المملكة العربية السعودية

وزارة التعليم
الإدارة العامة للتعليم بمنطقة مكة المكرمة
الرقم (٢٨٠)
الشئون التعليمية
إدارة نشاط الطالبات

بسم الله الرحمن الرحيم

وزارة التعليم
Ministry of Education

الحقيبة التدريبية للأولمبياد الوطني للرياضيات للمرحلة المتوسطة

تقديم المشرفة التربوية بإدارة نشاط الطالبات

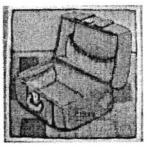
مها بكر فلاته

مديرة إدارة نشاط الطالبات

لمياء عبد العزيز بشاوري

إ. البنيان

مقدمة



حقيبـــة:

إن حقائبنا التي نحملها لا نستطيع أن نضمنها كل أغراضنا ولكن نضع فيها عادة ما نتوقع أن نحتاجه في مشوارنا، وكذلك حقيبتنا هذه فإننا لا نستطيع أن نحمل في طياتها كل أمتعتنا العلمية ولكن جعلنا فيها قدراً كافياً لفهم الفيزياء والتعامل مع مسائله الحياتية.

أولمبيـــاد:

أولمبياد هي كلمة مشتقة من مدينة أوليمبيا اليونانية وهي أول مدينة تحتضن المسابقات على مر التاريخ والتي بدأت عام ٧٧٦ قبل الميلاد...

الرياضيات:

تعرف الرياضيات بأنها دراسة القياس والحساب والهندسة. هذا بالإضافة إلى المفاهيم الحديثة نسبياً ومنها البنية، الفضاء أو الفراغ، والتغير والأبعاد. وبشكل عام قد يعرفها البعض على أنها دراسة البنى المجردة باستخدام المنطق والبراهين الرياضية والتدوين الرياضي. وبشكل أكثر عمومية، قد تعرف الرياضيات أيضاً على أنها دراسة الأعداد وأنماطها.

المحتويات:

	الموضوع	الصفحة
1	المقدمة	2
2	معادلة الدرجة الأولى في مجهول واحد	4
3	المتوسط الحسابي	7
4	التناسب الطردي	10
5	الأعداد النسبية والعمليات عليها	15
6	نظام المعادلات الخطية الآنية	17
7	تدريبات إضافية1	24
8	المساحات 1	27
9	المساحات 2	29
10	تدريبات إضافية 2	33

اليوم الأول

معادلة الدرجة الأولى في مجهول واحد

خواص التساوي :

إذا كان $a = b$ فيمكننا إضافة (أو طرح) نفس العدد من الطرفين بمعنى $a \pm c = b \pm c$.

كما يمكننا ضرب (أو قسمة) الطرفين على أي عدد غير صفري بمعنى

$$a \div c = b \div c, \quad c \neq 0 \qquad a.c = b.c,$$.

، إذا كان $a + c = b$ فإن $a = b - c$. مما يعني أنه يمكننا نقل حد من الطرف الأيسر للأيمن (أو العكس) ولكن بعكس الإشارة.

الخطوات المعتادة لحل المعادلات :

التخلص من المقامات : نجري ذلك بضرب كل حد في المعادلة في $L.C.M$ للمقامات .

I **فك الأقواس :** باستخدام قانون التوزيع .

II **نقل الحدود :** ننقل جميع الحدود التي تشمل المجهول في طرف وباقي الحدود في الطرف الآخر تبعاً للقاعدة لنقل حدود في معادلة من طرف لطرف آخر نعكس إشارتها والحدود الغير منقولة تظل إشارتها كما هي .

III **تجميع الحدود المتشابهة :** نقوم بتجميع الحدود المتشابهة حتى نصل للصورة $ax = b$ حيث a, b ثابتان .

IV **القسمة على معامل x :** عندما $a \neq 0$ يكون لدينا حل وحيد $x = \frac{b}{a}$.

تدريبات : حل المعادلات:

(1) $x + 1 = 5$

(2) $x - 4 = 6$

(3) $3x = 9$

(4) $\frac{x}{4} = 8$

(5) $2x - 3 = 17$

(6) $5x - 1 = 2x + 8$

(7) $5(x - 1) = 3(x + 7)$

مثال 1:

إذا كان 6% من عدد يساوي 24 . فما هو العدد ؟

الحل:

نفرض العدد x ، نكون المعادلة :

$$6\%x = 24$$

ومنها

$$\frac{6}{100} \times x = 24$$

وبضرب الطرفين في $\frac{100}{6}$ نحصل على

$$\frac{100}{6} \times \frac{6}{100} \times x = \frac{100}{6} \times 24$$

وبالتبسيط نحصل على

$$. \ x = 400$$

مثال2 :

اشترى أحمد جهاز حاسوب مخفضاً بنسبة 15% عن ثمنه الأصلي حيث دفع 3570 ريالاً. كم ريالاً كان الثمن الأصلي للجهاز ؟

الحل :

بفرض الثمن الأصلي للجهاز x ، ما دفعه يعادل 85% من ثمن الجهاز الأصلي ، فيمكننا تكوين المعادلة

$$\frac{85}{100}.x = 3570$$

وبضرب الطرفين في $\frac{100}{85}$ نحصل على

$$x = \frac{3570 \times 100}{85} = 4200 \text{ ريالاً}$$

وهو ثمن الجهاز الأصلي .

مثال 3 :

اشترى محمد سيارة ثم باعها فكان ثمن البيع 33000 ريال وكانت نسبة ربحه 10% فما قيمة السعر الذي اشترى به السيارة ؟

الحل :

بفرض ثمن الشراء x ، ثمن البيع يساوي ثمن الشراء مضافاً إليه الربح ومنها ثمن البيع هو

$$100\%x + 10\%x = 110\%x$$

يمكننا الآن تكوين المعادلة

$$\frac{110}{100}x = 33000$$

والتي حلها

$$x = \frac{33000 \times 100}{110} = 30000 \ .$$

مثال 4 :

تقاسم ثلاث شبان جائزة اخذ الأول $\frac{2}{5}$ الجائزة ، والثاني ثلثها ، والثالث 120 ريال . فكم قيمة الجائزة ؟

الحل :

نفرض قيمة الجائزة x ، نكون المعادلة

$$\frac{2}{5}x + \frac{1}{3}x + 120 = x \ .$$

وللتخلص من المقامات نضرب الطرفين في 15 فتتحول المعادلة إلى

$$6x + 5x + 1800 = 15x$$

ومنها

$$11x + 1800 = 15x$$

ومنها

$$1800 = 15x - 11x$$

ومنه

$$1800 = 4x$$

وبالتالي

$$\frac{1800}{4} = \frac{4x}{4}$$

وأخيراً

$$.450 = x$$

المتوسط الحسابي:

سنمر على مفهوم مهم لا غنى عنه يدخل في كثير من المسائل الحسابية .

المتوسط الحسابي لمجموعة من القيم = مجموع القيم ÷ عددها .

يمكن صياغة القانون بشكل آخر وهو:

مجموع القيم =متوسطها الحسابي × عددها .

مثال 5 :

الوسط الحسابي للأعداد $4, 9, x$ يساوي 8 فما قيمة x ؟

الحل :

لأن مجموع القيم يساوي متوسطها الحسابي ضرب عددها يمكننا تكوين المعادلة :

$$4 + 9 + x = 8 \times 3$$

ومنها

$$13 + x = 24$$

ومن ثم

$$x = 11 .$$

خاصية مهمة للمتوسط الحسابي :

إذا كانت الأعداد تكون متتابعة حسابية (أي الفرق بين كل عدد والذي يليه مقدار ثابت) فالمتوسط الحسابي للمجموعة يساوي المتوسط الحسابي للحد الأول والأخير في المجموعة .

مثال 6 :

أوجد المتوسط الحسابي للأعداد $1, 2, 3, 4, \ldots, 23$.

الحل :

لأن الأعداد تكون متتابعة حسابية (الفرق بين كل عدد والذي يليه 1) فإن الوسط الحسابي لها يساوي المتوسط الحسابي للحد الأول والأخير أي يساوي

$$\frac{1 + 23}{2} = 12 .$$

تمارين

(1) عدد طرحنا 5 من ثلاثة أمثاله كان الناتج 37 . فما هو العدد ؟

(2) إذاكان 6% من عدد ما يساوي 54 ، فما العدد ؟

(3) إذاكان $\frac{1}{5}$ عدد يساوي 25% من العدد 24 . فما هو هذا العدد ؟

(4) 3% من العدد x تساوي 6% من العدد y .ما هي نسبة العدد x إلى العدد y ؟

(5) في نهاية سنة 2013 إزداد عدد سكان إحدى المدن بنسبة 2%عن بداية السنة فأصبح 408000 . كم كان عدد سكان تلك المدينة في بداية سنة 2013 ؟

(6) في أحدى المدارس الثانوية وفي أحد الأيام $\frac{1}{12}$ من الطلاب غائبون ، وخمس الحاضرين ذهبوا رحلة مدرسية . عدد الباقين 704 طالب . فكم عدد طلاب المدرسة ؟

(7) أرض زراعية ثلثها مزروع ذرة وربعها مزروع شوفاناً والباقي 20 فداناً مزروعة حنطة ، فكم فداناً تبلغ مساحة هذا الأرض ؟

(8) قام بدر بتسليم كامل دخل بقالة والده عدا7% من المبلغ الذي يمثل مصروفه . فإذاكان مصروفه 210 ريالاً ، فما المبلغ الذي سلمه لوالده ؟

(9) إذا علمت أن

$$\frac{1}{2x+1} = \frac{1}{2+x}$$

فأوجد قيمة x .

(10) الوسط الحسابي للأعداد $4,5,9,x$ هو 7 فأوجد قيمة x .

(11) أوجد المتوسط الحسابي للأعداد $,2,3,4,....,24$.

(12) ما هو المتوسط الحسابي لمضاعفات التسعة الأولى للعدد 7 ؟

(13) إذاكان المتوسط الحسابي للكميات $2x+3, x+5, 1-3x$ هو y فما قيمة المتوسط الحسابي للعددين $5y, \frac{5}{3}y$ ؟

(14) إذاكان متوسط أعمار 6 أشخاصي يساوي 30 عاماً فإذا أخذنا أحدهم صار المتوسط 28 عاماً . فكم عمر الشخص الذي أخذناه ؟

(15) إذاكان المتوسط الحسابي لخمس أعداد صحيحة متتالية يساوي 13 فما قيمة العدد الأكبر منها ؟

(16) المتوسط الحسابي لأربع أعداد هو 210 عندما استبدل أحد هذه الأعداد بالعدد 100 أصبح المتوسط الحسابي 200 أوجد العدد الذي تم استبداله ؟

(17) لديك a, b, c, d أعداد مرتبه ترتيباً تصاعدياً إذاكان المتوسط 4 = والوسيط = 3 فأحسب متوسط a, d ؟

(18) إذاكان المتوسط الحسابي لعشرة أعداد يساوي -10 ومجموع ستة أعداد منها يساوي 60 فما هو المتوسط الحسابي للأعداد الأربعة الباقية ؟

اليوم الثاني

التناسب الطردي

إذا كانت الزيادة (أو النقصان) في أحد كميتين x, y يتبعها زيادة (أو نقصان) في الكمية الأخرى بنفس النسبة ، يقال أن x, y متناسبتان طردياً . والشكل الرياضي لذلك هو :

$$\frac{x}{y} = k \quad or \quad x = ky \quad or \quad \frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2} \quad or \quad x_1.y_2 = x_2.y_1$$

كما يقال عن a, b, c, d كميات متناسبة إذا كان $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ وهي تكافئ $a.d = b.c$.

مثال 1 :

إشترى خالد 8 دفاتر بـــ 56 ريالاً ، فكم ريالاً سيدفع إذا اشترى 20 دفتر من نفس النوع ؟

الحل :

نكون التناسب

دفتر	ريال
8	56
20	x

ومنها

$$x = \frac{20 \times 56}{8} = 140 \text{ ريالاً .}$$

مثال 2 :

يقرأ سعد 12 صفحة من كتاب الجبر في 20 دقيقة ، كم صفحة يمكنه أن يقرأ بهذه السرعة في ساعة ؟

الحل:

نكون التناسب

صفحة	دقيقة
12	20
x	60

ومنها

$$x = \frac{12 \times 60}{20} = 36 \text{ صفحة .}$$

مثال 3 :

إذا كان 25% من ثمن كتاب هو 30 ريالاً ، فكم 5% من ثمن الكتاب ؟

الحل:

نكون التناسب

نسبة	ريال
25	30
5	x

ومنها

$$x = \frac{5 \times 30}{25} = 6 \text{ ريالاً .}$$

مثال 4 :

في الصف الثالث الثانوي عدد الناجحين 60 طالباً ، ونسبة النجاح 75% . فكم عدد طلاب الصف الثالث؟

الحل:

نكون التناسب

نسبة	طالب
75	60
100	x

ومنها

$$x = \frac{100 \times 60}{75} = 80 \text{ طالباً .}$$

مثال 5 :

سبيكة معدنية تتكون من الحديد والنحاس بنسبة 4 : 3 وزناً ، فإذاكان وزن السبيكة 280 جراماً ، فكم وزن النحاس فيها بالجرامات ؟

الحل:

كل 3 جرام حديد يقابلها 4 نحاس وبالتالي يقابلها 7 مجموع يمكننا الآن تكوين التناسب

جرام نحاس	جرام مجموع
4	7
x	280

ومنها

$$x = \frac{280 \times 4}{7} = 160 \text{ وزن النحاس جراماً .}$$

حل آخر :

نفرض وزن الحديد $3x$ ، وزن النحاس $4x$ وبالتالي وزن السبيكة $7x$ ، ونكون المعادلة

$$7x = 280$$

ومنها

$$x = 40$$

وبالتالي وزن النحاس

$4x = 4 \times 40 = 160$ جراماً .

توحيد النسب

إذا كان النسبة بين عمري أحمد وخالد $k : m$ ، والنسبة بين عمري خالد وسعد هي $n : p$ ، ولإيجاد النسبة بين عمر أحمد وعمر خالد وعمر سعد لابد من جعل حد النسبة الذي يمثل خالد في النسبتين هو نفسه . لذا يمكننا أن نعيد كتابة النسب كما يلي :

النسبة الأولى

$$kn : \underline{mn}$$

النسبة الثانية

$$\underline{mn} : mp$$

فتصبح النسبة بين عمر أحمد وعمر خالد وعمر سعد هي

$kn : \underline{mn} : mp$.

مثال 6 :

ثلاث آبار للبترول تنتج 13200 برميل يومياً ، فإذاكان ما تنتجه البئر الأولى $\frac{3}{4}$ ما تنتجه البئر الثانية ، و ما تنتجه البئر الثالثة $\frac{3}{5}$ ما تنتجه البئر الأولى . فكم إنتاج البئر الثانية ؟

الحل :

الأولى	الثانية	الثالثة
3	4	
5		3

وبضرب حدي النسبة الأولى في 5 ، وحدي النسبة الثانية في 3 يمكننا إستنتاج :

الأولى	الثانية	الثالثة
15	20	9

الآن نفرض

إنتاج البئر الأولى $15x$ ، الثانية $20x$ ، الثالثة $9x$

ثم نكون المعادلة

$$15x + 20x + 9x = 13200$$

ومنها

$$44x = 13200$$

وبالتالي

$$x = 300$$

ومن ثم إنتاج البئر الثانية هو

$20x = 20 \times 300 = 6000$ برميل .

تمارين

(1) اشترى أحمد 5 أقلام بـــ 45 ريال ، فإذا اشترى أقلاماً ودفع 81 ريالاً فكم عدد الأقلام التي أشتراها ؟

(2) تقطع سيارة مسافة 200 كم في 2.5 ساعة . كم تقطع في 6 ساعات إذا سارت بالسرعة نفسها ؟

(3) يقف رجل طوله 1.8 متراً بجانب عمود كهرباء إذاكان طول ظل الرجل على الأرض يساوي 1.2 وطول ظل العمود على الأرض يساوي 9.6 متراً . فكم يبلغ ارتفاع العمود ؟

(4) في أحد المطابع يطبع 30 عامل 100 كتاب في اليوم الواحد فإذا نقص عدد العمال إلى 24 عامل . فكم كتاب يتم طبعه في اليوم ؟

(5) طريق طوله 100 كيلو متر قاموا بتخطيطه بحيث يكون كل خط طوله 8 متر والمسافة بين الخطين 2 متر . إذاكانت تكلفت تخطيط المتر الواحد تساوي نصف ريال . فكم يكلف هذا الطريق من ريال للقيام بتخطيطه ؟

(6) لدى رجل خمسة صناديق من التفاح إذا علمت أن في كل صندوق 16 تفاحة منها 12 صالحة للأكل والتفاح المتبقي فاسد . فكم عدد التفاح الفاسد في الصناديق الخمسة ؟

(7) مدرسة ثانوية للبنين قُسم طلابها إلى مجموعات بحيث تحتوي كل مجموعة على طلاب من القسم العلمي و القسم النظري بنسبة 7 : 4 فإذاكان عدد طلاب المدرسة 550 طالباً . فكم عدد: طلاب العلمي ؟

(8) إذاكانت النسبة بين زوايا مثلث هي 3 : 2 : 1 . فما قياس أصغر زواياه ؟

(9) قسم مبلغ 6000 ريال بين ثلاثة أشخاص، بحيث تكون نسبة نصيب الأول إلى نصيب الثاني 3 : 8 ونصيب الثالث نصف نصيب الأول . فما نصيب الثاني ؟

(10) قطار به 820 راكباً ، فإذاكان عدد ركاب الدرجة الأولى $\frac{3}{4}$ عدد ركاب الدرجة الثانية ، وعدد ركاب الدرجة الثانية $\frac{3}{5}$ عدد ركاب الدرجة الثالثة . فكم عدد ركاب الدرجة الأولى ؟

(11) ضبطت ساعة على الثامنة صباحاً لكنها تؤخر 20 دقيقة لكل ساعة . فكم يكون الوقت فيها إذاكان الوقت الفعلي 8 مساءً ؟

التناسب العكسي

إذا كانت الزيادة حاصل ضرب كميتين x, y يساوي مقدار ثابت يقال أن x, y متناسبتان عكسياً . والشكل الرياضي لذلك هو :

$$\boxed{xy = k \quad or \quad \frac{x_1}{x_2} = \frac{y_2}{y_1} \quad or \quad x_1.y_1 = x_2.y_2}$$.

(لاحظ أن زيادة x إلى الضعف يقتضي نقصان y إلى النصف في هذه الحالة وهكذا عموماً كلما تزيد x لابد أن تنقص y)

مثال 1 :

يحتاج 10 عمال 12 يومًا لحفر بئر لجمع الماء . ما عدد الأيام التي يحتاجها 24 عاملاً لحفر البئر نفسه (وذلك بافتراض أن قدرة جميع العمال متساوية) ؟

الحل :

بملاحظة أن زيادة العمال يقلل عدد الأيام فالتناسب عكسي :

عامل	يوم
10	12
24	x

ومنها

$$x = \frac{12 \times 10}{24} = 5 \text{ يوماً}$$

(لاحظ الضرب هنا لا يأخذ شكل مقص ، ولكن حاصل ضرب عدد العمال في عدد الأيام كمية ثابتة)

مثال 2 :

إذاكانت كمية العلف في مزرعة للدواجن تكفي 2000 دجاجة لمدة شهرين . فإذا زاد عدد الدجاج في المزرعة حتى أصبح 3000 بعدكم يوم تنفذ كمية العلف الموجودة في المزرعة ؟

الحل:

لأن زيادة عدد الدجاج تجعل عدد الأيام التي تنهي فيها كمية العلف أسرع ، فالتناسب عكسي

دجاجة	يوم
2000	60
3000	x

ومنها

$$x = \frac{60 \times 2000}{3000} = 40 \text{ يوماً}$$

تمارين

(1) في معسكر صيفي يستهلك 100 مشاركاً خزان الماء في أسبوع ، فإذا زاد عدد المشاركين 75 آخرين. فكم يوماً سيدوم هذا الخزان ؟

(2) قطع قطار مسافة بين مدينتين في 60 ساعة ، عندما كانت سرعته 100 كم في الساعة . فكم يجب أن يكون سرعة قطار آخر ليقطع المسافة نفسها في 40 ساعة ؟

(3) ينجز 30 عامل عملاً محدداً خلال 40 يوم فإذا زاد عدد العمال بمقدار 10 فكم عدد الأيام التي يمكن إنهاء العمل نفسه فيها(وذلك بافتراض أن قدرة جميع العمال متساوية) ؟

(4) أخذ 8 عمال لعمل سجادة يدوية 40 يوم فكم يلزم عدد من العمال لعمل نفس السجادة في 16 يوم (وذلك بافتراض أن قدرة جميع العمال متساوية) ؟

(5) يستطيع 10 عاملاً جني محصول معين في يوم . ما عدد العمال الذين يستطيعون جني المحصول نفسه في 6 ساعات(وذلك بافتراض أن قدرة جميع العمال متساوية) ؟

(6) وزع أحد المحسنين في أحد أيام الجمعة مبلغًا من المال على 32 محتاجاً . فكان نصيب الواحد منهم 50 ريال .وفي يوم جمعة آخر وزع المبلغ نفسه على 20 محتاجاً بالتساوي . فكم نصيب الواحد منهم ؟

(7) تملأ 5 صنابير متشابهة بركة ماء في 16 ساعة . فكم صنبوراً (من نفس النوع) نحتاج لملئها في ساعتين ؟

اليوم الثالث

الأعداد النسبية والعمليات عليها

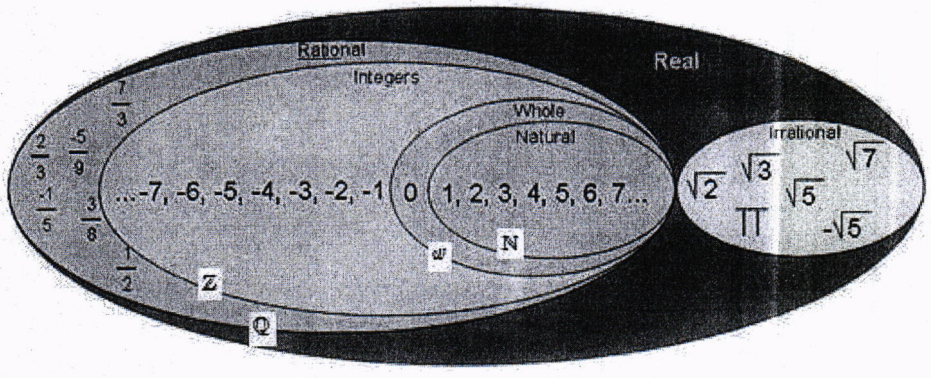
مجموعة الأعداد الطبيعية هي $\mathbb{N} = 1,2,3,4,.....$.

مجموعة الأعداد الكلية هي $w = 0,1,2,3,4,.....$.

مجموعة الأعداد الصحيحة هي $\mathbb{Z} = ...,-3-2,-1,0,1,2,3,4,.....$.

مجموعة الأعداد النسبية $\mathbb{Q}$:

العدد النسبي هو كل عدد يمكن كتابته في صورة $\frac{a}{b}$ حيث a,b عددان صحيحان ، $b \neq 0$ ، يسمى a البسط ، ويسمى b المقام .



من التعريف السابق نستنتج أن :

كل الأعداد الصحيحة أعداد نسبية فمثلاً $5 = \frac{5}{1}, -4 = \frac{-4}{1}, 0 = \frac{0}{1}$ وهكذا

أيضاً العدد $5\frac{1}{2}$ نسبي لأنه يمكن كتابته على الصورة $5\frac{1}{2} = \frac{11}{2}$ وهكذا.

أما الأعداد العشرية المنتهية فهي نسبية فمثلاً $2.03 = \frac{203}{100}, 1.7 = \frac{17}{10}, 0.3 = \frac{3}{10}$ وهكذا.

الأعداد العشرية الغير منتهية نوعان :

دورية : مثل $0.521521521... = 0.\overline{521}$, $0.333... = 0.\overline{3}$ وهي نسبية

غير دورية: مثل $0.3456742156775891....$ وهي ليست نسبية .

كتابة العدد الدوري على الصورة النسبية :

مثال (1) :

اكتب العدد $2.\overline{4}$ على الصورة النسبية .

الحل:

نفرض العدد $x = 2.\overline{4}$ وبالتالي

$$x = 2.4444444.....$$
$$10x = 24.444444....$$

وبطرح المعادلتين نتخلص من الجزء الدوري ونحصل على $9x = 22$ ومنها $x = \frac{22}{9}$.

مثال (2):

اكتب العدد $0.5\overline{134}$ على الصورة النسبية .

الحل:

لدينا

$$0.5\overline{134} = 0.5 + 0.0\overline{134}$$
$$= 0.5 + \frac{1}{10} \times 0.\overline{134}$$

نفرض العدد $x = 0.\overline{134}$ وبالتالي

$$x = 0.134134.....$$
$$1000x = 134.134134.....$$

وبطرح المعادلتين نتخلص من الجزء الدوري ونحصل على

$$999x = 134$$

ومنها

$$x = \frac{134}{999} .$$

ويصبح

$$0.5\overline{134} = \frac{1}{2} + \frac{1}{10} \times \frac{134}{999}$$
$$= \frac{5129}{9990}$$

كتابة العدد النسبي على الصورة العشرية :

أي عدد نسبي يمكن كتابته على صورة عشرية وذلك بقسمة البسط على المقام . ولدينا الحالتين :

الأولى :

إذا كان الكسر في أبسط صورة وجميع العوامل الأولية لمقامه من قوى 5 أو 2 فيكتب على صورة كسر عشري منته مثل

$$\frac{3}{10}=0.3,\quad \frac{1}{2}=0.5,\quad \frac{1}{5}=0.2,\quad \frac{7}{50}=0.14$$ وهكذا .

الثانية :

إذا كان الكسر في أبسط صورة وأحد عوامل المقام (على الأقل) ليست من قوى 5 أو 2 فيكتب على صورة كسر عشري غير منته دوري مثل

$$\frac{1}{3}=0.\bar{3},\quad \frac{5}{9}=0.\bar{5},\quad \frac{13}{99}=0.\overline{13},\quad \frac{1}{111}=0.\overline{009}$$ وهكذا .

تكافؤ عدين نسبيين :

عند ضرب أوقسمة العدد النسبي بسطه ومقامه في نفس العدد (غير الصفر) نحصل على عدد مكافئ له بمعنى

$$\frac{a}{b}=\frac{ka}{kb}=\frac{a\div k}{b\div k}, k\neq 0 .$$

القواعد الأساسية في الجمع والطرح والضرب والقسمة

قانون الإبدال : $ab=ba$, $a+b=b+a$

قانون التجميع : $(ab)c=a(bc)$, $(a+b)+c=a+(b+c)$

قانون التوزيع : $ac+bc=(a+b)c=c(a+b)$

قاعدة فك الأقواس :

لأي عددين نسبيين x,y

I $x+(y)=x+y, x+(-y)=x-y$

II $x-(y)=x-y, x-(-y)=x+y$

III $x(-y)=(-x)y=-xy, (-x)(-y)=xy$

$(-1)^n=-1$ عندما n عدد صحيح فردي ، $(-1)^n=1$ عندما n عدد صحيح زوجي

IV إذا كان المقام في كل مما يأتي ليس صفراً فإن :

$$\frac{-x}{-y}=\frac{x}{y} \quad , \quad \frac{-x}{y}=\frac{x}{-y}=-\frac{x}{y} .$$

تدريبات :

أوجد قيمة كل من :

$a)\ (-5)+7$

$b)\ -16\div 4$

$c)\ \dfrac{-3}{8}\times\dfrac{4}{9}$

$d)\ \dfrac{-3}{5}-\left(-\dfrac{1}{2}\right)$

$e)\ 1\div 3\div 4\div 5$

$f)\ \dfrac{1}{9}-\dfrac{1}{10}$

$g)\ (-3)\div 4\times 6\div(-5)$

$h)\ (-3)\times(-9)$

$n)\ -9-(-4)$

$m)\ \dfrac{-6}{35}\div\dfrac{2}{7}$

$r)\ (\dfrac{-1}{2})^5$

$k)\ \dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{3}$

$l)\ 2\times 3+7\times 5$

مثال (3) :

أكمل $123456789\times 999999999=$ .....

الحل :

$$\begin{aligned}123456789\times 999999999 &= 123456789\times(1000000000-1)\\ &= 123456789000000000-123456789\\ &= 123456788876543211\end{aligned}$$

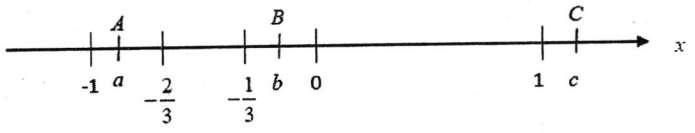
خواص للتباين :

- إذا كان $x>y$ فإن $x\pm z>y\pm z$.
- إذا كان $x>y$ فإن $xz>yz,\dfrac{x}{z}>\dfrac{y}{z}$ إذا وفقط إذا كان $z>0$.
- إذا كان $x>y$ فإن $xz<yz,\dfrac{x}{z}<\dfrac{y}{z}$ إذا وفقط إذا كان $z<0$.
- إذا كان $x>y$ وكلاهما غير صفري وله نفس الإشارة فإن $\dfrac{1}{x}<\dfrac{1}{y}$.
- إذا كانت $a<x<b, c<y<d$ فإن $a+c<x+y<b+d$.
- إذا كانت $a<x<b, c<y<d$ حيث $a,c\geq 0$ فإن $ac<xy<bd$.

ملاحظات :

لاحظ من الخاصية الأخيرة أن ضرب متباينتين مشروط بأن تكون الأعداد الأعداد a,b,c,d ليست سالبة ، كما أن طرح متباينتين أو قسمتهما لا يعطي نتيجة صحيحة في المطلق ، لذا يمنع إجراء هاتين العمليتين .

خط الأعداد



مثال (4) :

من الرسم السابق a,b,c القيم المناظرة للنقاط A,B,C تواليًا . رتب الأعداد $\frac{1}{ab},\frac{1}{b-a},\frac{1}{c}$ تصاعديًا .

الحل:

لدينا $c>1$ ومنها $\frac{1}{c}<1$.

، لدينا

$$-1<a<-\frac{2}{3}$$

ومنها

$$\frac{2}{3}<-a<1$$

ولكن

$$-\frac{1}{3}<b<0$$

بجمع المتباينتين الأخيرتين نحصل على

$$\frac{1}{3}<b-a<1 .$$

لدينا

$$ab=(-a)(-b) \text{ عدد موجب ، } \frac{2}{3}<-a<1 \text{ ، } 0<-b<\frac{1}{3}$$

بضرب المتباينتين الأخيرتين نحصل على

$$0<ab<\frac{1}{3}$$

ومنها

$$\frac{1}{ab} > 3 .$$

أخيراً الترتيب التصاعدي هو

$$\frac{1}{c} < \frac{1}{b-a} < \frac{1}{ab} .$$

تمارين

(1)أكتب على صورة عدد عشري :

$$\frac{4}{5}, \quad \frac{6}{11}, \quad \frac{33}{40}, \quad \frac{4}{33} .$$

(2)اكتب على صورة عدد نسبي :

$$0.6, \quad 1.55, \quad 2.\overline{15}, \quad 0.\overline{7}, \quad 4.8\overline{13} .$$

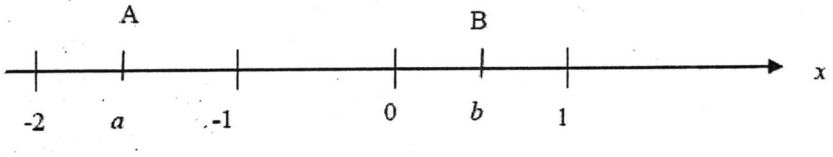
(3) يمكنك إضافة علامة واحدة من "+" أو "−" بين أي عددين متتاليين

$$1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad ..... \quad 1990 .$$

ما أصغر قيمة غير سالبة للناتج .

(4) يشير الشكل التالي أن النقطتين A, B هما المنظرتان للقيمتين a, b تواليا . إذا كانت $x = \frac{a-5b}{a+b}$.

أيهما أكبر x أم -1 ؟



(5) أوجد قيمة

$$1+2-3+4+5-6+7+8-9+.....+97+98-99 .$$

(6) أوجد قيمة

$$-1-(-1)^1-(-1)^2-(-1)^3-.....-(-1)^{99}-(-1)^{100} .$$

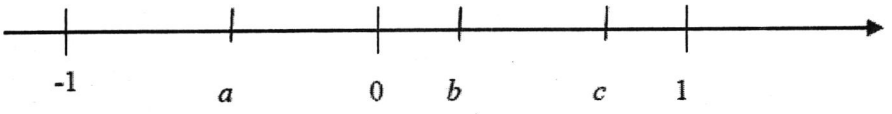
(7) في هذا النموذج من الأعداد :

$$1;\frac{1}{2},\frac{2}{2},\frac{1}{2};\frac{1}{3},\frac{2}{3},\frac{3}{3},\frac{2}{3},\frac{1}{3};\frac{1}{4},\ldots\ldots$$

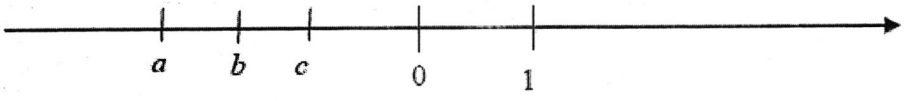
a) ما ترتيب العدد $\frac{7}{10}$.

b) ما العدد الذي ترتيبه 400 .

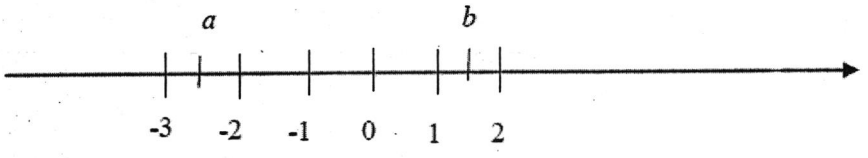
(8)من خط الأعداد الموضح أي الأعداد الأربعة أكبر $-\frac{1}{a},-a,c-b,c+a$ ؟



(9) a,b,c قيم على خط الأعداد التالي . أوجد أكبر الأعداد الثلاثة $\frac{1}{a-b},\frac{1}{c-b},\frac{1}{a-c}$.



(10) a,b موضحة على خط الأعداد التالي . أي المتباينات غير صحيح :



$A)\ |a|>|b|$ $B)\ a^2>b^2$ $C)\ a>-b$ $D)\ -a>b$

(11)إذا كان a,b عددان نسبيان ، $b<0$. رتب الأعداد $a,a-b,a+b$ تصاعدياً .

(12)قارن بين كل من الأعداد :

a) $a,\frac{a}{3}$.

b) $A=\frac{7890123456}{8901234567},B=\frac{7890123455}{8901234566}$.

c) $-\frac{2^{2000}+1}{2^{2001}+1},-\frac{2^{2001}+1}{2^{2002}+1}$.

نظام المعادلات الخطية الآنية

(1) الصورة العامة لمعادلتين خطيتين في مجهولين هو $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$.

(2) لحذف أحد المتغيرات لحل النظام نستخدم :

(i) العمليات على المعادلات المعتادة.

(ii) طريقة التعويض.

وفي كثير من الأحيان تكون الطريقة (i) أكثر فاعلية.

تدريبات :

حل كل من أنظمة المعادلتين :

(1) $\left.\begin{matrix} x + y = 15 \\ x - y = 3 \end{matrix}\right\}$ (2) $\left.\begin{matrix} 2x + y = 5 \\ x + 3y = 10 \end{matrix}\right\}$

مثال (1) :

كسر بعد تبسيطه لأبسط صورة يصبح $\frac{2}{3}$، لو أضفنا عدد صحيح إلى كل من البسط والمقام لهذا الكسر يصبح $\frac{8}{11}$ ، إذا أضفنا واحد إلى هذا العدد الصحيح وطرحنا العدد الناتج من كل من بسط ومقام هذا الكسر يصبح $\frac{5}{9}$. أوجد هذا الكسر .

الحل:

يمكننا أن نفرض الكسر يساوي $\frac{2x}{3x}$ حيث x عدد صحيح غير الصفر . وليكن y عدد صحيح ومنها

$$\frac{2x + y}{3x + y} = \frac{8}{11}$$

وهي تكافئ

$$24x + 8y = 22x + 11y$$

وهي تكافئ

$$2x - 3y = 0 \quad .$$

أيضاً لدينا

$$\frac{2x-(y+1)}{3x-(y+1)}=\frac{5}{9}$$

وهي تكافئ

$$18x-9y-9=15x-5y-5$$

وهي تكافئ

$$3x-4y=4$$

فيصبح لدينا النظام

$$\left.\begin{aligned}2x-3y&=0\\3x-4y&=4\end{aligned}\right\}$$

وبضرب المعادلة الأولى في (-4) والثانية في 3 يتحول النظام إلى الصورة

$$\left.\begin{aligned}-8x+12y&=0\\9x-12y&=12\end{aligned}\right\}$$

وبجمع المعادلتين نحصل على

$$x=12$$

ويكون الكسر المطلوب هو

$$\frac{24}{36}$$

تمارين

(1) عددان مجموعهما 36 والفرق بينهما 6 فما هما العددان ؟

(2) حل كل من الأنظمة :

$$\left.\begin{aligned} x+y&=17\\ x-y&=5\end{aligned}\right\} \quad (i) \qquad\qquad \left.\begin{aligned} 2x-y&=6\\ x+4y&=9\end{aligned}\right\} \quad (ii)$$

(3) اشترى تاجر 120 آلة حاسبة بثمن x ريالاً لكل منها واشترى 100 كتاباً بثمن y ريالاً لكل منها. ثم وضع 6 الآت حاسبة و 5 كتب في كل كيس وباع الكيس بمبلغ $9x+6y$ ريالاً. إذا كان المبلغ الذي دفعه التاجر ثمن الآلات الحاسبة والكتب هو 8000 ريالاً وكانت نسبة ربحه تساوي 38% فجد كلاً من x و y.

(4) ذهبت لينا وباسمة للتسوق معاً. اشترت لينا 2 كغم من اللحم و 6 كغم من السمك ودفعت ثمن مشترياتها 224 ريالاً. أما باسمة فاشترت ضعف كمية اللحم ونصف كمية السمك التي اشترتها لينا ودفعت ثمن مشترياتها 250 ريالاً. ما ثمن كيلو غرام اللحم ؟

(5) اشترى علي خمسة أشمغة من النوع الممتاز واستنتج أنه يستطيع توفير 100 ريال لو أنه اشترى خمسة أشمغة من النوع الجيد عوضاً عن أشمغة النوع الممتاز. أما سعيد فاشترى تسعة أشمغة من النوع الممتاز ووجد أن بإمكانه أن يشتري ثلاثة أشمغة أخرى لو غير رأيه واشترى النوع الجيد. ما ثمن الشماغ من النوع الجيد ؟

تدريبات إضافية

(1) متوسط ثلاث أعداد A,B,C هو a ، متوسط A,B هو b . أوجد قيمة C.

(2) إذا كان سعر قميص وقبعة وزوج من الأحذية هو a ريالاً ، وسعر القميص يزيد بمقدار b ريال عن زوج الأحذية ، سعر القميص يزيد بمقدار c ريال عن القبعة . أوجد سعر زوج الأحذية .

(3) يوجد كومتين من أوراق الطباعة على طاولة . الكومة الأولى تزيد بمقدار a كجم عن الثانية . إذا علمت أنه قد استخدم b كجم من كل كومة وأصبحت الكومة الأولى m ضعف الكومة الثانية . أوجد وزن كل كومة.

(4) يوجد عدد a من الدجاج والأرانب ، فإذا كان عدد أرجلهم b .فأوجد عدد الأرانب .

(5) يوجد سلتان للتفاح ، إذا أخذنا a تفاحة من الأولى ووضعناهم في الثانية أصبح عدد التفاح متساوي في السلتين ، بينما إذا أخذنا b تفاحة من الثانية ووضعناهم في الأولى أصبح عدد التفاح في الأولى ضعف الثانية . أوجد عدد التفاح في كل من السلتين .

(6) بعد 10 إختبارات . متوسط درجات الطلاب العشر الأوائل هو a درجة ، ومتوسط درجات الطلاب الثمانية الأوائل هو b درجة . فإذا كان الطالب التاسع درجته تزيد بمقدار c درجة عن الطالب العاشر . فأوجد درجة الطالب العاشر .

(7) تقابل حصان وحمار في الطريق . فقال الحمار للحصان :" إذا أعطيتني شنطة من حمولتك ، صارت حمولتي ضعف حمولتك. " رد الحصان:" بل لو أعطيتني شنطة من حمولتك لتساوت حمولتينا ." أوجد عدد الشنط على الحمار .

(8) لدى A,B,C,D جميعهم 45 كتاب . إذا نقصت كتب A كتابين ، وزادت كتب B كتابين ، وضعفت كتب C ، ونصفت كتب D . لأصبح عدد الكتب لديهم متساوي . كم عدد الكتب لدى A ؟

(9) مجموعة من الطلاب ينظفون منطقتين في مدرستهم ، مساحة المنطقة A مرة ونصف مساحة المنطقة B ، في الصباح (نصف اليوم) كان عدد الطلاب الذين ينظفون المنطقة A ثلاثة أمثال عدد الطلاب الذين ينظفون المنطقة B ، وبعد الظهر (النصف الآخر من اليوم) كان $\frac{7}{12}$ من الطلاب ينظفون المنطقة A والباقيين ينظفون المنطقة B . في نهاية اليوم انتهى العمل في المنطقة A ، بينما المنطقة B تحتاج إلى 4 طلاب يعملوا يوماً إضافياً حتى ينتهي العمل فيها . السؤال كم عدد الطلاب في تلك المجموعة ؟

(10) هناك نوعان من المستودعات ، عدد أجهزة التلفاز في الأول ثلاثة أمثال الثاني ، وإذا نقل 30 جهاز تلفاز من الأول إلى الثاني أصبح عدد أجهزة التلفاز في الثاني $\frac{4}{9}$ الأول . أوجد عدد أجهزة التلفاز في الثاني .

(11) كان هناك 140 من قطع الشوكولاتة السوداء والشوكولاتة البيضاء على الرف . بعد أن بيعت ربع الشوكولاتة السوداء وأضاف أمين مخزن 50 قطعة شوكولاته بيضاء آخرى على الرف . فإن عدد قطع الشوكولاتة البيضاء يكون ضعف عدد تلك السوداء .أوجد عدد قطع الشوكولاتة السوداء في البداية.

(12) النسبة بين أعداد تلاميذ في مجموعتين هي 1 : 4 . إذا نقل 15 تلميذا من المجموعة الأولى إلى المجموعة الثانية سيصبح هناك نفس العدد من التلاميذ في كل مجموعة .كم عدد التلاميذ الذين يجب تحويلهم من المجموعة الأولى إلى المجموعة الثانية بحيث تصبح النسبة 7 : 3 ؟

اليوم الرابع

المساحات1

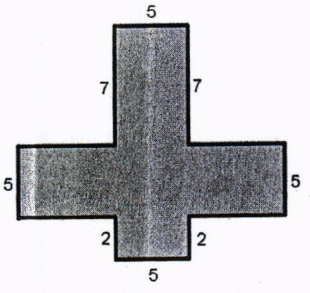
مساحة المربع = مربع طول ضلعه ($A = s^2$).

مساحة المستطيل = حاصل ضرب طول قاعدته في طول إرتفاعه ($A = b \cdot h$).

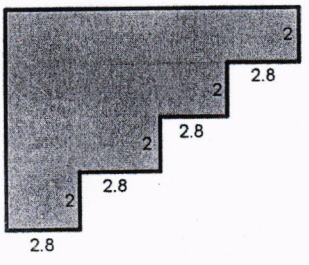
تدريبات

في التدريبات من $1 - 6$ وعلى الأشكال التالية إذا كان كل ضلعين متتاليين متعامدين فأوجد مساحة كل شكل.

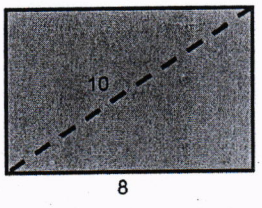
.1



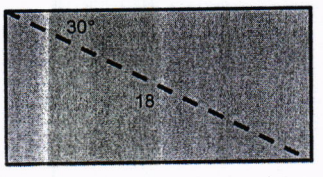
.2



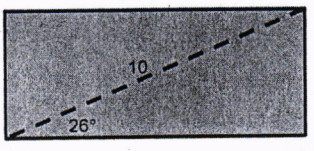
.3



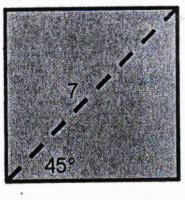
.4



.5

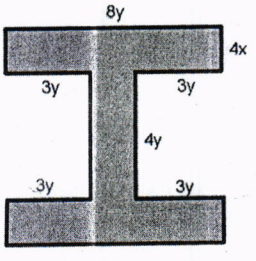


.6

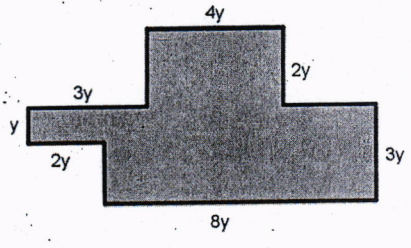


في التدريبات من $7,8$ وعلى الأشكال التالية أوجد المساحة بدالالة x, y .

.7



.8



9.إذا كانت أطوال أضلاع ثلاثة مربعات هي $2 + s, s + 1, s$ ، وكان مجموع مساحات هذه يساوي 365 ، فأوجد قيمة s .

10.مستطيل طوله ثلاثة أضعاف عرضه ومساحة سطحه تساوي $432cm^2$ ، أوجد طول بعدي المستطيل.

11.إذا كانت مساحة شكل تساوي $3x^2 + 3x - 18$ ، ماهي القيم الممكنة للمتغير x .

مساحة متوازي الأضلاع = حاصل ضرب طول قاعدته في طول إرتفاعه ($A = b \cdot h$).

مساحة المثلث= نصف حاصل ضرب طول قاعدته في طول إرتفاعه ($A = \frac{1}{2} b \cdot h$).

ملاحظات هامة سوف تساعدك في حل التدريبات :

1. في المثلث القائم الزاوية :

مساحة المربع المنشأ على الوتر = مجموع مساحتي المربعين المنشأين على ضلعي القائمة

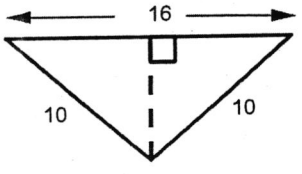
الضلع المقابل للزاوية التي قياسها $30°$ = $\frac{1}{2}$ طول الوتر

مساحة المعين= نصف حاصل ضرب طول قطريه ($A = \frac{1}{2} d_1 \cdot d_2$).

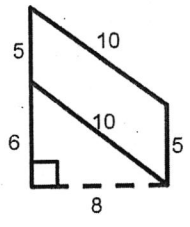
تدريبات

في التدريبات من 12 – 17 أوجد مساحة كل شكل.

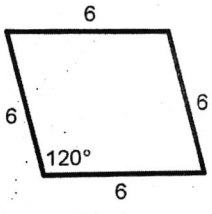
.12



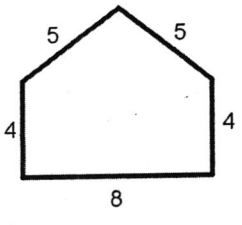
.13



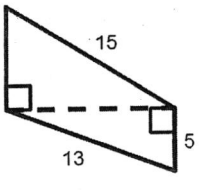
.14



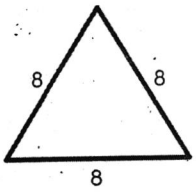
.15



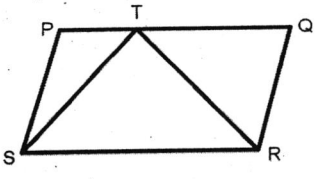
.16



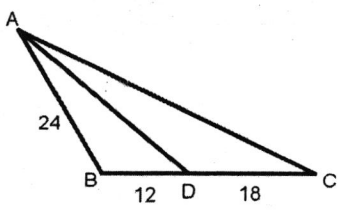
.17



18.على الشكل المجاور : إذا كانت مساحة متوازي الأضلاع $PQRS$ تساوي 36 فأوجد مساحة ΔTRS .



19. على الشكل المجاور :



i) أوجد النسبة بين مساحتي المثلثين ABD, ADC .

ii) إذا كانت مساحة ΔABC تساوي 240 فأوجد طول ارتفاع المثلث من الرأس C إلى الضلع AB .

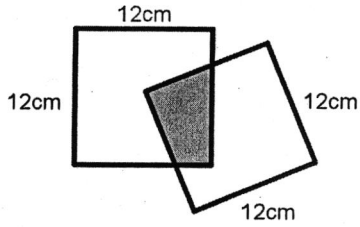
في التدريبات التالية أوجد مساحة كل شكل

20. معين طول محيطه يساوي 40 وطول أحد قطريه 12.

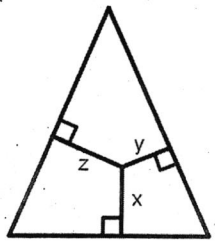
21. مثلث متطابق الأضلاع طول ضلعه 12.

22. مستطيل طوله يساوي 24 مرسوم داخل دائرة طول نصف قطرها 13 .

23. على الشكل المجاور:



مربعان طول ضلع كل منهما 12، فإذاكانت رأس أحدهما تقع على مركز الآخر فأوجد مساحة الجزء المظلل.

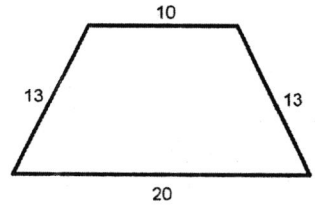


24. على الشكل المجاور: مثلث متطابق الأضلاع طول ضلعه 2، رسمت من نقطة داخله ثلاثة ارتفاعات أطوالها x, y, z . أوجد $x + y + z$.

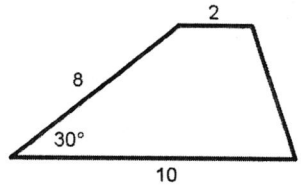
مساحة شبه المنحرف =حاصل ضرب نصف مجموع القاعدتين المتوازيتين والإرتفاع $A = \frac{1}{2}h(d_1 + d_2)$.

في التدريبات من $6 - 1$ وعلى الأشكال التالية ، أوجد مساحة كل شكل.

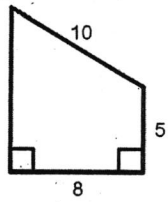
1.



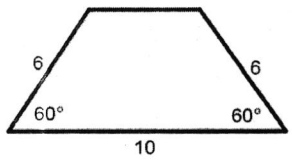
2.



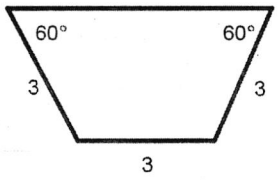
3.



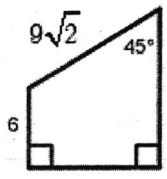
.4



.5



.6

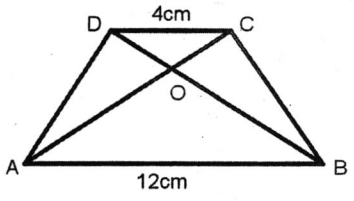


تدريبات

7. شبه منحرف متطابق الضلعين طولا قاعدتيه المتوازيتين يساويا 12,28.

i) أوجد ارتفاع متوازي الأضلاع. *ii*) أوجد محيط شبه المنحرف.

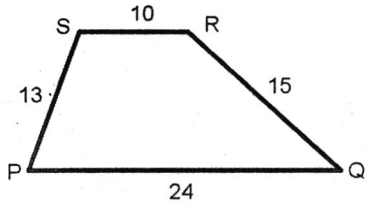
8. على الشكل المجاور: $ABCD$ شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين يساويا 4,12. أوجد النسبة بين مساحتي كل من:



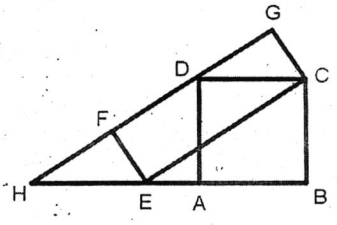
i) $\Delta ABD, \Delta ABC$.

ii) $\Delta AOD, \Delta BOC$.

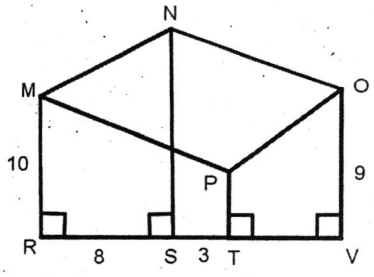
ii) $\Delta ABD, \Delta ADC$.



9. على الشكل المجاور: أوجد مساحة شبه المنحرف.



10. على الشكل المجاور: أثبت أن مساحة المربع $ABCD$ تساوي مساحة المستطيل $EFGD$.



11. على الشكل المجاور: $NS = 16$، أوجد مساحة متوازي الأضلاع $MNOP$.

اليوم الخامس

المساحات2

محيط الدائرة : $C = 2\pi r$
مساحة الدائرة : $A = \pi r^2$

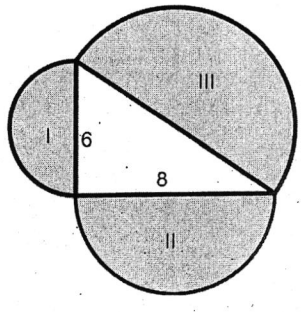
تدريبات

في التدريبات من $1-8$ أكمل الجدول (لا تقوم بالتعويض عن قيمة π).

	1	2	3	4	5	6	7	8
نصف القطر	7	120	$\frac{5}{2}$	$6\sqrt{2}$	؟	؟	؟	؟
المحيط	؟	؟	؟	؟	20π	12π	؟	؟
المساحة	؟	؟	؟	؟	؟	؟	25π	50π

9. ايهما أفضل، أن تشتري بيتزا محيطها 10أنشات بسعر 4 دولارات أو بيتزا محيطها 15أنشات بسعر 7 دولارات.

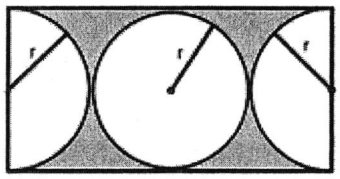
10. على الشكل المجاور: ثلاثة انصاف دوائر منشأة على أضلاع مثلث قائم الزاوية:



a) أثبت أن: مساحة III = مساحة II + مساحة I.

b) بفرض أن ضلعي القائمة هما a,b والوتر c اثبت أن مساحة III = مساحة II + مساحة I.

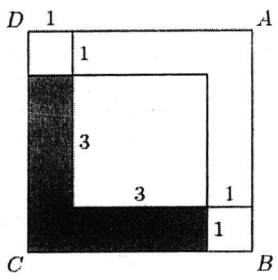
11. على الشكل المجاور: أوجد مساحة الجزء المظلل بدلالة r.



تدريبات إضافية

1.على الشكل المجاور :

$ABCD$ مربع رسم داخله ثلاث مربعات حسب الطوال الموضحة . أوجد مساحة الجزء المظلل

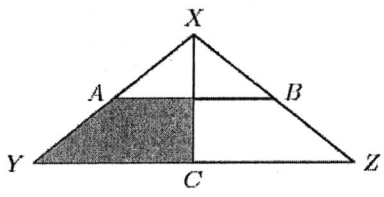


2.على الشكل المجاور :

إذا كانت مساحة المثلث XYZ تساوي 8 وحدة مربعة.

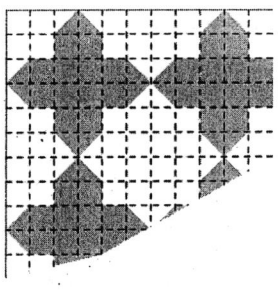
النقطتان A, B منتصفي الضلعين المتطابقين $\overline{XY}, \overline{XZ}$.

العمود $\overline{XC}$ ينصف $\overline{YZ}$. اوجد مساحة الجزء المظلل.



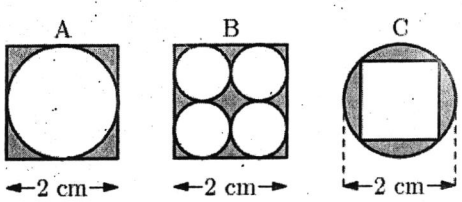
3.على الشكل المجاور :

نوعان من البلاط (غامق ، فاتح) إذا أردنا استخدام النوعين للحصول على الشكل الموضح. ماهي نسبة البلاط الغامق إلى الفاتح .



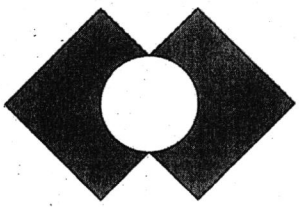
4.على الشكل المجاور :

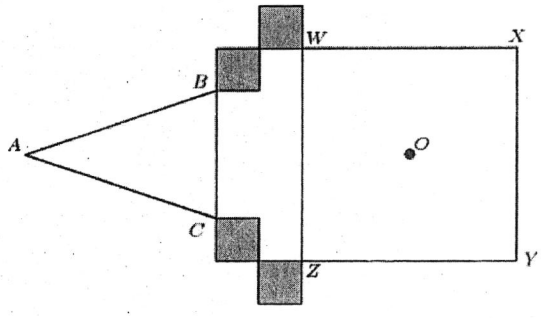
ثلاثة اشكال A, B, C تمثل علاقة بين دوائر ومربعات أوجد اكبر منطقة مظللة بين الأشكال الثلاثة.



5.على الشكل المجاور :

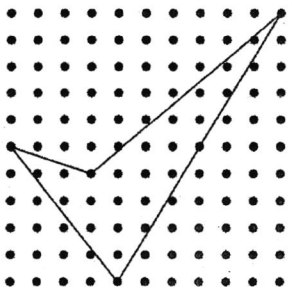
مربعان متطابقان طول ضلع ضلعيهما 4 يتقاطعان عند منتصف ضلعي التقاطع كما بالشكل . قطر الدائرة الموضحة هو القطعة الواصلة بين نقطتي التقاطع . أوجد مساحة الجزء المظلل





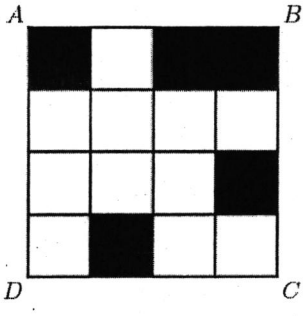
6.على الشكل المجاور :

$XYZW$ مربع مساحته $25cm^2$. النمربعات الأربعة المتطابقة والمظللة طول ضلع كل منها . المثلث المتطابق الضلعين ABC فيه $AB = AC$. إذا طوينا المثلث ABC على BC فإن الرأس A ينطبق على النقطة O والتي هي مركز المربع $XYZW$. أوجد مساحة المثلث ABC .



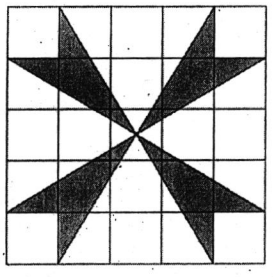
7.على الشكل المجاور :

شبكة تربيعية المسافة العمودية والرأسية كل منها يساوي $1cm$. أوجد المساحة داخل الشكل الرباعي المقعر المحدد بالقطع المستقيمة الأربعة.



8.على الشكل المجاور :

ماهو أقل عدد ممكن من المربعات الذات اللون الأسود يجب تلوينها لكي يكون قطر المربع الكبير BD محور تماثل للشكل كاملاً



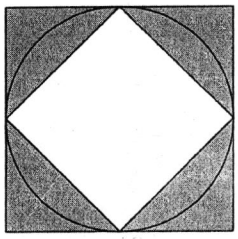
9.على الشكل المجاور :

شبكة تربيعية 5×5 المسافات ألأفقية والرأسية بها تساوي $1cm$. أوجد مساحة الجزء المظلل.

10.على الشكل المجاور :

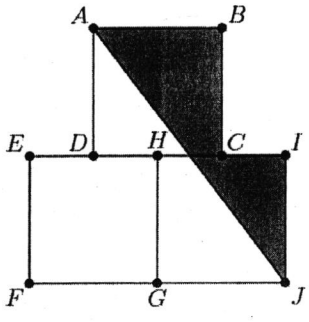
هو التصميم الفائز والذي قدمه أحد الطلاب في مسابقة المدرسة وفيه الدائرة الصغرى نصف قطرها 2 . فإذا زاد نصف قطر الدائرة التي تليها 2 ثم الذي تليها وبنفس القيمة. أوجد نسبة اللون الأسود في التصميم.

11.على الشكل المجاور :



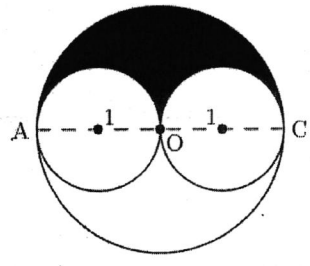
دائرة نصف قطرها 1 رسمت داخل مربع وتحيط بمربع آخر أوجد النسبة بين الجزء المظلل في الدائرة إلى الجزء المظلل بين المربعين.

12.على الشكل المجاور :



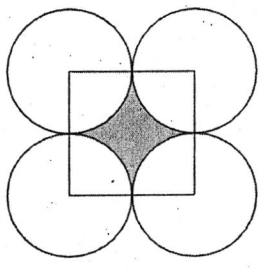
ثلاثة مربعات متطابقة ، النقطتان C, D منتصفي IH, EH . ما هي النسبة بين مساحة المضلع المظلل إلى مجموع مساحات المربعات الثلاثة.

13.على الشكل المجاور :



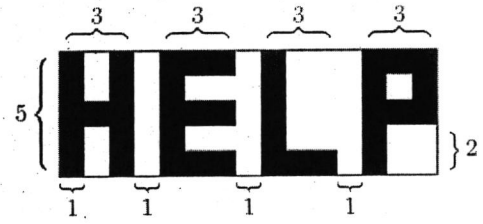
دائرتان نصف قطر كل منها 1 مرسومتان داخل دائرة كبري يمساها من داخلها عند A, C . إذا كانت الدائرتين المتطابقتين يتماسان عند مركز الدائرة الكبري O. أوجد النسبة بين مساحة المنطقة المظللة إلى مساحة إحدي الدائرتين الأصغر .

14.على الشكل المجاور :



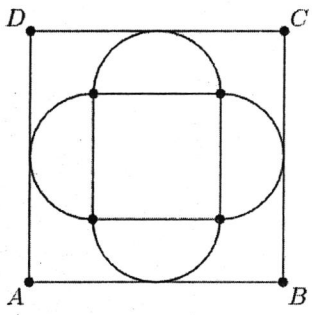
أربعة دوائر نصف قطر كل منها 3، تم وضعها بحيث تكّون القطع الواصلة بين مراكزها مربعاً. أوجد مساحة المنطقة المظللة.

15.على الشكل المجاور :



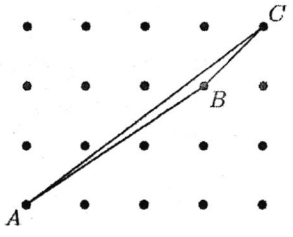
كتبنا كلمة HELP بحروف باللون الأسود بقلم سُمكة 1 $ABCD$ داخل ورقة بيضاء مستطيلة الشكل أبعادها 5×15. أوجد مساحة الجزء الأبيض المتبقي في الورقة.

16.على الشكل المجاور :



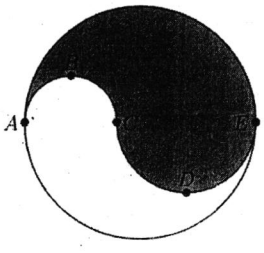
خارج المربع الأصغر والذي طول ضلعه 4 رسمنا أربعة أنصاف دوائر بحيث قطر كل منها هو أحد أضلاع هذا المربع . إذا رسمنا المربع الأكبر $ABCD$ بحيث تمس أضلاعة أنصاف الدوائر الأربعة وتوازي أضلاع المربع المناظرة لها. أوجد مساحة المربع $ABCD$

17.على الشكل المجاور :



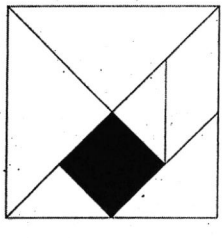
شبكة تربيعية المسافة العمودية والرأسية كل منها يساوي $1cm$.
أوجد مساحة المثلث ABC

18.على الشكل المجاور :



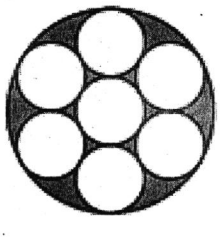
القطر ACE تقسمه النقطة C بنسبة $2:3$. نصفي الدائرتين ABC, CDE أوجد النسبة بين المساحة المظللة والمساحة غير المظللة داخل الدائرة.

19.على الشكل المجاور :



أوجد النسبة بين المساحة المظللة ومساحة المربع

20.على الشكل المجاور :



كل دائرة صغرى نصف قطرها يساوي 1، الدائرة الصغرى في الوسط تمس الدائرات الست الصغرى الأخرى المحيطة بها، وكل دائرة صغرى تمس تمس دائرتين من الدوائر الصغرى والدائرة الكبرى .أوجد مساحة المنطقة المظللة.