الديكارتيّة للمستوي  $(P)$ .
- تحقق ان النقطة  $\Omega(-2, 3, -2)$  تنتمي للمستقيم  $(D)$  واكتب معادلة الكرة  $(S)$  التي مركزها  $\Omega$  وتمس المستوي  $(P)$ .

المسألة الثانية ليكن لدينا  $c$  الخط البياني للتابع  $f(x) = 1 + \frac{\ln(x+1)}{x+1}$  المعرفة على  $D = ]-1, +\infty[$  والمطلوب:

- اوجد معادلة كل مقارب للخط  $C$  وادرس الوضع النسبي للخط مع مقاربيه
- ادرس تغيرات التابع ونظم جدولاً بها ثم عين القيمة الكبرى محلياً ثم وازن بين  $e^\pi, \pi^e$
- استنتج من جدول التغيرات طول المتراحة  $f(x) > 0$
- ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم  $c$  واستنتج رسم  $C_1$  الخط البياني للتابع  $f_1(x) = -1 - \frac{\ln x}{x}$
- احسب مساحة السطح المحدد بين  $c$  ومحور  $xx'$  والمستقيمين  $x = 0, x = \ln 2$

\*انتهت الأسئلة\*



السؤال الثالث

$$Z_A = 2 - 2i$$

$$Z_B = -i$$

نوجد  $Z_A$  بالكالا سي

$$r_A = \sqrt{u+u} = 2\sqrt{2}$$

$$\sin \theta = \frac{-2}{2\sqrt{2}} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \theta = -\frac{\pi}{4}$$

$$\cos \theta = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$Z_A = 2\sqrt{2} e^{-\frac{\pi}{4}i}$$

$$Z_B = e^{-\frac{\pi}{2}i}$$

$$\frac{Z_A}{Z_B} = \frac{2\sqrt{2} e^{-\frac{\pi}{4}i}}{e^{-\frac{\pi}{2}i}}$$

$$\frac{Z_A}{Z_B} = 2\sqrt{2} e^{-\frac{\pi}{4}i + \frac{\pi}{2}i}$$

$$\frac{Z_A}{Z_B} = 2\sqrt{2} e^{\frac{\pi}{4}i}$$

$$\left(\frac{Z_A}{Z_B}\right)^{48} = (2\sqrt{2})^{48} (e^{\frac{\pi}{4}i})^{48}$$

$$\left(\frac{Z_A}{Z_B}\right)^{48} = (2\sqrt{2})^{48} e^{\frac{48\pi}{4}i}$$

$$\left(\frac{Z_A}{Z_B}\right)^{48} = (2\sqrt{2})^{48} e^{12\pi i}$$

$$= (2\sqrt{2})^{48}$$

وهو عدد حقيقي بي

ا. صفوان ادريس  
ا. عبد الرحمن ناصر

① النموذج الثالث

السؤال الأول

$$y = 0$$

مقادير  $c \in ]-\infty, +\infty[$  (أقصى) عند  $x = 0$

$$x = 0$$

مقادير  $c \in ]-\infty, +\infty[$  (أقصى) عند  $x = 0$

$$I = ]-\infty, +\infty[$$

$$f(I) = ]-\infty, +\infty[$$

$$m = f'(-3) = 0$$

.

نختار مجال  $I \in ]-\infty, +\infty[$

$$2 \in I$$

$$f(I) = ]-\infty, +\infty[$$

$$f(2) = 1$$

وهي قيمة حرجية

في  $I$  هي ليست قيمة حرجية في  $D_f$

السؤال الثاني

$$Tr = \binom{16}{r} (X)^r \left(\frac{2}{X}\right)^{16-r}$$

$$Tr = \binom{16}{r} X^r \cdot (2X^{-1})^{16-r}$$

$$Tr = \binom{16}{r} 2^{16-r} X^r \cdot X^{-16+r}$$

$$Tr = \binom{16}{r} 2^{16-r} X^{-16+2r}$$

هنا يكون المنور على  $X^4$  يجب أن

يكون

$$-16 + 2r = 4$$

$$\Rightarrow 2r = 20 \Rightarrow \boxed{r = 10}$$



النموذج الثالث (2)

السؤال الرابع

- $$v_{n+1} = u_{n+1} - 3$$

$$v_{n+1} = \frac{1}{2}(u_n + 3) - 3$$

$$v_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + \frac{3}{2} - 3$$

$$v_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - \frac{3}{2}$$

$$v_{n+1} = \frac{1}{2}[u_n - 3]$$

$$v_{n+1} = \frac{1}{2}v_n$$

$$\frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{1}{2} = q$$

ما لتاليه  $v_n$  هندسيه اساسا  
 $q = \frac{1}{2}$

- $$v_0 = u_0 - 3 = 4 - 3 = 1$$

$$v_n = v_0 q^n$$

$$= 1 \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$v_n = u_n - 3$$

$$\frac{1}{2^n} = u_n - 3$$

$$\Rightarrow u_n = \frac{1}{2^n} + 3$$

$$= 3 + v_n$$

- $$S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$$

$$S_n = 3 + v_0 + 3 + v_1 + \dots + 3 + v_n$$

$$S_n = S_{v_n} + 3(n+1)$$

فوجد  $S_{v_n}$

$$S_{v_n} = v_0 \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$$

$$f(x) = \frac{\ln(x)}{x^2+1} + x$$

$$\Delta: y = x$$

$$f(x) - y_{\Delta} = \frac{\ln(x)}{x^2+1}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x)}{x^2+1} = \frac{\infty}{\infty}$$

ع.ع.ع

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{\ln(x)}{x}}{\frac{x^2+1}{x}} = \frac{0}{\infty} = 0$$

$y = x$  تقارب لـ  $C$  عند  $+\infty$

$$f(x) - y_{\Delta} = 0$$

$$\Rightarrow \ln(x) = 0 \Rightarrow \boxed{x = 1}$$

$x$	$> 0$	$1$	$+\infty$
خروج	+	-	+
دفع	+	$C$ تقارب	$C$ تقارب

لتحريين الاول

$$u_0 = 4$$

$$u_{n+1} = \frac{1}{2}(u_n + 3)$$

$$v_{n+1} = u_n - 3$$

ا. صفوان ادريس  
 ا. عبد الرحمن ناصر



النموذج الثالث (2)

السؤال الرابع

$$f(x) = \frac{\ln(x)}{x^2+1} + x$$

$$\Delta: \gamma = x$$

$$f(x) - \gamma = \frac{\ln(x)}{x^2+1}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x)}{x^2+1} = \frac{\infty}{\infty}$$

ح. ع. ح

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{\ln(x)}{x}}{\frac{x^2+1}{x}} = \frac{0}{\infty} = 0$$

$\gamma = x$  تقارب لـ  $C$  عند  $+\infty$

$$f(x) - \gamma = 0$$

$$\Rightarrow \ln(x) = 0 \Rightarrow \boxed{x=1}$$

X	0	1	$+\infty$
خرف	+	-	+
دفع	+	0	+
	د	C	د

التحريين الأول

$$u_0 = 4$$

$$u_{n+1} = \frac{1}{2}(u_n + 3)$$

$$v_n = u_n - 3$$

أ. صفوان ادريس  
أ. عبد الرحمن ناصر

$$v_{n+1} = u_{n+1} - 3$$

$$v_{n+1} = \frac{1}{2}(u_n + 3) - 3$$

$$v_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + \frac{3}{2} - 3$$

$$v_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - \frac{3}{2}$$

$$v_{n+1} = \frac{1}{2}[u_n - 3]$$

$$v_{n+1} = \frac{1}{2}v_n$$

$$\frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{1}{2} = q$$

ما لتاليه  $v_n$  هندسيه أساسه  
 $q = \frac{1}{2}$

$$v_0 = u_0 - 3 = 4 - 3 = 1$$

$$v_n = v_0 q^n = 1 \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$v_n = u_n - 3$$

$$\frac{1}{2^n} = u_n - 3$$

$$\Rightarrow u_n = \frac{1}{2^n} + 3 = 3 + v_n$$

$$S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$$

$$S_n = 3 + v_0 + 3 + v_1 + \dots + 3 + v_n$$

$$S_n = S_{v_n} + 3(n+1)$$

نوجد  $S_{v_n}$

$$S_{v_n} = v_0 \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$$



$$|\vec{AB}| = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$$

$$|\vec{OB}| = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$$

$$AB = OB$$

مربعي معين

$$|Z - Z_B| = |Z - Z_C|$$

$$|\vec{BM}| = |\vec{CM}|$$

تمثل معادلة مستقيم محوري

$$R(B) = B'$$

$$b' - c = e^{-\frac{\pi}{2}}(b - c)$$

$$b' - (1-i) = -i(1+i - 1+i)$$

$$b' = 2 + 1 - i$$

$$b' = 3 - i$$

1. صفوان ادريس  
1. عبد الرحمن ناصر

المخرج الثالث (3)

$$S_{2n} = 1 \cdot \frac{1 - (\frac{1}{2})^{2n}}{1 - \frac{1}{2}}$$

$$S_{2n} = 2 - \frac{1}{2^n}$$

$$S_n = 2 - \frac{1}{2^n} + 3(n+1)$$

$$S_n = 2 - \frac{1}{2^n} + 3n + 3$$

$$S_n = 3n + 5 - \frac{1}{2^n}$$

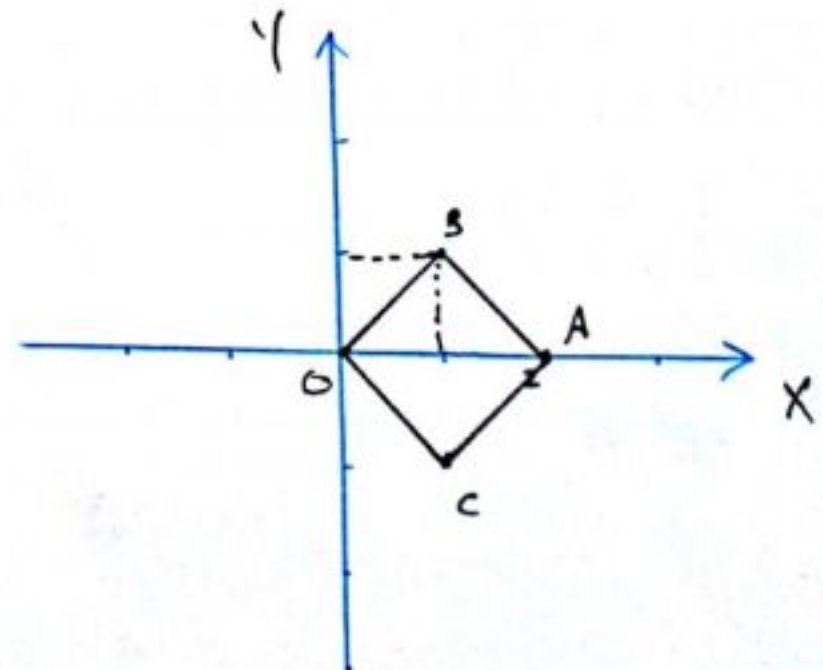
$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \infty - \frac{1}{\infty} = \infty$$

التعيين الثاني

$$Z_A = 2$$

$$Z_B = 1+i$$

$$Z_C = \bar{Z}_B = 1-i$$



$$\vec{AB} = (-1, 1)$$

$$\vec{CO} = (-1, 1)$$

$$\vec{AB} = \vec{CO}$$

مربعي متوازي أضلاع



المسودج الثالث (4)

التحريين الثالث

$$f(x) = a + \frac{bx}{\sqrt{x^2+1}}$$

بغير ضا ان

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = a$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = a + \frac{b}{b}$$

3.2.2

$$\lim_{x \rightarrow \infty} a + \frac{bx}{x\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} a + \frac{b}{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}} = a+b$$

$$\boxed{a+b = a} \text{ --- (1)}$$

و أيضا

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} a + \frac{bx}{\sqrt{x^2+1}} = a + \frac{b}{-b}$$

3.2.2

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} a - \frac{bx}{x\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} a - \frac{b}{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}} = a-b$$

$$\boxed{a-b = 2} \text{ --- (2)}$$

مجموع 1, 2 نجد

$$2a = 2$$

$$\Rightarrow \boxed{a = 1}$$

نعوض في 2

$$1-b = 2$$

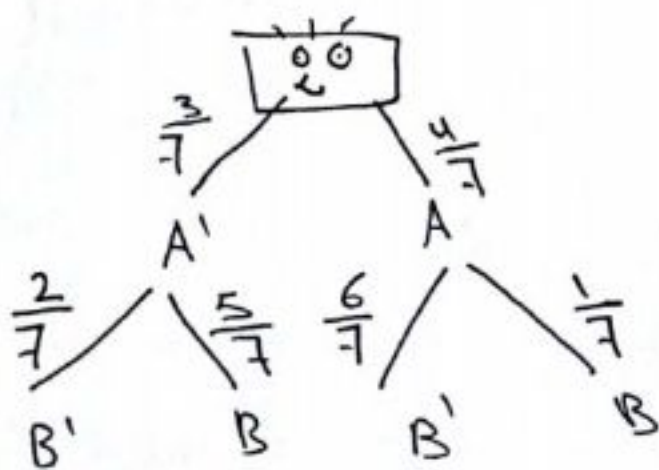
$$\Rightarrow -b = 1$$

$$\Rightarrow \boxed{b = -1}$$

$$f(x) = 1 - \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$$

$$f(x) = x - \sqrt{x^2+1}$$

التحريين الرابع



$$P(B) = P(A' \cap B) + P(A \cap B)$$

$$= \frac{3}{7} \cdot \frac{5}{7} + \frac{4}{7} \cdot \frac{1}{7}$$

$$= \frac{15}{49} + \frac{4}{49}$$

$$= \frac{19}{49}$$



## المسألة الأولى

$$A(8, 0, 8) \quad B(10, 3, 10)$$

$$D \begin{cases} X: -5 + 3t \\ Y: 1 + 2t \\ Z: -2t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

$$\vec{AB}(2, 3, 2) \quad \vec{u}_D(3, 2, -2)$$

$$AB \begin{cases} X: 8 + 2k \\ Y: 3k \\ Z: 8 + 2k \end{cases} \quad k \in \mathbb{R}$$

نلاحظ أن  $\vec{u}_D$  و  $\vec{AB}$  غير مرتبطين  
خطياً لأن مركباتهما غير متناسبة

$$\frac{2}{3} \neq \frac{3}{2}$$

فالمتجهان، إما متقاطعان أو متخالفيان  
بالجهد، لنترك نجد

$$-5 + 3t = 8 + 2k \quad \text{--- (1)}$$

$$1 + 2t = 3k \quad \text{--- (2)}$$

$$-2t = 8 + 2k \quad \text{--- (3)}$$

من (3) نجد

$$2t = -8 - 2k$$

نعوض في (2)

$$1 - 8 - 2k = 3k$$

$$\Rightarrow 5k = -7 \Rightarrow k = -\frac{7}{5}$$

نعوض في (3)

$$-2t = 8 + 2\left(-\frac{7}{5}\right)$$

$$-2t = 8 - \frac{14}{5}$$

## المسألة الثانية (5)

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$= \frac{\frac{4}{49}}{\frac{19}{49}}$$

$$P(A|B) = \frac{4}{19}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{4}{7} + \frac{30}{49} - \frac{24}{49}$$

$$= \frac{28 + 30 - 24}{49}$$

$$= \frac{34}{49}$$

أ. صفوان ادريس  
أ. عبد الرحمن ناصر



$$\Rightarrow 5 + 5b = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{b = -1}$$

نعوض في المعادلة C

$$3(1) + 2(-1) - 2C = 0$$

$$1 - 2C = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{C = \frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow P: 1(x-8) - 1(y-0) + \frac{1}{2}(z-8) = 0$$

$$\boxed{P: x - y + \frac{1}{2}z - 12 = 0}$$

نعوض في D في  $(-2, 3, -2)$

$$-2 = -5 + 3t \Rightarrow t = 1$$

$$3 = 1 + 2t \Rightarrow t = 1$$

$$-2 = -2t \Rightarrow t = 1$$

نجد أن D تنتمي لـ D

ان نصف قطر هذه الكرة هو بعد D عن P

$$\text{dis}(D, P) = \frac{|-2 - 3 - 1 - 12|}{\sqrt{1 + 1 + \frac{1}{4}}}$$

$$= \frac{18}{\sqrt{\frac{9}{4}}} = 12 = r$$

$$S: (x+2)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 144$$

## الفرد 2، الثالث ⑥

$$-2t = \frac{40 - 14}{5}$$

$$\boxed{t = -\frac{13}{5}}$$

نعوض في K في ①

$$-5 + 3\left(-\frac{13}{5}\right) = 8 + 2\left(-\frac{7}{5}\right)$$

$$-5 - \frac{39}{5} = 8 - \frac{14}{5}$$

$$-\frac{25 - 39}{5} = \frac{40 - 14}{5}$$

$$-\frac{64}{5} \neq \frac{26}{5}$$

فالمستقيمان متخالفيان أي أنهما لا يقعان في مستوى واحد

لدينا إذن موجها المستوى P

$$\vec{u} (3, 2, -2)$$

$$\vec{AB} (2, 3, 2)$$

نحار ~~نحار~~ ناظم المستوى  $\vec{n} (a, b, c)$

$$\Rightarrow \vec{n} \cdot \vec{AB} = 0 \Rightarrow 3a + 2b - 2c = 0$$

$$\vec{n} \cdot \vec{u} = 0 \Rightarrow 2a + 3b + 2c = 0$$

بجمع المعادلتين نجد

$$5a + 5b = 0$$

$$\boxed{a = 1} \text{ نختار}$$



التابع معرف مستمر واستقامتي على

$$]-1, +\infty[$$

$$f(x) = \frac{\frac{1}{x+1} \cdot x+1 - \ln(x+1)}{(x+1)^2}$$

$$f(x) = \frac{1 - \ln(x+1)}{(x+1)^2}$$

$$f(x) = 0 \Rightarrow 1 - \ln(x+1) = 0$$

$$\Rightarrow \ln(x+1) = 1$$

$$x+1 = e \Rightarrow \boxed{x = e-1} \in D$$

$$f(e-1) = 1 + \frac{\ln(e)}{e} = 1 + \frac{1}{e}$$

X	-1	e-1	$\pi-1$	$+\infty$
f(x)	+	0	-	
f(x)	$-\infty$	$1 + \frac{1}{e}$	1	

للكوازيه بين  $e^\pi$  و  $\pi^e$

$$\pi > e$$

$$\pi-1 > e-1$$

ومن جدول التقيرات نجد

$$f(\pi-1) < f(e-1)$$

$$1 + \frac{\ln(\pi)}{\pi} < 1 + \frac{\ln(e)}{e}$$

$$\frac{\ln(\pi)}{\pi} < \frac{\ln(e)}{e}$$

نقرب الطرفين د e

$$\frac{e \ln(\pi)}{\pi} < \ln(e)$$

## الفردج الثالث (7)

المادة الثانية

$$f(x) = 1 + \frac{\ln(x+1)}{x+1}$$

$$D ]-1, +\infty[$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = 1 + \frac{\ln(0)}{0} = 1 - \infty = -\infty$$

$x = -1$  مقارب لـ  $C$  //  $\forall \epsilon > 0$  عند  $-\infty$   
 د C تقع على عين المقارب

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1 + \frac{\infty}{\infty}$$

ح.ع.ن

$$T = x+1$$

$$T \rightarrow \infty \quad x \rightarrow \infty$$

$$\lim_{T \rightarrow \infty} 1 + \frac{\ln(T)}{T} = 1 + 0 = 1$$

$x = 1$  مقارب لـ  $C$  //  $\forall \epsilon > 0$  عند  $+\infty$

لدراسة الوضع لنبي نوجد:

$$f(x) - 1 = \frac{\ln(x+1)}{x+1}$$

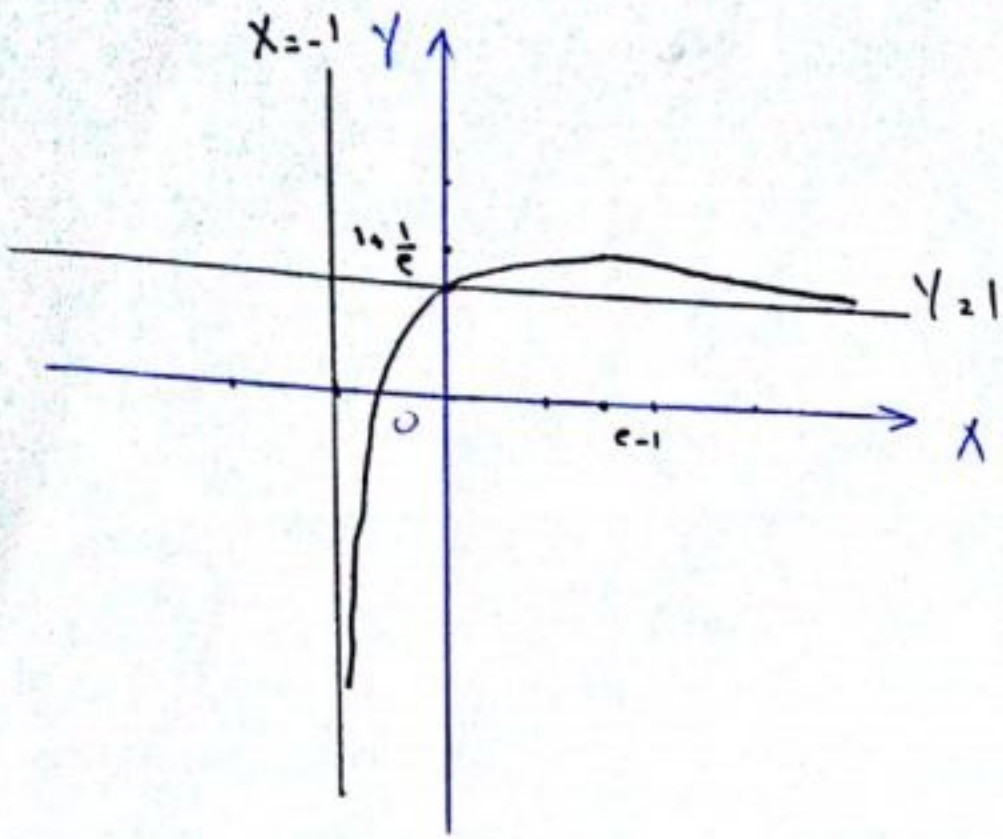
$$\frac{\ln(x+1)}{x+1} > 0 \Rightarrow \ln(x+1) > 0$$

$$x+1 = 1 \Rightarrow \boxed{x = 0}$$

X	-1	0	$+\infty$
فردج	+	0	-
وضع	C	C	C



## الموضوع الثالث ⑧



نلاحظ أن  $C$  يقع فوق محور الغواصل

على المجال  $]0, \ln(2)[$

$$f(x) > x x'$$

$$S = \int_0^{\ln(2)} f(x) dx$$

$$S = \int_0^{\ln(2)} \left(1 + \frac{\ln(x+1)}{x+1}\right) dx$$

$$S = \int_0^{\ln(2)} \left(1 + \frac{1}{x+1} \ln(x+1)\right) dx$$

$$S = \left[ x + \frac{1}{2} \ln^2(x+1) \right]_0^{\ln(2)}$$

$$= \ln(2) + \frac{1}{2} \ln^2(\ln(2)+1)$$

انتهى حل الموضوع الثالث

أ. صفوان ادريس  
أ. عبد الرحمن ناصر

$$e \frac{\ln(\pi)}{\pi} < \ln(e)$$

نضرب الطرفين بـ  $\pi$

$$e \ln(\pi) < \pi \ln(e)$$

$$\ln(\pi)^e < \ln(e)^\pi$$

$$\pi^e < e^\pi$$

هلول المعادلة  $f(x) = 0$

$$\bullet f ]-1, e-1[ = ]-\infty, 1 + \frac{1}{e}[$$

$$0 \in ]-1, 1 + \frac{1}{e}[$$

إذن للمعادلة  $f(x) = 0$  لها حل

وحيد على المجال

$$x_1 \in ]-1, e-1[$$

$$\bullet f ]e-1, +\infty[ = ]1 + \frac{1}{e}, 1[$$

$$0 \notin ]1 + \frac{1}{e}, 1[$$

إذن ليس للمعادلة  $f(x) = 0$  حل

على هذا المجال

وهذا نجد أن المعادلة  $f(x) = 0$

لها حيد على مجموعة التعريف