الثانوية سعادة ALSAADE SCHOOL

المذاكرة التحريرية الثانية (٢٠٢١ - ٢٠٢٢) **الاسم :**

النموذج الرابع **المادة : رياضيات**

الصف : الثالث الثانوي العلمي **التاريخ : ٦**

أجب عن كل من الأسئلة الآتية :

السؤال الأول : (٤٠ درجة)

ليكن C الخط البياني للتابع f المعيّن بالعلاقة : $f(x) = x\left(e^{\frac{1}{x}} - 1\right)$

❶ عيّن D_f مجموعة تعريف التابع f .

❷ جد نهاية التابع f عند $(+\infty)$ و (0) .

السؤال الثاني : (٤٠ درجة)

عيّن حلّ المعادلة التفاضليّة $\acute{y} - 2y = 4$ الذي يحقّق $f(0) = 1$.

السؤال الثالث : (٤٠ درجة)

في معلم متجانس $(0;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ المستويين اللذين معادلتهما :

$$P_1 : 3x - y - 3 = 0$$

$$P_2 : x + 3y - z = 0$$

❶ أثبت أن المستويين P_1 و P_2 متعامدين .

❷ أكتب تمثيل وسيطي للفصل المشترك للمستويين P_1 و P_2 .

السؤال الرابع : (٨٠ درجة)

انطلقت 5 أحصنة في سباق للجري و (بفرض أنه لا يوجد حالات تساوي)

❶ بكم طريقة مختلفة يُمكن ترتيب وصولهم لخط النهاية ؟

❷ بكم طريقة مختلفة يُمكن توزيع ميداليات (ذهبية – فضية – برونزية) على الثلاث الأوائل ؟

❸ بكم طريقة مختلفة يمكننا اختيار حصانين للفحص الطبي ؟

حلّ كلا من التمارين الآتية : (٦٠ درجة لكل تمرين)

التمرين الأول : (٨٠ درجة)

صندوقان U_1 و U_2 بحيث يحوي

الصندوق U_1 : 3 كرات حمراء و كرتين سوداوتين و يحوي الصندوق U_2 : كرتين حمراوتين و كرة سوداء .

نختار صندوق ثم نسحب منه كرة و المطلوب :

❶ مثّل التجربة بمخطط شجري.

❷ بفرض R : حدث الكرة المسحوبة حمراء. U_2 : حدث اختيار الصندوق U_2

ⓐ احسب احتمال R ⓑ إذا علمت أنّ الكرة المسحوبة حمراء، فما احتمال أن تكون من U_2 ؟

التمرين الثاني : (٦٠ درجة)

حلّ جملة المعادلتين :

$$x^2 + y^2 = 5$$
$$\ln x + \ln y = \ln 2$$

التمرين الثالث : (٦٠ درجة)

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]-\infty, -2[$ وفق : $f(x) = \ln\left(\frac{2x+4}{x-1}\right)$

❶ أوجد نهاية f عند (-2) و $(-\infty)$ و اكتب معادلة كلّ مقارب تجده .

❷ ادرس تغيّرات التابع f ونظّم جدولاً بها .

❸ اكتب معادلة المماس للخط C_f في النقطة التي فاصلتها (-5) .

حلّ كلا من المسألتين الآتيتين: (١٠٠ درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى :

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x) = x - 3 + 3\,e^{-x}$

❶ أثبت أن $d\colon\ y = x - 3$ مقارب مائل للخط C_f في جوار $+\infty$.

❷ أوجد نهاية التابع f عند $+\infty$ و $-\infty$.

❸ ادرس تغيّرات التابع f و نظّم جدولاً بها .

❹ أثبت أن للمعادلة $f(x) = 0$ جذران في $\mathbb{R}$ أحدهما o و الآخر α ، ثم أثبت أن $2 < \alpha < 3$.

❺ أرسم في معلم متجانس المقارب d ثم ارسم C_f .

❻ استنتج رسم الخط البياني للتابع g المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق : $g(x) = -3 - x + 3e^{x}$

المسألة الثانية :

في معلم متجانس $(0; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لتكن لدينا النقاط :

$D(1,1,1)$ ، $C(1,1,-6)$ ، $B(2,0,1)$ ، $A(-1,1,0)$

❶ أثبت أن المثلث ABC قائم في A

❷ أثبت أنّ معادلة المستوي (ABC) تُكتب بالشكل: $3x + 10y + z - 7 = 0$

ثم أحسب بعد النقطة D عن المستوي (ABC) .

❸ احسب حجم الهرم $ABCD$

❹ أوجد $\overrightarrow{DA}.\overrightarrow{DC}$ ثم استنتج $\cos(\widehat{ADC})$

* انتهت الأسئلة *

ALSAADE SCHOOL سلم تصحيح — المادة رياضيات الفئة ٤ ع — تاريخ

السؤال الأول ٤٠

5 $D_f = \mathbb{R}\setminus\{0\}$

عندما $x \to +\infty$

5 $f(x) = \frac{e^{\frac{1}{x}}-1}{\frac{1}{x}}$

5 $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 1$

5 لأن $\lim_{t\to 0}\frac{e^t-1}{t}=1$

عندما $x\to 0^+$

$f(x)=xe^{\frac{1}{x}}-x$

5 $f(x)=\frac{e^{\frac{1}{x}}}{\frac{1}{x}}-x$

5 $\lim_{x\to 0^+}f(x)=+\infty$

لأن

5 $\lim_{x\to 0^+}\frac{e^{\frac{1}{x}}}{\frac{1}{x}}=\lim_{t\to+\infty}\frac{e^t}{t}=+\infty$

عندما $x\to 0^-$

$f(x)=x(e^{\frac{1}{x}}-1)$

5 $\lim_{x\to 0^-}f(x)=0$

السؤال الثاني ٤٠:

$y'=2y+4$

حلها على $\mathbb{R}$

15 $f_k(x)=ke^{2x}-2 \qquad k\in\mathbb{R}$

ولدينا $f(0)=1$ نعوض

10 $1=k-2$

$k=3$

15 الحل المطلوب $f(x)=3e^{2x}-2$

السؤال الثالث ٤٠

5 $\vec{n_1}(3,-1,0)$

5 $\vec{n_2}(1,3,-1)$

5 $\vec{n_1}\cdot\vec{n_2}=0$

5 إذاً $\vec{n_1}$ و $\vec{n_2}$ متعامدان فالمستويان متعامدان

$3x-y-3=0 \qquad (1)$

$x+3y-z=0 \qquad (2)$

5 من (1) نجد $y=3x-3$

نعوض في (2) فنجد

$x+9x-9-z=0$

5 $z=10x-9$

نفرض $x=t$ نجد

10 $d:\begin{cases} x=t\\ y=3t-3\\ z=10t-9\end{cases} \qquad t\in\mathbb{R}$

السؤال الرابع: ٨٠

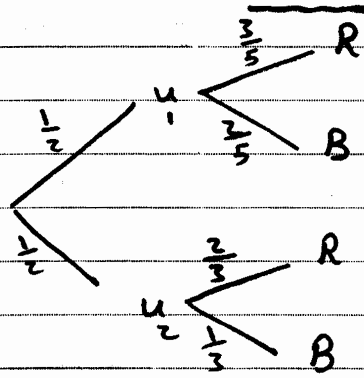
30 $5!=5\times4\times3\times2\times1=120$

25 $P_5^3=5\times4\times3=60$

25 $\binom{5}{2}=\frac{5\times4}{2}=10$

التمرين الأول: ٨٠

30 لكل فرع 5



10 $P(R)=P(U_1\cap R)+P(U_2\cap R)$

10 $=\frac{1}{2}\times\frac{3}{5}+\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}=\frac{19}{30}$

15 $P(U_2|R)=\frac{P(U_2\cap R)}{P(R)}$

15 $=\frac{\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}}{\frac{19}{30}}=\frac{\frac{1}{3}}{\frac{19}{30}}=\frac{10}{19}$

تاريخ | الفئة | المادة | سلم تصحيح | ALSAADE SCHOOL

$x^2 + y^2 = 5 \quad (1)$

$\ln x + \ln y = \ln 2 \quad (2)$

شرط الحل $x > 0 \,،\, y > 0$

10 من (2) نجد $x \cdot y = 2$

5 $\Rightarrow y = \frac{2}{x} \quad (*)$

نعوض في (1)

5 $x^2 + \frac{4}{x^2} = 5$

5 $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

5 $(x^2-1)(x^2-4) = 0$

5+5 اما: $x^2 = 1 \Rightarrow$ $x = -1$ مرفوض ، $x = 1 \xrightarrow{\text{نعوض في } *} y = 2$

5+5 أو: $x^2 = 4 \Rightarrow$ $x = -2$ مرفوض ، $x = 2 \xrightarrow{\text{نعوض في } *} y = 1$

5+5 $S = \{(1,2) \,،\, (2,1)\}$

التمرين الثالث: ٦٠

$f(x) = \ln\left(\frac{2x+4}{x-1}\right)$

5 $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \ln 2$

5 $y = \ln 2$ مقارب افقي في جوار $-\infty$

5 $\lim\limits_{x \to -2} f(x) = -\infty$

5 $x = -2$ مقارب شاقولي .

التابع $f(x)$ اشتقاقي على $]-\infty, -2[$

15 $f'(x) = \frac{-6}{(x-1)(2x+4)}$

10

x	$-\infty$		-2
$f'(x)$		$-$	
$f(x)$	$\ln 2$	$\searrow$	$-\infty$

5 نقطة التماس: $x = -5 \Rightarrow y = 0$

5 ميل المماس: $f'(-5) = \frac{-6}{(-6)(-6)} = \frac{-1}{6}$

5 $y = \frac{-1}{6}(x+5)$

المسألة الأولى: ١٠٠

$f(x) = x - 3 + 3e^{-x}$

5 $f(x) - y_d = 3e^{-x}$

5 $\lim\limits_{x \to +\infty}(f(x) - y_d) = 0$

اذاً d مقارب مائل في جوار $+\infty$

5 $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ ع ت

في جوار $-\infty$ نكتب

$f(x) = e^{-x}(xe^{x} - 3e^{x} + 3)$

5 $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$

5 لأن $\lim\limits_{x \to -\infty} x e^{x} = 0$

التابع اشتقاقي على R

5 $f'(x) = 1 - 3e^{-x}$

$f'(x) = 0 \Rightarrow 1 - 3e^{-x} = 0$

$e^{-x} = \frac{1}{3} \Rightarrow -x = \ln\frac{1}{3}$

5 $x = \ln 3 \Rightarrow$

5 $f(\ln 3) = \ln 3 - 2$

ثانوية السعادة ALSAADE SCHOOL — سلم تصحيح — المادة — الفئة — تاريخ

x	$-\infty$		$\ln 3$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$\ln 3-2$	$\nearrow$	$+\infty$

10

$x \in]-\infty , \ln 3[$

f مستمر و متناقص تماماً

5 $0 \in f(]-\infty , \ln 3[) =]\ln 3-2 , +\infty[$

اذاً يوجد حل وحيد في $]-\infty , \ln 3[$

$x \in [\ln 3 , +\infty[$

f مستمر و متزايد تماماً

5 $0 \in f([\ln 3 , +\infty[) = [\ln 3-2 , +\infty[$

اذاً يوجد حل وحيد في $[\ln 3 , +\infty[$

مما سبق نجد أن للمعادلة $f(x)=0$ حلان في $\mathbb{R}$.

5 $f(0)=0$ 1

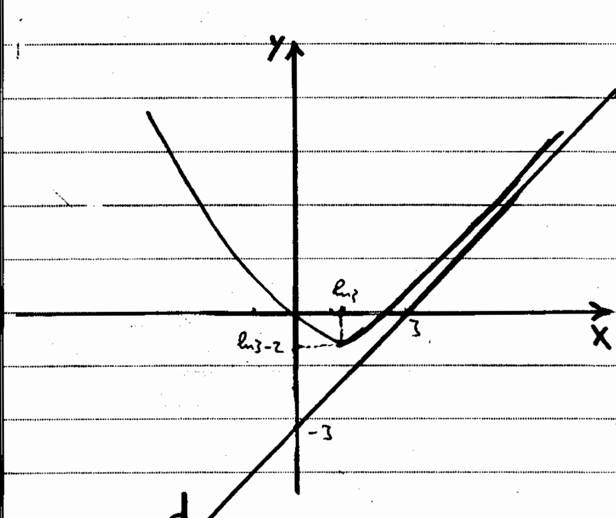
اذاً $x=0$ جذر

5 $f(2) = -1 + \frac{3}{e^2} < 0$

5 $f(3) = \frac{3}{e^3} > 0$

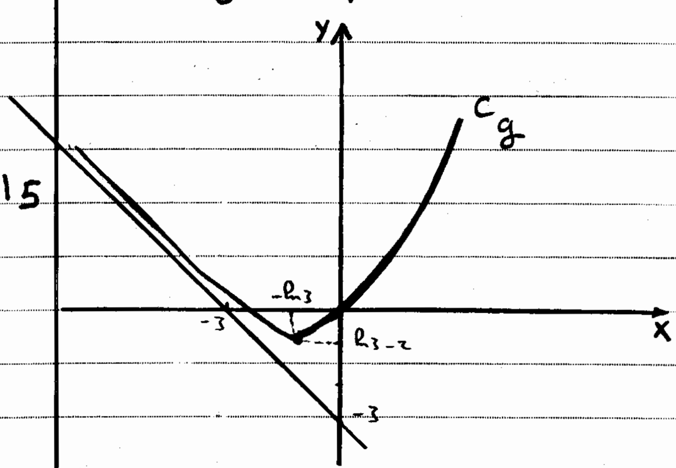
اذاً $2 < \alpha < 3$

10



$g(x) = f(-x)$

15



المسألة الثانية :

5 $\overrightarrow{AB}(3 , -1 , 1)$

5 $\overrightarrow{AC}(2 , 0 , -6)$

5 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$

5 فالمثلث ABC قائم في A

2 $AB = \sqrt{11}$

2 $AC = \sqrt{40}$

6 $S_{ABC} = \frac{1}{2}\sqrt{11} \times \sqrt{40} = \frac{1}{2}\sqrt{440} = \sqrt{110}$

10 نعوض $A(-1 , 1 , 0)$ في المعادلة

$-3+10-7=0 \Rightarrow 0=0$ محققة

10 نعوض $B(2 , 0 , 1)$ في المعادلة

$6+1-7=0 \Rightarrow 0=0$ محققة

10 نعوض $C(1 , 1 , -6)$ في المعادلة

$3+10-6-7=0 \Rightarrow 0=0$ محققة

مما سبق نجد ان $3x+10y+z-7=0$

هي معادلة للمستوي (ABC)

10 $dist(D , ABC) = \frac{|3+10+1-7|}{\sqrt{9+100+1}} = \frac{7}{\sqrt{110}}$

10 $\frac{7}{3} = \frac{7}{\sqrt{110}} \times \sqrt{110} \times \frac{1}{3} = D\text{-}ABC$ حجم

3+2 $\overrightarrow{DA}(-2 , 0 , -1) \Rightarrow DA = \sqrt{5}$

3+2 $\overrightarrow{DC}(0 , 0 , -7) \Rightarrow DC = 7$

10 $\cos(A\hat{D}C) = \frac{7}{7\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$

المذاكرة التحريرية الثانية (٢٠٢١ - ٢٠٢٢)   الاسم :

النموذج الخامس   المادة : رياضيات

الصف : الثالث الثانوي العلمي   التاريخ : ٤

الثانوية عادة ALSAADE SCHOOL

أجب عن كل من الأسئلة الآتية :

السؤال الأول : (٦٠ درجة)

ليكن f التابع المعرّف على المجال $]-2,2[$ وِفق : $f(x)=ln\left(\frac{x+2}{2-x}\right)$

❶ أثبت أن f تابع فردي .

❷ اكتب معادلة المماس T للخط (C) في نقطة منه فاصلتها (0) .

❸ ادرس الوضع النسبي للخط (C) مع المماس T

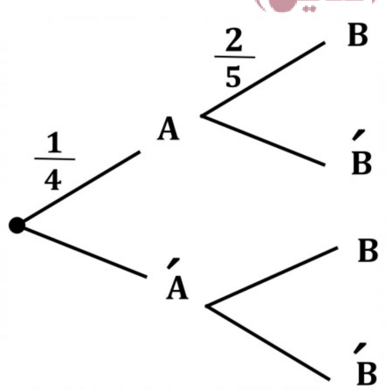
السؤال الثاني : (٦٠ درجة)

❶ جد نهاية التابع f المعين بالعلاقة $f(x)=(x-5)^{\frac{3}{6-x}}$ عند (6) .

❷ جد تابعاً أصلياً للتابع $f(x)=x\sqrt[3]{(x^2+2)^2}$ على $\mathbb{R}$.

السؤال الثالث : (٨٠ درجة)

اعتماداً على شجرة الاحتمالات المجاورة



❶ احسب $P(\acute{A})$ ثم احسب $(B|\acute{A})$ إذا كان $P(B)=\frac{1}{5}$

❷ بفرض $P(B|\acute{A})=\frac{2}{15}$ احسب :

$P(\acute{B}|\acute{A})$ ، $P(\acute{B}|A)$

واستنتج $P(\acute{A}\cap\acute{B})$

❸ احسب : $P(A\cup B)$ ، $P(\acute{A}|\acute{B})$

السؤال الرابع : (٤٠ درجة)

جد الحل المشترك لجملة المعادلتين :

$$\begin{cases} x+y=1 \\ 3e^x-e^{y+3}-2e^2=0 \end{cases}$$

السؤال الخامس : (٤٠ درجة)

حلّ المتراجحة :

$$3^{x+1}+2.3^{-x}\leq 7$$

السؤال السادس : (٦٠ درجة)

في إحدى المدارس 4 إداريين و 5 مدرسين نُريد تشكيل لجنة لإدارة المدرسة فيها (مدير – نائب مدير – أمين سر)

❶ كم لجنة يمكن تكوينها بحيث يكون مديرها مدرس ؟

❷ كم لجنة يمكن تكوينها بحيث تكون كلّها من الإداريين ؟

حلّ كلاً من المسألتين الآتيتين : (١٠٠ + ١٦٠)

المسألة الأولى :

ليكن (C) الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}$ وِفق $f(x) = ln(e^{2x} + 2)$

❶ أثبت أن المستقيم d الذي معادلته $y = 2x$ مقارب لِ (C) ، ثم ادرس وضع (C) مع d .

❷ ادرس تغيّرات f و نظّم جدولاً بها .

❸ ارسم مقاربات (C) ثم ارسم (C) .

❹ استنتج رسم الخط البياني للتابع g المعيّن بالعلاقة $g(x) = ln\left(\frac{1}{e^{2x} + 2}\right)$.

المسألة الثانية :

في معلم متجانس $(0; \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$ لتكن لدينا النقاط :

$A(1, 0, -1)$ ، $B(2, 2, 3)$ ، $C(3, 1, -2)$ ، $D(-4, 2, 1)$

❶ أثبت أن النقطة C لا تقع على المستقيم (AB)

❷ بيّن نوع المثلث (ABC) و احسب مساحته .

❸ اكتب المعادلة الديكارتية للمستوي P المارّ من C, B, A

❹ احسب بُعد D عن المستوي P و استنتج حجم الرباعي $ABCD$.

❺ أوجد إحداثيّات النقطة $\acute{D}$ المسقط القائم لـ D على المستوي P .

* انتهت الأسئلة *

ثانوية السعادة ALSAADE SCHOOL

سلم تصحيح المذاكرة التحريرية الثانية **لمادة** الرياضيات **الفئة** الخامسة **تاريخ**

السؤال الأول

3 ① إذا كان $x\in]-2,2[$ فإن $-x\in]-2,2[$ محقق

2 2) $f(-x)=\ln\left(\frac{-x+2}{x+2}\right)$

3 $=-\ln\left(\frac{x+2}{2-x}\right)$

2 $=-f(x)$

2 من (1) و (2) نجد أن f تابع فردي

② $f(0)=0$

3 نقطة التماس $O(0,0)$

2 f اشتقاقي على $]-2,2[$

5 $f'(x)=\frac{4}{(2-x)(2+x)}=\frac{4}{4-x^2}$

3 ميل المماس $f'(0)=1$

ومنه معادلة المماس في النقطة $O(0,0)$

5 $T: y=x$

③ وضع (C) مع T :

$g(x)=f(x)-y_T$

3 $g(x)=\ln\left(\frac{x+2}{2-x}\right)-x$

ندرس اطراد التابع g على المجال $]-2,2[$

g اشتقاقي على $]-2,2[$

5 $g'(x)=\frac{4}{4-x^2}-1$

$g'(x)=\frac{x^2}{4-x^2}\geq 0$

5 $g'(x)=0 \Longrightarrow x=0$

2 $g(0)=0$

15

x	-2		0		2
$g'(x)$	‖	+	0	+	‖
$g(x)$	‖	↗	0	↗	‖
وضع (C) مع T	‖	(C) تحت T		(C) فوق T	‖

نقطة مشتركة $(0,0)$ بين (C) و T

السؤال الثاني

① $f(x)=(x-5)^{\frac{3}{6-x}}$

5 $f(x)=(1+x-6)^{\frac{3}{6-x}}$

3 نفرض $x-6=u(x)$

ومنه $x=6+u$

2 عندما $x\to 6$ فإن $u\to 0$

$f(x)=(1+u)^{\frac{-3}{u}}$

10 $f(x)=\left[(1+u)^{\frac{1}{u}}\right]^{-3}$

الثانوية سعادة ALSAADE SCHOOL	سلم تصحيح	المادة	الفئة	تاريخ

5 بما أن $\lim_{u\to 0}(1+u)^{\frac{1}{u}}=e$

10 فإن $\lim_{x\to 6} f(x)=e^{-3}=\frac{1}{e^{3}}$

5 (2) $f(x)=\frac{1}{2}\times 2x\,(x^2+2)^{\frac{2}{3}}$

10 $F(x)=\frac{1}{2}\cdot\frac{(x^2+2)^{\frac{5}{3}}}{\frac{5}{3}}$

10 $F(x)=\frac{3}{10}\sqrt[3]{(x^2+2)^5}$

م. ت. أ. صلي ل f على I

السؤال الثالث:

5 $P(\bar{A})=1-P(A)$

5 $P(\bar{A})=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$

$B=(A\cap B)\cup(\bar{A}\cap B)$

10 $P(B)=\frac{1}{4}\times\frac{2}{5}+\frac{3}{4}\times P(B|\bar{A})$

5 $\frac{1}{5}=\frac{1}{10}+\frac{3}{4}\cdot P(B|\bar{A})$

5 $P(B|\bar{A})=\frac{2}{15}$

10 (2) $P(\bar{B}|A)=\frac{3}{5}$

10 $P(\bar{B}|\bar{A})=\frac{13}{15}$

10 $P(\bar{A}\cap\bar{B})=\frac{3}{4}\times\frac{13}{15}=\frac{13}{20}$

(3)

10 $P(\bar{A}|\bar{B})=\frac{P(\bar{A}\cap\bar{B})}{P(\bar{B})}$

10 $P(\bar{A}|\bar{B})=\frac{\frac{13}{20}}{\frac{4}{5}}=\frac{13}{16}$

السؤال الرابع:

$$\begin{cases} x+y=1 & (1)\\ 3e^{x}-e^{y+3}-2e^{2}=0 & (2)\end{cases}$$

3 من (1) نجد $y=1-x$

نعوض في (2)

2 $3e^{x}-e^{4-x}-2e^{2}=0$

ومنه

$3e^{2x}-e^{4}-2e^{2}\cdot e^{x}=0$

5 $3e^{2x}-2e^{2}\cdot e^{x}-e^{4}=0$

نفرض $e^{x}=t>0$

5 $3t^{2}-2e^{2}\cdot t-e^{4}=0$

5 $\Delta=16e^{4}$

5 $t=e^{2}>0$ مقبول

$t=\frac{-2e^{2}}{6}<0$ مرفوض

5 $t=e^2 \Rightarrow e^x = e^2 \Rightarrow x=2$

5 ومنه $y=-1$

5 $S=\{(2,-1)\}$

السؤال الخامس..

$3^{x+1}+2\cdot 3^{-x} < 7$

$x\in\mathbb{R}$

المتراجحة تكافئ:

$3^{2x+1}+2 < 7\cdot 3^{x}$

ومنه

5 $3\cdot 3^{2x} - 7\cdot 3^{x} + 2 < 0$

بفرض $3^{x} = t > 0$

5 $3t^2-7t+2<0$

$3t^2-7t+2=0$

$\Delta=25$

$t=\frac{7+5}{6}=2$

5 $t=\frac{7-5}{6}=\frac{1}{3}$

t	0		$\frac{1}{3}$		2		$+\infty$
$3t^2-7t+2$		$+$	0	$-$	0	$+$	
15 المتراجحة				مقبول			

5 $3^{x} = t \in [\frac{1}{3}, 2]$

5 $x\in[-1, \frac{\ln 2}{\ln 3}]$

$S=[-1, \frac{\ln 2}{\ln 3}]$ مجموعة حلول المتراجحة المعطاة.

السؤال السادس

① المدير نائب المدير أمين السر

5 8 7

30 عدد الحالات $= 7\times 8\times 5 = 280$

② المدير نائب المدير أمين السر

4 3 2

30 عدد الحالات $=4\times 3\times 2=24$

المسألة الأولى..

3 ① $f(x)-y_d = \ln(e^{2x}+2)-2x$

2 $=\ln[e^{2x}(1+2e^{-2x})]-2x$

3 $=2x+\ln(1+2e^{-2x})-2x$

2 $=\ln(1+2e^{-2x})$

$\lim_{x\to-\infty}[f(x)-y_d]=+\infty$

5 $\lim_{x\to+\infty}[f(x)-y_d]=0$

ثانوية سعادة ALSAADE SCHOOL	سلم تصحيح	المادة	الفئة	تاريخ

3 ومنه d مقارب مائل لِ (c) بجوار $+\infty$

وضع (c) مع d :

10 $f(x)-y_d=\ln(1+2e^{-x})>0$

لأن $1+2e^{-x}>1$

2 $\ln(1+2e^{-x})>0$

10 ومنه (c) فوق d أياً كان $x\in\mathbb{R}$

(2) f معرف ومستمر واشتقاقي على $\mathbb{R}=]-\infty,+\infty[$

5 $\lim_{x\to-\infty} f(x)=\ln 2$

5 $y=\ln 2$ مقارب أفقي لِ (c) بجوار $-\infty$

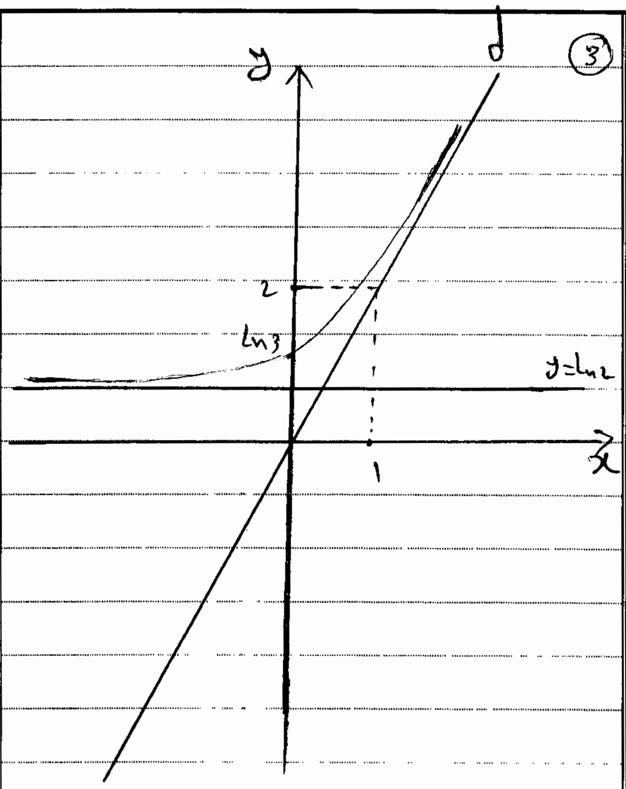
5 $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

15 $f'(x)=\dfrac{2e^{2x}}{e^{2x}+2}>0$

15

x	$-\infty$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$	$\ln 2$	$\nearrow$	$+\infty$

(3)

15 

(4)

5 $g(x)=-\ln(e^{2x}+2)$

5 $g(x)=-f(x)$

5 C_g نظير C_f بالنسبة للمحور yy'

(أ) يمكن أن نكتفي بالرسم

المسألة الثانية.

10 (1) $\overrightarrow{AB}(1,2,4)$, $\overrightarrow{AC}(2,1,-1)$

3 $\frac{2}{1}\neq\frac{1}{2}$

2 فالشعاعان $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ غير مرتبطين خطياً

3 إذاً A , B , C ليست على استقامة واحدة.

سلم تصحيح	مادة	الفئة	تاريخ

2	ومنه C لا تقع على المستقيم (AB)		نعوض في P
10	② $\vec{AB}\cdot\vec{AC}=2+2-4=0$	10	$2(-4+2t)-3(2-3t)+1+t-1=0$
5	ومنه $\vec{AB}\perp\vec{AC}$	5	ومنه $t=1$
5	إذاً المثلث ABC قائم في A	5	ومنه $D'(-2,-1,2)$
5	$S(ABC)=\frac{1}{2}AB\cdot AC$	5	④ $dist(D,P)=\frac{\lvert -8-6+1-1\rvert}{\sqrt{4+9+1}}=\sqrt{14}$
10	$=\frac{1}{2}\sqrt{21}\cdot\sqrt{6}=\frac{3}{2}\sqrt{14}$	5	$V=\frac{1}{3}S_{ABC}\cdot h \quad , h=\sqrt{14}$
5	③ نفرض $\vec{n}(a,b,c)$ ناظم المستوي	5	$V=\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{2}\sqrt{14}\cdot\sqrt{14}=7$
10	$\vec{n}\cdot\vec{AB}=0 \Rightarrow a+2b+4c=0$		
10	$\vec{n}\cdot\vec{AC}=0 \Rightarrow 2a+b-c=0$		
5	نفرض $c=1$		
10	فنجد بالحل $a=2, b=-3$		
5	$\vec{n}(2,-3,1)$		
	ومنه معادلة المستوي		
10	$P: 2x-3y+z-1=0$		
	⑤ نفرض Δ المستقيم المار بـ D والعمودي على P		
	شعاع التوجيه له هو ناظم P		
5	$\vec{u}_{\Delta}(2,-3,1)$		
10	$\Delta: \begin{cases} x=-4+2t \\ y=2-3t \\ z=1+t \end{cases} \quad ; t\in\mathbb{R}$		

الثانوية سعادة ALSAADE SCHOOL

المذاكرة التحريرية الثانية (٢٠٢١ - ٢٠٢٢) **الاسم :**

النموذج الأول **المادة : رياضيات**

الصف : الثالث الثانوي العلمي **التاريخ : ٩**

أجب عن كل من الأسئلة الآتية : (٤٠ درجة لكلّ سؤال)

السؤال الأول :

جد نهاية التابع $f(x) = \left(\frac{x+4}{x-2}\right)^{\frac{x}{2}}$ عند $+\infty$

السؤال الثاني :

حلّ المعادلة $ln|x-2| + ln|x+2| = 2ln|x|$

السؤال الثالث :

ليكن لدينا مضلّع محدّب عدد رؤوسه n حيث $n \geq 4$

أثبت أنّ q_n عدد أقطار هذا المضلّع تُعطى بالعلاقة : $q_n = \frac{n(n-3)}{2}$ ثم أحسب عدد رؤوس المضلّع الذي له 27 قطر

السؤال الرابع :

عيّن في منشور $\left(\frac{x}{y^2} + \frac{y^2}{x}\right)^8$ الحد المستقل عن $x.y$

حلّ كلاً من التمارين الآتية : (٦٠ درجة لكلّ تمرين)

التمرين الأول :

ليكن (C) الخط البياني للتابع f المعرّف على $]2, +\infty[$ وفق : $f(x) = x + 3 + \frac{ln(x-2)}{x+4}$ و المطلوب :

أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y = x + 3$ مقارب لِـ (C) ثم ادرس وضع (C) مع Δ .

التمرين الثاني :

مغلّف يحوي 6 بطاقات متماثلة مرقمة بالأرقام $4, 4, 5, 5, 6, 6$ نسحب من المغلّف ثلاث بطاقات على التتالي مع إعادة :

و ليكن : A : حدث سحب 3 بطاقات مجموع أرقامها يساوي 15 .

B : حدث سحب بطاقات أرقامها متماثلة .

و المطلوب احسب $P(A), P(B), P(\acute{A}), P(A \cap B), P(A \cup B), P(A \cap \acute{B}), P(\acute{A} \cap \acute{B})$

التمرين الثالث :

بفرض لدينا المستويين Q, P بحيث :

$$P : \ x + 2y - z + 1 = 0$$

$$Q : \ -x + y + z + 2 = 0$$

❶ أثبت أن Q, P متقاطعان بفصل مشترك Δ ، اكتب تمثيلاً وسيطياً له .

❷ احسب بُعد النقطة $A(1, 1, 1)$ عن المستقيم Δ .

التمرين الرابع :

ليكن (C) الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x) = x.2^x$ و المطلوب :

❶ ادرس تغيرات f ونظّم جدولاً بها و ارسم خطه البياني (C) .

❷ استنتج رسم الخط البياني للتابع g المعين بالعلاقة $g(x) = |x|.2^x$

حلّ المسألتين الآتيتين : (١٠٠ درجة لكلّ مسألة)

المسألة الأولى :

ليكن (C) الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x) = \frac{e^x-1}{e^x+1}$ و المطلوب :

❶ جد نهاية f عند $-\infty$ و عند $+\infty$ واستنتج معادلة كل مقارب أفقي لـ (C)

❷ ادرس تغيرات f و نظم جدولاً بها ثم استنتج أن التابع f تقابل .

❸ اكتب معادلة المماس T للخط البياني (C) في نقطة تقاطعه مع محور التراتيب .

❹ ادرس وضع (C) بالنسبة لِ T .

❺ ارسم في معلم متجانس مقاربات الخط (C) و المماس T ثم ارسم (C) .

المسألة الثانية :

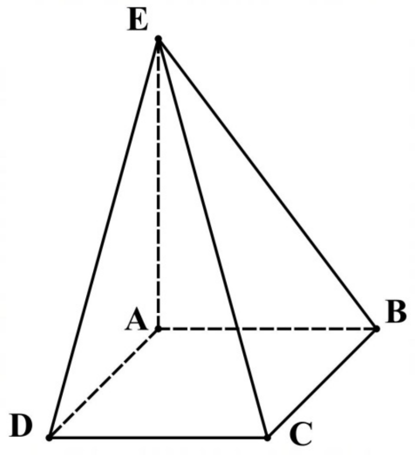
$E-ABCD$ هرم رأسه E و قاعدته المربع $ABCD$

طول ضلعه يساوي (2)

و بفرض $(EA) \perp (ABCD)$ و بفرض $EA = 2$

باختيار المعلم المتجانس $(A; \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}, \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}, \frac{1}{2}\overrightarrow{AE})$

و المطلوب :



❶ جد إحداثيّات النقاط E, D, C, B, A

و النقطة G مركز ثقل المثلث EDB .

❷ أثبت أن المستقيم (AG) يُعامد المستوي (DBE) ، ثم استنتج معادلة للمستوي (DBE) .

❸ اكتب معادلة للكرة S التي مركزها A و تمسّ المستوي (EDB) .

❹ احسب حجم رباعي الوجوه $EADC$ ثم استنتج بُعد A عن المستوي (EDC) .

* انتهت الأسئلة *

الثانوية السعادة ALSAADE SCHOOL — سلم تصحيح النموذج 12 الأول لمادة الرياضيات الفئة — تاريخ 19/3/2020

السؤال الأول .. العاملين:

$$f(x)=\left(\frac{x+4}{x-2}\right)^{\frac{x}{2}}$$

5 $f(x)=\left(1+\frac{6}{x-2}\right)^{\frac{x}{2}}$

3 بفرض $\frac{6}{x-2}=u(x)$

2 فيكون $x=2+\frac{6}{u}$

5 عندما $x\to+\infty$ فإن $u\to 0$

5 $f(x)=(1+u)^{1+\frac{3}{u}}$

5 $f(x)=(1+u)\left[(1+u)^{\frac{1}{u}}\right]^3$

5 بما أن $\lim_{u\to 0}(1+u)^{\frac{1}{u}}=e$

فإن

10 $\lim_{x\to+\infty} f(x)=e^3$

السؤال الثاني:

$\ln|x-2|+\ln|x+2|=2\ln|x|$

10 مجموعة تعريف المعادلة $D=\mathbb{R}\setminus\{-2,2,0\}$

على المجموعة D نكتب:

10 $\ln|x^2-4|=\ln x^2$

فالمعادلة

3 (على $\mathbb{R}$) $|x^2-4|=x^2$

إما

2 $x^2-4=x^2$ مستحيلة

5 أو $x^2-4=-x^2$

ومنه $2x^2=4$

$x^2=2$

10 $x=-\sqrt{2}\ ,\ x=\sqrt{2}$

$S=\{-\sqrt{2},\sqrt{2}\}$

التمرين الأول

5 $f(x)-y_D=\frac{\ln(x-2)}{x+4}$

10 $f(x)-y_D=\frac{\ln(x-2)}{x-2}\cdot\frac{x-2}{x+4}$

5 بما أن $\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln(x-2)}{x-2}=\lim_{t\to+\infty}\frac{\ln t}{t}=0$

$\lim_{x\to+\infty}\frac{x-2}{x+4}=1$

فإن

5 $\lim_{x\to+\infty}[f(x)-y_D]=0$

5 ومنه Δ مقارب مائل لـ (C) بجوار $+\infty$

وضع (C) مع Δ:

$f(x)-y_D=\frac{\ln(x-2)}{x+4}$

5 $f(x)-y_D=0\Rightarrow \ln(x-2)=0$

3 $\Rightarrow x-2=1$

2 $\Rightarrow x=3$

$f(3)=6$

سلم تصحيح	المادة	الفئة	تاريخ

x	2		3		$+\infty$
15 $f(x)-y_D$	‖	$-$	0	$+$	
	‖	D تحت (C)	↓	D فوق (C)	

5 $(3,6)$ نقطة مشتركة بين (C) و D

التمرين الرابع

$f(x) = x \cdot 2^x \qquad D = \mathbb{R}$

① 3 $f(x) = x \cdot e^{x \ln 2}$

f معرف ومستمر واشتقاقي على $\mathbb{R} =]-\infty, +\infty[$

عندما $x \to -\infty$ نكتب

5 $f(x) = \frac{1}{\ln 2} \cdot x\ln 2 \cdot e^{x \ln 2}$

بما أن

2 $\lim_{x \to -\infty} (x\ln 2 \cdot e^{x\ln 2}) = 0$

فإن

3 $\lim_{x \to -\infty} f(x) = 0$

2 $y=0$ مقارب أفقي لـ (C) بجوار $-\infty$

5 $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

$f'(x) = e^{x\ln 2} + \ln 2 \, e^{x \ln 2} \cdot x$

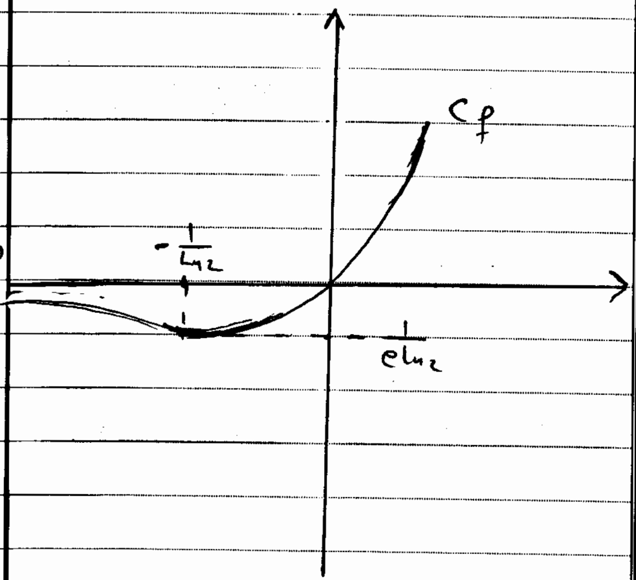
5 $f'(x) = (1 + x\ln 2)\, e^{x \ln 2}$

5 $f'(x) = 0 \iff x = -\frac{1}{\ln 2}$

5 $f\left(-\frac{1}{\ln 2}\right) = -\frac{1}{e\ln 2}$

x	$-\infty$		$-\frac{1}{\ln 2}$		$+\infty$
10 $f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	↘	$-\frac{1}{e\ln 2}$	↗	$+\infty$

10

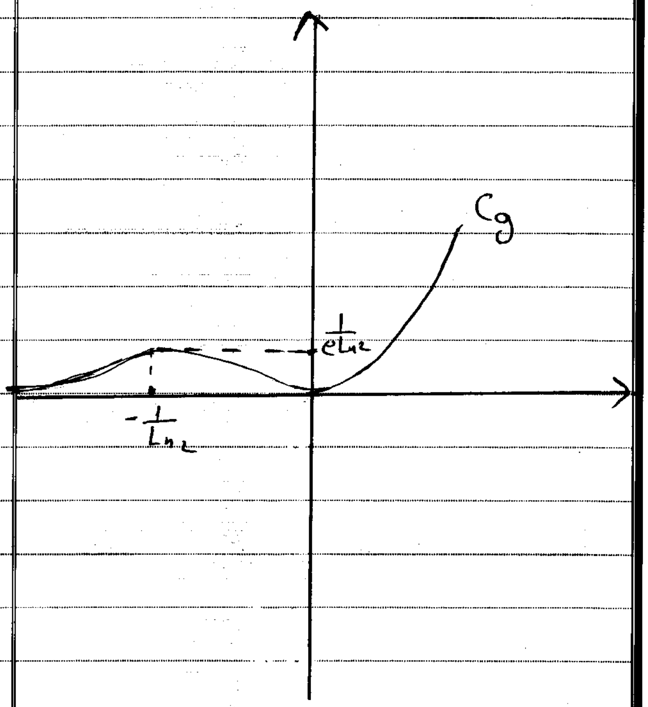


② $g(x) = |f(x)|$

نقط C_g هي اجتماع نقط C_f ذات التراتيب الموجبة مع نظائر نقط C_f ذات التراتيب السالبة بالنسبة للمحور $x'x$

سلم تصحيح	المادة	الفئة	تاريخ

5



المسألة الأولى :

① 5 $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -1$

5 ومنه $y=-1$ مقارب أفقي لـ (C) بجوار $-\infty$

عندما $x\to+\infty$ نكتب :

5 $f(x)=\dfrac{e^{x}(1-\frac{1}{e^{x}})}{e^{x}(1+\frac{1}{e^{x}})}$

$f(x)=\dfrac{1-e^{-x}}{1+e^{-x}}$

5 $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$

ومنه $y=1$ مقارب أفقي لـ (C) بجوار $+\infty$

② f معرف ومستمر واشتقاقي على $\mathbb{R}=]-\infty,+\infty[$

$f'(x)=\dfrac{e^{x}(e^{x}+1)-e^{x}(e^{x}-1)}{(e^{x}+1)^2}$

5 $f'(x)=\dfrac{2e^{x}}{(e^{x}+1)^2}>0$

10

x	$-\infty$		$+\infty$
$f'(x)$		+	
$f(x)$	-1	↗	1

من جدول التغيرات نجد أن

2 f مستمر ومتزايد تماماً على $\mathbb{R}$

2 $f(\mathbb{R})=]-1,1[$

2 ومنه أياً يكن $y\in]-1,1[$

2 فالمعادلة $f(x)=y$ لها حل وحيد في المنطلق $\mathbb{R}$

2 اذاً f تقابل .

③ عند التقاطع مع المحور $y'y$

3 نجعل $x=0$ فنجد $y=0$

2 نقطة التماس $O(0,0)$

3 ميل المماس $f'(0)=\frac{1}{2}$

ومنه معادلة المماس في المبدأ

5 $T: y=\frac{1}{2}x$

تاريخ	الفئة	المادة	سلم تصحيح	الثانوية السعادة ALSAADE SCHOOL

④ وضع (c) مع T :

$g(x) = f(x) - y_T$

2 $g(x) = \frac{e^x - 1}{e^x + 1} - \frac{1}{2}x$

g اشتقاقي على $\mathbb{R}$

$g'(x) = \frac{2e^x}{(e^x+1)^2} - \frac{1}{2}$

$g'(x) = \frac{-(e^{2x} - 2e^x + 1)}{(e^x+1)^2}$

10 $g'(x) = \frac{-(e^x - 1)^2}{(e^x+1)^2} \leq 0$

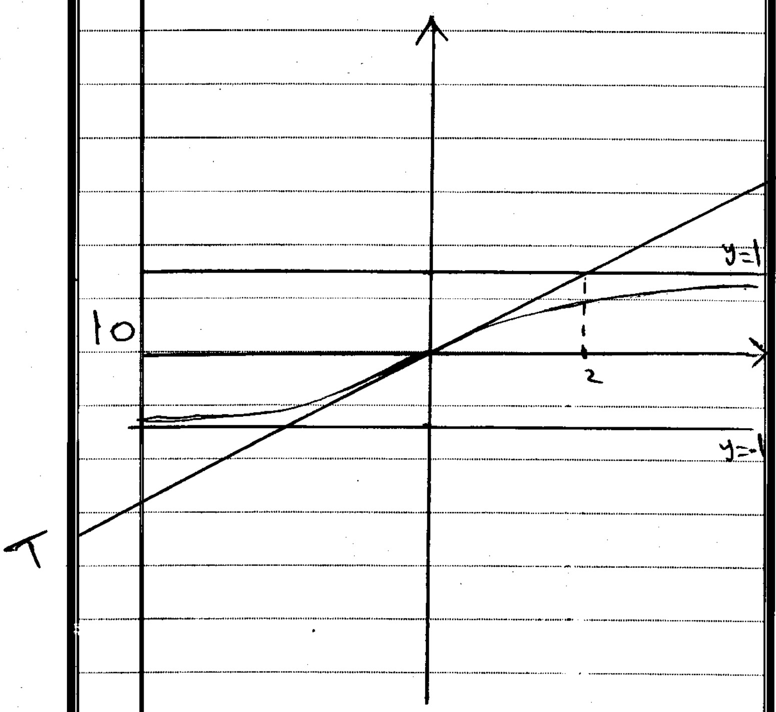
$g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$

5 $g(0) = 0$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$-$
10 $g(x)$	$+ \searrow$	0	$\searrow -$
وضع (c) مع T	T فوق (c)		T تحت (c)

2 نقطة (0,0) مشتركة بين (c) و T

⑤

10 

الجبر

السؤال الرابع

$T_r = \binom{n}{r} \cdot a^{n-r} \cdot b^r$

20 $T_r = \binom{8}{r} \cdot \frac{x^{8-r}}{y^{6-2r}} \cdot \frac{y^{2r}}{x^r}$

10 $T_r = \binom{8}{r} \cdot y^{4r-16} \cdot x^{8-2r}$

الحد المستقل يوافق $r = 4$

10 $T_4 = \binom{8}{4} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 70$

ثانوية السعادة ALSAADE school | سلم تصحيح | المادة | الفئة | تاريخ

السؤال الثالث..

عدد القطع التي يمكن انشاؤها من رؤوس المضلع $\binom{n}{2}$

$\binom{n}{2} =$ عدد الأضلاع + عدد الأقطار

ومنه

$n + q_n = \binom{n}{2}$

15 $q_n = \binom{n}{2} - n$

5 $q_n = \frac{n(n-3)}{2}$

عندما يكون $q_n = 27$

5 $27 = \frac{n(n-3)}{2}$

ومنه

5 $n^2 - 3n - 54 = 0$

5 $(n-9)(n+6) = 0$

5 اما $n = 9$

أو $n = -6$ مرفوض

للمضلع (9) أضلاع

التمرين الثاني.

$A = \{(5,5,5), (4,5,6)_{\times 3!}\}$

5 $P(A) = \left(\frac{2}{6} \times \frac{2}{6} \times \frac{2}{6}\right) + \left(\frac{2}{6} \times \frac{2}{6} \times \frac{2}{6}\right) \times 6$

5 $P(A) = \frac{1}{27} + \frac{6}{27} = \frac{7}{27}$

$B = \{(4,4,4), (5,5,5), (6,6,6)\}$

5 $P(B) = \frac{2}{6} \times \frac{2}{6} \times \frac{2}{6} + \frac{2}{6} \times \frac{2}{6} \times \frac{2}{6} + \frac{2}{6} \times \frac{2}{6} \times \frac{2}{6}$

5 $P(B) = \frac{3}{27}$

$P(\acute{A}) = 1 - P(A)$

5 $P(\acute{A}) = 1 - \frac{7}{27} = \frac{20}{27}$

$A \cap B = \{(5,5,5)\}$

5 $P(A \cap B) = \frac{2}{6} \times \frac{2}{6} \times \frac{2}{6} = \frac{1}{27}$

5 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

5 $P(A \cup B) = \frac{7}{27} + \frac{3}{27} - \frac{1}{27} = \frac{9}{27}$

5 $P(A \cap \acute{B}) = P(A) - P(A \cap B)$

5 $P(A \cap \acute{B}) = \frac{7}{27} - \frac{1}{27} = \frac{6}{27}$

5 $P(\acute{A} \cap \acute{B}) = 1 - P(A \cup B)$

5 $= 1 - \frac{9}{27} = \frac{18}{27}$

الهندسة:

التمرين الثالث.

3 $\vec{n}_P(1,2,-1)$

3 $\vec{n}_Q(-1,1,1)$

3 $\frac{1}{-1} \neq \frac{2}{1}$

سلم تصحيح	المادة	الفئة	تاريخ

3	$\vec{n}_P$ ، $\vec{n}_Q$ غير مرتبطين خطياً
3	ومنه المستويان P ، Q متقاطعان بفصل مشترك.
	$x+2y-z+1=0 \quad (1)$
	$-x+y+z+2=0 \quad (2)$
	بالجمع نجد
	$3y+3=0$
5	ومنه $y=-1$
	نعوض في (1)
	$x-2-z+1=0$
5	$z=x-1$
	نفرض $x=t$
10	$D: \begin{cases} x=t \\ y=-1 \\ z=t-1 \end{cases} ; t\in\mathbb{R}$
	نفرض A' المسقط القائم للنقطة A على Δ
2	ومنه $A'(t,-1,t-1)$
5	$\vec{AA'}(t-1,-2,t-2)$
3	$\vec{u}_\Delta(1,0,1)$
5	$\vec{AA'}\cdot\vec{u}_\Delta=0 \Rightarrow t-1+t-2=0 \Rightarrow t=\frac{3}{2}$

5	$\vec{AA'}(\frac{1}{2},-2,-\frac{1}{2})$
	$\Vert\vec{AA'}\Vert=\sqrt{\frac{1}{4}+4+\frac{1}{4}}$
5	$=\sqrt{\frac{9}{2}}=\frac{3}{\sqrt{2}}$
	المسألة الثانية
	(1)
3x6	$A(0,0,0)$, $D(2,0,0)$, $B(0,2,0)$, $C(2,2,0)$, $E(0,0,2)$, $G(\frac{2}{3},\frac{2}{3},\frac{2}{3})$
	(2)
5	$\vec{AG}(\frac{2}{3},\frac{2}{3},\frac{2}{3})$
5	$\vec{DB}(-2,2,0)$
5	$\vec{DE}(-2,0,2)$
5	$\vec{AG}\cdot\vec{DB}=-\frac{4}{3}+\frac{4}{3}=0$
5	ومنه $\vec{DB}\perp\vec{AG}$
5	$\vec{AG}\cdot\vec{DE}=-\frac{4}{3}+\frac{4}{3}=0$
5	ومنه $\vec{AG}\perp\vec{DE}$
5	ومنه (AG) يعامد المستوي (DBE)
10	$(DBE): x+y+z-2=0$

	تاريخ	الفئة	المادة	سلم تصحيح	الثانوية السعادة ALSAADE SCHOOL

5	$AG = \sqrt{\frac{4}{9}+\frac{4}{9}+\frac{4}{9}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$
5	$x^2+y^2+z^2=\frac{4}{3}$
	$S(ADC) = \frac{AD \times DC}{2}$
2	$= \frac{2 \times 2}{2} = 2$
	$V = \frac{1}{3} S \times h \quad ; \quad h = AE = 2$
5	$V = \frac{1}{3} \times 2 \times 2 = \frac{4}{3}$
	المثلث EDC قائم في D
2	$DE = \sqrt{4+4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$
2	$S(DEC) = \frac{DE \times DC}{2} = \frac{2\sqrt{2} \times 2}{2} = 2\sqrt{2}$
2	$V(EADC) = \frac{1}{3} \times S_{(DEC)} \times h$
5	$\frac{4}{3} = \frac{1}{3} \times 2\sqrt{2} \times h$
4	$h = \sqrt{2}$
	وهو بعد A عن (EDC)

المذاكرة التحريرية الثانية (٢٠٢١ - ٢٠٢٢) الاسم :

النموذج الثالث المادة : رياضيات

الصف : الثالث الثانوي العلمي التاريخ :

أجب عن كل من الأسئلة الآتية : (٤٠ درجة لكلّ سؤال)

السؤال الأول :

حلّ المتراجحة الآتية : $ln(x^2-3x) \geq 2ln(6-x)$

السؤال الثاني :

عيّن في منشور $\left(x+\frac{1}{x}\right)^8$ الحد الذي يحوي x^2 و الحد الثابت المستقلّ عن x .

السؤال الثالث :

جد نهاية التابع $f(x)=(4-x)^{\frac{1}{x-3}}$ عند (3) .

السؤال الرابع :

لتكن المجموعة $S=\{0,1,2,3,5\}$

❶ كم عدداً مؤلفاً من ثلاث منازل يمكن تشكيله من عناصر المجموعة S ؟

❷ كم عدداً مؤلفاً من ثلاث منازل مختلفة و أرقامها مأخوذة من S و كلّ منها من مضاعفات العدد (5) ؟

حلّ كلاً من التمارين الآتية : (٦٠ درجة لكلّ تمرين)

التمرين الأول :

مجموعة تضمّ خمس أشخاص (3) طلاب و (2) طالبة

❶ كم لجنة مختلفة مؤلفة من ثلاثة أشخاص يُمكن تشكيلها من عناصر المجموعة ؟

❷ كم لجنة مختلفة يُمكن تشكيلها من ثلاثة أشخاص إذا علمت أنه في اللجنة طالب واحد على الأقل ؟

❸ كم لجنة مختلفة مؤلفة من ثلاثة أشخاص (عريف – معاون – أمين سر) يمكن تشكيلها من عناصر المجموعة ؟

❹ نريد توزيع 4 جوائز مختلفة على الطلاب الثلاثة و بحيث يحصل كلّ طالب على جائزة واحدة على الأقلّ ، ما عدد النتائج المختلفة لهذه العملية ؟

التمرين الثاني :

ليكن (C) الخط البياني للتابع f المعيّن بالعلاقة : $f(x)=x+1+2ln\left(\frac{x+2}{x+1}\right)$ و المطلوب :

❶ تحقّق أنّ D_f مجموعة تعريف f هي : $]-\infty,-2[\cup]-1,+\infty[$

❷ احسب نهاية f عند كلّ طرف من أطراف مجموعة تعريفه D_f .

❸ أثبت أنّ النقطة $A\left(-\frac{3}{2},-\frac{1}{2}\right)$ مركز تناظر للخط (C) .

❹ أثبت أنّ المستقيم Δ الذي معادلته $y=x+1$ مُقارب لـ (C) ثم ادرس وضع (C) مع Δ .

التمرين الثالث :

جِد الحلّ المشترك لجملة المعادلتين :

$$3\ln x + 2\ln y = 8$$

$$2\ln x - 3\ln y = 1$$

التمرين الرابع :

$ABCDEFGH$ مكعب طول حرفه a فيه I منتصف $[EF]$ ، J منتصف $[CG]$ و المطلوب :

احسب الأعداد الآتية : $\overrightarrow{EI}.\overrightarrow{FC}$, $\overrightarrow{EI}.\overrightarrow{IA}$, $\overrightarrow{JH}.\overrightarrow{JD}$

حلّ المسألتين الآتيتين : (١٠٠ درجة لكلّ مسألة)

المسألة الأولى :

ليكن (C) الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x) = (2-x).e^x$ و المطلوب :

❶ ادرس تغيّرات f و نظّم جدولاً بها ، ثم استنتج معادلة المقارب الأفقي للخط (C) .

❷ اكتب معادلة d مماسّ للخط (C) في النقطة التي فاصلتها تعدم $\acute{f}(x)$.

❸ ارسم في معلم واحد المماس d ثم الخط (C) .

❹ استنتج رسم الخط البياني للتابع g المعيّن بالعلاقة $g(x) = \frac{2+x}{e^x}$

❺ حلّ المعادلة : $f(x) = -x\,e^x + e^{2x} + 3$

المسألة الثانية :

في معلم متجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ لتكن لدينا النقاط :

$A(1,2,-1)$, $B(3,3,2)$, $C(-1,0,1)$, $E(0,-1,3)$

و المستوي P الذي معادلته :

$$P: x + y - z + 2 = 0$$

❶ بيّن مع التعليل صحّة أو خطأ كلّ من القضايا الآتية :

ⓐ المستقيم (AB) يوازي المستوي P .

ⓑ النقطة C تقع في المستوي P .

ⓒ المستقيم (AE) يُعامد المستوي P .

❷ أعطِ المعادلة الديكارتيّة للمستوي $Q = (ABC)$

❸ أوجد إحداثيّات $\acute{B}$ مسقط B على المستوي P .

❹ اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d الفصل المشترك بين المستويين P وَ Q .

* انتهت الأسئلة *

الحل

السؤال الأول

5 $D_1=]-\infty,6[$ معرف على $2\ln(6-x)$

5 $D_2=]-\infty,0[\cup]3,+\infty[$ معرف $\ln(x^2-3x)$

5 $D=D_1\cap D_2=]-\infty,0[\cup]3,6[$

على المجموعة D نكتب:

5 $\ln(x^2-3x)\geq \ln(6-x)^2$

ومنه

5 $x^2-3x\geq 36-12x+x^2$

ومنه

$9x\geq 36$

5 $x\geq 4$

$x\in[4,+\infty[$

وما يتقاطع منها مع D هي

10 $S=[4,6[$

السؤال الثالث

$f(x)=(4-x)^{\frac{1}{x-3}}$

عند (3)

5 $f(x)=(1+3-x)^{\frac{1}{x-3}}$

5 بفرض $3-x=u(x)$

فيكون $\frac{1}{x-3}=-\frac{1}{u}$

5 عندما $x\to 4$ فإن $u\to 0$

ومنه

10 $f(x)=(1+u)^{-\frac{1}{u}}$

5 $f(x)=\left[(1+u)^{\frac{1}{u}}\right]^{-1}$

5 بما أن $\lim_{u\to 0}(1+u)^{\frac{1}{u}}=e$

فإن

5 $\lim_{x\to 4}f(x)=e^{-1}=\frac{1}{e}$

التمرين الثاني

① التابع $x\to x+1$ معرف على $\mathbb{R}$

التابع $x\to 2\ln\left(\frac{x+2}{x+1}\right)$ معرف

2 عندما $\frac{x+2}{x+1}>0$

ندرس إشارة $\frac{x+2}{x+1}$

$x+2=0\Rightarrow x=-2$

$x+1=0\Rightarrow x=-1$

سلم تصحيح	المادة	الفئة	تاريخ

ALSAADE SCHOOL الثانوية السعادة

x	$-\infty$		-2		-1		$+\infty$
$x+2$		$-$	0	$+$		$+$	
$x+1$		$-$		$-$	0	$+$	
الكسر		$+$	0	$-$	‖	$+$	
المراجعة		مقبول				مقبول	

10

$x \in]-\infty,-2[\cup]-1,+\infty[$

ومنه f معرف على

3 $D =]-\infty,-2[\cup]-1,+\infty[$

(2)

3 $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$

3 $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

3 $\lim\limits_{x\to-2^-} f(x) = -\infty$

3 $\lim\limits_{x\to-1^+} f(x) = +\infty$

(3)

3 1) لبيان $x\in D_f$ يعني $2x_0-x=-3-x\in D_f$

5 لأن $x\in]-\infty,-2[\cup]-1,+\infty[$

$-x\in]-\infty,1[\cup]2,+\infty[$

$-3-x\in]-\infty,-2[\cup]-1,+\infty[$

2) $f(2x_0-x)+f(x)=2y_0$

$L_1 = f(-3-x)+f(x)$

5 $L_1 = -3-x+1+2\ln\left(\frac{-1-x}{-2-x}\right)+x+1+2\ln\left(\frac{x+2}{x+1}\right)$

5 $= -1+2\ln\left(\frac{x+1}{x+2}\right)+2\ln\left(\frac{x+2}{x+1}\right)$

$= -1+2\ln(1)$

2 $= -1+0 = -1 = 2y_0$

(4)

2 $f(x)-y_D = 2\ln\left(\frac{x+2}{x+1}\right)$

2 $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-y_D]=0$

2 $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-y_D]=0$

ومنه D مقارب مائل لـ (C) بجوار $-\infty$ و بجوار $+\infty$

وضع (C) م D :

$f(x)-y_D = 2\ln\left(\frac{x+2}{x+1}\right)$

عندما $x\in]-\infty,-2[$ يكون

4 $f(x)-y_D<0$ ومنه (C) تحت D

وعندما $x\in]-1,+\infty[$ يكون

3 $f(x)-y_D>0$ ومنه (C) فوق D

التمرين الثالث

(1) $3\ln x + 2\ln y = 8$

(2) $2\ln x - 3\ln y = 1$

10 $x>0,\ y>0$

الجملة تكافئ

$6\ln x + 4\ln y = 16$

15 $6\ln x - 9\ln y = 3$

بالطرح:

$13\ln y = 13$

10 $\ln y = 1$

5 ومنه $y = e$

نعوض في (1) نجد

5 $\ln x = 2$

5 ومنه $x = e^2$

10 $S = \{(e^2, e)\}$

المسألة الأولى

① f معرف ومستمر واشتقاقي على $\mathbb{R} =]-\infty, +\infty[$

5 $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$

عندما $x \to -\infty$ نكتب:

5 $f(x) = 2e^x - xe^x$

2 بما أن $\lim\limits_{x \to -\infty} (xe^x) = 0$

فإن

3 $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 0$

5 $y=0$ مقارب أفقي لـ (C) بجوار $-\infty$

5 $f'(x) = (1-x)e^x$

3 $f'(x) = 0 \Rightarrow x = 1$

2 $f(1) = e$

10

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	e	$\searrow$	$-\infty$

② f' اشتقاقي على $\mathbb{R}$

5 $f''(x) = -xe^x$

الثانوية السعادة ALSAADE SCHOOL — سلم تصحيح — المادة — الفئة — تاريخ

3 $f'(x)=0 \Rightarrow x=0$

2 $f(0)=2$

نقطة التماس $N(0,2)$

5 ميل المماس $f'(0)=1$

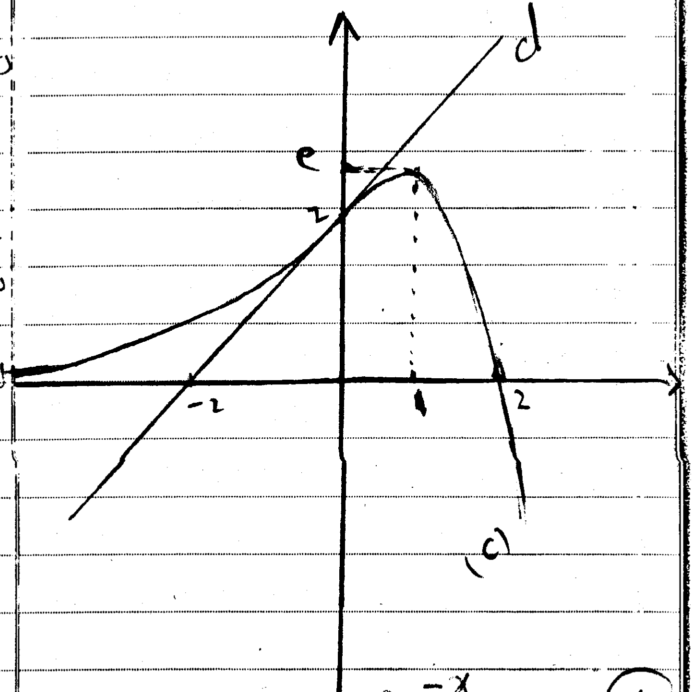
ومنه معادلة المماس في النقطة N

5 $d: y=x+2$

(3)

الرسم 5

5 الرسم الصحيح



(4)

2 $g(x)=(2+x)e^{-x}$

3 $g(x)=f(-x)$

5 C_g نظير C_f بالنسبة لـ yy'

(أو) الرسم

(5) $f(x)=-xe^{x}+e^{2x}-3$

تكافئ

$(2-x)e^{x}=-xe^{x}+e^{2x}-3$

تكافئ

$2e^{x}-xe^{x}=-xe^{x}+e^{2x}-3$

تكافئ

5 $e^{2x}-2e^{x}-3=0$

5 $(e^{x}-3)(e^{x}+1)=0$

إما $e^{x}=3$

5 ومنه $x=\ln 3$

5 أو $e^{x}=-1$ مستحيل

$S=\{\ln 3\}$

الجبر

السؤال الثاني

3 $T_r = \binom{n}{r} . a^{n-r} . a^{r}$

$n=8 , a=x , b=x^{-1}$

5 $T_r = \binom{8}{r} . x^{8-r} . x^{-r}$

2 $T_r = \binom{8}{r} . x^{8-2r}$

الحد الذي يحوي x^2 يوافقه

3 $8-2r=2$

2 ومنه $r=3$

5 $T_3 = \binom{8}{3} . x^2$

3 $T_r = \frac{8\times7\times6}{3\times2\times1} . x^2$

2 $T_r = 56x^2$

الحد المستقل عن x يوافقه

3 $8-2r=0$

2 $r=4$

5 $T_4 = \binom{8}{4} x^0$

3 $T_4 = \frac{8\times7\times6\times5}{4\times3\times2\times1}$

2 $T_4 = 70$

السؤال الرابع

(1)

مئات	عشرات	آحاد
4	5	5

20 عدد الأعداد $= 4\times5\times5 = 100$

(2)

مئات	عشرات	آحاد
4	3	1
3	3	1

20 عدد الأعداد $= 4\times3\times1 + 3\times3\times1 = 21$

التمرين الأول

(1) 10 عدد اللجان $= \binom{5}{3} = \frac{5\times4\times3}{3\times2\times1} = 10$

(2) 25 عدد اللجان $= \binom{3}{1}\binom{2}{2} + \binom{3}{2}\binom{2}{1} + \binom{3}{3} = 10$

(3) 15 عدد اللجان $= 5\times4\times3 = 60$

(4) 10 عدد الطرائق $= \binom{4}{2}\times3! = 6\times6 = 36$

تاريخ	الفئة	المادة	سلم تصحيح	الثانوية السعادة ALSAADE SCHOOL

الهندسة :

التمرين الرابع

10 $\vec{EI}\cdot\vec{FC}=0$

5 $\vec{EI}\cdot\vec{IA}=-\vec{IC}\cdot\vec{IA}$

5 $=-\|\vec{IC}\|\cdot\|\vec{IA}\|\cos\theta$

5 $=-\frac{a}{2}\cdot\frac{\sqrt{5}}{2}a\cdot\frac{\frac{a}{2}}{\frac{\sqrt{5}}{2}\cdot a}$

5 $=-\frac{a^2}{4}$

10 $\vec{JH}\cdot\vec{JD}=(\vec{JG}+\vec{GH})\cdot(\vec{JC}+\vec{CD})$

10 $=\vec{JG}\cdot\vec{JC}+\vec{JG}\cdot\vec{CD}+\vec{GH}\cdot\vec{JC}+\vec{GH}\cdot\vec{CD}$

5 $=-\frac{a}{2}\cdot\frac{a}{2}+0+0+a\cdot a$

5 $=\frac{3a^2}{4}$

ملاحظة : يمكن حل التمرين باختيار معلم

المسألة الثانية

5 ① ⓐ $\vec{n}_P(1,1,-1)$, $\vec{AB}(2,1,3)$

5 $\vec{AB}\cdot\vec{n}_P=2+1-3=0$

5 $\vec{AB}\perp\vec{n}_P\Rightarrow(AB)\parallel P$

ⓑ $C(-1,0,1)$ نعوض في P

5 محققة $-1+0-1+2=0$

5 $C\in P$

---

5 ⓒ $I=(-1,-3,4)$

5 المركبات غير متناسبة $\frac{-1}{1}\neq\frac{-3}{1}$

3 $\vec{n}_P$, $\vec{AE}$ غير مرتبطين خطياً

2 إذاً المستقيم (AE) لا يعامد المستوي P

2 ② نفرض $\vec{n}_Q(a,b,c)$

3 $\vec{AC}(-2,-2,2)$

5 $\vec{n}_Q\cdot\vec{AB}=0\Rightarrow 2a+b+3c=0$ (1)

5 $\vec{n}_Q\cdot\vec{AC}=0\Rightarrow -2a-2b+2c=0$ (2)

$(1)+(2)\Rightarrow -b+5c=0$

بفرض $c=1$ فيكون $b=5, a=-4$

5 $\vec{n}_Q(-4,5,1)$

ومنه معادلة المستوي

5 $Q:-4x+5y+z-5=0$

③ نكتب المعادلات الوسيطية للمستقيم Δ المار من B والعمودي على P فيكون $\vec{u}_\Delta=\vec{n}_P$

3 $\vec{u}_\Delta(1,1,-1)$

5 $\Delta:\begin{cases}x=3+t\\y=3+t\\z=2-t\end{cases}\quad : t\in\mathbb{R}$

نعوض في P

2 $3+t+3+t-2+t+2=0$

ومنه $t=-2$

ومنه $B'(1,1,4)$ 5

④

$P: x+y-z+2=0$

$Q: -4x+5y+z-5=0$

بالجمع نجد

$-x+2y-1=0$

$x=-1+2y$ 5

نعوض في P :

$-1+2y+y+z+2=0$

$z=1+3y$ 5

بفرض $y=t$

$$d: \begin{cases} x=-1+2t \\ y=t \\ z=1+3t \end{cases} : t\in\mathbb{R}$$ 10

أجب عن كل من الأسئلة الآتية : (٤٠ درجة لكلّ سؤال)

السؤال الأول :

ليكن (C) الخط البياني للتابع f المعين بالعلاقة : $f(x) = 1 + x\,ln\left(1 + \frac{1}{x}\right)$

❶ عيّن D_f مجموعة تعريف التابع f .

❷ جد نهاية التابع f عند $(+\infty)$ و عند (0)

السؤال الثاني :

حلّ المعادلة : $\binom{n+3}{3} = 3\,P_{n+2}^{2}$

السؤال الثالث :

اختزل منشور المقدار : $(1+y)^5 + (1-y)^5$

السؤال الرابع :

حلّ المتراجحة الآتية : $e^x + 5\,e^{-x} \geq 6$

حلّ كلاً من التمارين الآتية : (٦٠ درجة لكلّ تمرين)

التمرين الأول :

في معلم متجانس $(0;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ بفرض لدينا النقطتان $B(3,0,1)$ ، $A(2,-1,0)$

والمستوي P الذي معادلته : $P : 3x - 2y + 3z + 1 = 0$

❶ أثبت أنّ المستقيم (AB) لا يعامد المستوي P .

❷ اكتب معادلة للمستوي Q المارّ من النقطتين A ، B و يعامد المستوي P .

التمرين الثاني :

مجموعة تضمّ (4) رجال و (3) نساء

أولاً :

❶ يصافح كلّ منهم الأشخاص الستة الآخرين مرّة واحدة فقط فكم عدد المصافحات التي جرت بينهم .

❷ كم عدد المصافحات إذا علمت أن أربعة أشخاص متخاصمين لا توجد بينهم مصافحة .

ثانياً : نُريد تشكيل لجنة من ثلاثة أشخاص :

❶ كم لجنة مختلفة يمكن تشكيلها ؟

❷ كم لجنة مختلفة تحوي رجل على الأقلّ ؟

❸ كم لجنة مختلفة يمكن تشكيلها إذا علمت أن رجل معيّن يجب أن يكون في اللجنة ؟

التمرين الثالث :

لتكن $(U_n)_{n\geq1}$ متتالية معرفة على $\mathbb{N}^*$ وفق : $U_n = ln\left(\frac{n}{n+1}\right)$

❶ جد نهاية هذه المتتالية .

❷ نضع $S_n = U_1 + U_2 + \cdots + U_n$

ⓐ أثبت بالتدريج أن $S_n = ln\left(\frac{1}{n+1}\right)$ ⓑ ما نهاية $(S_n)_{n\geq1}$ ؟

التمرين الرابع :

❶ في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ ارسم مجموعة النقاط $M(x,y)$ المحققة للشرط $lny - 2lnx = 0$

❷ حلّ المعادلة $ln\sqrt{2x-3} = ln(6-x) - \frac{1}{2}lnx$

حلّ كلاً من المسألتين الآتيتين : (لكلّ مسألة ١٠٠ درجة)

المسألة الأولى :

ليكن (C) الخط البياني للتابع f المعرف على : $I =]-1,+\infty[$ وفق $f(x) = x + 1 + 2ln\left(\frac{x+2}{x+1}\right)$

❶ أثبت أن f اشتقاقي على I

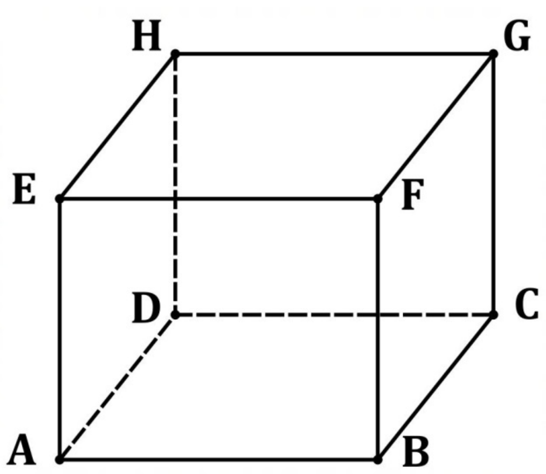
❷ أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y = x + 1$ مقارب لـ (C) ثم ادرس وضع (C) مع Δ .

❸ ادرس تغيرات f و نظّم جدولاً بها و استنتج معادلة المقارب الشاقولي لـ (C) .

❹ أوجد معادلة المماس لـ (C) الموازي للمستقيم الذي معادلته $y = \frac{2}{3}x - 1$.

❺ ارسم مقاربات (C) ثم ارسم (C) .

المسألة الثانية :



$ABCDEFGH$ مكعب فيه I منتصف $[CG]$

و لنتأمّل المعلم المتجانس $(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE})$

و المطلوب :

❶ أوجد احداثيّات النقاط A, B, C, F, H, I, D

❷ أثبت أن المستقيم (HB) يعامد المستوي (AFC)

و استنتج معادلة للمستوي (AFC) .

❸ احسب $\overrightarrow{IH}.\overrightarrow{ID}$ واستنتج قيمة $cos(\widehat{HID})$.

❹ اكتب معادلة للكرة S التي مركزها B و تمسّ المستوي (AFC) .

* انتهت الأسئلة *

الثانوية السعادة ALSAADE SCHOOL

سلم تصحيح المذاكرة التحريرية الثانية لمادة الرياضيات الفئة الثانية تاريخ ٥/٣/٢٠٢٤

السؤال الأول .

10 ① $D_f =]-\infty,-1[\cup]0,+\infty[$

② عندما $x \to +\infty$ نكتب :

5 $f(x) = 1 + \frac{\ln(1+\frac{1}{x})}{\frac{1}{x}}$

بما أن

3 $\lim_{x\to+\infty} \frac{\ln(1+\frac{1}{x})}{\frac{1}{x}} = \lim_{t\to 0}\frac{\ln(1+t)}{t} = 1$

فإن

4 $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 1+1 = 2$

عندما $x \to 0$ نكتب :

5 $f(x) = 1 + x\ln\left(\frac{x+1}{x}\right)$

$f(x) = 1 + x[\ln(x+1) - \ln x]$

5 $f(x) = 1 + x\ln(x+1) - x\ln x$

3 بما أن $\lim_{x\to 0^+} (x\ln x) = 0$

5 فإن $\lim_{x\to 0^+} f(x) = 1+0-0 = 1$

السؤال الثاني .

$\binom{n+3}{3} = 3P^{2}_{n+2}$

5 شرط الحل $n \geq 0$ (n طبيعي)

10+10 $\frac{(n+3)(n+2)(n+1)}{3\times 2\times 1} = 3(n+2)(n+1)$

10 $\frac{n+3}{6} = 3$

$n+3 = 18$

5 $\boxed{n=15}$ حل مقبول

السؤال الثالث ..

10 $(1+y)^5 = \binom{5}{0}(1)^5(y)^0 + \binom{5}{1}y + \binom{5}{2}y^2 + \binom{5}{3}y^3 + \binom{5}{4}y^4 + \binom{5}{5}y^5$

10 $(1+y)^5 = 1+5y+10y^2+10y^3+5y^4+y^5$

10 $(1-y)^5 = 1-5y+10y^2-10y^3+5y^4-y^5$

10 $(1+y)^5 + (1-y)^5 = 2+20y^2+10y^4$

السؤال الرابع .

$e^x + 5e^{-x} \geq 6$

$D = \mathbb{R}$

نضرب طرفي المتراجحة بـ e^x

$e^{2x} + 5 \geq 6e^x$

5 $e^{2x} - 6e^x + 5 \geq 0$

بفرض $e^x = t > 0$ تصبح المتراجحة بالشكل

3 $t^2 - 6t + 5 \geq 0$

ندرس اشارة (t^2-6t+5)

$t^2-6t+5=0$

2 $(t-5)(t-1)=0 \Rightarrow t=1$ أو $t=5$

t	0		1		5		$+\infty$
t^2-6t+5		$+$	0	$-$	0	$+$	
المتراجحة		مقبول				مقبول	

10

$t\in\,]0,1]\cup[5,+\infty[$

10 $e^x\in\,]0,1]\cup[5,+\infty[$

$x\in\,]-\infty,0]\cup[\ln 5,+\infty[$

ومنه مجموعة حلول المتراجحة المعطاة

10 $S=\,]-\infty,0]\cup[\ln 5,+\infty[$

التمرين الأول

① $\overrightarrow{AB}(1,1,1)$ ، $\vec{n}_P(3,-2,3)$ ، $\frac{1}{3}\neq-\frac{1}{2}$ — 5x3

2 $\vec{n}_P$ ، $\overrightarrow{AB}$ غير مرتبطين خطياً

3 ومنه المستقيم (AB) لا يعامد المستوي

② نفرض $\vec{n}_Q(a,b,c)$ عندئذٍ $\vec{n}_Q\perp\vec{n}_P$ ومنه

2 $\vec{n}_P\cdot\vec{n}_Q=0$

ومنه

5 $3a-2b+3c=0$ ---(1)

وأيضاً $\vec{n}_Q\perp\overrightarrow{AB}$

ومنه

3 $\vec{n}_Q\cdot\overrightarrow{AB}=0$

ومنه

5 $a+b+c=0$ --- (2)

نضرب المعادلة (2) بـ 2 ثم نجمع مع (1) فنجد $5a+5c=0$

3 ومنه $a=-c$

5 بفرض $c=1$

5 فنجد $a=-1$

5 ومنه $b=0$

2 $\vec{n}_Q(-1,0,1)$

ومعادلة المستوي

5 $Q:\ -x+z+2=0$

التمرين الثاني

10 ① عدد المصافحات $=\binom{7}{2}=21$

15 ② عدد المصافحات $=\binom{7}{2}-\binom{4}{2}=21-6=15$

ثانياً:

10 ① عدد اللجان $=\binom{7}{3}=35$

15 ② عدد اللجان $=\binom{4}{1}\binom{3}{2}+\binom{4}{2}\binom{3}{1}+\binom{4}{3}=34$

10 ③ عدد اللجان $=1\times\binom{6}{2}=15$

الثانوية سعادة ALSAADE SCHOOL	سلم تصحيح	المادة	الفئة	تاريخ

التمرين الثالث ..

10 ① $\lim_{n\to+\infty} U_n = \ln 1 = 0$

② لنبرهن بالتدرج صحة القضية

$E(n) : S_n = \ln\left(\frac{1}{n+1}\right) \; ; n \geq 1$

I) القضية $E(1)$ صحيحة لأن

10 $L_1 = S_1 = U_1 = \ln\left(\frac{1}{2}\right)$

$L_2 = \ln\left(\frac{1}{2}\right)$ $\Big\}\; L_1 = L_2$ محققة

3 II) نفرض صحة القضية $E(n) : S_n = \ln\left(\frac{1}{n+1}\right) ; n \geq 1$

5 III) نبرهن صحة القضية $E(n+1) : S_{n+1} = \ln\left(\frac{1}{n+2}\right)$

الاثبات :

2 $S_{n+1} = S_n + U_{n+1}$

$S_{n+1} = \ln\left(\frac{1}{n+1}\right) + \ln\left(\frac{n+1}{n+2}\right)$

$S_{n+1} = -\ln(n+1) + \ln(n+1) - \ln(n+2)$

$S_{n+1} = -\ln(n+2) = \ln\left(\frac{1}{n+2}\right)$

أو

10 $S_{n+1} = \ln\left[\frac{1}{n+1} \cdot \frac{n+1}{n+2}\right]$

5 $S_{n+1} = \ln\left(\frac{1}{n+2}\right)$

3 والقضية $E(n+1)$ صحيحة ومنه

2 القضية $E(n)$ صحيحة أياً كان $n \geq 1$

10 ⓑ $\lim_{n\to+\infty} S_n = -\infty$

التمرين الرابع -

① $\ln y - 2\ln x = 0$

4 المعادلة تتحقق من أجل $x > 0$ و $y > 0$

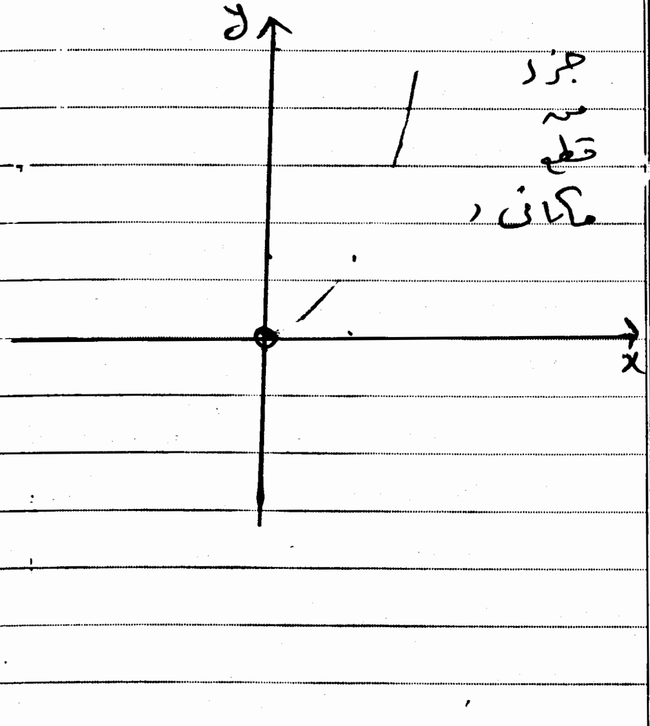
عند هذين الشرطين نكتب

2 $\ln y = 2\ln x$

2 $\ln y = \ln x^2$

3 ومنه $y = x^2$

10 جزء من قطع مكافئ



② $\ln\sqrt{2x-3} = \ln(6-x) - \frac{1}{2}\ln x$

2 $\ln\sqrt{2x-3}$ معرف على $D_1 =]\frac{3}{2}, +\infty[$

2 $\ln(6-x)$ معرف على $D_2 =]-\infty, 6[$

2 $\frac{1}{2}\ln x$ معرف على $D_3 =]0, +\infty[$

2 مجموعة تعريف المعادلة $D = D_1 \cap D_2 \cap D_3 =]\frac{3}{2}, 6[$

على المجموعة D نكتب:

5 $\frac{1}{2}\ln(2x-3) = \ln(6-x) - \frac{1}{2}\ln x$

ومنه

5 $\ln(2x-3) + \ln x = \ln(6-x)^2$

ومنه

5 $\ln(2x^2-3x) = \ln(6-x)^2$

نحل المعادلة

5 (في $\mathbb{R}$) $2x^2 - 3x = 36 - 12x + x^2$

ومنه

2 $x^2 + 9x - 36 = 0$

2 $(x+12)(x-3) = 0$

إما

3 $x = -12$ مرفوض

أو

4 $x = 3$ مقبول

$S = \{3\}$

المسألة الأولى..

2 ① الدالة $x \mapsto x+1$ اشتقاقية على I

2 الدالة $x \mapsto \frac{x+2}{x+1}$ موجبة تماماً

2 على I واشتقاقية على I.

2 فالدالة $x \mapsto 2\ln\left(\frac{x+2}{x+1}\right)$ اشتقاقية على I

2 اذاً f مجموع تابعين اشتقاقيين

2 على I فهو اشتقاقي على I

3 ② $f(x) - y_D = 2\ln\left(\frac{x+2}{x+1}\right)$

5 $\lim_{x\to+\infty}[f(x) - y_D] = 0$

2 ومنه D مقارب مائل لِـ (C) بجوار $+\infty$

وضع (C) مع D:

$f(x) - y_D = 2\ln\left(\frac{x+2}{x+1}\right)$

أياً يكن $x \in I$: $x+2 > x+1$

3 ومنه $\frac{x+2}{x+1} > 1$

3 ومنه $\ln\left(\frac{x+2}{x+1}\right) > 0$

ومنه $2\ln\left(\frac{x+2}{x+1}\right) > 0$

3 اذاً (C) أعلى D أياً يكن $x \in I$

سلم تصحيح	المادة	الفئة	تاريخ

الثانوية سعادة ALSAADE SCHOOL

③ f معرّف ومستمر واشتقاقي على I

5 $\lim_{x \to -1^+} f(x) = +\infty$

5 $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

5 $x=-1$ مقارب شاقولي لـ (C)

$$f'(x) = 1 + 2 \cdot \frac{\left(\frac{x+2}{x+1}\right)'}{\frac{x+2}{x+1}}$$

10 $f'(x) = 1 - \frac{2}{(x+1)(x+2)}$

$$f'(x) = \frac{x^2+3x}{(x+1)(x+2)}$$

2 $f'(x) = 0 \iff x^2+3x=0$

$\iff x(x+3)=0$

إما $x=0$ مقبول

3 أو $x=-3$ مرفوض

2 $f(0) = 1 + 2\ln 2$

10

x	-1		0		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	‖ $+\infty$	↘	$1+2\ln 2$	↗	$+\infty$

④ ميل المماس هو $m = \frac{2}{3}$ 2

أي $f'(x) = \frac{2}{3}$

حيث x فاصلة نقطة التماس نعوض في عبارة المشتق

3 $\frac{2}{3} = \frac{x^2+3x}{(x+1)(x+2)}$

ومنه

3 $x^2 + 3x - 4 = 0$

$(x+4)(x-1) = 0$

2 إما $x=-4$ مرفوض

2 أو $x=1$ مقبول

2 $f(1) = 2 + 2\ln\left(\frac{3}{2}\right)$

نقطة التماس $N\left(1, 2+2\ln\frac{3}{2}\right)$

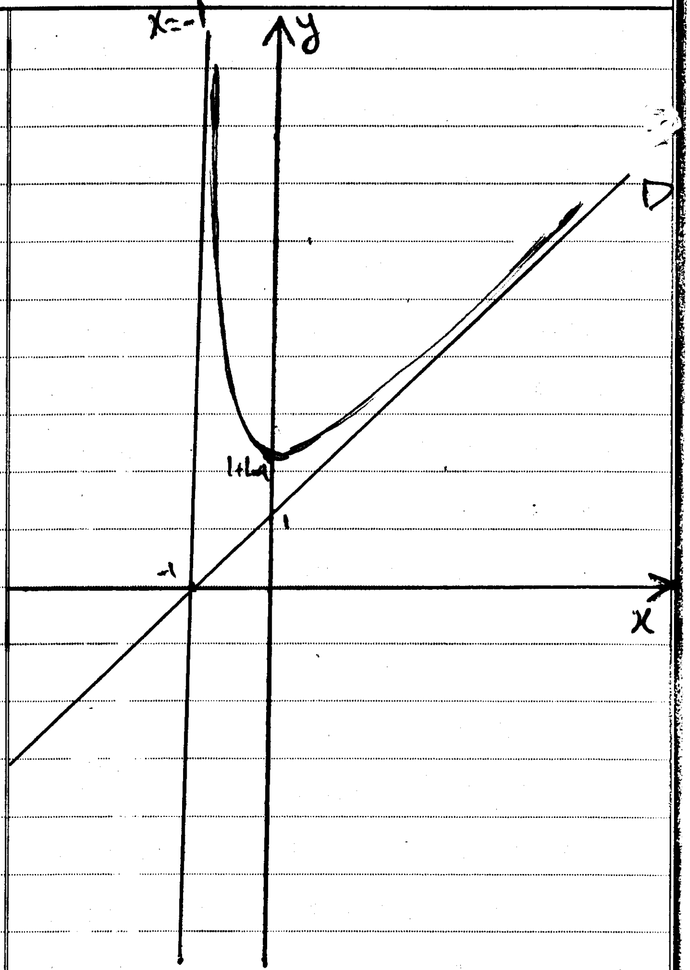
ومنه معادلة المماس في النقطة N

5 $y - 2 - 2\ln\frac{3}{2} = \frac{2}{3}(x-1)$

⑤ لرسم $d: y = x+1$

x	0	-1
y	1	0

سلم تصحيح	لمادة	الفئة	تاريخ

8 

المسألة الثانية

$A(0,0,0)\ ,\ B(1,0,0)$

$C(1,1,0)\ ,\ F(1,0,1)$

6x3 $I(1,1,\frac{1}{2})\ ,\ H(0,0,1)$

5 $\overrightarrow{HB}(1,-1,-1)$

5 $\overrightarrow{AF}(1,0,1)$

5 $\overrightarrow{AC}(1,1,0)$

5 $\overrightarrow{HB}\cdot\overrightarrow{AF} = 1-1 = 0 \Rightarrow \overrightarrow{AF} \perp \overrightarrow{HB}$

5 $\overrightarrow{HB}\cdot\overrightarrow{AC} = 1-1 = 0 \Rightarrow \overrightarrow{AC} \perp \overrightarrow{HB}$

2 ومنه (HB) يعامد المستوي (ACF)

$(ACF):\ x-y-z+d=0$

نعوض احداثيات A في المعادلة

نجد $d=0$

5 ومنه $x-y-z=0$

5 $\overrightarrow{IH}(-1,0,\frac{1}{2})$

5 $\overrightarrow{ID}(-1,0,-\frac{1}{2})$

5 $\overrightarrow{IH}\cdot\overrightarrow{ID} = 1-\frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

5 $\|\overrightarrow{IH}\| = \sqrt{1+\frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$

5 $\|\overrightarrow{ID}\| = \sqrt{1+\frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$

$\cos(\widehat{HID}) = \dfrac{\overrightarrow{IH}\cdot\overrightarrow{ID}}{\|\overrightarrow{IH}\|\cdot\|\overrightarrow{ID}\|}$

10 $\cos(\widehat{HID}) = \frac{3}{5}$

5 $dis(B, AFC) = \frac{1}{\sqrt{3}}$

معادلة الكرة :

10 $(x-1)^2+y^2+z^2 = \frac{1}{3}$

المذاكرة التحريرية الأولى (٢٠٢١ - ٢٠٢٢) **الاسم :**

النموذج الرابع **المادة : رياضيات**

الصف : الثالث الثانوي العلمي **التاريخ : ٦**

أجب عن كل من الأسئلة الآتية : (٤٠ درجة لكلّ سؤال)

السؤال الأول :

أثبت بالتدريج أنّه أياً كان العدد الطبيعي n فإنّ $3^{2n}-1$ مضاعف للعدد (8) .

السؤال الثاني :

ليكن العددان العقديان :

① $\left(-\cos - -i\sin -\right)$

② $Z_2 = 1-\sqrt{\ }$

❶ اكتب بالشكل الأسّي Z_1 ، .

❷ استنتج $arg(Z_1 . Z_2)$.

السؤال الثالث :

أوجد نهاية التابع f المعيّن بالعلاقة $f(x) = \frac{2x+5}{3}$ عند $\left(\frac{1}{2}\right)$ ثم أوجد مجالاً I مركزه $\left(\frac{1}{2}\right)$ ويحقّق الشرط:

إذا انتمى x إلى المجال I انتمى $f(x)$ إلى المجال $\left]\frac{3}{2},\frac{5}{2}\right[$.

السؤال الرابع :

عيّن مجموعة الأعداد العقدية Z التي تحقّق الشرط المعطى

المقدار $A = (2\,\overline{Z}+3)(Z-1)$ عدد حقيقي .

حلّ كلاً من التمارين الآتية : (٦٠ درجة لكلّ سؤال)

التمرين الأول :

ليكن (C) الخط البياني للتابع المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق : $(x) = \sqrt{x^2+2x+5}$

❶ احسب (x) .

❷ اكتب ثلاثي الحدود x^2+2x+5 بالصيغة القانونية .

❸ استنتج وجود مقارب مائل Δ للخط البياني (C) للتابع f بجوار ، اكتب معادلته .

التمرين الثاني :

أوجد الجذرين التربيعيين للعدد ω ثم حلّ في $\mathbb{C}$ المعادلة: $(1 \quad 2i)Z$

التمرين الثالث :

في معلم متجانس $(0;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ نتأمل النقاط : $A(-1,2,3)$, $B(3,0,1)$, $C(2,3,5)$

❶ اكتب معادلة الكرة التي قطرها $[BC]$.

❷ جِد على محور التراتيب نقطة D متساوية البُعد عن النقطتين A وَ B .

❸ عيّن النقطة E ليكون الرباعي $ABCE$ متوازي أضلاع .

التمرين الرابع :

ليكن f التابع المعرّف على $\mathbb{R}$ وِفق :

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x^2+3}-2}{x-1} & : x\neq 1\\ 2m-1 & : x=1\end{cases}$$

ما قيمة m التي تجعل f مستمر عند (1) ؟

حل كلاً من المسألتين الآتيتين : (١٠٠ درجة لكلّ مسألة)

المسألة الأولى :

أولاً : جد نهاية التابع f المعين بالعلاقة $f(x)=\dfrac{x^2}{3-2\cos x}$ عند $+\infty$

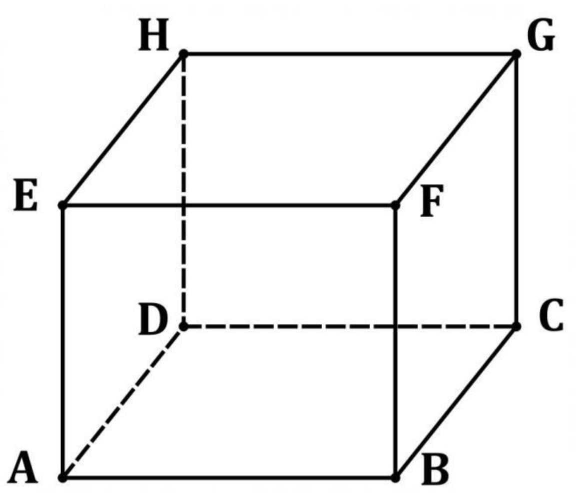
ثانياً : $(U_n)_{n\geq 0}$ متتالية معرّفة وفق $U_0=2$, $U_{n+1}=\dfrac{2U_n-1}{U_n}$

❶ أثبت أن المتتالية $(V_n)_{n\geq 0}$ المعرفّة وِفق $V_n=\dfrac{2}{U_n-1}$ متتالية حسابية .

❷ احسب V_n ثم U_n بدلالة n .

❸ استنتج جهة اطّراد المتتالية $(V_n)_{n\geq 0}$.

المسألة الثانية :



$ABCDEFGH$ متوازي مستطيلات فيه

$AB=3$, $BC=2$, $AE=1$

J مركز ثقل المثلث BGE

❶ أثبت صحّة المساواة الشعاعية $\overrightarrow{AE}-\overrightarrow{CF}-\overrightarrow{AD}=\vec{0}$

❷ في معلم متجانس $\left(A;\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}\,,\ \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}\,,\overrightarrow{AE}\right)$
اكتب إحداثيّات النقاط : D,E,B,F,G,J

❸ اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (DF) .

❹ أثبت أنّ النقاط D,J,F تقع على استقامة واحدة .

❺ أكتب معادلة الأسطوانة التي محورها $[AE]$ و نصف قطرها $[AD]$.

* انتهت الأسئلة *

الثانوية سعادة ALSAADE SCHOOL — سلم تصحيح المذاكرة التحريرية الأولى لمادة الرياضيات الفئة الرابعة تاريخ

السؤال الأول..

لنبرهن بالتدريج صحة القضية

$E(n):\ 3^{2n}-1=8k\ :k\in\mathbb{N}$

I) القضية $E(0)$ صحيحة لأن

5 $3^{0}-1=0=8k\ :k=0$

0 مضاعف للعدد 8

II) نفرض صحة القضية

5 $E(n):\ 3^{2n}-1=8k:k\in\mathbb{N}$

$3^{2n}=8k+1$

III) نبرهن صحة القضية

5 $E(n+1):\ 3^{2n+2}-1=8k':k'\in\mathbb{N}$

الإثبات:

5 $3^{2n+2}-1=3^{2}\cdot3^{2n}-1$

5 $=9(8k+1)-1$

5 $=72k+8$

5 $=8(9k+1)=8k'$

والقضية $E(n+1)$ صحيحة ومنه

5 القضية $E(n)$ صحيحة أياً يكن $n\geq0$

السؤال الثاني..

5 $z_1=-2\left(\cos\frac{\pi}{5}+i\sin\frac{\pi}{5}\right)$

10 $z_1=2e^{i\pi}\cdot e^{\frac{\pi}{5}i}$

5 $z_1=2e^{i\frac{6\pi}{5}}$

5 $z_2=(-1+\sqrt{3})e^{i\pi}$

5 $z_1\cdot z_2=2(\sqrt{3}-1)e^{i(\pi+\frac{6\pi}{5})}$

5 $z_1\cdot z_2=2(\sqrt{3}-1)e^{i\cdot\frac{11\pi}{5}}$

5 $\arg(z_1\cdot z_2)=\frac{11\pi}{5}$

السؤال الثالث.

10 $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}}f(x)=2$

5 $\frac{3}{2}<f(x)<\frac{5}{2}$

5 $\frac{3}{2}<\frac{2x+5}{3}<\frac{5}{2}$

5 $\frac{9}{2}<2x+5<\frac{15}{2}$

5 $-\frac{1}{2}<2x<\frac{5}{2}$

5 $-\frac{1}{4}<x<\frac{5}{4}$

5 $I=\left]-\frac{1}{4},\frac{5}{4}\right[$

الثانوية السعادة ALSAADE SCHOOL — سلم تصحيح — المادة — الفئة — تاريخ

السؤال الرابع

$\overline{A} = A \Leftrightarrow A$ حقيقي

15 $\Leftrightarrow (2Z+3)(\overline{Z}-1) = (2\overline{Z}+3)(Z-1)$

10 $\Leftrightarrow 2Z\overline{Z} - 2Z + 3\overline{Z} - 3 = 2\overline{Z}Z - 2\overline{Z} + 3Z - 3$

5 $\Leftrightarrow 5\overline{Z} = 5Z$

5 $\Leftrightarrow \overline{Z} = Z$

5 $\Leftrightarrow$ Z عدد حقيقي

التمرين الأول

$f(x) = \sqrt{x^2+2x+5}$

10 ① $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

10 ② $x^2+2x+5 = x^2+2x+1-1+5$
$= (x+1)^2+4$

عندما $x \to +\infty$ نهمل العدد (4) أمام المقدار $(x+1)^2$ وبالتالي

5 $\sqrt{(x+1)^2} = |x+1|$

5 $= x+1$ (بجوار $+\infty$)

5 لنبرهن أن المستقيم $\Delta: y = x+1$ مقارب مائل لـ (C) بجوار $+\infty$

5 $f(x) - y_\Delta = \sqrt{(x+1)^2+4} - (x+1)$

5 $f(x) - y_\Delta = \dfrac{\left[\sqrt{(x+1)^2+4} - (x+1)\right]\left[\sqrt{(x+1)^2+4} + (x+1)\right]}{\sqrt{(x+1)^2+4} + x+1}$

5 $f(x) - y_\Delta = \dfrac{4}{\sqrt{(x+1)^2+4} + x+1}$

5 $\lim_{x \to +\infty} [f(x) - y_\Delta] = 0$

5 ومنه Δ مقارب مائل لـ (C) بجوار $+\infty$

التمرين الثاني..

بفرض $u = x+iy$ جذر تربيعي لـ w
ولإيجاد x ، y نحل المعادلات

3 $x^2 - y^2 = -7$ (1)

3 $x^2 + y^2 = 25$ (2)

3 $2xy = -24$ (3)

3 $(1)+(2) \Longrightarrow x^2 = 9$

3+3 $x = 3$ أو $x = -3$

3 $x = -3 \Longrightarrow y = 4$

3 $x = 3 \Longrightarrow y = -4$

ومنه الجذران التربيعيان

5 $u_1 = -3+4i$

5 $u_2 = 3-4i$

ثانوية السعادة ALSAADE SCHOOL — سلم تصحيح — المادة — الفئة — تاريخ

$z^2-(1+2i)z+1+7i=0$

5 $\Delta=(1+2i)^2-4(1+7i)$

5 $\Delta=-7-24i$

3 $z_1=\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$

$z_1=\dfrac{-1-2i+3-4i}{2}$

5 $z_1=1-3i$

3 $z_2=\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

$z_2=\dfrac{-1-2i-3+4i}{2}$

5 $z_2=-2+i$

التمرين الثالث.

① مركز الكرة 5 $\Omega\left(\frac{5}{2},\frac{3}{2},3\right)$

نصف قطر الكرة 5 $R=\dfrac{\sqrt{26}}{2}$

معادلة الكرة :

5 $\left(x-\frac{5}{2}\right)^2+\left(y-\frac{3}{2}\right)^2+(z-3)^2=\frac{26}{4}$

② 3 $D(0,y,0)$

2 $AD=BD \Leftrightarrow AD^2=BD^2$

3 $\Leftrightarrow 1+(y-2)^2+9=9+y^2+1$

2 $\Leftrightarrow -4y=-4$

2 $\Leftrightarrow y=1$

3 $D(0,1,0)$

③ نفرض $E(x,y,z)$

5 $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{EC}$

5 $(4,-2,-2)=(2-x,3-y,5-z)$

ومنه

5 $4=2-x \Rightarrow x=-2$

5 $-2=3-y \Rightarrow y=5$

5 $-2=5-z \Rightarrow z=7$

5 $E(-2,5,7)$

التمرين الرابع.

شرط الاستمرار عند (1)

5 $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=f(1)$

5 $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$ من الشكل $\frac{0}{0}$ عدم تعيين

عندما $x \to 1$ نكتب:

10 $f(x)=\dfrac{(\sqrt{x^2+3}-2)(\sqrt{x^2+3}+2)}{(x-1)(\sqrt{x^2+3}+2)}$

5 $f(x)=\dfrac{x^2-1}{(x-1)(\sqrt{x^2+3}+2)}$

10 $f(x)=\dfrac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(\sqrt{x^2+3}+2)}$

5 $f(x)=\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2+3}+2}$

5 $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=\dfrac{1}{2}$

5 ولكن $f(1)=2m-1$

5 إذاً $2m-1=\dfrac{1}{2}$

5 ومنه $m=\dfrac{3}{4}$

المسألة الأولى

أولاً

عندما $x\to+\infty$ نكتب

3 $-1\leq \cos x\leq 1$

2 ومنه $2\geq -2\cos x\geq -2$

3 ومنه $5\geq 3-2\cos x\geq 1$

ومنه

5 $\dfrac{1}{5}\leq \dfrac{1}{3-2\cos x}\leq 1$

نضرب بـ $x^2>0$

5 $\dfrac{x^2}{5}\leq \dfrac{x^2}{3-2\cos x}\leq x^2$

5 بما أنه $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x^2}{5}\right)=+\infty$

إذاً حسب مبرهنة الإحاطة

5 $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

ثانياً

1) $V_{n+1}=\dfrac{2}{U_{n+1}-1}$

$V_{n+1}=\dfrac{2}{\dfrac{2U_n-1}{U_n}-1}$

$V_{n+1}=\dfrac{2U_n}{U_n-1}$

10 $V_{n+1}-V_n=\dfrac{2U_n}{U_n-1}-\dfrac{2}{U_n-1}$

5 $V_{n+1}-V_n=\dfrac{2(U_n-1)}{U_n-1}$

5 $V_{n+1}-V_n=2=r$

5 متتالية $(V_n)_{n\geq 0}$ حسابية

أساسها $r=2$

2) 2 $V_n=V_0+nr$

3 $V_n=2+2n$

10 $U_n=\dfrac{V_n+2}{V_n}$

5 $U_n=\dfrac{2n+4}{2n+2}$

أو

$U_n=\dfrac{n+2}{n+1}$

الثانوية السعادة ALSAADE SCHOOL	سلم تصحيح	المادة	الفئة	تاريخ

(3)

5 $\quad V_{n+1} - V_n = 2 > 0$

5 $\quad$ فالمتتالية $(V_n)_{n\geq 0}$ متزايدة

المسألة الثانية

(1) $\overrightarrow{AE} - \overrightarrow{CF} - \overrightarrow{AD} = \vec{0}$

5 $\quad L_1 = \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{CF} - \overrightarrow{AD}$

5 $\quad = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{CF}$

5 $\quad = \overrightarrow{DE} - \overrightarrow{CF}$

5 $\quad = \overrightarrow{DE} - \overrightarrow{DE} = \vec{0} = L_2$

(2) $B(3,0,0), D(0,2,0), E(0,0,1)$

7x5 $\quad F(3,0,1), G(3,2,1), J(2,\frac{2}{3},\frac{2}{3})$

(3)

5 $\quad \overrightarrow{DF}(3,-2,1)$

15 $\quad (DF): \begin{cases} x = 3t \\ y = -2t+2 \\ z = t \end{cases} \quad ; t \in \mathbb{R}$

(4)

5 $\quad \overrightarrow{DF}(3,-2,1)$

5 $\quad \overrightarrow{DJ}(2,-\frac{4}{3},\frac{2}{3})$

5 $\quad \overrightarrow{DJ} = \frac{2}{3}\overrightarrow{DF}$

أو المركبات متناسبة

(3)

5 $\quad x^2 + y^2 = 4$

5 $\quad 0 \leq z \leq 1$

المذاكرة التحريرية الأولى (٢٠٢١ - ٢٠٢٢) **الاسم :**

النموذج الثاني **المادة : رياضيات**

الصف : الثالث الثانوي العلمي **التاريخ : ٣٠**

أجب عن كل من الأسئلة الآتية : (٤٠ درجة لكلّ سؤال)

السؤال الأول :

لتكن لدينا المعادلة :

$$(1+i)$$

❶ أثبت أن العدد جذراً للمعادلة ، ثم أوجد الجذر الآخر و ليكن Z_2 .

❷ اكتب بالشكل الأسي .

السؤال الثاني :

ليكن (C) الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وِفق: $f(x) = \sqrt{4}$

❶ أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y = 2x$ مقارب مائل لِـ (C) بجوار ثم ادرس وضع (C) مع Δ .

❷ بفرض g تابع يحقّق $g(x) \geq f(x)$ أيّاً كان العدد الحقيقي x ، ما نهاية g عند ؟

السؤال الثالث :

جِد نهاية التابع f المعيّن بالعلاقة :

$$f(x) = \frac{\sqrt{\quad}}{\quad} \quad \text{عند} \quad (1)$$

السؤال الرابع :

أوجد الجذرين التربيعيين للعدد العقدي :

$$\omega \qquad \sqrt{\quad}$$

حلّ كلاً من التمارين الآتية : (٦٠ درجة لكل تمرين)

التمرين الأول :

أثبت صحة العلاقتين :

① $\frac{\quad}{\quad}$

② $\left(\frac{\quad}{\sqrt{\quad} \quad \sqrt{\quad}}\right)$

التمرين الثاني :

نتأمل المتتاليتين : $(U_n)_{n\geq 0}$ ، $(V_n)_{n\geq 0}$ المعرفتين وِفق :

$U_{n+1} = \frac{1}{3}U_n - 2$ ، وَ

❶ أثبت أنّ المتتالية $(V_n)_{n\geq 0}$ هندسيّة .

❷ أحسب V_n ثم U_n بدلالة n .

❸ أحسب المجموع بدلالة n .

التمرين الثالث :

في معلم متجانس $(0;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ لتكن لدينا النقطتين : $B(2,0,0)$, $A(3,1,-1)$

❶ أكتب تمثيلاً وسيطيّاً للمستقيم (AB) .

❷ عيّن قيمة العددين b,a حتى تنتمي النقطة $C(1,a,b)$ إلى المستقيم (AB) .

❸ أكتب معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AB]$.

التمرين الرابع :

ليكن التابع f المعين بالعلاقة : $f(x)=\frac{3-3\cos 3x}{x^2}$ ، جد نهاية التابع f عند $+\infty$ و عند (0) .

حل كلاً من المسألتين الآتيتين :

المسألة الأولى : (١٠٠ درجة)

أولاً : أثبت بالتدريج أنه أيّاً كان العدد الطبيعي الموجب تماماً n فإن $\frac{1}{n!}\leq\frac{1}{2^{n-1}}$

ثانياً : ليكن (C) الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}\backslash\{-2,1\}$ وفق: $f(x)=\frac{2x^3-x^2-1}{x^2+x-2}$

❶ جد نهاية f عند أطراف مجالات تعريفه ثمّ استنتج معادلة كلّ مقارب أفقي أو شاقولي لـِ (C) .

❷ أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y=2x-3$ مقارب مائل لـِ (C) ثم ادرس وضع (C) مع Δ .

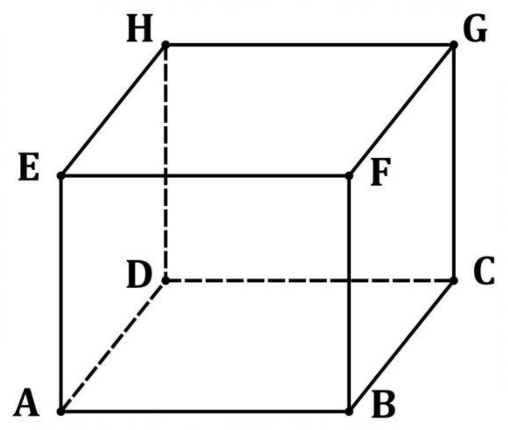
المسألة الثانية : (١٠٠ درجة)

$ABCDEFGH$ متوازي مستطيلات فيه :

$AD=AE=2$, $AB=4$

I منتصف $[DC]$ ، J منتصف $[EF]$

نتأمل المعلم المتجانس $\left(A,\frac{1}{4}\overrightarrow{AB},\frac{1}{2}\overrightarrow{AD},\frac{1}{2}\overrightarrow{AE}\right)$



❶ جِد إحداثيّات النقاط I,J,H

واستنتج إحداثيّات M مركز ثقل المثلث HJI .

❷ أثبت أنّ المثلث HJI متساوي الأضلاع .

❸ بفرض N المسقط القائم للنقطة M على المستوي $(ABCD)$

جِد إحداثيّات النقطة N واحسب طول القطعة $[MN]$.

❹ أكتب معادلة الكرة التي مركزها M و تمسّ المستوي $(ABCD)$.

❺ عندما يدور المستطيل $ABEF$ دورة كاملة حول ضلعه $[AB]$

فإنّ الضلع $[EF]$ يولّد اسطوانة ، اكتب معادلتها .

* انتهت الأسئلة *

الثانوية السعادة ALSAADE SCHOOL

سلم تصحيح المذاكرة التحريرية الأولى لمادة الرياضيات الفئة الثانية تاريخ

السؤال الأول -

1) نعوض في المعادلة

5 $(1-i)^2-(1+i)(1-i)+2+2i=0$

5 $-2i-2+2+2i=0$

3 محققة $0=0$

2 إذاً z_1 جذر للمعادلة

5 $z_1+z_2=-\frac{b}{a}$

ومنه

5 $1-i+z_2=1+i$

5 ومنه $z_2=2i$

الشكل الأسي

5 $z_1=\sqrt{2}\,e^{-\frac{\pi}{4}i}$

5 $z_2=2e^{i\frac{\pi}{2}}$

السؤال الثاني -

3 1) $f(x)-y_\Delta=\sqrt{4x^2+1}-2x$

2 $\lim_{x\to+\infty}[f(x)-y_\Delta]$ من الشكل $+\infty-\infty$ عدم تعيين

عندما $x\to+\infty$ نكتب:

5 $f(x)-y_\Delta=\frac{(\sqrt{4x^2+1}-2x)(\sqrt{4x^2+1}+2x)}{\sqrt{4x^2+1}+2x}$

5 $f(x)-y_\Delta=\frac{+1}{\sqrt{4x^2+1}+2x}$

3 $\lim_{x\to+\infty}[f(x)-y_\Delta]=0$

2 ومنه Δ مقارب مائل لـ (C) بجوار $+\infty$

ووضع (C) مع Δ :

5 $f(x)-y_\Delta=\frac{1}{\sqrt{4x^2+1}+2x}>0$

5 ومنه (C) تعلو Δ أياً كان $x\in\mathbb{R}$

5 2) بما أن $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

إذاً حسب مبرهنة الإحاطة

5 $\lim_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$

السؤال الثالث -

5 $\lim_{x\to1} f(x)$ من الشكل $\frac{0}{0}$ عدم تعيين

عندما $x\to1$ نكتب:

10 $f(x)=\frac{(\sqrt{4x^3-3}-1)(\sqrt{4x^3-3}+1)}{2(x-1)(\sqrt{4x^3-3}+1)}$

5 $f(x)=\frac{4(x^3-1)}{2(x-1)(\sqrt{4x^3-3}+1)}$

10 $f(x)=\frac{4(x-1)(x^2+x+1)}{2(x-1)(\sqrt{4x^3-3}+1)}$

5 $f(x)=\frac{2(x^2+x+1)}{\sqrt{4x^3-3}+1}$

سلم تصحيح | المادة | الفئة | تاريخ

5 $\lim_{x\to 1} f(x) = \frac{6}{2} = 3$

السؤال الرابع.

نفرض $z = x+iy$ جذراً تربيعياً

لـ w فيكون

$z^2 = w$

ولإيجاد x ، y نحل المعادلات

5 $x^2 - y^2 = 1 \quad (1)$

5 $2xy = 2\sqrt{2} \quad (2)$

5 $x^2 + y^2 = 3 \quad (3)$

$(1)+(3) \Rightarrow 2x^2 = 4$

5 $\Rightarrow x^2 = 2$ ⟨ $x = -\sqrt{2}$ ، $x = \sqrt{2}$

5 $x = -\sqrt{2} \xRightarrow{\text{نعوض في } (2)} y = -1$

5 $x = \sqrt{2} \Rightarrow y = 1$

ومنه الجذران التربيعيان

5 $z_1 = \sqrt{2} + i$

5 $z_2 = -\sqrt{2} - i$

التمرين الأول..

① $L_1 = \frac{e^{2i\theta}+1}{e^{i\theta}}$

10 $= \frac{e^{i\theta}(e^{i\theta}+e^{-i\theta})}{e^{i\theta}}$

5 $= e^{i\theta} + e^{-i\theta}$

5 $= 2\cos\theta$

$= L_2$

② $\left(\frac{3+i}{\sqrt{2}+2\sqrt{2}i}\right)^{40} = 1$

5 $\frac{3+i}{\sqrt{2}+2\sqrt{2}i} = \frac{(3+i)(\sqrt{2}-2\sqrt{2}i)}{(\sqrt{2}+2\sqrt{2}i)(\sqrt{2}-2\sqrt{2}i)}$

5 $= \frac{5\sqrt{2}-5\sqrt{2}i}{10}$

5 $= \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$

$\left(\frac{3+i}{\sqrt{2}+2\sqrt{2}i}\right)^{40} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i\right)^{40}$

10 $= \left[\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right]^{40}$

5 $= \cos(-10\pi) + i\sin(-10\pi)$

5 $= \cos(-2\pi) + i\sin(-2\pi)$

5 $= 1$

$= L_2$

التمرين الثاني

① 10 $\frac{V_{n+1}}{V_n} = \frac{U_{n+1}+3}{U_n+3}$

10 $\frac{V_{n+1}}{V_n} = \frac{\frac{1}{3}U_n+1}{U_n+3}$

3 $\frac{V_{n+1}}{V_n} = \frac{\frac{1}{3}(U_n+3)}{U_n+3}$

2 $\frac{V_{n+1}}{V_n} = \frac{1}{3} = q$

5 متتالية $(V_n)_{n\geq 0}$ هندسية

أساسها $q = \frac{1}{3}$

②

2 $V_n = V_0 . q^n$

5 $V_n = 6\left(\frac{1}{3}\right)^n$

$U_n = V_n - 3$

5 $U_n = 6\left(\frac{1}{3}\right)^n - 3$

③

5 $S = V_0 . \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$

5 $S = 6 . \frac{1-\left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}}{1-\frac{1}{3}}$

3 $S = 9\left[1-\left(\frac{1}{3}\right)^n\left(\frac{1}{3}\right)\right]$

5 $S = 9 - 3\left(\frac{1}{3}\right)^n$

التمرين الثالث

① 5 $\overrightarrow{AB}(-1,-1,1)$

15 $(AB): \begin{cases} x = -t+2 \\ y = -t \\ z = t \end{cases} \quad ; t \in \mathbb{R}$

② نعوض إحداثيات C بالمعادلات الوسيطة

3 (1) $1 = -t+2 \Rightarrow t = 1$

3 (2) $a = -t$

3 (3) $b = t$

نعوض (1) في (2) و (3) فنجد

3+3 $a = -1 , b = 1$

طريقة ثانية:

$\overrightarrow{AB}(-1,-1,1)$

$\overrightarrow{AC}(-2,a-1,b+1)$

$\frac{-2}{-1} = \frac{a-1}{-1} = \frac{b+1}{1}$

$a = -1 , b = 1$

③ نفرض $M(x,y,z)$ نقطة من المستوي المحوري للقطعة $[AB]$

$AM = BM$

5 $AM^2 = BM^2$

ومنه

5 $(x-3)^2+(y-4)^2+(z+1)^2 = (x-2)^2+y^2+z^2$

ومنه

15 $-2x-2y+2z+7=0$

التمرين الرابع

5 من الشكل $\frac{0}{0}$ $\lim_{x\to 0} f(x)$

عدم تعيين

عندما $x \to 0$ نكتب

10 $f(x) = \frac{3(1-\cos 3x)}{x^2} \cdot \frac{1+\cos 3x}{1+\cos 3x}$

5 $f(x) = \frac{3\sin^2 3x}{x^2(1+\cos 3x)}$

3 $f(x) = \frac{3}{1+\cos 3x}\left(\frac{3\sin 3x}{3x}\right)^2$

بما أن

2 $\lim_{x\to 0} \frac{\sin 3x}{3x} = \lim_{t\to 0} \frac{\sin t}{t} = 1$

بما أن

5 $\lim_{x\to 0} f(x) = \left(\frac{3}{2}\right)(9) = \frac{27}{2}$

لإيجاد $\lim_{x\to +\infty} f(x)$ نستخدم مبرهنة الإحاطة

5 $-1 \le \cos 3x \le 1$

5 ومنه $3 \ge -3\cos 3x \ge -3$

5 ومنه $6 \ge 3-3\cos 3x \ge 0$

نقسم على $x^2 > 0$

5 $\frac{6}{x^2} \ge f(x) \ge 0$

5 بما أن $\lim_{x\to +\infty} \left(\frac{6}{x^2}\right) = 0$

إذاً حسب مبرهنة الإحاطة

5 $\lim_{x\to +\infty} f(x) = 0$.

المسألة الأولى

أولاً $E(n): \frac{1}{n!} \le \frac{1}{2^{n-1}}$

I) القضية $E(1)$ صحيحة لأن

5 $\frac{1}{1!} \le \frac{1}{2^0}$

$1 \le 1$ محققة

II) نفرض صحة القضية

2 $E(n): \frac{1}{n!} \le \frac{1}{2^{n-1}} \; ; n \ge 1$

III) نبرهن صحة القضية

5 $E(n+1): \frac{1}{(n+1)!} \le \frac{1}{2^n}$

الإثبات:

من الفرض

2 $\frac{1}{n!} \le \frac{1}{2^{n-1}}$

ومنه

3 $\frac{1}{(n+1)!} \le \frac{1}{2^{n-1}} \cdot \frac{1}{n+1}$

تاريخ	الفئة	المادة	سلم تصحيح	الثانوية السعادة ALSAADE SCHOOL

ومنه

2 $\frac{1}{(n+1)!} \leq \frac{1}{2^{n-1}} \cdot \frac{1}{n+1} \leq \frac{1}{2^{n-1}} \cdot \frac{1}{2}$

3 $\frac{1}{(n+1)!} \leq \frac{1}{2^{n}}$

2 والقضية $E(n+1)$ صحيحة

2 ومنه القضية $E(n)$ صحيحة أياً يكن $n \geq 1$

ثانياً :

$$f(x) = \frac{2x^3 - x^2 - 1}{x^2 + x - 2}$$

① $D_f =]-\infty, -2[\cup]-2, 1[\cup]1, +\infty[$

5 $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$

5 $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

5 $\lim\limits_{x \to -2^-} f(x) = -\infty$

5 $\lim\limits_{x \to -2^+} f(x) = +\infty$

5 ومنه $x = -2$ مقارب شاقولي لـ (C)

3 $\lim\limits_{x \to 1} f(x)$ من الشكل $\frac{0}{0}$ عدم تعيين

حين ما $x \to 1$ نكتب

10 $f(x) = \frac{(x-1)(2x^2+x+1)}{(x-1)(x+2)}$

3 $f(x) = \frac{2x^2+x+1}{x+2}$

5 $\lim\limits_{x \to 1} f(x) = \frac{4}{3}$

②

10 $f(x) - y_D = \frac{7x-7}{x^2+x-2}$

$f(x) - y_D = \frac{7}{x+2}$

3 $\lim\limits_{x \to -\infty} [f(x) - y_D] = 0$

3 $\lim\limits_{x \to +\infty} [f(x) - y_D] = 0$

2 ومنه D مقارب مائل لـ (C) في جوار $-\infty$ وفي جوار $+\infty$

وضع (C) و D :

$f(x) - y_D = \frac{7}{x+2}$

10

x	$-\infty$	-2		$+\infty$
$f(x) - y_D$	$-$	$+$	$+$	
الوضع النسبي	(C) تحت D	(C) فوق D	(C) فوق D	

تاريخ	الفئة	المادة	سلم تصحيح	ALSAADE SCHOOL الثانوية السعادة

المسألة الثانية

① $I(2,2,0)$, $J(2,0,2)$

5x4 $H(0,2,2)$, $M\left(\frac{4}{3},\frac{4}{3},\frac{4}{3}\right)$

5 $HJ=\sqrt{4+4+0}=\sqrt{8}$

5 $JI=\sqrt{0+4+4}=\sqrt{8}$

② 5 $HI=\sqrt{4+0+4}=\sqrt{8}$

إذاً $HI=JI=HJ$

5 فالمثلث IHJ متساوي الأضلاع

③ N مسقط M على $(ABCD)$

ومنه $N(x_M, y_M, 0)$

10 أي $N\left(\frac{4}{3},\frac{4}{3},0\right)$

5 $MN=\sqrt{0+0+\frac{16}{9}}=\frac{4}{3}$

④ 5 $R=MN=\frac{4}{3}$

معادلة الكرة

20 $\left(x-\frac{4}{3}\right)^2+\left(y-\frac{4}{3}\right)^2+\left(z-\frac{4}{3}\right)^2=\frac{16}{9}$

⑤ محورها $(O,\vec{i})$ ،

نصف قطرها $r=2$

مركزي قاعدتيها $A(0,0,0)$, $B(4,0,0)$

معادلته

15 $y^2+z^2=4$

5 $0\leq x\leq 4$

المذاكرة التحريرية الأولى (٢٠٢١ - ٢٠٢٢)   الاسم :

النموذج الثالث   المادة : رياضيات

الصف : الثالث الثانوي العلمي   التاريخ : ٢٣

أجب عن كل من الأسئلة الآتية : (٤٠ درجة لكلّ سؤال)

السؤال الأول :

أكتب بالشكل الأسّي العدد العقدي :

—

السؤال الثاني :

أثبت بالتدريج أنّه أيّاً كان العدد الطبيعي الموجب تماماً n فإن :

$$\frac{n(n+1)(2n+1)}{}$$

السؤال الثالث :

بفرض Z عدداً عقدياً و ليكن u عدداً عقدياً يحقق $|u|$ وَ

أثبت أنّ $\omega=\frac{i\,u\,Z-\bar{Z}\,i}{u-1}$ عدد تخيلي بحت .

السؤال الرابع :

ليكن (C) الخط البياني للتابع f المعرف على $\{-1\}$ وفق: $f(x)$ ——

❶ جِد نهاية f عند $-\infty$ ثم استنتج $(f(x))$.

❷ أعطِ عدداً حقيقياً A يحقق الشرط : إذا كان [كان $f(x)\in]2$.

حلّ كلاً من التمارين الآتية : (٦٠ درجة لكلّ تمرين)

التمرين الأول :

في معلم متجانس $(0;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ليكن لدينا النقطتين : $A(-\quad 0)$

$B(1\quad 3)$

❶ اكتب معادلة المستوي المحوري للقطعة $[AB]$.

❷ جِد كلّ نقطة من محور الفواصل تبعد عن A مسافة قدرها $\sqrt{18}$.

❸ اكتب معادلة الكرة S التي قطرها $[AB]$.

التمرين الثاني :

جِد نهاية التابع f المعيّن بالعلاقة : $f(x)=\frac{4-4\cos 2x}{x^2}$ عند (0) و عند $+\infty$.

التمرين الثالث :

حلّ في C المعادلة الآتية بالمجهول Z : $iZ+\overline{Z}-2(Z+\overline{Z})=2-i$

التمرين الرابع :

ليكن (C) الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}\backslash\{2\}$ وِفق: $f(x)=\frac{x^2-4}{x^3-8}$

جِد نهاية f عند أطراف مجالات تعريف التابع ثم استنتج معادلة كلّ مقارب أفقي أو شاقولي لـ (C) ثم ادرس وضع (C) بالنسبة لمقارباته الأفقيّة.

حل كلاً من المسألتين الآتيتين:

المسألة الأولى : (١٠٠ درجة)

$(U_n)_{n\geq0}$ متتالية معرّفة وِفق : $\begin{cases} U_0=\frac{1}{3} \\ U_{n+1}=\frac{U_n}{1+3U_n} \end{cases}$

❶ أحسب U_1 ، U_2 .

❷ ادرس جهة اطراد المتتالية $(U_n)_{n\geq0}$

❸ نعرّف المتتالية $(V_n)_{n\geq0}$ بالعلاقة : $V_n=\frac{1}{U_n}$. أثبت أن المتتالية $(V_n)_{n\geq0}$ حسابيّة ثم عيّن V_0, r .

❹ احسب V_n بدلالة n ثم استنتج عبارة U_n بدلالة n .

❺ احسب المجموع : $S=V_1+V_2+\cdots+V_{20}$.

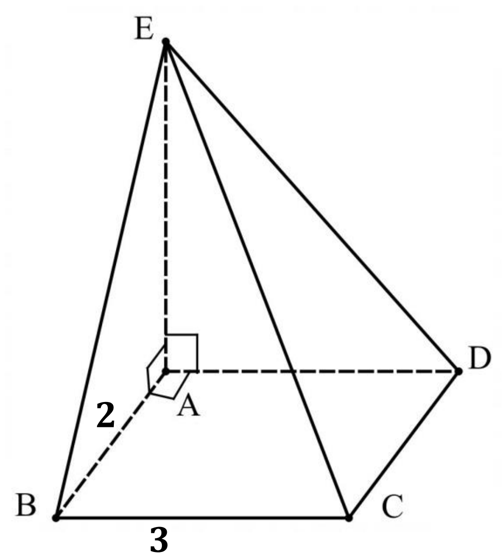
المسألة الثانية : (١٠٠ درجة)

في الشكل المرسوم هرم قاعدته $ABCD$ مستطيل بُعداه (3) , (2)

(EA) يعامد $(ABCD)$ ، $EA=3$

باختيار المعلم $(A;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ حيث :

$\overrightarrow{AB}=2\vec{i}$ ، $\overrightarrow{AD}=3\vec{j}$ ، $\overrightarrow{AE}=3\vec{k}$



❶ جِد إحداثيّات رؤوس الهرم و النقطة M مركز ثقل المثلث ECD

❷ بفرض p مسقط M على المستوي $(ABCD)$

وَ k مسقط p على (AB)

احسب طول Mk.

❸ أعطِ المعادلة الديكارتية للمخروط الذي رأسه A و قاعدته الدائرة التي مركزها E و نصف قطرها (3) .

❹ احسب حجم الهرم $EABCD$.

* انتهت الأسئلة *

الثانوية السعادة ALSAADE SCHOOL

سلم تصحيح المذاكرة التحريرية الأولى لمادة الرياضيات الفئة الثالث تاريخ

السؤال الأول.

$Z = 1 + e^{\frac{\pi}{4} i}$

25 $Z = e^{i\frac{\pi}{8}}\left(e^{-i\frac{\pi}{8}} + e^{\frac{\pi}{8} i}\right)$

$= e^{i\frac{\pi}{8}}\left(e^{i\frac{\pi}{8}} + e^{-i\frac{\pi}{8}}\right)$

$= e^{i\frac{\pi}{8}} \times 2\cos\frac{\pi}{8}$

15 $= 2\cos\frac{\pi}{8}\, e^{i\frac{\pi}{8}}$

السؤال الثاني.

نفرض $S_n = 1^2+2^2+3^2+\dots+n^2$

لنبرهن بالتدريج صحة القضية

$E(n):\ S_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

5 I) القضية $E(1)$ صحيحة لأن

5 $\left.\begin{array}{l} L_1 = S_1 = 1^2 = 1 \\ L_2 = \frac{(1)(2)(3)}{6} = 1 \end{array}\right\}$ $L_1 = L_2$ محققة

II) نفرض صحة القضية

2 $E(n):\ S_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}\ ;\ n \ge 1$

III) نبرهن صحة القضية

5 $E(n+1):\ S_{n+1} = \frac{(n+1)(n+2)(2n+3)}{6}$

الإثبات:

5 $L_1 = S_{n+1} = S_n + (n+1)^2$

5 $= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + (n+1)^2$

$= \frac{n(n+1)(2n+1) + 6(n+1)^2}{6}$

2 $= \frac{(n+1)(2n^2+n+6n+6)}{6}$

5 $= \frac{(n+1)(2n^2+7n+6)}{6}$

3 $= \frac{(n+1)(n+2)(2n+3)}{6} = L_2$

3 والقضية $E(n+1)$ صحيحة ومنه القضية $E(n)$ صحيحة أياً يكن $n \ge 1$

السؤال الثالث..

15 $\overline{w} = \frac{-i\bar{u}\bar{z} + \bar{z}i}{\bar{u}-1}$

10 $\overline{w} = \frac{-\frac{i\bar{z}}{u} + \bar{z}i}{\frac{1}{u}-1}$

5 $\overline{w} = \frac{-i\bar{z} + u\bar{z}i}{1-u}$

5 $\overline{w} = -\frac{u\bar{z}i - \bar{z}i}{u-1}$

3 $\overline{w} = -w$

2 إذن w تخيلي بحت

الثانوية السعادة ALSAADE SCHOOL	سلم تصحيح	المادة	الفئة	تاريخ

السؤال الرابع

① 5 $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x) = 3$

5 $\lim\limits_{x\to -\infty} f(f(x)) = f(3) = \frac{13}{4}$

②

$f(x)\in]2.9,3.1[\iff |f(x)-c|<r$

5 $\iff \left|\frac{3x+4}{x+1}-3\right|<\frac{1}{10}$

3 $\iff \left|\frac{1}{x+1}\right|<\frac{1}{10}$

5 $\underset{x\to-\infty}{\iff} \frac{1}{-x-1}<\frac{1}{10}$

5 $\iff -x-1>10$

2 $\iff -x>11$

5 $\iff x<-11$

5 $A=-11$

التمرين الأول

① بفرض $M(x,y,z)$ نقطة من المستوي المحوري

5 $AM=BM \iff AM^2=BM^2$

5 $\iff (x+1)^2+(y-3)^2+z^2=(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2$

5 $\iff 4x-10y+6z-4=0$

أو

$2x-5y+3z-2=0$

5 ② بفرض $N(x,0,0)$ نقطة من محور الفواصل فيكون

$AN=\sqrt{18}$

5 $\sqrt{(x+1)^2+9+0}=\sqrt{18}$

نربع الطرفين

$(x+1)^2+9=18$

5 $(x+1)^2=9$

بجذر

5 $x+1=3 \Rightarrow x=2$

5 $x+1=-3 \Rightarrow x=-4$

5 ومنه $N_1(2,0,0)$ ، $N_2(-4,0,0)$

③

5 مركز الكرة $\Omega(0,\frac{1}{2},\frac{3}{2})$

5 نصف القطر $R=\frac{\sqrt{38}}{2}$

معادلة الكرة

5 $(x-0)^2+(y-\frac{1}{2})^2+(z-\frac{3}{2})^2=\frac{38}{4}$

التمرين الثاني..

$$f(x)=\frac{4-4\cos 2x}{x^2}$$

5 $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ من الشكل عدم تعيين

عندما $x\to 0$ نكتب:

3 $f(x)=\frac{4(1-\cos 2x)}{x^2}$

5 $f(x)=\frac{4(1-\cos 2x)}{x^2}\cdot\frac{1+\cos 2x}{1+\cos 2x}$

5 $f(x)=\frac{4\sin^2 2x}{x^2(1+\cos 2x)}$

5 $f(x)=\left(\frac{2\sin 2x}{2x}\right)^2\cdot\frac{4}{1+\cos 2x}$

2 بما أن $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 2x}{2x}=\lim\limits_{t\to 0}\frac{\sin t}{t}=1$

فإن

5 $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=8$

عندما $x\to +\infty$ نكتب،

5 $-1\leq \cos 2x\leq 1$

ومنه

5 $4\geq -4\cos 2x\geq -4$

ومنه

5 $8\geq 4-4\cos 2x\geq 0$

نقسم على $x^2>0$

5 $\frac{8}{x^2}\geq f(x)\geq 0$

5 بما أن $\lim\limits_{x\to +\infty}\frac{8}{x^2}=0$

اذاً حسب مبرهنة الاحاطة

5 $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=0$

التمرين الثالث..

نفرض $z=x+iy$ نعوض

15 $i(x+iy)+x-iy-4x=2-i$

10 $ix-y+x-iy-4x=2-i$

5 $-3x-y+i(x-y)=2-i$

ومنه حسب تساوي عددين عقديين

5 $-3x-y=2$

5 $x-y=-1$

5+5 بالحل نجد $x=-\frac{3}{4}$, $y=\frac{1}{4}$

10 $z=-\frac{3}{4}+\frac{1}{4}i$

التمرين الرابع

$D_f=]-\infty,2[\cup]2,+\infty[$

5 $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)=0$

5 $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=0$

5 ومنه $\Delta:\ y=0$ مقارب أفقي لـ (C) بجوار $-\infty$ وبجوار $+\infty$

2 $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$ من الشكل عدم تعيين

عندما $x\to 2$ نكتب:

10 $f(x)=\frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)(x^2+2x+4)}$

5 $f(x)=\frac{x+2}{x^2+2x+4}$

تاريخ	الفئة	المادة	سلم تصحيح	الثانوية السعادة ALSAADE school

5	$\lim_{x\to 2} f(x) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$
	وضع (C) مع Δ :
3	$f(x) - y_\Delta = \frac{x^2-4}{x^3-8}$
2	$f(x) - y_\Delta = 0 \Leftrightarrow x^2 = 4$
	$x = 2 \notin D_f$ مرفوض
3	$x = -2 \in D_f$
	$f(-2) = 0$
10	جدول الإشارة (أدناه)
5	$(-2,0)$ نقطة مشتركة بين (C) و Δ
	إذا كتب الطالب $x=2$ مقارب شاقولي يخسر 3 درجات

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f(x)-y_\Delta$		$-$	0	$+$	||	$+$	
الوضع النسبي		Δ فوق (C)		Δ تحت (C)	||	Δ تحت (C)	

المسألة الأولى.

3	① $U_1 = \frac{1}{6}$
3	$U_2 = \frac{1}{9}$
	② $U_{n+1} = f(U_n)$
3	$f(x) = \frac{x}{1+3x}$
	f اشتقاقي على $]0,+\infty[$
3	$f'(x) = \frac{1}{(1+3x)^2} > 0$
3	f متزايد تماماً
	لنبرهن بالتدريج صحة القضية
	$E(n): U_{n+1} < U_n$
	I) القضية $E(0)$ صحيحة
5	$U_1 < U_0$ محققة $\frac{1}{6} < \frac{1}{3}$
	II) نفرض صحة القضية
3	$E(n): U_{n+1} < U_n \; ; n \geq 0$
	III) نبرهن صحة القضية
5	$E(n+1): U_{n+2} < U_{n+1}$
	الإثبات :
3	من الفرض $U_{n+1} < U_n$
5	ومنه $f(U_{n+1}) < f(U_n)$ (كون f متزايدة تماماً)
5	ومنه $U_{n+2} < U_{n+1}$
	والقضية $E(n+1)$ صحيحة ومنه
5	القضية $E(n)$ صحيحة أياً كان $n \geq 0$
	والمتتالية $(U_n)_{n\geq 0}$ متناقصة تماماً
	③ $V_n = \frac{1}{U_n}$
5	$V_{n+1} - V_n = \frac{1}{U_{n+1}} - \frac{1}{U_n}$
5	$= \frac{1+3U_n}{U_n} - \frac{1}{U_n}$
5	$= 3 = r$

سلم تصحيح		مادة	الفئة	تاريخ

3	ما متتالية $(V_n)_{n\geq 0}$ حسابية
3+3	أساسها $V_0 = 3$, $r = 3$
	④ $V_n = V_0 + nr$
5	$V_n = 3 + 3n$
5	$U_n = \frac{1}{V_n}$
5	$U_n = \frac{1}{3+3n}$
5	⑤ $S = \frac{n}{2}(V_1 + V_{20})$
5	$S = \frac{20}{2}(6+63)$
5	$S = 10(69) = 690$

المسألة الثانية ..

	① $A(0,0,0)$, $B(2,0,0)$
5x5	$C(2,3,0)$, $D(0,3,0)$
	$E(0,0,3)$
10	مركز الثقل $M(\frac{2}{3}, 3, 1)$
10	② $P(\frac{2}{3}, 3, 0)$
10	$K(\frac{2}{3}, 0, 0)$
10	$MK = \sqrt{0+9+1} = \sqrt{10}$

10	③ $x^2 + y^2 = \frac{9}{9} z^2$
10	$0 \leq z \leq 3$
	أو
	$x^2 + y^2 = z^2$
	$0 \leq z \leq 3$
5	④ $V = \frac{1}{3} \cdot S \cdot h$
5	$V = \frac{1}{3}(3 \times 2) \times 3$
5	$V = 6$

المذاكرة التحريرية الأولى (٢٠٢١ - ٢٠٢٢) **الاسم :**

النموذج الأول **المادة : رياضيات**

الصف : الثالث الثانوي العلمي **التاريخ : ٦**

أجب عن كل من الأسئلة الآتية : (٤٠ درجة لكلّ سؤال)

السؤال الأول :

(U_n) متتالية حسابية أساسها r و فيها c, b, a ثلاث حدود متعاقبة تحقّق العلاقة :

احسب قيمة r أساس المتتالية .

السؤال الثاني :

ليكن Z عدد عقدي حيث $arg(Z) = \frac{\pi}{6}(2\pi)$ ، $|Z| = 2$

و ليكن العددان العقديان :

① $\omega_1 = -3\sqrt{\ }$ $\sqrt{\ }$

② $\overline{Z}$

اكتب بالشكل المثلثي ω_1 ، ω_2 .

السؤال الثالث :

ليكن (C) الخط البياني للتابع f المعرف على] [وفق: $f(x)$

جِد : (x)

السؤال الرابع :

ليكن Z عدد عقدي ما ، أثبت أن :

$$|iZ + 2i|^2 + |Z \quad 2| \quad 2|Z|$$

حلّ كلاً من التمارين الآتية :

التمرين الأول : (٦٠ درجة)

لتكن النقاط : $B(1, -2, 3)$ ، $A(- \quad 0)$

$C(0, a, b)$ ، $D(4 \quad 4)$

❶ عيّن قيمة العددين الحقيقين b, a حتى تكون النقاط : واقعة على استقامة واحدة .

❷ جِد إحداثيّات النقطة F التي تجعل الرباعي متوازي أضلاع .

❸ اكتب معادلة الكرة التي قطرها $[AB]$.

التمرين الثاني : (٦٠ درجة)

ليكن العددان العقديان : $Z_1 = \left(\cos\frac{\pi}{8} + i\sin\frac{\pi}{8}\right)^6$ $\qquad Z_2 = 2e^{i\left(-\frac{\pi}{3}\right)}$

❶ اكتب بالشكل الجبري Z_1 , Z_2 , $Z_1.Z_2$

❷ اكتب بالشكل الأسي: Z_1 , $Z_1.Z_2$ ثم استنتج $\cos\frac{5\pi}{12}$, $\sin\frac{5\pi}{12}$.

التمرين الثالث : (٤٠ درجة)

أثبت بالتدريج أنه أيّاً كان العدد الطبيعي n فإن : $3^{2n} - 2^n$ مضاعف للعدد (7) .

التمرين الرابع : (٨٠ درجة)

ليكن التابع f المعرّف على $\mathbb{R}\backslash\{2\}$ وِفق : $f(x) = \frac{3x-1}{(x-2)^2}$

❶ جِد نهاية f عند $-\infty$ وعند $+\infty$ و عند (2) .

ثم أوجد معادلات المستقيمات المقاربة لخطّه البياني وبيّن وضع الخط البياني بالنسبة إلى مقارباته الأفقيّة .

❷ عيّن عدداً α يحقق الشرط : إذا كان x عنصراً من المجال $]2-\alpha, 2+\alpha[$ مختلفاً عن (2) كان $f(x) > 10^3$

حل كلاً من المسألتين الآتيتين:

المسألة الأولى: (١٠٠ درجة)

لتكن المتتالية : $(U_n)_{n\geq0}$ المعرّفة وفق : $U_1 = 3$ وَ $U_0 = 1$ و $U_{n+1} = 3U_n - 2U_{n-1}$

❶ أثبت أن المتتالية $(V_n)_{n\geq0}$ المعرفة وِفق $V_n = U_{n+1} - U_n$ هندسية و اكتب عبارة V_n بدلالة n .

❷ أثبت أن المتتالية $(\omega_n)_{n\geq0}$ المعرفة وِفق $\omega_n = U_{n+1} - 2U_n$ هندسية و اكتب عبارة ω_n بدلالة n .

❸ استنتج عبارة U_n بدلالة n .

❹ ادرس اطّراد المتتالية $(U_n)_{n\geq0}$.

المسألة الثانية: (١٠٠ درجة)

أولاً: $ABCDEFGH$ متوازي مستطيلات فيه I مركز ثقل المثلث EBG ، J منتصف $[BG]$

❶ عيّن موقع النقطة M المعرفة بالمساواة $3\overrightarrow{EM} = \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{HG} + \overrightarrow{BC}$.

ثانياً: بفرض $AB = 4$, $AD = AE = 1$ و باختيار المعلم المتجانس $\left(A; \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE}\right)$

❶ جِد إحداثيّات رؤوس متوازي المستطيلات و النقطة I ، J .

❷ أثبت أنّ النقاط :

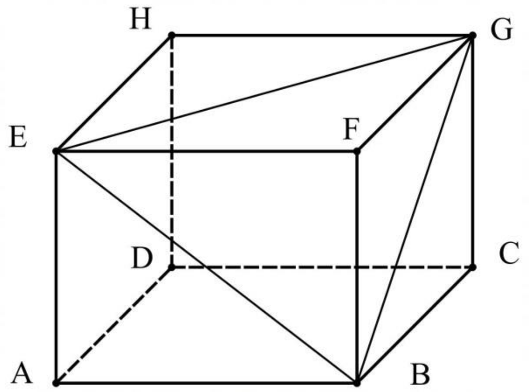
F ، I ، D واقعة على استقامة واحدة .

❸ جِد إحداثيّات النقطة K من المستقيم (AD)

و المتساوية البُعد عن النقطتين B ، H .

❹ جِد إحداثيّات النقطة N

المحققة للمساواة $2\overrightarrow{GN} = 5\overrightarrow{BE}$.



* انتهت الأسئلة *

ALSAADE SCHOOL

سلم تصحيح المذاكرة التحريرية الأولى لمادة الرياضيات الفئة ١ ـــ ١٠ تاريخ

السؤال الأول..

بما أن a ، b ، c حدود متتابعة من متتالية حسابية فإن

5 $b=a+r$

5 $c=a+2r$

نعوض بالعلاقة $b^2-1=a.c$

10 $(a+r)^2-1=a(a+2r)$

5 $a^2+2ar+r^2-1=a^2+2ar$

ومنه

5 $r^2=1$

ومنه

5 $r=-1$

5 $r=1$

السؤال الثاني.

$w_1=-3\sqrt{7}+3i\sqrt{7}$

$w_1=3\sqrt{7}(-1+i)$

$=3\sqrt{7}\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4}+i\sin\frac{3\pi}{4}\right)$

10 $=3\sqrt{14}\left(\cos\frac{3\pi}{4}+i\sin\frac{3\pi}{4}\right)$

$w_2=\frac{-iz}{\bar{z}}$

5 $|w_2|=\frac{|-i|.|z|}{|\bar{z}|}=1$

$\arg(w_2)=\arg(-iz)-\arg(\bar{z})$

$=\arg(-i)+\arg(z)+\arg(z)$

15 $=-\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{6}=-\frac{\pi}{6}$

10 $w_2=\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)+i\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$

أو بطريقة ثانية توصل إلى الشكل w_2

السؤال الثالث..

5 $f(x)=x+\frac{3(1-\cos 2x)}{x^2}$

10 $f(x)=x+\frac{3(1-\cos 2x)}{x^2}\cdot\frac{1+\cos 2x}{1+\cos 2x}$

10 $f(x)=x+\frac{3(1-\cos^2 2x)}{x^2(1+\cos 2x)}$

5 $f(x)=x+\left(\frac{\sin 2x}{2x}\right)^2\cdot\frac{3}{1+\cos 2x}$

5 بما أن $\lim_{x\to 0}\frac{\sin 2x}{2x}=1$

فإن

5 $\lim_{x\to 0}f(x)=\frac{12}{2}=6$

السؤال الرابع.

5 $L_1=|i(z+2)|^2+|z-2|^2$

5 $=|i|\cdot|z+2|^2+|z-2|^2$

5 $=(1)|z+2|^2+|z-2|^2$

10 $=(z+2)(\bar{z}+2)+(z-2)(\bar{z}-2)$

5 $=z\bar{z}+2z+2\bar{z}+4+z\bar{z}-2z-2\bar{z}+4$

5 $=2z\bar{z}+8$

5 $=2|z|^2+8$

$=L_2$

التمرين الأول -

① 5 $\vec{AB}(2,-5,3)$

5 $\vec{AC}(1,a-3,b)$

5 $\frac{2}{1}=\frac{-5}{a-3}=\frac{3}{b}$

3 ومنه $a=\frac{1}{2}$

3 $b=\frac{3}{2}$

② 5 $\vec{AB}=\vec{FD}$

5 $\Rightarrow (2,-5,3)=(4-x,4-y,4-z)$

3 $2=4-x \Rightarrow x=2$

3 $-5=4-y \Rightarrow y=9$

3 $3=4-z \Rightarrow z=1$

③ مركز الكرة منتصف [AB]

5 ومنه $\Omega(0,\frac{1}{2},\frac{3}{2})$ مركز الكرة

نصف قطر الكرة $R=\Omega A=\sqrt{1+\frac{25}{4}+\frac{9}{4}}$

5 $R=\sqrt{\frac{38}{4}}$

ومنه معادلة الكرة

10 $x^2+(y-\frac{1}{2})^2+(z-\frac{3}{2})^2=\frac{38}{4}$

التمرين الثاني -

① $z_1=(\cos\frac{\pi}{8}+i\sin\frac{\pi}{8})^6$

5 $z_1=\cos\frac{3\pi}{4}+i\sin\frac{3\pi}{4}$

5 $z_1=-\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}$

$z_2=2e^{i(-\frac{\pi}{3})}$

5 $z_2=2[\cos(-\frac{\pi}{3})+i\sin(-\frac{\pi}{3})]$

$z_2=2(\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i)$

5 $z_2=1-\sqrt{3}i$

$z_1.z_2=(-\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2})(1-\sqrt{3}i)$

10 $z_1.z_2=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$

② 5 $z_1=e^{i\frac{3\pi}{4}}$

10 $z_1.z_2=2e^{i\frac{5\pi}{12}}$

5 $2\cos\frac{5\pi}{12}+2i\sin\frac{5\pi}{12}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$

ومنه

$2\cos\frac{5\pi}{12}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$

5 $\cos\frac{5\pi}{12}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

5 $\sin\frac{5\pi}{12}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

التمرين الثالث:

لنبرهن بالتدريج صحة القضية

$E(n): 3^{2n} - 2^{n} = 7K \ ; K \in \mathbb{N}$

2 I) القضية $E(0)$ صحيحة لأن

5 $3^0 - 2^0 = 0 = 7K \ ; K=0$ محققة

مضاعف للعدد 7

II) نفترض صحة القضية

5 $E(n): 3^{2n} - 2^{n} = 7K \ ; K \in \mathbb{N}$

$3^{2n} = 7K + 2^n$

III) نبرهن صحة القضية

5 $E(n+1): 3^{2n+2} - 2^{n+1} = 7K' \ ; K' \in \mathbb{N}$

الاثبات:

5 $3^{2n+2} - 2^{n+1} = 3^2 \cdot 3^{2n} - 2^1 \cdot 2^n$

3 $= 9(7K + 2^n) - 2 \cdot 2^n$

2 $= 63K + 7 \cdot 2^n$

5 $= 7(9K + 2^n)$

3 $= 7K'$

والقضية $E(n+1)$ صحيحة

5 ومنه القضية $E(n)$ صحيحة أياً يكن $n \in \mathbb{N}$

التمرين الرابع

1) $D_f =]-\infty, 2[\cup]2, +\infty[$

5 $\lim_{x \to -\infty} f(x) = 0$

5 $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0$

5 ومنه $D_1: y = 0$ مقارب أفقي لـ (C)

بجوار $-\infty$ و بجوار $+\infty$

5 $\lim_{x \to 2} f(x) = +\infty$

5 ومنه $x = 2$ مقارب شاقولي لـ (C)

وضع (C) مع Δ:

2 $f(x) - y_\Delta = \dfrac{3x-1}{(x-2)^2}$

3 $f(x) - y_\Delta = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{3}$

$f(\frac{1}{3}) = 0$

x	$-\infty$		$\frac{1}{3}$		2		$+\infty$
10 $f(x) - y_\Delta$		$-$	0	$+$	‖	$+$	
الوضع النسبي		Δ تحت (C)		Δ فوق (C)	‖	Δ فوق (C)	

5 نقطة مشتركة $(\frac{1}{3}, 0)$

بين (C) و Δ

3 ② $2 - \alpha < x < 2 + \alpha$

ومنه $6 - 3\alpha < 3x < 6 + 3\alpha$

ومنه $5 - 3\alpha < 3x - 1 < 5 + 3\alpha$

5 $3x - 1 > 5 - 3\alpha$ ... (I)

وأيضاً

$2 - \alpha < x < 2 + \alpha$

3 ومنه $-\alpha < x - 2 < \alpha$

2 ومنه $(x-2)^2 < \alpha^2$

ومنه

2 $\dfrac{1}{(x-2)^2} > \dfrac{1}{\alpha^2}$ ... (II)

من (I) و (II) نجد

5 $f(x) = \dfrac{3x-1}{(x-2)^2} > \dfrac{5-3\alpha}{\alpha^2}$

$f(x) > \dfrac{5-3\alpha}{\alpha^2}$

الثانوية السعادة ALSAADE SCHOOL | سلم تصحيح | المادة | الفئة | تاريخ

5 نأخذ مثلاً $\alpha = 0.01 = 10^{-2}$

5 $f(x) > \frac{4.97}{10^{-4}}$

5 $f(x) > 4.97 \times 10^{4} > 10^{3}$

$I =]2 - 10^{-2}, 2 + 10^{-2}[\setminus \{2\}$

ملاحظة: أي قيمة لـ α تحقق الشرط ينال الدرجة الكاملة في المسألة الأولى..

(1)

5 $\frac{V_{n+1}}{V_n} = \frac{U_{n+2} - U_{n+1}}{U_{n+1} - U_n}$

5 $\frac{V_{n+1}}{V_n} = \frac{3U_{n+1} - 2U_n - U_{n+1}}{U_{n+1} - U_n}$

5 $\frac{V_{n+1}}{V_n} = \frac{2(U_{n+1} - U_n)}{U_{n+1} - U_n}$

5 $\frac{V_{n+1}}{V_n} = 2 = q$

فمتتالية $(V_n)_{n \geq 0}$ هندسية

5 أساسها $q = 2$

$V_n = V_0 . q^n$

10 $V_n = 2(2)^n$

(2)

5 $\frac{W_{n+1}}{W_n} = \frac{U_{n+2} - 2U_{n+1}}{U_{n+1} - 2U_n}$

5 $\frac{W_{n+1}}{W_n} = \frac{3U_{n+1} - 2U_n - 2U_{n+1}}{U_{n+1} - 2U_n}$

5 $\frac{W_{n+1}}{W_n} = \frac{U_{n+1} - 2U_n}{U_{n+1} - 2U_n}$

5 $\frac{W_{n+1}}{W_n} = 1 = q_1$

فمتتالية $(W_n)_{n \geq 0}$ هندسية

5 أساسها $q_1 = 1$

$W_n = W_0 . q_1^n$

10 $W_n = (1)^n$

أو

$W_n = 1$

10 $V_n - W_n = U_n$

ومنه

5 $U_n = 2(2)^n - 1$

(4)

10 $U_{n+1} - U_n = 2 . 2^n > 0$

5 فمتتالية $(U_n)_{n \geq 0}$ متزايدة تماماً

المسألة الثانية:

أولاً:

$3\vec{EM} = \vec{EA} + \vec{AB} + \vec{HG} + \vec{BC}$

5 $3\vec{EM} = \vec{EB} + \vec{HG} + \vec{BC}$

5 $3\vec{EM} = \vec{EB} + \vec{EF} + \vec{FG}$

5 $3\vec{EM} = \vec{EB} + \vec{EG}$

5 $3\vec{EM} = 2\vec{EJ}$

5 $\vec{EM} = \frac{2}{3}\vec{EJ}$

5 M منطبقة على I

ثانياً:

① $A(0,0,0), B(4,0,0), C(4,1,0)$

$D(0,1,0), E(0,0,1), F(4,0,1)$

10x3 $G(4,1,1), H(0,1,1)$

$J(4,\frac{1}{2},\frac{1}{2}), I(\frac{8}{3},\frac{1}{3},\frac{2}{3})$

②

5 $\vec{DI}(\frac{8}{3},-\frac{2}{3},\frac{2}{3})$

5 $\vec{DF}(4,-1,1)$

5 $\vec{DI} = \frac{2}{3}\vec{DF}$

3 إذاً D , F , I على استقامة واحدة

2 ③ $K \in (AD) \Rightarrow K(0,y,0)$

$BK = HK$

5 $\sqrt{16+y^2+0} = \sqrt{0+(y-1)^2+1}$

$16+y^2 = y^2-2y+2$

$y=-7$ ومنه

5 $K(0,-7,0)$

④ نفرض $N(x,y,z)$

5 $2(x-4,y-1,z-1)=5(-4,0,1)$

$2x-8=-20 \Rightarrow x=-6$

$2y-2=0 \Rightarrow y=1$

$2z-2=5 \Rightarrow z=\frac{7}{2}$

5 $N(-6,1,\frac{7}{2})$

أجب عن كل من الأسئلة الآتية :

السؤال الأول : (٥٠ درجة)

أعداد حقيقيّة حيث $a \neq 0$ إذا علمت أن :

ثلاثة حدود متعاقبة من متتالية هندسيّة أساسها

ثلاثة حدود متعاقبة من متتالية حسابية أحسب

السؤال الثاني : (٥٠ درجة)

ليكن Z عدد عقدي (حيث $Z \neq i$)

و ليكن $\omega = \frac{Z+i}{Z-i}$ و بفرض $|\omega| = 1$ ، أثبت أنّ Z حقيقي .

السؤال الثالث : (٦٠ درجة)

أوجد نهاية كلّ من التابعين :

① (x) $5\sqrt{3x}$ عند

② $f(x)$ $\sqrt{4}$ $\sqrt{}$ عند

حلّ كلاً من التمارين الآتية :

التمرين الأول : (٨٠ درجة)

ليكن العددان العقديّان : $\omega = i\sqrt{3}$ ، $\frac{2\omega}{\sqrt{3}+\omega}$

❶ اكتب Z بالشكل الجبري .

❷ اكتب ω بالشكل الأسي .

❸ استنتج قيمة — .

التمرين الثاني : (٨٠ درجة)

لتكن الأعداد :

$$\sqrt{3}$$

$$\left[\sin\left(\frac{\quad}{}\right) + i\cos\left(\frac{\quad}{}\right)\right]$$

❶ اكتب Z_3 بالشكل المثلثي .

❷ اكتب بالشكل المثلثي الأعداد : — و استنتج الشكل :

التمرين الثالث : (٨٠ درجة)

ليكن (C) الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}\backslash\{-3,3\}$ وِفق : $f(x)=\frac{2x-2}{x^2-9}$

جِد نهاية التابع f عند أطراف مجالات تعريفه

ثم استنتج معادلة كلّ مقارب أفقي أو شاقولي لِ (C) ثم ادرس وضع (C) بالنسبة لمقارباته الأفقية .

حل كلاً من المسألتين الآتيتين:

المسألة الأولى : (١٠٠ درجة)

لتكن المتتالية : $(U_n)_{n\geq 0}$ المعرّفة وِفق : $U_0=\frac{1}{2}$ ، $U_{n+1}=\frac{U_n}{2-U_n}$

❶ أثبت أن $0<U_n<1$ أيّاً كان العدد الطبيعي n .

❷ أثبت أن المتتالية $(V_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالعلاقة $V_n=\frac{1-U_n}{U_n}$ متتالية هندسية .

❸ أكتب V_n ثم U_n بدلالة n .

❹ عيّن تابعاً f يحقّق $U_{n+1}=f(U_n)$ أياًكانت $n\geq 0$.

ثم جِد نهاية التابع f عند $+\infty$ ثم أعطِ عدداً A يحقّق الشرط :

إذا كان $x>A$ كان $f(x)$ في المجال $]-1.2,-0.8[$.

المسألة الثانية : (١٠٠ درجة)

أولاً : في معلم متجانس $(0;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لتكن لدينا النقطتين:

$B(0,1,3)$ ، $A(2,1,-1)$

❶ أوجد المعادلة الديكارتية لمجموعة النقاط $M(x,y,z)$ من الفراغ التي تحقّق : $AM=\sqrt{2}\ BM$

❷ أثبت أن هذه المعادلة هي معادلة كرة ، عيّن مركزها و نصف قطرها .

ثانياً : بفرض أنه لدينا في نفس المعلم النقطة $C(4,-1,0)$

❶ أثبت أن C لا تقع على المستقيم (AB) .

❷ أثبت أن المثلث ABC قائم . أوجد محيطه و مساحته و إحداثيّات مركز الدائرة المارة بروؤسه و نصف قطرها .

❸ أعطِ المعادلة الديكارتية للمستوي المحوري للقطعة $[BC]$.

❹ استنتج بُعد النقطة $\Omega_1(2,0,\frac{3}{2})$ عن المستوي المحوري للقطعة $[BC]$.

* انتهت الأسئلة *

الثانوية السعادة ALSAADE SCHOOL

سلم تصحيح المذاكرة التحريرية الأولى لمادة الرياضيات الفئة الخاصة تاريخ

السؤال الأول:

بما أن a، b، c حدود متتابعة من متتالية هندسية فإنه

10 (I) $\begin{cases} b = qa \\ c = q^2 a \end{cases}$

وبما أن b، c، $6a$ حدود متتابعة من متتالية حسابية فإنه

10 (II) $2c = 6a + b$

نعوض (I) في (II)

10 $2q^2 a = 6a + qa$

ومنه

10 $2q^2 - q - 6 = 0$

5 $q = 2$

5 $q = -\frac{3}{2}$

السؤال الثاني:

نفرض $z = x + iy$

10 $|w| = \frac{|z+i|}{|z-i|}$

5 $|w| = \frac{|x+i(y+1)|}{|x+i(y-1)|}$

10 $1 = \frac{\sqrt{x^2+(y+1)^2}}{\sqrt{x^2+(y-1)^2}}$

ومنه

10 $x^2+(y+1)^2 = x^2+(y-1)^2$

5 ومنه $4y = 0$

5 ومنه $y = 0$

5 إذاً z حقيقي

طريقة ثانية:

10 $|w| = \frac{|z+i|}{|z-i|}$

5 $1 = \frac{|z+i|}{|z-i|}$

5 $|z-i| = |z+i|$

5 $(z-i)(\bar{z}+i) = (z+i)(\bar{z}-i)$

10 $z\bar{z} + iz - i\bar{z} + 1 = z\bar{z} - iz + i\bar{z} + 1$

5 $2iz - 2i\bar{z} = 0$

5 $z = \bar{z}$

5 إذاً z حقيقي

السؤال الثالث:

(1) $f(x) = 3x - 5\sqrt{3x-2}$

5 $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ من الشكل $+\infty - \infty$

عدم تعيين

الثانوية السعادة ALSAADE SCHOOL | سلم تصحيح | مادة | الفئة | تاريخ

عندما $x \to +\infty$ ، نكتب ،

10 $f(x) = (3x-2)\left[\frac{3x}{3x-2} - \frac{5}{\sqrt{3x-2}}\right]$

5 $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty(1-0) = +\infty$

(2) $f(x) = \frac{\sqrt{4x^2+4}-\sqrt{8}}{x-1}$

5 $\lim_{x\to 1} f(x)$ من الشكل $\frac{0}{0}$ عدم تعيين

عندما $x \to 1$ ، نكتب ،

10 $f(x) = \frac{(\sqrt{4x^2+4}-\sqrt{8})(\sqrt{4x^2+4}+\sqrt{8})}{(x-1)(\sqrt{4x^2+4}+\sqrt{8})}$

5 $f(x) = \frac{4(x^2-1)}{(x-1)(\sqrt{4x^2+4}+\sqrt{8})}$

10 $f(x) = \frac{4(x-1)(x+1)}{(x-1)(\sqrt{4x^2+4}+\sqrt{8})}$

5 $f(x) = \frac{4(x+1)}{\sqrt{4x^2+4}+\sqrt{8}}$

5 $\lim_{x\to 1} f(x) = \frac{8}{2\sqrt{8}} = \frac{4}{\sqrt{8}} = \sqrt{2}$

التمرين الأول .

10 $Z = \frac{2+2i\sqrt{3}}{\sqrt{3}+i\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}-i\sqrt{3}}{\sqrt{3}-i\sqrt{3}}$

5 $Z = \frac{2\sqrt{3}+6+(6-2\sqrt{3})i}{6}$

5 $Z = \frac{\sqrt{3}+3}{3} + \frac{3-\sqrt{3}}{3}i$

(2) $w = i\sqrt{3}$

10 $w = \sqrt{3}\, e^{i\frac{\pi}{2}}$

نكتب $2+2i\sqrt{3}$ بالشكل الأسي

10 $2+2i\sqrt{3} = 4e^{i\frac{\pi}{3}}$

نكتب $\sqrt{3}+i\sqrt{3}$ بالشكل الأسي

10 $\sqrt{3}+i\sqrt{3} = \sqrt{6}\, e^{i\frac{\pi}{4}}$

5 $Z = \frac{4}{\sqrt{6}} e^{i\left(\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{4}\right)}$

5 $Z = \frac{2\sqrt{6}}{3} e^{i\frac{\pi}{12}}$

(3)

5 $\frac{2\sqrt{6}}{3}\left(\cos\frac{\pi}{12} + i\sin\frac{\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{3}+3}{3} + \frac{3-\sqrt{3}}{3}i$

10 $\Rightarrow \frac{2\sqrt{6}}{3}\cos\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{3}+3}{3}$

5 $\cos\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{3}+3}{2\sqrt{6}}$

أو

$\cos\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$

الثانوية سعادة ALSAADE SCHOOL	سلم تصحيح	المادة	الفئة	تاريخ

التمرين الثاني

① 5 $z_3 = \cos\frac{\pi}{5}(1+i)$

10 $z_3 = \sqrt{2}\cos\frac{\pi}{5}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$

② $z_1 = \sqrt{3} - 3$

10 $z_1 = (3-\sqrt{3})(\cos\pi + i\sin\pi)$

10 $z_2 = 3\left[\cos\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{8}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{8}\right)\right]$

5 $z_2 = 3\left[\cos\frac{5\pi}{8} + i\sin\frac{5\pi}{8}\right]$

10 $\overline{z_3} = \sqrt{2}\cos\frac{\pi}{5}\left[\cos\frac{-\pi}{4} + i\sin\frac{-\pi}{4}\right]$

10 $z_1 \cdot z_2 = 3(3-\sqrt{3})\left[\cos\frac{13\pi}{8} + i\sin\frac{13\pi}{8}\right]$

10 $z_2^4 = 3^4\left[\cos\frac{20\pi}{8} + i\sin\frac{20\pi}{8}\right]$

5 $z_2^4 = 81\left[\cos\frac{5\pi}{2} + i\sin\frac{5\pi}{2}\right]$

5 $z_2^4 = 81\left[\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}\right]$

التمرين الثالث:

$D_f =]-\infty,-3[\cup]-3,3[\cup]3,+\infty[$

5 $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 0$

5 $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$

10 ومنه $\Delta : y=0$ مقارب أفقي

لـ (C) بجوار $-\infty$ و بجوار $+\infty$

5 $\lim_{x\to-3^-} f(x) = -\infty$

5 $\lim_{x\to-3^+} f(x) = +\infty$

5 ومنه $x=-3$ مقارب شاقولي

لـ (C) والتقارب نحو $+\infty$ ونحو $-\infty$

5 $\lim_{x\to3^-} f(x) = -\infty$

5 $\lim_{x\to3^+} f(x) = +\infty$

5 ومنه $x=3$ مقارب شاقولي

لـ (C) والتقارب نحو $+\infty$ ونحو $-\infty$

وضع (C) مع Δ :

5 $f(x) - y_\Delta = \frac{2x-2}{x^2-9}$

5 $f(x) - y_\Delta = 0 \Rightarrow x = 1$

$f(1) = 0$

15

x	$-\infty$	-3		1		3	$+\infty$
$f(x)-y_\Delta$	$-$	||	$+$	0	$-$	||	$+$
الوضع النسبي	(C) تحت Δ	||	(C) فوق	(C) يقطع Δ	(C) تحت Δ	||	(C) فوق Δ

5 $(1,0)$ نقطة مشتركة بين (C) و Δ

الثانوية السعادة ALSAADE SCHOOL	سلم تصحيح	لمادة	الفئة	تاريخ

المسألة الأولى ..

① $U_{n+1} = f(U_n)$

5 $f(x) = \frac{x}{2-x}$

f اشتقاقي على $]0,+\infty[$

5 $f'(x) = \frac{2}{(2-x)^2} > 0$

f متزايد تماما

لنبرهن بالتراجع صحة القضية

$E(n): 0 < U_n < 1$

I) القضية $E(0)$ صحيحة

$0 < U_0 < 1$

5 محققة $0 < \frac{1}{2} < 1$

II) نفرض صحة القضية

5 $E(n): 0 < U_n < 1 \; ; n \geq 0$

III) نبرهن صحة القضية

5 $E(n+1): 0 < U_{n+1} < 1$

الإثبات:

من الفرض $0 < U_n < 1$

5 ومنه $f(0) < f(U_n) < f(1)$

كون f متزايد تماما على $]0,+\infty[$

ومنه

5 $0 < U_{n+1} < 1$

والقضية $E(n+1)$ صحيحة

5 ومنه القضية $E(n)$ صحيحة

أيا كان $n \geq 0$

ملاحظة: يمكن الحل بطريقة أخرى

②

5 $V_{n+1} = \frac{1-U_{n+1}}{U_{n+1}}$

5 $V_{n+1} = \frac{1-\frac{U_n}{2-U_n}}{\frac{U_n}{2-U_n}}$

$V_{n+1} = \frac{2-2U_n}{U_n}$

5 $V_{n+1} = \frac{2(1-U_n)}{U_n}$

$V_{n+1} = 2V_n$

5 $\frac{V_{n+1}}{V_n} = 2 = q$

فالمتتالية $(V_n)_{n \geq 0}$ هندسية

5 أساسها $q = 2$

③ $V_n = V_0 \cdot q^n$

5 $V_n = (2)^n$

3 $U_n = \frac{1}{V_n + 1}$

سلم تصحيح	المادة	الفئة	تاريخ

الثانوية سعادة ALSAADE SCHOOL

2 $U_n = \dfrac{1}{(2)^n+1}$

(4) معرف $f(x)=\dfrac{x}{2-x}$

على المجال $]0,+\infty[$

5 $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -1$

$c=-1 \ , \ r=\dfrac{1}{5}$

3 $f(x)\in]-1.2,-0.8[\iff |f(x)-c|<r$

2 $\iff \left|\dfrac{x}{2-x}+1\right|<\dfrac{1}{5}$

3 $\iff \left|\dfrac{2}{2-x}\right|<\dfrac{1}{5}$

2 $\overset{x\to+\infty}{\iff} \dfrac{2}{x-2}<\dfrac{1}{5}$

3 $\iff \dfrac{x-2}{2}>5$

2 $\iff x-2>10$

2 $\iff x>12$

3 $A=12$

المسألة الثانية:

أولاً

(1)

3 $AM=\sqrt{2}\,BM \iff AM^2=2BM^2$

5 $\iff (x-2)^2+(y-1)^2+(z+1)^2=2[x^2+(y-1)^2+(z-3)^2]$

2 $x^2+y^2+z^2+4x-2y-14z+18=0$

$x^2+4x+4-4+y^2-2y+1-1+z^2-14z+49-49+18=0$

10 $(x+2)^2+(y-1)^2+(z-7)^2=40$

وهي من الشكل $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2=R^2$

5 وهي معادلة كرة مركزها $\Omega(-2,1,7)$

3 ونصف قطرها $R=2\sqrt{10}$

ثانياً:

(1)

5 $\vec{AB}(-2,0,4)$

5 $\vec{AC}(2,-2,1)$

3 المركبات غير متناسبة $\dfrac{-2}{2}\neq\dfrac{0}{-2}$

2 فالشعاعان $\vec{AB},\vec{AC}$ غير مرتبطان خطياً

3 إذاً A ، B ، C لا تقع على استقامة واحدة.

3 ومنه $C\notin(AB)$

(2)

3 $AB=\sqrt{4+0+16}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

3 $AC=\sqrt{4+4+1}=3$

3 $BC=\sqrt{16+4+9}=\sqrt{29}$

2 $BC^2=29$

2 $AB^2+AC^2=20+9=29$

2 $BC^2=AB^2+AC^2$

تاريخ	الفئة	المادة	سلم تصحيح	الثانوية سعادة ALSAADE SCHOOL

إذاً حسب فيثاغورث المثلث قائم في A — 3

المحيط $= 2\sqrt{5} + 3 + \sqrt{29}$ — 3

المساحة $S = \frac{1}{2} AB \cdot AC$ — 2

$S = 3\sqrt{5}$ — 3

مركز الدائرة المارة برؤوس المثلث ABC هي منتصف الوتر [BC]

$x_0 = \frac{0+4}{2} = 2$

$y_0 = \frac{1-1}{2} = 0$

$z_0 = \frac{0+3}{2} = \frac{3}{2}$

ومنه مركز الدائرة $(2, 0, \frac{3}{2})$ — 5

نصف قطرها $R = \frac{BC}{2} = \frac{\sqrt{29}}{2}$ — 3

3) نفرض $M(x,y,z)$ تقع على المستوي المحوري للقطعة [BC] فيكون

$BM = CM \Leftrightarrow BM^2 = CM^2$ — 3

$(x-0)^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = (x-4)^2 + (y+1)^2 + z^2$ — 3

ومنه معادلة المستوي المحوري $\boxed{8x - 4y - 6z - 7 = 0}$ — 3

4) $\omega(2, 0, \frac{3}{2})$ هي نفسها مركز الدائرة المارة برؤوس المثلث ABC

إذاً $\omega B = \omega C$ — 2

إذاً ω تقع على المستوي المحوري للقطعة [BC] — 3

ومنه بعد ω عن المستوي المحوري يساوي الصفر. — 4

ملاحظة:

إذا كتب الطالب بعد ω عن المستوي المحوري يساوي الصفر ينال الدرجات الخمس.

أجب عن الأسئلة الآتية : (٤٠ درجة لكلّ سؤال)

السؤال الأول :

a وَ b عددان حقيقيّان ، (C) الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}\backslash\{2\}$ وفق : $f(x) = \frac{ax+b}{2x-4}$

عيّن a وَ b لتكون $y = \frac{-3}{2}x + 1$ معادلة للماس للخط (C) في النقطة التي فاصلتها (1) منه .

السؤال الثاني :

أوجد الجذور التكعيبيّة للعدد العقدي $\omega = -8$ و اكتب الجذور بالشكل الجبري .

السؤال الثالث :

f تابع معرّف على المجال $\left]-\infty, \frac{\pi}{6}\right[$ وفق $f(x) = \frac{\sin^2(x) - \frac{1}{4}}{x - \frac{\pi}{6}}$

❶ احسب $\lim_{x\to-\infty} f\big(f(x)\big)$.

❷ احسب $\lim_{x\to\frac{\pi}{6}} f(x)$

السؤال الرابع :

في المستوي العقدي المتجانس $(o;\vec{u},\vec{v})$

عيّن مجموعة النقاط M التي يحقق العدد العقدي Z الذي يمثّلها الشرط المعطى $arg(-i\,Z) = -\frac{\pi}{3}$

و مثّل مجموعة النقاط على شكل .

حلّ التمارين الآتية : (٦٠ درجة لكلّ تمرين)

التمرين الأول :

ليكن f التابع المعرّف على المجال $[1,3]$ وفق $f(x) = 2x - E(x)$

❶ اكتب $f(x)$ بعبارة مستقلّة عن $E(x)$.

❷ هل f مستمر على المجال $[1,3]$ و لماذا ؟

❸ ارسم الخط البياني للتابع f على المجال $[1,3]$.

التمرين الثاني :

في معلم متجانس $(o;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لتكن لدينا النقاط:

$A(1,1,-2)$, $B(-1,2,-1)$, $C(0,-2,-3)$, $D(1,8,1)$

❶ أثبت أنّ النقاط C,B,A ليست على استقامة واحدة .

❷ أثبت أنّ النقاط D,C,B,A تقع في مستو واحد .

❸ استنتج قيمة γ,β,α حتى تكون النقطة D مركز أبعاد متناسبة للنقاط (A,α) , (B,β) , (C,γ) .

التمرين الثالث :

لتكن النقاط C, B, A نقاط تمثّل بالترتيب الأعداد العقديّة $a = 5 + 3i$, $b = 3 - 2i$, $c = 1 - i$

و النقاط R, Q, P نقاط تمثّل بالترتيب الأعداد العقديّة r, q, p حيث :

$P = T(A)$ حيث T انسحاب شعاعه $\overrightarrow{\omega} = -2\vec{u} - \vec{v}$

$Q = H(B)$ حيث H تحاكٍ مركزه $(4 - 3i)$ ونسبته $K = 2$

$R = S(C)$ حيث S تناظر محوري ، محوره ox

❶ عيّن الأعداد r, q, p .

❷ أثبت أنّ $p - r = i(q - r)$.

❸ استنتج نوع المثلث PRQ .

التمرين الرابع :

لتكن المتتاليتان $(U_n)_{n \geq 1}$ وَ $(V_n)_{n \geq 1}$ المعرفتان وفق $U_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \cdots + \frac{1}{2n}$

$V_n = U_n + \frac{1}{4n}$

أثبت أن هاتين المتتاليتين متجاورتان .

حلّ المسألتين الآتيتين : (١٠٠ درجة لكلّ مسألة)

المسألة الأولى :

ليكن (C) الخط البياني للتابع f المعرف على المجال $[-3, 3]$ وفق $f(x) = x\sqrt{9 - x^2}$

❶ ادرس قابلية اشتقاق التابع f عند (-3) و عند (3) .

❷ أثبت أن التابع f فردي .

❸ ادرس تغيرات f و نظّم جدولاً بها و دلّ على قيمه الحدية .

❹ عيّن مماسي (C) في النقطتين $A(3, 0)$, $B(-3, 0)$.

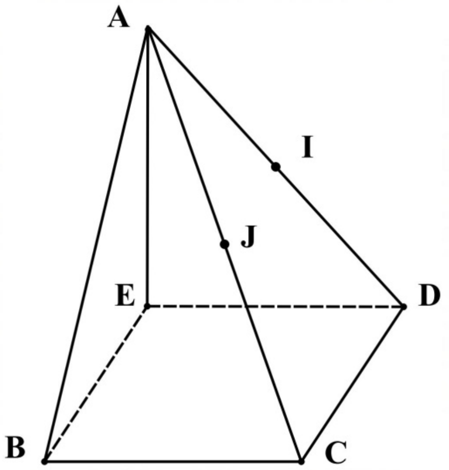
❺ ارسم مماسي (C) في B, A ثم ارسم (C) .

❻ باستخدام التقريب التآلفي أوجد قيمة تقريبيّة لِ $f(0.2)$.

المسألة الثانية :

$ABCDE$ هرم قاعدته المربع $BCDE$ طول ضلعه (2) و بفرض $(AE) \perp (BCDE)$ حيث :

$AE = 2$, I منتصف $[AD]$, J منتصف $[AC]$



أولاً : عيّن موضع النقطة M التي تحقّق المساواة $2\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{BD}$

ثانياً : نتأمّل المعلم المتجانس $(E, \frac{1}{2}\overrightarrow{EB}, \frac{1}{2}\overrightarrow{ED}, \frac{1}{2}\overrightarrow{EA})$ و المطلوب :

❶ جِد إحداثيّات رؤوس الهرم .

❷ اكتب معادلة المستوي (ABD) .

❸ أثبت أنّ الأشعة $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AE}, \overrightarrow{IJ}$ مرتبطة خطياً

و استنتج وضع المستقيم (IJ) بالنسبة للمستوي (ABE) .

❹ جِد إحداثيات النقطة H المسقط القائم للنقطة J على المستوي $(BCDE)$

واستنتج معادلة الكرة التي مركزها J وتمسّ المستوي $(BCDE)$

❺ بفرض G مركز ثقل المثلث ABD ، اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (EJ) ثم أثبت أنّ النقطة G تنتمي للمستقيم (EJ) .

* انتهت الأسئلة *

التحليل 300 درجة

السؤال الأول -- 40 درجة

نعوض $x=1$ في معادلة المماس

3 فنجد $y=-\frac{1}{2}$

نقطة التماس $A(1,-\frac{1}{2})$

2 f اشتقاقي على $\mathbb{R}\setminus\{2\}$

5 $f'(x)=\dfrac{a(2x-4)-2(ax+b)}{(2x-4)^2}$

5 $f(1)=-\frac{1}{2} \Rightarrow a+b=1 \quad ...(1)$

ميل المماس $m=-\frac{3}{2}$

أي $f'(1)=-\frac{3}{2}$

5+5 $f'(1)=-\frac{3}{2} \Leftrightarrow \dfrac{-2a-2(a+b)}{4}=-\frac{3}{2}$

5 بالاستفادة من (1) $\Leftrightarrow -2a-2=-6$

5 $\Leftrightarrow \boxed{a=2}$

5 نعوض في (1) فنجد $\boxed{b=-1}$

السؤال الثالث: 40 درجة

(1) لإيجاد $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ نستخدم

مبرهنة الإحاطة

2 $0\leq \sin^2 x\leq 1$

ومنه

2 $-\frac{1}{4}\leq \sin^2 x-\frac{1}{4}\leq \frac{3}{4}$

نقسم على $x-\frac{\pi}{6}<0$

5 $\dfrac{-\frac{1}{4}}{x-\frac{\pi}{6}} \geq f(x) \geq \dfrac{\frac{3}{4}}{x-\frac{\pi}{6}}$

بما أن

2 $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{-\frac{1}{4}}{x-\frac{\pi}{6}}=0$

2 $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{\frac{3}{4}}{x-\frac{\pi}{6}}=0$

إذاً حسب مبرهنة الإحاطة

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$

ومنه $\lim\limits_{x\to-\infty} f(f(x))=f(0)=\frac{3}{2\pi}$

(2)

نضع $H(x)=\sin^2 x$

فيكون $H'(x)=2\sin x\cos x$

$H(\frac{\pi}{6})=\frac{1}{4}$

$H'(\frac{\pi}{6})=\frac{\sqrt{3}}{2}$

نشكل ... نسبة التغير

المعرف على $]-\infty,\frac{\pi}{6}[$ ونضع

الثانوية سعادة ALSAADE SCHOOL	سلم تصحيح	المادة	الفئة	تاريخ

$$g(x)=\frac{f(x)-f(\frac{\pi}{6})}{x-\frac{\pi}{6}}$$

5 $$g(x)=\frac{\sin^2 x-\frac{1}{4}}{x-\frac{\pi}{6}}$$

حسب تعريف العدد المشتق

5 $$\lim_{x\to\frac{\pi}{6}} f(x)=H'(\frac{\pi}{6})=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

التمرين الأول ... 60 درجة

①

15 $$f(x)=\begin{cases}2x-1 & : x\in[1,2[\\ 2x-2 & : x\in[2,3[\\ x=\underbrace{2x-3}_{3} & : x=3\end{cases}$$

② متى يكون f مستمر على

المجال [1,3] يجب أن يكون f مستمر عند (2) و عند (3)

ندرس الاستمرار عند (2)

5 $$\lim_{x\to 2^-} f(x)=3$$

5 $$\lim_{x\to 2^+} f(x)=2$$

اذاً

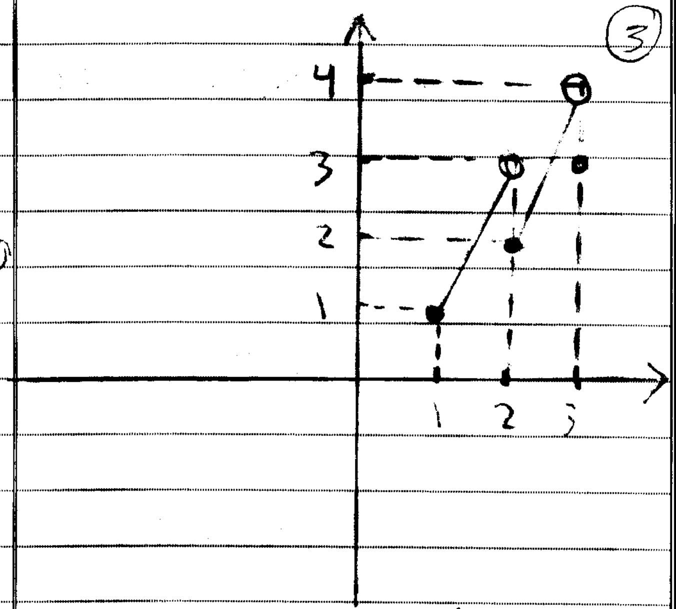
5 $$\lim_{x\to 2^-} f(x)\neq\lim_{x\to 2^+} f(x)$$

5 اذاً f غير مستمر عند (2)

5 وضح f غير مستمر على المجال [1,3]

③

20



التمرين الرابع ... 60 درجة

$$U_{n+1}=\frac{1}{n+2}+\frac{1}{n+3}+\dots+\frac{1}{2n}+\frac{1}{2n+1}+\frac{1}{2n+2}$$

5 $$U_{n+1}-U_n=\frac{1}{2n+1}+\frac{1}{2n+2}-\frac{1}{n+1}$$

5 $$U_{n+1}-U_n=\frac{1}{(2n+1)(2n+2)}>0$$

I المتتالية $(U_n)_{n\geq 1}$ متزايدة

5 $$V_{n+1}-V_n=U_{n+1}-U_n+\frac{1}{4n+4}-\frac{1}{4n}$$

$$V_{n+1}-V_n=\frac{1}{(2n+1)(2n+2)}+\frac{1}{4n+4}-\frac{1}{4n}$$

$$V_{n+1}-V_n=\frac{-4}{4n(4n+1)(2n+2)}<0$$

II المتتالية $(V_n)_{n\geq 1}$ متناقصة

تاريخ	الفئة	المادة	سلم تصحيح	الثانوية سعادة ALSAADE SCHOOL

5 $V_n - U_n = \frac{1}{4n}$

5 $\lim_{n \to +\infty} (V_n - U_n) = 0$

5 فالمتتالية $(V_n - U_n)_{n \geq 1}$ متقاربة من الصفر ... III

5 ومنه المتتاليتان متجاورتان

المسألة الأولى: 100 درجة

$f(x) = x\sqrt{9-x^2}$

① ندرس قابلية اشتقاق f عند (-3)

نشكل تابع نسبة التغير المعرف على $]-3,3]$ وفق

2 $g(x) = \frac{f(x) - f(-3)}{x+3}$; $f(-3) = 0$

2 $g(x) = \frac{x\sqrt{9-x^2}}{x+3}$

2 $g(x) = \frac{x\sqrt{9-x^2}}{x+3} \cdot \frac{\sqrt{9-x^2}}{\sqrt{9-x^2}}$

2 $g(x) = \frac{x(9-x^2)}{(x+3)\sqrt{9-x^2}}$

2 $g(x) = \frac{x(3-x)(3+x)}{(x+3)\sqrt{9-x^2}}$

2 $g(x) = \frac{x(3-x)}{\sqrt{9-x^2}}$

2 $\lim_{x \to -3} g(x) = -\infty$

2 ومنه f غير اشتقاقي عند (-3)

ندرس قابلية اشتقاق f عند (3)

نشكل تابع نسبة التغير المعرف على $[-3,3[$ وفق

2 $H(x) = \frac{f(x) - f(3)}{x-3}$

2 $H(x) = \frac{x\sqrt{9-x^2}}{x-3}$

2 $H(x) = \frac{x\sqrt{9-x^2}}{x-3} \cdot \frac{\sqrt{9-x^2}}{\sqrt{9-x^2}}$

2 $H(x) = \frac{x(3-x)(3+x)}{(x-3)\sqrt{9-x^2}}$

2 $H(x) = \frac{-x(3+x)}{\sqrt{9-x^2}}$

2 $\lim_{x \to 3} H(x) = -\infty$

2 ومنه f غير اشتقاقي عند (3)

الثانوية السعادة ALSAADE SCHOOL — سلم تصحيح — المادة — الفئة — تاريخ

(2)

1) أياً يكن $x \in [-3,3]$ فإن $-x \in [-3,3]$ محقق — 2

2) $f(-x) = -x\sqrt{9-x^2}$ — 2

$= -f(x)$

من (1) و (2) نجد أن التابع f فردي — 2

(3) f معرف ومستمر على $[-3,3]$

f اشتقاقي على $]-3,3[$ — 2

$f(-3)=0 \, , \, f(3)=0$ — 1

$f'(x) = \sqrt{9-x^2} - \frac{2x^2}{2\sqrt{9-x^2}}$

$f'(x) = \frac{9-2x^2}{\sqrt{9-x^2}}$ — 5

$f'(x)=0 \iff x^2 = \frac{9}{2}$ — 3

$x = -\frac{3}{\sqrt{2}}$ — 2

$x = \frac{3}{\sqrt{2}}$ — 2

$f\left(-\frac{3}{\sqrt{2}}\right) = -\frac{9}{2}$ — 2

$f\left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right) = \frac{9}{2}$ — 2

10

x	-3		$-\frac{3}{\sqrt{2}}$		$\frac{3}{\sqrt{2}}$		3
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	$\searrow$	$-\frac{9}{2}$	$\nearrow$	$\frac{9}{2}$	$\searrow$	0

2 — قيمة صغرى محلية $f\left(\frac{-3}{\sqrt{2}}\right) = -\frac{9}{2}$

2 — قيمة كبرى محلية $f\left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right) = \frac{9}{2}$

2 — قيمة كبرى محلية $f(-3)=0$

2 — قيمة صغرى محلية $f(3)=0$

(4) مماس (C) في النقطة A

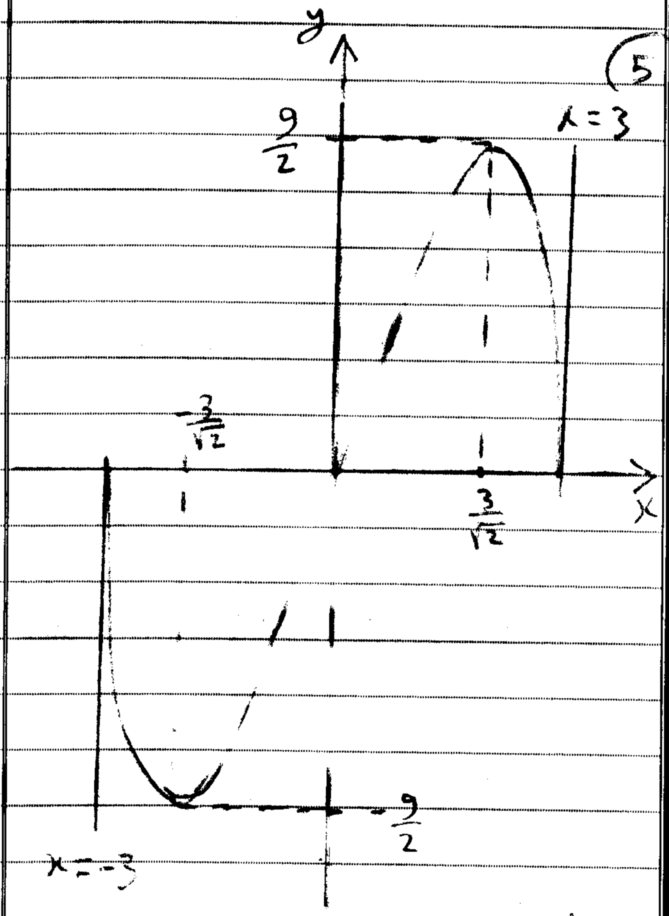
3 — شاقولي ومعادلته $x=3$

ومماس (C) في النقطة B

3 — شاقولي معادلته $x=-3$

(5)

8



6) $a = 0 \;,\; h = 0.2$ — 2

$f(a) = f(0) = 0$ — 2

$f'(a) = f'(0) = 3$ — 2

$f(a+h) \approx f(a) + f'(a)\cdot h$ — 2

$f(0.2) \approx 0.6$ — 2

الجبر : 140 درجة

السؤال الثاني : 40 درجة

$w = 8e^{i\pi}$

نفرض جذراً تكعيبياً $z = re^{i\theta}$ لـ w فيكون

$z^3 = w$

$r^3 e^{3i\theta} = 8e^{i\pi}$ — 3

ومنه

$r = 2$ — 2

$\theta = \frac{\pi}{3} + \frac{2\pi k}{3} \; : k \in \{0,1,2\}$ — 5

$k=0 \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{3} \Rightarrow z_1 = 2e^{i\frac{\pi}{3}}$ — 5

$k=1 \Rightarrow \theta = \pi \Rightarrow z_2 = 2e^{i\pi}$ — 5

$k=2 \Rightarrow \theta = \frac{5\pi}{3} \Rightarrow z_3 = 2e^{i\frac{5\pi}{3}}$ — 5

الشكل الجبري

$z_1 = 2\left[\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right]$

$z_1 = 1 + \sqrt{3}\,i$

$z_2 = 2e^{i\pi} = -2$

$z_3 = 2\left[\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right]$

$z_3 = 1 - \sqrt{3}\,i$

السؤال الرابع : 40 درجة

$\arg(-iz) = -\frac{\pi}{3}$

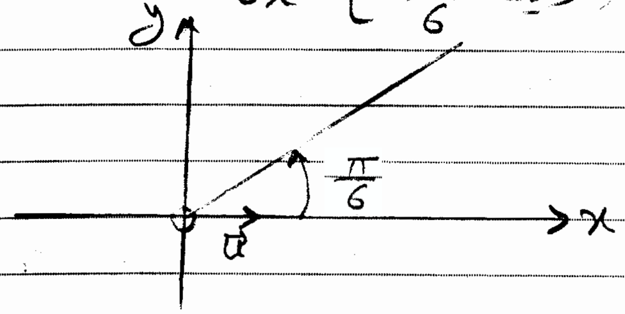
5 $\arg(-i) + \arg(z) = -\frac{\pi}{3}$

$-\frac{\pi}{2} + \arg(z) = -\frac{\pi}{3}$

5 $\arg(z) = -\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2}$

5 $\arg(z) = \frac{\pi}{6}$

10 مجموعة النقاط تمثل نصف مستقيم مفتوح من جهة المبدأ ويصنع زاوية $\frac{\pi}{6}$ مع Ox

10 

الثانوية السعادة ALSAADE SCHOOL	سلم تصحيح	المادة	الفئة	تاريخ

التمرين الثالث: 60 درجة

① $p = a + w$

5 $p = 5+3i-2-i$

5 $p = 3+2i$

5 $q-4+3i = 2(3-2i-4+3i)$

$q-4+3i = -2+2i$

3 $q = 2-i$

5 $r = \overline{c}$

3 $r = 1+i$

②

5 $L_1 = p-r = 2+i$

5 $L_2 = i(q-r)$

5 $= i(1-2i)$

3 $= 2+i$

$L_1 = L_2$

③

3 $\frac{p-r}{q-r} = i$

ومنه

$\arg\left(\frac{p-r}{q-r}\right) = \frac{\pi}{2}$

5 $(\overrightarrow{RQ}, \overrightarrow{RP}) = \frac{\pi}{2}$

وأيضاً

$\left|\frac{p-r}{q-r}\right| = 1$

3 $RP = QR$

فالمثلث PRQ قائم في R

5 ومتساوي الساقين

الهندسة: 160 درجة

التمرين الأول: 60 درجة

3 $\overrightarrow{AB}(-2,1,1)$

3 $\overrightarrow{AC}(-1,-3,-1)$

2 $\frac{-2}{-1} \neq \frac{1}{-3}$ غير متناسبة

فالشعاعان $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB}$

3 غير مرتبطان خطياً

فالنقاط A , B , C ليست

على استقامة واحدة

تاريخ	الفئة	المادة	سلم تصحيح	الثانوية السعادة ALSAADE SCHOOL

المسألة الثانية 100 درجة

ثانياً

① $E(0,0,0)$, $B(2,0,0)$

$C(2,2,0)$, $D(0,2,0)$

$A(0,0,2)$

②

2 $\vec{AB}(2,0,-2)$

2 $\vec{AD}(0,2,-2)$

$\frac{0}{2} \ne \frac{-2}{-2}$ غير متناسبة

2 فالشعاعان $\vec{AB}, \vec{AD}$ غير مرتبطان خطياً

نفرض $M(x,y,z)$ نقطة من المستوي (ABD) ومنه

5 $\vec{AM} = \alpha\vec{AB} + \beta\vec{AC}$

2 $(x,y,z-2) = \alpha(2,0,-2) + \beta(0,2,-2)$

ومنه

2 $x = 2\alpha$ (1)

2 $y = 2\beta$ (2)

$z - 2 = -2\alpha - 2\beta$ (3)

نعوض (1) و (2) في (3)

3 $\vec{AD}(0,7,3)$

5 $\vec{AD} = \alpha\vec{AB} + \beta\vec{AC}$

3 $(0,7,3) = \alpha(-2,1,1) + \beta(-1,-3,-1)$

3 $-2\alpha - \beta = 0$ (1)

3 $\alpha - 3\beta = 7$ (2)

3 $\alpha - \beta = 3$ (3)

من (1) و (3) بالحل نجد

6 $\alpha = 1$, $\beta = -2$

نعوض في (2) فنجد

3 $1 + 6 = 7$ محققة

3 $\vec{AD} = \vec{AB} - 2\vec{AC}$

فالنقاط A, B, C, D

2 تقع في مستوٍ واحد

③ وجدنا سابقاً أن

2 $\vec{AD} = \vec{AB} - 2\vec{AC}$

ومنه

5 $2\vec{DA} + \vec{DB} - 2\vec{DC} = \vec{0}$

ومنه D م.م للنقاط

5 $(A,2)$, $(B,1)$, $(C,-2)$

الثانوية السعادة ALSAADE SCHOOL	سلم تصحيح	لمادة	الفئة	تاريخ

نجد

$-2 = -x - y$

ومنه

2 $x + y + z - 2 = 0$

③

2 $I(0,1,1)$

2 $J(1,1,1)$

2 $\vec{IJ}(1,0,0)$

2 $\vec{AE}(0,0,-2)$

$\vec{AB}$ ، $\vec{AE}$ غير مرتبطان خطيا

5 $\vec{IJ} = \alpha \vec{AB} + \beta \vec{AE}$

5 $(1,0,0) = \alpha(2,0,-2) + \beta(0,0,-2)$

2 $1 = 2\alpha \quad (1)$

2 $0 = 0 \quad (2)$

2 $0 = -2\alpha - 2\beta \quad (3)$

3 من (1) نجد $\alpha = \frac{1}{2}$

3 نعوض في (2) فنجد $\beta = \frac{1}{2}$

والمعادلة (2) تحقق دوماً

2 $\vec{IJ} = \frac{1}{2}\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AE}$

ومنه $\vec{IJ}$, $\vec{AB}$, $\vec{AE}$

2 مرتبطة خطياً

2 ومنه (IJ) يوازي المستوي (ABE)

④

2 $H(1,1,0)$

2 $R = JH = \sqrt{0+0+1} = 1$

معادلة الكرة

5 $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$

2 $\vec{EJ}(1,1,1)$

5 $(EJ): \begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = t \end{cases} \; ; t \in \mathbb{R}$

2 $G\left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right)$

نعوض في معادلة (EJ)

$t = \frac{2}{3}$

5 $t = \frac{2}{3}$

$t = \frac{2}{3}$

2 ومنه $G \in (EJ)$

أولاً :

$$2\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{E\,}$$

2 $2\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{BD}$

2 $2\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BD}$

$\overrightarrow{\ \ A} = 2\overrightarrow{BI}$

2 $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BI}$

2 M تنطبق على I

الاسم :

الامتحان الفصلي الأول (٢٠٢١ - ٢٠٢٢)

النموذج الثالث

المادة : رياضيات

التاريخ :

الصف : الثالث الثانوي العلمي

الثانوية عادة ALSAADE SCHOOL

أجب عن الأسئلة الآتية : (٤٠ درجة لكلّ سؤال)

السؤال الأول :

فيما يأتي جدولاً لتغيّرات التابع f و الذي خطه البياني (C) و المطلوب :

x	-3		2		$+\infty$
$f'(x)$	$\|\|$	$+$	0	$-$	
$f(x)$	2	$\nearrow$	3	$\searrow$	0

❶ أوجد معادلة المقارب الأفقي و معادلة المماس الأفقي للخط البياني (C) .

❷ عيّن القيم الحديّة للتابع f .

❸ أثبت أنّ للمعادلة $f(x) - 1 = 0$ حلّ وحيد في المجال $]2, +\infty[$.

❹ عيّن مجموعة حلول المتراجحة $f'(x) > 0$

❺ هل f محدود ؟ علّل ذلك .

السؤال الثاني :

لتكن الأعداد العقدية :

$$Z_1 = \sin\left(-\frac{\pi}{5}\right) + i\cos\left(-\frac{\pi}{5}\right)$$

$$Z_2 = -\sqrt{6} - i\sqrt{2}$$

$$Z_3 = \cos\frac{\pi}{5} + i\sin\frac{\pi}{5}$$

❶ اكتب بالشكل الأسي كلاً من : $Z_1 \,,\, Z_2 \,,\, Z_3$.

❷ احسب $arg(Z_1 \,.\, Z_2 \,.\, Z_3)$.

السؤال الثالث :

ليكن Z عدداً عقدياً طويلته تساوي الواحد و هو مختلف عن $(2i)$ و ليكن $\omega = \frac{1+2iZ}{Z-2i}$

❶ احسب بدلالة Z العدد $\overline{\omega}$ ثم استنتج $|\omega|$.

❷ من أجل $Z = 1 + i$ اكتب ω , ω^2 بالشكل الجبري .

السؤال الرابع :

ليكن (C) الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x) = \frac{x+3}{|x+2|+2}$

❶ ادرس قابلية الاشتقاق للتابع f عند $(x = -2)$ من اليمين ثم اكتب معادلة نصف المماس من اليمين لخط البياني في النقطة $\left(-2, \frac{1}{2}\right)$.

❷ جِد نهاية التابع f عند $-\infty$.

حلّ التمارين الآتية : (٦٠ درجة لكلّ تمرين)

التمرين الأول :

ادرس تقارب كلّ من المتتاليات :

① $U_n = \frac{5^n - 2^n}{5^n - 3^n}$ ② $V_n = \frac{3n + (-1)^n}{4n + 3}$ ③ $W_n = 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{8} - \cdots - \frac{1}{2^n}$

التمرين الثاني :

في المستوي العقدي المتجانس $(o;\vec{u},\vec{v})$ ليكن العدد العقدي $Z_A = 1+3i$ ولتكن النقطتان $\acute{M}, M$ الممثلتان بالعددين العقديين $\acute{Z}, Z$ بالترتيب حيث $\acute{Z} = iZ$ و المطلوب :

❶ عيّن طبيعة التحويل الهندسي الذي يقرن بين M و $\acute{M}$.

❷ إذا كانت B صورة A وفق التحويل السابق عيّن Z_B .

❸ ليكن Z_I العدد العقدي الممثل للنقطة I منتصف $[AB]$ احسب Z_I .

❹ أوجد Z_C حيث C هي صورة O وفق تناظر مركزه I.

❺ أثبت أن الشكل $OACB$ مربّع .

التمرين الثالث :

لتكن المتتالية $(U_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق : $U_{n+1} = 2U_n - 3 \quad , \quad U_0 = 2$

و لتكن المتتالية $(V_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق : $V_n = U_n - 3$

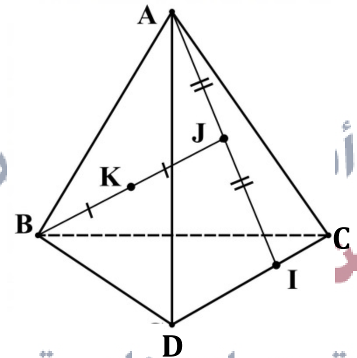
❶ أثبت أن $(V_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية .

❷ اكتب عبارة V_n بدلالة n ثم عبارة U_n بدلالة n .

❸ احسب نهاية كل من المتتاليتين $(U_n)_{n\geq 0}$ و $(V_n)_{n\geq 0}$.

❹ نضع $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$ $\quad \acute{S}_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$ احسب كُلاً من $\acute{S}_n, S_n$ بدلالة n

التمرين الرابع :



تأمل الشكل المجاور : $ABCD$ رباعي وجوه فيه : I تحقق : $2\overrightarrow{CI} = \overrightarrow{ID}$

J وَ k منتصف القطعتين $[AI]$ ، $[BJ]$ و المطلوب :

❶ عيّن $\delta, \gamma, \beta, \alpha$ حتى تكون النقطة K مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط

$(D,\delta)\ (C,\gamma)\ (B,\beta)\ (A,\alpha)$

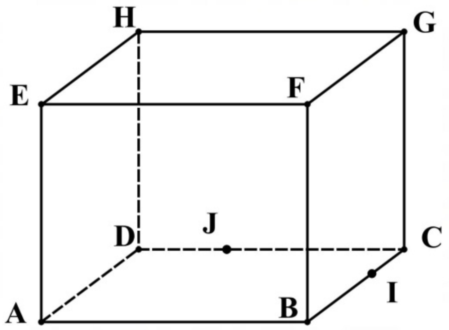
❷ عيّن موضع النقطة M التي تحقق : $2\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BI}$

حلّ المسألتين الآتيتين : (١٠٠ درجة لكلّ مسألة)

المسألة الأولى :

$ABCDEFGH$ مكعب طول ضلعه (3) و النقطتان J, I تحققان : $\overrightarrow{DJ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{DC} \quad , \quad \overrightarrow{BI} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$

و باختيار المعلم المتجانس $(D;\frac{1}{3}\overrightarrow{DA},\frac{1}{3}\overrightarrow{DC},\frac{1}{3}\overrightarrow{DH})$ والمطلوب :



❶ أوجد إحداثيات رؤوس المكعب و النقطتين I ، J .

❷ أثبت أن النقاط E ، G ، I تحدد مستوياً .

❸ جِد عددين حقيقين a و b يحققان : $\overrightarrow{HJ} = a\overrightarrow{EI} + b\overrightarrow{EG}$

ثم استنتج أن المستقيم (HJ) يوازي المستوي (EIG)

❹ إذا علمت أن K مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط $(E,1)(B,1)(C,3)(D,1)$

أثبت وقوع النقاط K ، I ، J ، E في مستوي واحد .

المسألة الثانية :

ليكن (C) الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}\backslash\{2\}$ وفق $f(x) = \frac{x^2}{2x-4}$

❶ احسب نهاية f عند أطراف مجالات مجموعة تعريفه و استنتج معادلة المقارب الشاقولي لِـ (C) .

❷ أثبت أن المستقيم d الذي معادلته $y = \frac{1}{2}x + 1$ مقارب مائل لـ (C) ثم ادرس وضع (C) مع d .

❸ ادرس تغيّرات f ونظّم جدولاً بها.

❹ ارسم كلّ مقارب لِـ (C) ثم ارسم (C) .

❺ لتكن المتتالية $(U_n)_{n\geq 0}$ معرفة وفق $U_0 = 8$ وَ $U_{n+1} = f(U_n)$

أثبت بالتدريج أن $4 < U_{n+1} < U_n$ أيّاً يكن $n \in N$ ، و استنتج أن المتتالية $(U_n)_{n\geq 0}$ متقاربة واحسب نهايتها .

* انتهت الأسئلة *

ثانوية السعادة ALSAADE SCHOOL

سلم تصحيح لمادة الرياضيات

الفئة الثالثة

تاريخ

التحليل .. 300 درجة

السؤال الأول ..

5 ① $y=0$ مقارب أفقي لـ (c) بجوار $+\infty$

5 $y=3$ مماس أفقي لـ (c)

5 ② $f(-3)=2$ قيمة صغرى محلياً

5 $f(2)=3$ قيمة كبرى محلياً

③ $f(x)-1=0 \Leftrightarrow f(x)=1$

5 f مستمر ومتناقص تماماً على المجال $]2,+\infty[$

$1 \in f(]2,+\infty[) =]0,3[$

5 إذاً للمعادلة $f(x)=1$ حل وحيد في المجال $]2,+\infty[$

5 ④ مجموعة حلول المتراجحة $f'(x)>0$ هي $x \in]-3,2[$

5 ⑤ $f([-3,+\infty[) =]0,3]$

f محدود من الأدنى والأعلى إذاً f محدود

السؤال الرابع ..

$$f(x)=\frac{x+3}{|x+2|+2}$$

① نشكل تابع نسبة التغير المعرف على $]-2,+\infty[$ وفيه

$$g(x)=\frac{f(x)-f(-2)}{x+2} \quad ; f(-2)=\frac{1}{2}$$

5 $g(x)=\dfrac{\frac{x+3}{x+4}-\frac{1}{2}}{x+2}$

$g(x)=\dfrac{\frac{2x+6-x-4}{2x+8}}{x+2}$

10 $g(x)=\dfrac{1}{2x+8}$

5 $\lim\limits_{x\to -2^+} g(x)=\dfrac{1}{4}=f'(-2^+)$

5 إذاً f اشتقاقي عند (-2) من اليمين ومعادلة نصف المماس لخط البياني في النقطة $(-2,\frac{1}{2})$

5 $y-\frac{1}{2}=\frac{1}{4}(x+2)$

$y=\frac{1}{4}x+1$

5 ② $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)=-1$

التمرين الأول ..

5 ① $U_n=\dfrac{5^n\left[1-\left(\frac{2}{5}\right)^n\right]}{5^n\left[1-\left(\frac{3}{5}\right)^n\right]}$

5 $U_n=\dfrac{1-\left(\frac{2}{5}\right)^n}{1-\left(\frac{3}{5}\right)^n}$

5 $\lim\limits_{n\to +\infty} U_n=\dfrac{1-0}{1-0}=1$

5 فالمتتالية (U_n) متقاربة من (1)

سلم تصحيح — الفئة — لمادة — تاريخ

التمرين الثالث

① 5 $\frac{V_{n+1}}{V_n} = \frac{U_{n+1}-3}{U_n-3}$

5 $\frac{V_{n+1}}{V_n} = \frac{2U_n-6}{U_n-3}$

5 $\frac{V_{n+1}}{V_n} = \frac{2(U_n-3)}{U_n-3} = 2 = q$

3 فالمتتالية $(V_n)_{n\geq 0}$ هندسية أساسها $q=2$

② 2 $V_n = V_0 \cdot q^n$

5 $V_n = -(2)^n$

5 $U_n = -(2)^n + 3$

③ 5 $\lim_{n\to+\infty} V_n = -\infty$

5 $\lim_{n\to+\infty} U_n = -\infty$

④ 2 $S_n = V_0 \cdot \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$

$S_n = -\frac{1-(2)^{n+1}}{-1}$

3 $\boxed{S_n = 1-(2)(2)^n}$

② 2 $-1 \leq (-1)^n \leq 1$

ومنه

3 $3n-1 \leq 3n+(-1)^n \leq 3n+1$

نقسم على $(4n+3)$

5 $\frac{3n-1}{4n+3} \leq U_n \leq \frac{3n+1}{4n+3}$

بما أن

5 $\lim_{n\to+\infty} \frac{3n-1}{4n+3} = \lim_{n\to+\infty} \frac{3n+1}{4n+3} = \frac{3}{4}$

اذاً حسب مبرهنة الاحاطة

3 $\lim_{n\to+\infty} U_n = \frac{3}{4}$

2 فالمتتالية (U_n) متقاربة من $\frac{3}{4}$

5 $W_n = 1-\left[\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\dots+\frac{1}{2^n}\right]$

5 $W_n = 1-\left[\frac{1}{2} \cdot \frac{1-(\frac{1}{2})^n}{1-\frac{1}{2}}\right]$

$W_n = 1-1+(\frac{1}{2})^n$

5 $W_n = (\frac{1}{2})^n$

3 $\lim_{n\to+\infty} W_n = 0$

2 فالمتتالية (W_n) متقاربة من الصفر

$S'_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$

5 $S'_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n + 3 + 3 + \dots + 3$

$S'_n = S_n + 3(n+1)$

5 $S'_n = 1 - (2)(2)^n + 3n + 3$

5 $S'_n = 4 + 3n - (2)(2)^n$

المسألة الثانية

$f(x) = \frac{x^2}{2x-4}$

1) $D_f =]-\infty, 2[\cup]2, +\infty[$

3 $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$

3 $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

3 $\lim_{x \to 2^-} f(x) = -\infty$

3 $\lim_{x \to 2^+} f(x) = +\infty$

3 ومنه $x = 2$ مقارب شاقولي لـ (c)

3 2) $f(x) - y_d = \frac{x^2}{2x-4} - (\frac{1}{2}x + 1)$

3 $f(x) - y_d = \frac{4}{2x-4}$

3 $\lim_{x \to -\infty} [f(x) - y_d] = 0$

3 $\lim_{x \to +\infty} [f(x) - y_d] = 0$

ومنه d مقارب مائل لـ (c) بجوار $-\infty$ وبجوار $+\infty$

وضع (c) مع d :

$f(x) - y_d = \frac{4}{2x-4}$

5

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f(x)-y$		$-$	‖	$+$	
الوضع النسبي		d تحت (c)	‖	d فوق (c)	

3) f معرف ومستمر واشتقاقي على $\mathbb{R} \setminus \{2\} =]-\infty, 2[\cup]2, +\infty[$

$f'(x) = \frac{2x(2x-4) - 2x^2}{(2x-4)^2}$

5 $f'(x) = \frac{2x^2 - 8x}{(2x-4)^2} = \frac{2x(x-4)}{(2x-4)^2}$

3 $f'(x) = 0 \Rightarrow 2x(x-4) = 0$

2 إما $x = 0$

2 أو $x = 4$

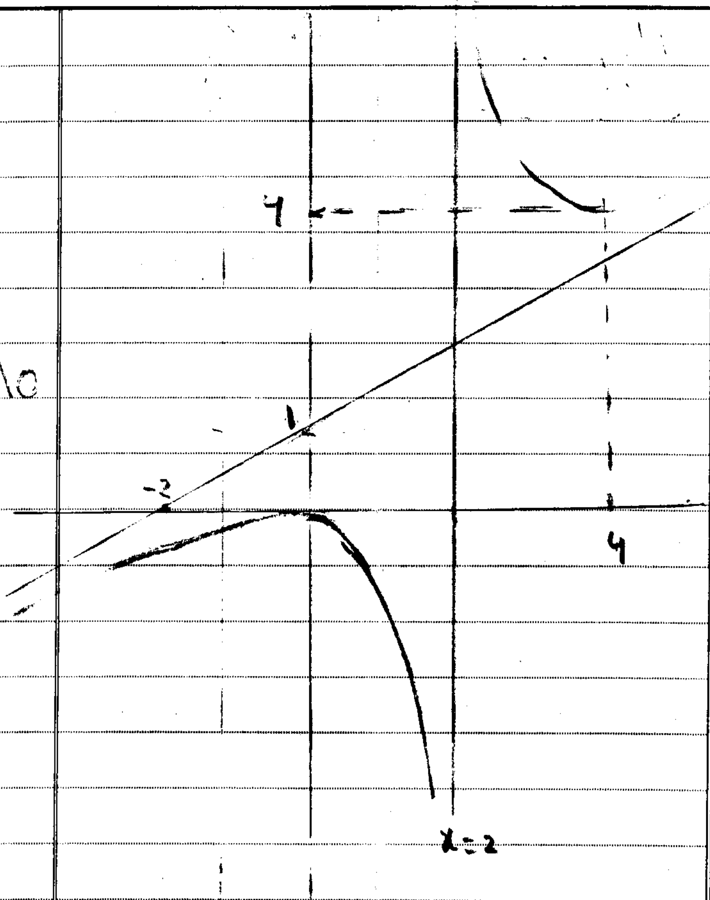
2+2 $f(0) = 0, \quad f(4) = 4$

10

x	$-\infty$		0		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	0	↘ $-\infty$	‖	$+\infty$ ↘	4	↗	$+\infty$

الثانوية السعادة ALSAADE SCHOOL	سلم تصحيح	لمادة
	الفئة	تاريخ

15



(5)

$$U_{n+1} = \frac{U_n^2}{2U_n - 4}$$

$E(n):\ 4 < U_{n+1} < U_n$

(I) القضية $E(0)$ صحيحة لأن

$4 < U_1 < U_0$

3 محققة $4 < \frac{64}{12} < 8$

(II) نفرض صحة القضية

2 $E(n):\ 4 < U_{n+1} < U_n \ ;\ n \geq 0$

(III) نبرهن صحة القضية

2 $E(n+1):\ 4 < U_{n+2} < U_{n+1}$

الإثبات:

من الفرض

2 $4 < U_{n+1} < U_n$

ومنه

2 $f(4) < f(U_{n+1}) < f(U_n)$

كون f متزايد تماماً على المجال $[4,+\infty[$

ومنه

2 $4 < U_{n+2} < U_{n+1}$

والقضية $E(n+1)$ صحيحة ومنه

2 القضية $E(n)$ صحيحة أياً كان $n \geq 0$

بما أن $4 < U_{n+1} < U_n$

5 فالمتتالية $(U_n)_{n \geq 0}$ متناقصة

ومحدودة من الأدنى بالعدد (4)

فهي متقاربة.

إيجاد النهاية: $U_{n+1} = f(U_n)$

$$f(x) = \frac{x^2}{2x-4}$$

نحل المعادلة $f(x) = x$

3 $f(x) = x \Leftrightarrow \frac{x^2}{2x-4} = x$

2 $\Leftrightarrow x^2 - 4x = 0$

2 $\Leftrightarrow x(x-4) = 0$ ، $x=0$ مرفوض ، $x=4$ مقبول

2 $\lim_{n\to+\infty} U_n = 4$

الثانوية السعادة ALSAADE SCHOOL

سلم تصحيح لمادة

الفئة الثالثة تاريخ

الجبر .. ١٤٠ درجة

السؤال الثاني .. 40 درجة

① $Z_1 = \sin(-\frac{\pi}{5}) + i\cos(-\frac{\pi}{5})$

5 $Z_1 = \cos(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{5}) + i\sin(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{5})$

3 $Z_1 = \cos\frac{7\pi}{10} + i\sin\frac{7\pi}{10}$

2 $Z_1 = e^{i\frac{7\pi}{10}}$

$Z_2 = -\sqrt{6} - i\sqrt{2}$

$r = 2\sqrt{2} \quad , \theta = \pi + \frac{\pi}{6} = \frac{7\pi}{6}$

10 $Z_2 = 2\sqrt{2}\, e^{i\frac{7\pi}{6}}$

5 $Z_3 = e^{i\frac{\pi}{5}}$

10 ② $\arg(Z_1 \cdot Z_2 \cdot Z_3) = \frac{7\pi}{10} + \frac{7\pi}{6} + \frac{\pi}{5}$

3 $= \frac{31\pi}{15}$

2 $= \frac{\pi}{15}$

السؤال الثالث: 40 درجة

$w = \frac{1+2iz}{z-2i}$

5 $\overline{w} = \frac{1-2i\bar{z}}{\bar{z}+2i}$

5 $\overline{w} = \frac{1-\frac{2i}{z}}{\frac{1}{z}+2i}$

5 $\overline{w} = \frac{z-2i}{1+2iz}$

نلاحظ

3 $\overline{w} = \frac{1}{w}$

ومنه

2 $|w| = 1$

من أجل $z = 1+i$

3 $w = \frac{1+2i(1+i)}{1+i-2i}$

5 $w = \frac{-1+2i}{1-i}$

2 $w = \frac{-1+2i}{1-i} \cdot \frac{1+i}{1+i}$

$w = \frac{-3+i}{2}$

5 $w = -\frac{3}{2} + \frac{1}{2} i$

$w^2 = (-\frac{3}{2} + \frac{1}{2} i)^2$

5 $w^2 \quad 2 - \frac{3}{2} i$

التمرين الثاني: 60 درجة

10 ① التحويل هو دوران مباشر حول (O) بربع دورة

5 ② $z_B = i z_A$

5 $z_B = -3+i$

تاريخ	الفئة	المادة	سلم تصحيح	الثانوية سعادة ALSAADE SCHOOL

$z_I = \frac{z_A + \ldots}{2}$ 3

$z_I = \frac{1+3i-3+i}{\ldots}$ 5

$z_I = -1+2i$ 2

$z_C = \ldots$ 5

$z_C = -2+4i$ 5

$\ldots = 1+3i$ 5

$z_{\vec{BC}} \ldots 1+ \ldots i$

$z_{\vec{OA}} = z_{\vec{BC}}$ 5

فإن الشكل OAB... متوازي أضلاع

التمرين الرابع ـ 60 درجة

$2\vec{C} = \vec{ID}$

10

إذا I ... الارتفاعات

10

أي $(I,3)$

وبما أن J منتصف $[AI]$ فإنه

J م.م.م للنقطتين $(A,3)$ $(I,3)$ 10

أي $(J,6)$

وبما أن ... منتصف ... فإنه 5

K م.م.م للنقطتين $(B,6)$ $(J,6)$ 5

وحسب ... الـ ...

K م.م.م للنقاط

$(A,3)$ $(B,6)$ $(D,1)$ $(C,2)$ 5

② $2\vec{BM} = \vec{BA} + \vec{BI}$

5 $2\vec{BM} = 2\vec{BJ}$

5 $\vec{BM} = \vec{BJ} \Rightarrow M = J$

المسألة الأولى ـ 100 درجة

① $A(3,0,0)$, $B(3,3,0)$

$C(0,3,0)$, $D(0,0,0)$

$E(3,0,3)$, $F(3,3,3)$ 12

$G(0,3,3)$, $H(0,0,3)$ 3

$I(1,3,0)$, $J(\ldots,1,0)$

② $\vec{IE}(2,-3,3)$ 3

$\vec{IG}(-1,0,3)$ 3

المركبات $\frac{1}{2} \neq \frac{\ldots}{-3}$ 3

غير متناسبة فالشعاعان

$\vec{IG}$, $\vec{IJ}$ غير مرتبطين 3

... الـ ...

على استقامة واحدة

تعين مستوي

الثانوية سعادة ALSAADE SCHOOL	سلم تصحيح	المادة	الفئة	تاريخ

	$\vec{HJ} = a\vec{EI} + b\vec{EG}$ (ي
10	$(0,1,-3) = a(-2,3,-3) + b(-3,3,0)$
	ومنه
3	$-2a - 3b = 0$ (1)
3	$3a + 3b = 1$ (2)
3	$-3a = -3$ (3).
3	من (3) نجد $a = 1$
3	نعوض في (2) فنجد $b = -\frac{2}{3}$
	نعوض في (1) فنجد
2	$-2 + 2 = 0$ محققة
	اذاً $\vec{HJ} = \vec{EI} - \frac{2}{3}\vec{EG}$
3	فالأشعة $\vec{EG}, \vec{EI}, \vec{HJ}$ مرتبطة خطياً
2	اذاً (HJ) يوازي المستوي (EGI)
	(4) بما أن $\vec{BI} = \frac{2}{3}\vec{BC}$ فإن I مركز
5	الأبعاد المتناسبة لـ $(B,1),(C,2)$
5	وبما أن $\vec{DJ} = \frac{1}{3}\vec{DC}$ اذاً J م.أ.م للنقطتين $(C,1),(D,2)$
	لدينا:
	K م.أ.م للنقاط
	$(E,1), (B,1), (C,3), (D,2)$
	حسب الخاصة التجميعية
	K مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط
	$(E,1), (J,3), (I,3)$

اذاً K, I, J, E تقع في مستوٍ واحد	2

الثانوية السعادة
ALSAADE SCHOOL

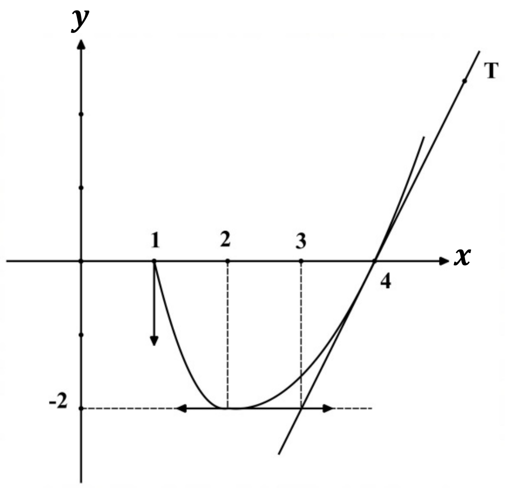
الامتحان الفصلي الأول (٢٠٢١ - ٢٠٢٢) الاسم :

النموذج الأوّل **المادة : رياضيات**

الصف : الثالث الثانوي العلمي التاريخ : ٥ /

أجب عن كلّ من الأسئلة الآتية : (٤٠ درجة لكلّ سؤال)

السؤال الأول :



ليكن (C) الخط البياني للتابع f المعرّف على المجال $[1,+\infty[$

❶ هل f اشتقاقي عند (1) ؟ علل .

❷ احسب كُلاًّ من $f'(4)$ وَ $f'(2)$.

❸ احسب : $lim_{x\to4}\frac{f(x)}{x-4}$

❹ ماهي حلول المتراجحة $f'(x)\leq 0$ ؟

❺ دلّ على القيم الحديّة للتابع f .

السؤال الثاني :

حلّ في $\mathbb{C}$ المعادلة : $Z^2=\frac{2+14\,i}{1+i}$

السؤال الثالث :

ليكن (C) الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x)=\sqrt{|9x^2-1|}$

❶ احسب $lim_{x\to-\infty}f(x)$.

❷ أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y=-3x$ مقارب مائل لِـ (C) بجوار $-\infty$ ، ثم ادرس وضع (C) مع Δ

السؤال الرابع :

نتأمل النقاط $D, C, B\ A$ التي توافق بالترتيب الأعداد العقديّة :

$$d=\frac{\sqrt{3}}{2}e^{i\left(\frac{-\pi}{6}\right)}\quad,\quad C=\sqrt{3}\,e^{i\frac{\pi}{6}}\quad,\quad b=e^{i\frac{\pi}{3}}\quad,\quad a=1$$

❶ وضّع النقاط D, C, B, A في مستوٍ مزود بمعلم متجانس .

❷ أثبت أنّ الرباعي $OACB$ معيّن .

حلّ كلاً من التمارين الآتية : (٦٠ درجة لكلّ تمرين)

التمرين الأول :

ليكن (C) الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}\backslash\{1\}$ وفق $f(x)=\frac{-2x+2}{x^3-1}$

❶ احسب $lim_{x\to1}f(x)$ ثم استنتج $lim_{x\to1}f\big(f(x)\big)$

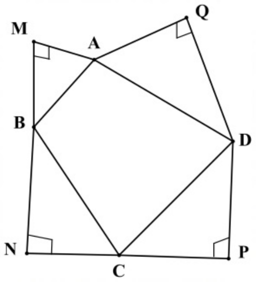
❷ عيّن التابع المشتق f' للتابع f .

❸ ليكن التابع g المعرّف على $I=\left[0,\frac{\pi}{2}\right[$ وِفق $g(x)=f(\sin x)$ أثبت أن g اشتقاقي على I ثم احسب $g'(x)$ على I

❹ باستخدام التقريب التآلفي احسب قيمة تقريبيّة لِـ $f(0.1)$

التمرين الثاني:

نتأمل في المستوي رباعي محدّب $ABCD$ ، ننشئ خارجه أربعة مثلثات قائمة ومتساوية الساقين كما في الشكل :



و لنرمز d, c, b, a, q, p, n, m إلى الأعداد العقدية

التي تمثّل النقاط D, C, B, A, Q, P, N, M

❶ إذا علمت أنّ $\acute{M}(\acute{Z})$ صورة $M(Z)$ وفق دوران مباشر ربع دورة حول $\Omega(\omega)$ أثبت أن $\omega = \frac{1}{2}(1+i)(\acute{Z} - iZ)$

❷ باستخدام الدوران المباشر ربع دورة ، استنتج الأعداد العقدية q, p, n, m

❸ تحقّق أن $q - n = i(p - m)$ ، ثم استنتج أن $MP = NQ$ وأنّ $MP \perp NQ$

التمرين الثالث:

لتكن المتتالية $(U_n)_{n\geq 1}$ المعرفة وفق $U_n = \frac{1}{4} + \frac{2}{4^2} + \frac{3}{4^3} + \cdots + \frac{n}{4^n}$

❶ أثبت بالتدريج أن $n \leq 2^n$ مهما كان العدد الطبيعي $n \geq 1$.

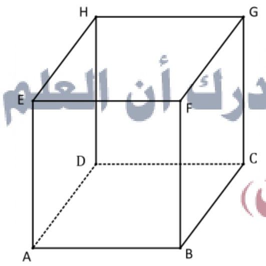
❷ استنتج عنصر راجح على المتتالية $(U_n)_{n\geq 1}$.

❸ أثبت أنّ المتتالية $(U_n)_{n\geq 1}$ متقاربة .

التمرين الرابع:

$ABCDEFGH$ مكعب طول حرفه 4 ، I نقطة تحقّق $\overrightarrow{DI} = \frac{1}{4}\overrightarrow{DC}$ ، J نقطة تحقّق $\overrightarrow{BJ} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$

نعتبر معلماً متجانساً $\left(D, \frac{1}{4}\overrightarrow{DA}, \frac{1}{4}\overrightarrow{DC}, \frac{1}{4}\overrightarrow{DH}\right)$ و المطلوب :



❶ أعطِ إحداثيّات النقاط J, G, I, H

❷ ادرس الوضع النسبي للمستقيمين (HJ) وَ (GI)

هل تقع النقاط G, I, H, J في مستوٍ واحد ؟

حلّ كلاً من المسألتين الآتيتين : (١٠٠ درجة لكلّ مسألة)

المسألة الأولى: ليكن (C) الخط البياني للتابع f المعرّف على $I =]-\infty, -3[\cup]+3, +\infty[$ وفق : $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2-9}}$

❶ جِد نهاية f عند أطراف مجالات تعريفه ، ثم استنتج معادلة كلّ مقارب أفقي أو شاقولي لِ (C) .

❷ ادرس تغيّرات التابع f و نظّم جدولاً بها ثم أوجد المستقر الفعلي للتابع f .

❸ أثبت أنّ للمعادلة $f(x) = 5$ حلّ وحيد في I .

❹ اكتب معادلة المماس للخط (C) في نقطة منه فاصلتها (5) .

❺ ارسم كل مقارب وجدته للخط (C) ثم ارسم (C) .

المسألة الثانية: في معلم متجانس $(o; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لتكن لدينا النقاط $A(3\,,\,2\,,\,6)\,,\,B(1\,,\,2\,,\,4)\,,\,C(4\,,-2\,,\,5)$

❶ أثبت أنّ النقاط C, B, A تشكّل رؤوس مثلث

عيّن نوعه واحسب مساحته ثم تحقّق أنّ معادلة المستوي (ABC) هي من الشكل $2x + y - 2z + 4 = 0$

❷ إذا كان Δ مستقيم يمرّ من النقطة o و شعاع توجيهه $\vec{u}(2, 1, -2)$ و يعامد المستوي (ABC)

أعطِ تمثيلاً وسيطياً للمستقيم Δ .

❸ أثبت أنه $H(\frac{-8}{9}, \frac{-4}{9}, \frac{8}{9})$ هي نقطة تقاطع المستقيم مع المستوي (ABC) ثم استنتج حجم رباعي الوجوه $OABC$.

❹ إذا كانت G مركز الأبعاد المتناسبة لِ $(A, 1)$ وَ $(B, 1)$ وَ $(C, 1)$ وَ $(O, 3)$

أثبت أنّ G تقع على المستقيم (OI) حيثُ I مركز ثِقل المثلث (ABC)

ثم عيّن مجموعة النقاط M من الفراغ التي تحقّق $\left\|3\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right\| = 6$

* انتهت الأسئلة *

الثانوية سعادة ALSAADE SCHOOL — سلم تصحيح ... لمادة الرياضيات الفئة ... تاريخ

التحليل 300 درجة

السؤال الأول 40 درجة

5 ① f غير اشتقاقي عند (1)

5 لأن (C) يقبل في النقطة $(1,0)$ نصف مماس شاقولي

5 ② $f'(2)=0$

5 $f'(4)=\frac{0+2}{4-3}=2$

5 ③ $\lim\limits_{x\to 4}\frac{f(x)}{x-4}=f'(4)=2$

④ حلول المتراجحة $f'(x)\le 0$

5 هي $x\in\,]1,2]$

5 ⑤ $f(1)=0$ قيمة كبرى محلياً

5 $f(2)=-2$ قيمة صغرى محلياً

السؤال الثالث 40 درجة

3 ① $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)=+\infty$

②

2 $f(x)-y_D=\sqrt{|9x^2-1|}+3x$

$\lim\limits_{x\to -\infty}[f(x)-y_D]$ من الشكل $+\infty-\infty$

عدم تعيين

عندما $x\to -\infty$ نكتب:

2 $f(x)-y_D=\frac{(\sqrt{9x^2-1}+3x)(\sqrt{9x^2-1}-3x)}{\sqrt{9x^2-1}-3x}$

2 $f(x)-y_D=\frac{-1}{\sqrt{9x^2-1}-3x}$

2 $\lim\limits_{x\to -\infty}[f(x)-y_D]=0$

ومنه Δ مقارب مائل لـ (C)

2 بجوار $-\infty$.

وضع (C) مع Δ :

$f(x)-y_D=\sqrt{|9x^2-1|}+3x$

2 $f(x)-y_D=0 \Leftrightarrow \sqrt{|9x^2-1|}=-3x$

2 نربع بشرط $x\le 0$

2 $|9x^2-1|=9x^2$

إما:

2 $9x^2-1=9x^2$

2 ومنه $-1=0$ مستحيلة

أو

2 $9x^2-1=-9x^2$

ومنه

2 $18x^2=1$

ومنه

2 $x^2=\frac{1}{18}$

2 $x=-\frac{1}{3\sqrt{2}}$ مقبول

$x=\frac{1}{3\sqrt{2}}$ مرفوض

2 $f\left(-\frac{1}{3\sqrt{2}}\right)=\frac{1}{\sqrt{2}}$

الثانوية سعادة ALSAADE SCHOOL — سلم تصحيح — المادة — الفئة — تاريخ

x	$-\infty$	$\frac{-1}{3\sqrt{2}}$	$+\infty$
$f(x)-y_\Delta$	$-$	0	$+$
الوضع النسبي	Δ تحت (C)		Δ فوق (C)

5

2 نقطة مشتركة $\left(-\frac{1}{3\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

بين (C) و Δ

التمرين الأول .. 60 درجة

$$f(x) = \frac{-2x+2}{x^3-1}$$

من الشكل عدم تعيين $\lim_{x\to 1} f(x)$

عندما $x \to 1$ نكتب

5 $f(x) = \frac{-2(x-1)}{(x-1)(x^2+x+1)}$

2 $f(x) = \frac{-2}{x^2+x+1}$

3 $\lim_{x\to 1} f(x) = \frac{-2}{3}$

5 $\lim_{x\to 1} f(f(x)) = f\left(\frac{-2}{3}\right) = \frac{-18}{7}$

2 ② f اشتقاقي على $\mathbb{R}\setminus\{1\}$

$$f'(x) = \frac{-2(x^3-1)-3x^2(-2x+2)}{(x^3-1)^2}$$

5 $f'(x) = \frac{4x^3-6x^2+2}{(x^3-1)^2}$

③

3 $g(x) = \frac{-2\sin x + 2}{\sin^3 x - 1}$

2 البسط $x \to -2\sin x + 2$ اشتقاقي على I

2 المقام $x \to \sin^3 x - 1$ اشتقاقي على I

2 ولا ينعدم على I

2 فالناتج g اشتقاقي على I

3 $g'(x) = f'(\sin x).(\sin x)'$

5 $g'(x) = \frac{4\sin^3 x - 6\sin^2 x + 2}{(\sin^3 x - 1)^2} . \cos x$

$g'(x) = \frac{\cos x(4\sin^3 x - 6\sin^2 x + 2)}{(\sin^2 x - 1)^2}$

3+3 $a = 0 , h = 0.1$ ④

2 $f(0) = -2$

2 $f'(0) = 2$

3 $f(a+h) \approx f(a) + f'(a).h$

3 $f(0.1) \approx -2 + 0.2$

3 $f(0.1) \simeq -1.8$

الثانوية سعادة ALSAADE SCHOOL — سلم تصحيح	المادة	الفئة	تاريخ

التمرين الثالث . 60 درجة

① $E(n): n \leq 2^n \;:\; n \geq 1$

I) القضية $E(1)$ صحيحة لأن

5 $1 \leq 2$ محققة

II) نفرض صحة القضية

3 $E(n): n \leq 2^n \;:\; n \geq 1$

III) نبرهن صحة القضية

3 $E(n+1): n+1 \leq 2^{n+1}$

الإثبات:

2 من الفرض $n \leq 2^n$

ومنه $2n \leq 2^{n+1}$

3 $n+1 \leq n+n \leq 2^{n+1}$

أي $n+1 \leq 2^{n+1}$

3 والقضية $E(n+1)$ صحيحة

2 ومنه القضية $E(n)$ صحيحة

أياً يكن $n \geq 1$

② وجدنا سابقاً أن

$n \leq 2^n$ أياً يكن $n \geq 1$

ومنه

$n=1 \Rightarrow \frac{1}{4} \leq \frac{2}{4}$

$n=2 \Rightarrow \frac{2}{4^2} \leq \frac{2^2}{4^2}$

$n=3 \Rightarrow \frac{3}{4^3} \leq \frac{2^3}{4^3}$;

$n=n \Rightarrow \frac{n}{4^n} \leq \frac{2^n}{4^n}$

بالجمع:

15 $U_n \leq \underbrace{\frac{2}{4}+\frac{2^2}{4^2}+\frac{2^3}{4^3}+\dots+\frac{2^n}{4^n}}$

يمثل مجموع n حداً من متتالية

هندسية أساسها $\frac{1}{2}=\frac{2}{4}$

وحدها الأول $\frac{1}{2}=\frac{2}{4}$

ومنه

5 $U_n \leq \frac{1}{2}\cdot\frac{1-(\frac{1}{2})^n}{1-\frac{1}{2}}$

$U_n \leq 1-(\frac{1}{2})^n \leq 1$

3 أي $U_n \leq 1$

3 فالعدد (1) راجح على المتتالية $(U_n)_{n\geq 1}$

③ لنبرهن أن المتتالية $(U_n)_{n\geq 1}$ متزايدة

5 $U_{n+1} = U_n + \frac{n+1}{4^{n+1}}$

3 $U_{n+1} - U_n = \frac{n+1}{4^{n+1}} > 0$

2 فالمتتالية $(U_n)_{n\geq 1}$ متزايدة.

وبما أن المتتالية $(U_n)_{n\geq 1}$ متزايدة

3 ومحدودة من الأعلى فهي متقاربة

الثانوية سعادة ALSAADE SCHOOL	سلم تصحيح	المادة	الفئة	تاريخ

المسألة الأولى ـ ١٠٠ درجة

① $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ من الشكل $\frac{-\infty}{+\infty}$ عدم تعيين

عندما $x\to-\infty$ نكتب:

5 $f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x^2(1-\frac{9}{x^2})}}$

2 $f(x)=\dfrac{x}{-x\sqrt{1-\frac{9}{x^2}}}$

2 $f(x)=\dfrac{-1}{\sqrt{1-\frac{9}{x^2}}}$

2 $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-1$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ من الشكل $\frac{+\infty}{+\infty}$ عدم تعيين

عندما $x\to+\infty$ نكتب:

$f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x^2(1-\frac{9}{x^2})}}$

$f(x)=\dfrac{x}{x\sqrt{1-\frac{9}{x^2}}}$

4 $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{1-\frac{9}{x^2}}}$

2 $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$

3 $\lim\limits_{x\to-3^-} f(x)=-\infty$

3 $\lim\limits_{x\to3^+} f(x)=+\infty$

ومنه

3 $x=-3$ مقارب شاقولي لـ (C)

3 $x=3$ مقارب شاقولي لـ (C)

3 $y=-1$ مقارب أفقي لـ (C) بجوار $-\infty$

3 $y=1$ مقارب أفقي لـ (C) بجوار $+\infty$

② f معرف ومستمر واشتقاقي على I

$f'(x)=\dfrac{\sqrt{x^2-9}-\frac{x^2}{\sqrt{x^2-9}}}{x^2-9}$

10 $f'(x)=\dfrac{-9}{(x^2-9)\sqrt{x^2-9}}<0$

15

x	$-\infty$		-3	3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	‖	$-$	
$f(x)$	-1	$\searrow$	$-\infty$ ‖	‖ $+\infty$	$\searrow$	1

المستقر الصوري

5 $f(D_f)=]-\infty,-1[\cup]1,+\infty[$

③ f مستمر ومتناقص تماماً على المجال $]-\infty,-3[$

2 $5\notin f(]-\infty,-3[)=]-\infty,-1[$

2 إذاً ليس للمعادلة $f(x)=5$ حل في المجال $]-\infty,-3[$

2 f مستمر ومتناقص تماماً على المجال $]3,+\infty[$

2 $5\in f(]3,+\infty[)=]1,+\infty[$

سلم تصحيح	المادة	الفئة	تاريخ

2 إذاً المعادلة $f(x)=5$ لها حل وحيد $\alpha\in]3,+\infty[$

مما سبق نجد أن المعادلة

2 $f(x)=5$ لها حل وحيد α في I

④ 3 $f(5)=\frac{5}{4}$

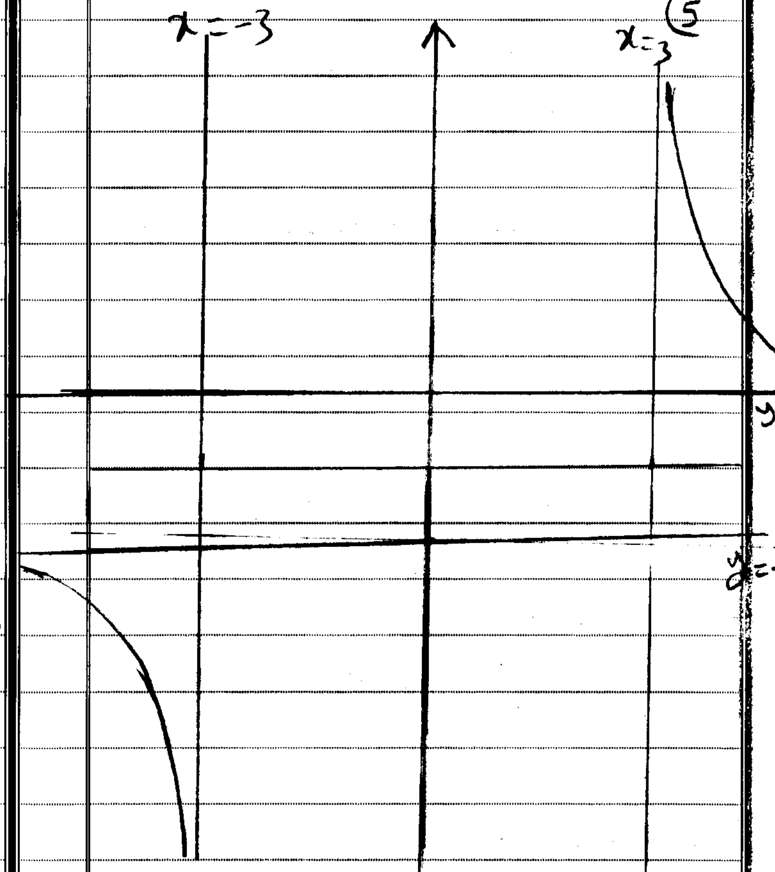
نقطة التماس $A(5,\frac{5}{4})$

3 $f'(5)=\frac{-9}{64}$

معادلة المماس في النقطة A

5 $y-\frac{5}{4}=\frac{-9}{64}(x-5)$

⑤



8 رسم المقاربات

4 رسم الخط البياني

المسألة .. 160 درجة

التمرين الرابع - 60 درجة

① $H(0,0,4)$, $I(0,1,0)$

3.5 $G(0,4,4)$, $J(1,4,0)$

② $\overrightarrow{HJ}(1,4,-4)$

10 $(HJ):\begin{cases}x=t\\y=4t\\z=4-4t\end{cases}\;;t\in\mathbb{R}$

$\overrightarrow{GI}(0,-3,-4)$

10 $(GI):\begin{cases}x=0\\y=1-3s\\z=-4s\end{cases}\;;s\in\mathbb{R}$

5 الشعاعان $\overrightarrow{GI}$, $\overrightarrow{HJ}$ غير مرتبطان خطياً لأن المركبات غير متناسبة $\frac{0}{1}\neq-\frac{3}{4}$

3 فالمستقيمان (GI) و (HJ) غير متوازيان فهما إما متقاطعان أو متخالفان

بالحل المشترك نجد

$t=0$ (1)

$4t=1-3s$ (2)

5 $4-4t=-4s$ (3)

الثانوية السعادة ALSAADE SCHOOL سلم تصحيح	المادة	الفئة	تاريخ

من (1) و (3) نجد $t=0,\ S=-1$ نعوض بالتعويض في (2) فنجد 4

2 $0=4$ غير محققة

3 فالمستقيمان متخالفان

فالنقاط G, I, H, J 3 لا تقع في مستوٍ واحد

المسألة الثانية ((100 درجة))

① 5 $\overrightarrow{AB}(-2,0,-2)$

5 $\overrightarrow{AC}(1,-4,-1)$

$\frac{-2}{1} \neq \frac{0}{-4}$ المركبات غير متناسبة ؟

2 فالشعاعان $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ غير مرتبطان خطياً

فالنقاط A, B, C لا تقع على استقامة واحدة

2 اذاً A, B, C تشكل رؤوس مثلث

2 $AB=\sqrt{4+0+4}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

2 $AC=\sqrt{1+16+1}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$

2 $BC=\sqrt{9+16+1}=\sqrt{26}$

2 $BC^2=26\ ,\ AB^2+AC^2=26$

ومنه $BC^2=AB^2+AC^2$

3 فالمثلث ABC قائم في A

$S(ABC)=\frac{1}{2}AB\cdot AC$

5 $S(ABC)=\frac{1}{2}(2\sqrt{3})(3\sqrt{2})=6$

نعوض $A(3,2,6)$ في معادلة المستوي نجد

3 محققة $6+2-12+4=0$

2 اذاً A تنتمي للمستوي.

نعوض $B(1,2,4)$ في معادلة المستوي فنجد

3 محققة $2+2-8+4=0$

2 اذاً B تنتمي للمستوي

نعوض $C(4,-2,5)$ في معادلة المستوي فنجد

3 محققة $8-2-10+4=0$

2 اذاً C تنتمي للمستوي

A, B, C لا تقع على استقامة واحدة اذاً

معادلة المستوي (ABC) هي

2 $2x+y-2z+4=0$

②

$$D:\begin{cases} x=2t \\ y=t \\ z=-2t \end{cases} \quad ; t\in\mathbb{R}$$

③ نعوض H في المعادلات الوسيطية

2 $-\frac{4}{9}=2t \Rightarrow t=-\frac{4}{9}$

2 $-\frac{4}{9}=t$

2 $\frac{8}{9}=-2t \Rightarrow t=-\frac{4}{9}$

الثانوية السعادة ALSAADE SCHOOL	سلم تصحيح	لمادة	الفئة	تاريخ

2 إذاً $H \in \Delta$

نعوض النقطة H في معادلة المستوي فنجد

$$2\left(-\frac{8}{9}\right)+\left(\frac{-4}{9}\right)-2\left(\frac{8}{9}\right)+4\stackrel{?}{=}0$$

3 تحقق $-\frac{16}{9}-\frac{4}{9}-\frac{16}{9}+4=0$

2 إذاً $H \in (ABC)$

2 ومنه H نقطة تقاطع المستقيم مع المستوي

ملاحظة: يكفي الإثبات بالحل المشترك بين المستقيم والمستوي

$(OH) \perp (ABC)$

2 $V=\frac{1}{3}S_{(ABC)} \cdot OH$

2 $OH=\sqrt{\frac{64}{81}+\frac{16}{81}+\frac{64}{81}}=\frac{12}{9}$

2 $V=\frac{1}{3}\times 6\times\frac{12}{9}=\frac{8}{3}$

$\boxed{4}$ بما أن G مركز أبعاد متناسبة لـ

$(A,1),(B,1),(C,1),(O,3)$ فإن

3 $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+3\overrightarrow{GO}=\vec{0}$

لكن

$\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=3\overrightarrow{GI}$

ومنه

2 $3\overrightarrow{GI}+3\overrightarrow{GO}=\vec{0}$

ومنه

2 $\overrightarrow{GI}+\overrightarrow{GO}=\vec{0}$

2 إذاً I, O, G على استقامة واحدة G منتصف $[OI]$

2 ومنه G تنتمي إلى المستقيم (OI)

3 $\|3\overrightarrow{MO}+3\overrightarrow{MI}\|=6$

$\|3(\overrightarrow{MO}+\overrightarrow{MI})\|=6$

2 $\|\overrightarrow{MO}+\overrightarrow{MI}\|=2$

$\|2\overrightarrow{MG}\|=2$

3 $\|\overrightarrow{MG}\|=1$

5 M ترسم كرة مركزها G ونصف قطرها (1)

سلم تصحيح	المادة	الفئة	تاريخ

الجبر ـ ١٤٠ درجة

السؤال الثالث ـ 40 درجة

$$Z^2 = \frac{2+14i}{1+i}$$

$$Z^2 = \frac{2+14i}{1+i} \cdot \frac{1-i}{1-i}$$

5 $Z^2 = \frac{2-2i+14i+14}{2}$

$Z^2 = 8+6i$

بفرض $z = x+iy$

فيكون $(x+iy)^2 = 8+6i$

ومنه

5 $x^2-y^2=8 \quad (1)$

5 $2xy = 6 \quad (2)$

5 $x^2+y^2=10 \quad (3)$

$(1)+(3) \Rightarrow x^2=9$

2 $x=3 \Rightarrow y=1$

2 $x=-3 \Rightarrow y=-1$

ومنه $Z_1 = 3+i$

$Z_2 = -3-i$

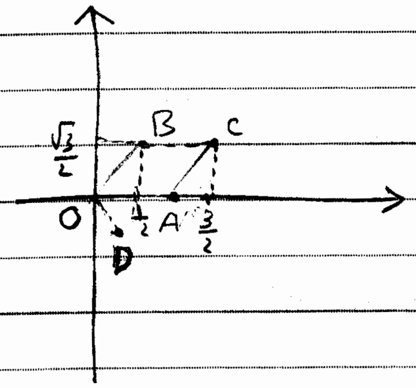
السؤال الرابع

$a=1$

5 $b = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} i$

5 $c = \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} i$

5 $d = \frac{3}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4} i$

7 

(2) $Z_{\vec{OA}} = Z_{\vec{BC}} = 1$

$OA = 1$

$OC = \sqrt{\frac{1}{4}+\frac{3}{4}} = 1$

$CB = 1$

$OB = 1$

$OA = AC = CB = OB$

والرباعي معين.

التمرين الثاني ـ 60 درجة

$z' - w = e^{i\theta}(z-w)$

$z' - w = e^{i\frac{\pi}{2}}(z-w)$

$z' - w = iz - iw$

3 $z' - iz = w - iw$

3 $z' - iz = w(1-i)$

$w = \frac{z'-iz}{1-i} \cdot \frac{1+i}{1+i}$

$w = \frac{1}{2}(1+i)(z'-iz)$

2 (2) A صورة B وفق دوران مباشر ربع دورة حول M

$m = \frac{1}{2}(1+i)(a-ib)$

2 B صورة C وفيه دوران مباشر ربع دورة حول N

3 $n = \frac{1}{2}(1+i)(b-ic)$

2 C صورة D وفيه دوران مباشر ربع دورة حول P

3 $p = \frac{1}{2}(1+i)(c-id)$

2 D صورة A وفيه دوران مباشر ربع دورة حول Q

3 $q = \frac{1}{2}(1+i)(d-ia)$

③

$q-n = i(p-m)$

$L_1 = q-n$
$= \frac{1}{2}(1+i)[d-ia-b+ic]$

$L_2 = i(p-m)$

3 $= \frac{1}{2}i(1+i)[c-id-a+ib]$

3 $= \frac{1}{2}(1+i)[ic+d-ia-b]$

$L_1 = L_2$

والعلاقة صحيحة

4 $\frac{q-n}{p-m} = i = e^{i\frac{\pi}{2}}$

3 ومنه $MP \perp NQ$

3 $MP = NQ$