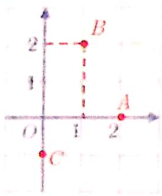



① ليكن $x$ عدداً عقدياً تمثله نقطة $M$ في المستوي. وليكن $z_1 = 2 + xi$ و $z_2 = 3 + x + 4i$. اكتب $z_1$ و $z_2$ بالشكل الجبري في حالة $M = A$ أو $M = B$ أو $M = C$، حيث $A$ و $B$ و $C$ مبينة في الشكل المجاور.

② نعطى العددين العقديين $z_1 = \dfrac{\sqrt{6} - i\sqrt{2}}{2}$ و $z_2 = 1 - i$.

❶ اكتب بالشكل المثلّثي كلاً من الأعداد $z_1$ و $z_2$ و $\dfrac{z_1}{z_2}$.

❷ اكتب بالشكل الجبري $\dfrac{z_1}{z_2}$.

❸ استنتج أنّ $\cos\dfrac{\pi}{12} = \dfrac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$ و $\sin\dfrac{\pi}{12} = \dfrac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$.

④ اكتب بالشكل المثلّثي كلاًّ من الأعداد العقديّة ال

❶ $$z = \left(\cos\frac{\pi}{8} + i\sin\frac{\pi}{8}\right)^6$$ ❷

❸ $$z = (1+i)\left(\cos\frac{\pi}{9} + i\sin\frac{\pi}{9}\right)$$ ❹

④ احسب جداء الضرب $(z^2+2z+5)(z^2+2z-3)$ ثُمّ حلّ في $\mathbb{C}$ المعادلة

$$z^4+4z^3+6z^2+4z-15=0$$

نهدف إلى حل المعادلة $z^3 - 3z^2 + 3z + 7 = 0$ (1)

① علّل وجود كثير حدود من الدرجة الثانية $Q$ يحقّق: $z^3 - 3z^2 + 3z + 7 = (z+1)Q(z)$.

② عيّن $Q$ ثُمّ حلّ المعادلة $Q(z) = 0$.

③ لتكن $A$ و $B$ و $C$ نقاط المستوي التي تمثل حلول المعادلة (1) أثبت أنّ $ABC$ مثلّث متساوي الأضلاع.

مهم جدا

**2** ① اكتب بالشكل الأسّي حلول المعادلة :

$$(z^2 + 3\sqrt{3}z + 9)(z^2 - 3\sqrt{3}z + 9) = 0 \qquad (1)$$

② أثبت أنّ النقاط $A$ و $B$ و $C$ و $D$ التي تمثل جذور المعادلة السابقة هي رؤوس م

**5** اكتب بالشكل الجبري كلاً من العددين:

$$z_1 = \frac{\cos x + i \sin x}{\cos x - i \sin x} \quad \text{و} \quad z_2 = (3+i)^4$$

**6** ليكن $z$ و $z'$ عددين عقديين. أثبت أنّ:

**16** عيّن في كل حالة مجموعة الأعداد العقدية $z$ التي تحقّق الشرط المعطى

① المقدار $(z+1)(\overline{z}-2)$ حقيقي.

② العدد $z$ مختلف عن $4i$ و $\dfrac{z+2i}{z-4i}$ عدد حقيقي.

**11** حلّ في $\mathbb{C}$ المعادلة $z^3-(3+4i)z^2-6(3-2i)z+72i=0$ إذا علمت أنها تقبل حلاً تخيليّاً بحتاً.

② لتكن النقاط $A$ و $B$ و $C$ و $D$ التي تمثّلها الأعداد العقدية:

$$z_D = -3 - i \text{ و } z_C = \frac{1}{2} - \frac{3}{2}i \text{ و } z_B = \frac{7}{2} + i \text{ و } z_A = \frac{3}{2}i$$

❶ وضّع النقاط $A$ و $B$ و $C$ و $D$ في شكل.

❷ ما طبيعة الرباعي $ABCD$ ؟

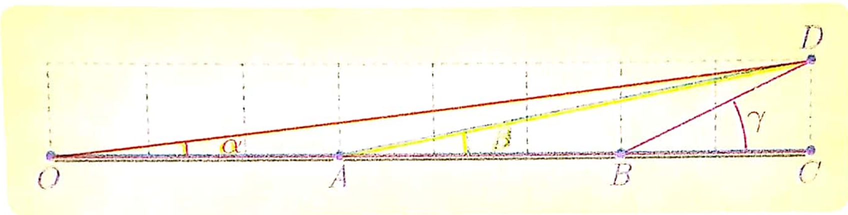
③ لتكن النقطتان $A$ و $B$ اللتان تمثلهما الأعداد العقدية : $z_A = 2(1 + i\sqrt{3})$ و $z_B = 2(1 - i\sqrt{3})$

❶ أثبت أنّ $A$ و $B$ تنتميان إلى الدائرة التي مركزها $O$ ونصف قطرها يساوي $4$.

❷ جد العدد العقدي المُمثّل للنقطة $C$ التي تجعل $O$ مركز ثقل المثلث $ABC$.

❸ ما طبيعة المثلّث $ABC$ ؟

**7** تأمّل الشكل واحسب المجموع $\alpha + \beta + \gamma$، حيث $\alpha$ و $\beta$ و $\gamma$ هي القياسات الأساسية للزوايا الموجهة $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OD})$، و $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$ و $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD})$ بالترتيب.



⑥ لتكن النقاط $A$ و $B$ و $C$ التي تمثّلها الأعداد العقدية:

$$a = 1 + \frac{3}{4}i \text{ و } b = 2 - \frac{5}{4}i \text{ و } c = 3 + \frac{7}{4}i$$

❶ وضّع النقاط $A$ و $B$ و $C$ في شكل. ما العلاقات التي تربط الأعداد العقدية المُمثلة للشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$؟

❷ استنتج أنّ $ABC$ مثلث قائم ومتساوي الساقين.

❸ احسب العدد العقدي الممثّل للنقطة $A'$ التي تجعل $ABA'C$ مربّعاً.

⑦ لتكن النقاط $A$ و $B$ و $C$ و $D$ التي تمثّلها الأعداد العقدية:

$$a = 2 - 2i \text{ و } b = -1 + 7i \text{ و } c = 4 + 2i \text{ و } d = -4 - 2i$$

❶ لتكن $\Omega$ النقطة التي يمثّلها العدد العقدي $\omega = -1 + 2i$. أثبت وقوع النقاط $A$ و $B$ و $C$ و $D$ على دائرة مركزها $\Omega$ ونصف قطرها يساوي $5$.

❷ ليكن $e$ العدد المُمثّل للنقطة $E$ منتصف $[AB]$. احسب $e$ وبرهن أنّ $\dfrac{c-e}{a-e} = \dfrac{a-e}{d-e}$.

❸ ماذا يمثل المستقيم $(EA)$ في المثلث $DEC$؟