جامعة الشام الخاصة   مقرر بحوث العمليات

المحاضرة السابعة   التاريخ:

مسائل النقل

مقدمة:

يعتبر نموذج النقل من اهم تطبيقات البرمجة الخطية، يبحث هذا النموذج في إيجاد القيمة الصغرى لكلفة نقل البضاعة من عدة مصادر للعرض والتي تمثل المراكز الإنتاجية او التسويقية او المصانع التي تنقل منها البضاعة الى عدد من محطات الطلب او مراكز الاستهلاك

ان الكميات المعروضة عند كل مصدر والكميات المطلوبة في كل موقع يفترض ان تكون معلومة

بالإمكان تحليل مسالة النقل (لتحديد الكميات المثلى التي ستنقل من المصادر الى المواقع بأقل كلفة ممكنة باستخدام الطريقة العامة المطبقة عند تحليل مسائل البرمجة الخطية (طريقة السيمبلكس) لكن نظرا لطبيعة مسالة النقل الخاصة فقد طورت طرق جديدة لها ميزات خاصة تجعلها ملائمة عند التحليل بشكل أفضل من طريقة السيمبلكس وان هذا الأسلوب الجديد في التحليل يختلف عن طريقة السيمبلكس في المعالجة الرياضية للمسالة لكنه من حيث المبدأ يلتقي معها باعتباره يبدا باختيار الحل الأساسي الابتدائي المقبول ومن ثم يطور هنا الحل للوصول الى الحل الأمثل الذي تكون عنده قيمة دالة الكلفة (دالة الهدف) في نهايتها الصغرى ونوضح في الفقرة التالية التعريف الرياضي لنموذج النقل

نص المسالة:

لتكن لدينا الكميات $a_1, a_2, ----a_m$ المتوفرة في المراكز A_i حيث $i = 1,2,---m$ من مادة معينة (مواد بناء – أخشاب – حبوب – حديد ----) ويراد نقل هذه الكميات إلى المراكز B_j حيث $j = 1,2,---n$ بحيث يصل إلى المركز B_j الكمية b_j من المادة ويراد إجراء عملية النقل بأقل كلفة ممكنة علما أن كلفة نقل الوحدة الواحدة من كل مركز A_i إنتاج وتصدير إلى مركز تخزين أو استيراد B_j معطاة بالمصفوفة

$$C=[c_{ij}]$$

صياغة النموذج الرياضي:

لتكن لدينا الكميات $a_1,a_2,----a_m$ المتوفرة في المراكز A_i حيث $i=1,2,---m$ من مادة معينة (مواد بناء – أخشاب – حبوب – حديد ----) ويراد نقل هذه الكميات إلى المراكز B_j حيث $j=1,2,---n$ بحيث يصل إلى المركز B_j الكمية b_j من المادة ويراد إجراء عملية النقل بأقل كلفة ممكنة علما أن كلفة نقل الواحدة من كل إنتاج وتصدير إلى مركز تخزين أو استيراد B_j معطاة بالمصفوفة

$$C=[c_{ij}]$$

إن هذه المسالة تعود إلى البرنامج الخطي التالي

إذا اســـتخدمنا الرمز x_{ij} للدلالة على الكمية المنقولة من مركز التصـــدير A_i إلى مركز الاستيراد B_j فان مجاهيل هذه المسالة يمكن ترتيبها بشكل مصفوفة

$$X=[x_{ij}]$$

وتكون كلفة النقل الكلية معطاة بالدالة الخطية التالية

$$f(x)=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}c_{ij}x_{ij}\rightarrow Min$$

ويمكن وضع شروط النقل على الشكل التالي

$$\sum_{j=1}^{n}x_{ij}\leq a_i \quad \text{حيث} \quad i=1,2,---m$$

$$\sum_{i=1}^{m}x_{ij}\leq b_j \quad \text{حيث} \quad j=1,2,---n$$

وهي علاقات خطية بالنسبة للمتحولات x_{ij} ومن تعريفنا لمفهوم الكميات x_{ij} يجب أن يكون

$$i = 1,2,---m \quad \text{و} \quad j = 1,2,---n \quad \text{حيث} \quad x_{ij} \geq o$$

الهدف من مسائل النقل:

إن الهدف من حل هذه المســـائل يتمثل في نقل المواد أو الســـلع إلى الجهات المذكورة بأقل كلفة ممكنة أو عملية توزيع لتلك المواد على الجهات المختلفة بحيث نضـــــمن تحقيق أكبر ربح ممكن مع مراعاة عدم الإخلال بشـــروط الطلب والعرض حيث انه لدينا نوعان من هذه المسائل:

النوع الأول:

مســـائل نقل مغلقة (متوازنة) في هذه المســـائل تكون المواد المنقولة تســـاوي المواد المطلوبة بتعبير أخر المواد المنقولة تساوي المواد المتوفرة بمعنى أن

$$\sum_{i=}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j$$

وفي هذه الحالة يأخذ النموذج الرياضي للمسالة المغلقة الصيغة المختصرة التالية

$$f(x) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} \rightarrow Min$$

ضمن الشروط

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i \quad \text{حيث} \quad i = 1,2,---m$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j \quad \text{حيث} \quad j = 1,2,---n$$

$$x_{ij} \geq o \quad \text{حيث} \quad j = 1,2,---n \quad \text{و} \quad i = 1,2,---m$$

النوع الثاني:

في مثل هذه المســـــائل لا يوجد تســـاوي بين العرض والطلب أو بين المواد المتوفرة والمواد المنقولة وهذا بدوره يؤدي إلى خلق حالة من عدم التوازن وتتمثل بفائض في الإنتاج أو عجز في الإنتاج ومسائل النقل التي تتميز بعدم التساوي بين العرض والطلب تسمى هذه المسائل مفتوحة (غير متوازنة) وهنا نميز حالتين

الحالة الأولى:

يكون فيها إجمالي الكميات المتوفرة أكبر من إجمالي الكميات المطلوبة والتي يعبر عنها بالعلاقة التالية

$$\sum_{i=}^{m} a_i > \sum_{j=1}^{n} b_j$$

ونسمي هذه الحالة بالمفهوم التجاري فائض في الإنتاج وفي مثل هذه الحالة نضيف إلى المراكز الاستهلاكية المحددة في المسالة مركزا وهميا $(n+1)$ أي نضيف عمود جديد إلى مصفوفة النقل ونجعل مقدار استهلاكه(طلبه) يساوي إلى الفرق بين كمية العرض الكلية والطلب الكلي أي انه يساوي

$$b_{n+1} = \sum_{i=}^{m} a_i - \sum_{j=1}^{n} b_j$$

ونجعل تكلفة النقل من جميع مراكز الإنتاج أو مراكز التصدير إلى ذلك المركز الوهمي مساوية للصفر أي نضع

$$C_{i,n+1} = 0 \quad \text{حيث} \quad i = 1,2,---m$$

وبذلك نكون قد حولنا هذا النموذج إلى نموذج متوازن يتضـــــمن (m) و $(n+1)$ مركزا استهلاكيا ونطبق عليه ما طبقناه في حالة التوازن

ويصبح النموذج الرياضي معطى بالصيغة التالية

$$f(x) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n+1} c_{ij} x_{ij} \to Min$$

ضمن الشروط التالية

$$\sum_{j=1}^{n+1} x_{ij} = a_i \quad \text{حيث} \quad i = 1,2,---m$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j \quad \text{حيث} \quad j = 1,2,---n$$

$$x_{ij} \geq o \quad \text{حيث} \quad j = 1,2,---n, n+1 \quad \text{و} \quad i = 1,2,---m$$

الحالة الثانية:

وهي الحالة المعاكسة والتي يكون فيها إجمالي الكميات المتوفرة اقل من إجمالي الكميات المطلوبة – عجز في الإنتاج – أي عندما يكون

$$\sum_{i=}^{m} a_i < \sum_{j=1}^{n} b_j$$

وفي مثل هذه الحالة نضيف إلى المراكز الإنتاجية المحددة بالمسالة مركزا إنتاجيا وهميا $(m+1)$ ونجعل مقدار ما ينتجه مساويا للفرق بين الكميتين أي نجعل كمية العرض له مساوية (a_{m+1})

$$a_{m+1} = \sum_{j=1}^{n} b_j - \sum_{i=1}^{m} a_i$$

ونجعل كلفة النقل من ذلك المركز إلى جميع المراكز الاستهلاكية مساوية للصفر أي أن

$$C_{m+1,j} = 0 \quad \text{حيث} \quad j = 1,2,---n$$

وبذلك يأخذ النموذج الرياضي لهذه الحالة الصيغة المختصرة التالية

$$f(x) = \sum_{i=1}^{m+1} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} \rightarrow Min$$

ضمن الشروط التالية

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i \quad \text{حيث} \quad i = 1,2,---m, m+1$$

$$\sum_{i=1}^{m+1} x_{ij} = b_j \quad \text{حيث} \quad j = 1,2,---n$$

$$x_{ij} \geq o \quad \text{حيث} \quad j = 1,2,---n, n+1 \quad \text{و} \quad i = 1,2,---m, m+1$$

مثال:

نريد نقل 6 أطنان من الحليب من المعمل A_1 و 3 أطنان من المعمل A_2 الى ثلاث مدن

B_1 , B_2 , B_3 حاجتها على الترتيب 4 , 2 , 3 أطنان المطلوب

اوجد النموذج الرياضي بحيث تكون تكلفة النقل اقل ما يمكن

$$C = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 5 \end{bmatrix}$$

الحل: نفرض x_{ij} للدلالة على الكمية المنقولة من المعمل A_i حيث $i = 1,2$ إلى

المدينة B_j حيث $j = 1,2,3$

نلاحظ ان

$$\sum_{i=1}^{2} a_i = \sum_{j=1}^{3} b_j$$
$$3 + 6 = 3 + 2 + 4$$

عندها يكون النموذج الرياضي

$$L = 2x_{11} + 3x_{12} + 4x_{13} + x_{21} + 3x_{22} + 5x_{23} \to Min$$

ضمن الشروط

$$\begin{aligned}
&x_{11} + x_{12} + x_{13} = 6 \\
&x_{21} + x_{22} + x_{23} = 3 \\
&x_{11} + x_{21} = 4 \\
&x_{12} + x_{22} = 2 \\
&x_{13} + x_{23} = 3 \\
&x_{ij} \geq 0 \quad ; \quad i = 1,2 \quad , \quad j = 1,2,3
\end{aligned}$$

تمارين غير محلولة

1-لدينا خمسة مشاريع B_5,B_4,B_3,B_2,B_1 تتزود بالمواد الأولية من ثلاثة مصانع A_3,A_2,A_1 حيث إن الطاقة الإنتاجية لهذه المصانع هي على التوالي 130 ، 140، 110 وحاجة كل من المشاريع هي على الترتيب 90 ، 80 ، 60 ، 40 ، 100

وكلفة نقل الوحدة بين كل مصنع ومشروع معطاة بالجدول التالي

المشاريع / المصنع	B_1	B_5	B_4	B_3	B_2
A_1	4	1	3	6	9
A_2	5	2	6	4	8
A_3	6	4	2	5	7

المطلوب صياغة النموذج الرياضي بحيث تكون تكلفة النقل اقل ما يمكن

2- لدينا خمسة مشاريع B_5,B_4,B_3,B_2,B_1 تتزود بالمواد الأولية من ثلاثة مصانع A_3,A_2,A_1 حيث إن الطاقة الإنتاجية لهذه المصانع هي على التوالي 130 ، 130، 110 وحاجة كل من المشاريع هي على الترتيب

90 ، 80 ، 60 ، 50 ، 100 وكلفة نقل الوحدة بين كل مصنع ومشروع معطاة بالجدول التالي

المشاريع / المصنع	B_1	B_5	B_4	B_3	B_2
A_1	4	1	3	6	9
A_2	5	2	6	4	8
A_3	6	4	2	5	7

انتهـــــت المحاضرة

مدرس المقرر

د. ميسم احمد جديد