

الطبعة الثانية ٢٠٠٣

الإلهام

في تنمية المهارات لاجتياز اختبار القدرات

للقبول في الجامعات

البنين و البنات

يتميز هذا الكتاب باحتوائه على أهم القوانين الرياضية ذات الصلة بالتفكير الرياضي (الكمي) وشرح مفصل لأبرز الطرق العلمية للتفكير اللغوي (اللفظي) مع عدد كبير من الأمثلة المحولة حلاً نموذجياً كما يحتوي على العديد من الاختبارات التجريبية الذاتية مع حلها .

د . مروان أمين كتيب

قسم الرياضيات

جامعة الملك عبدالعزيز - جدة

د . مجدي أمين كتيب

قسم العلوم الرياضية

جامعة أم القرى - مكة المكرمة

الطبعة الثانية ١٤٢٤هـ - ٢٠٠٣م

ملخصات لأهم القوانين والعلاقات الرياضية



ذات الصلة باختبار التفكير الرياضي .

أولاً : قوانين الحساب

الرقم	المفردة	التعريفات والقوانين
١	مجموعة الأعداد الحقيقية	♦ يرمز لها بالرمز \mathbb{R} وتتكون من جميع الأعداد الواقعة بين $-\infty$ و $+\infty$ وتكتب كفترة كما يلي : $(-\infty, +\infty)$
٢	مجموعة الأعداد الفردية	♦ هي الأعداد التي لا تقبل القسمة على العدد ٢ بدون باق . ♦ وبعبارة أخرى هي الأعداد التي يمكن كتابتها على الصورة : $1+2n$ حيث n عدد صحيح . ♦ أي أن مجموعة الأعداد الفردية = $\{ \dots, 1, 3, 5, \dots \}$
٣	مجموعة الأعداد الزوجية	♦ هي الأعداد التي تقبل القسمة على العدد ٢ بدون باق . ♦ وبعبارة أخرى هي الأعداد التي يمكن كتابتها على الصورة : $2n$ حيث n عدد صحيح . ♦ أي أن مجموعة الأعداد الزوجية = $\{ \dots, 2, 4, 6, \dots \}$
٤	مجموعة الأعداد الأولية	♦ العدد a هو عدد أولي إذا كانت قواسم العدد a = $\{ 1, a \}$. ♦ لاحظ أن العدد ١ ليس عدداً أولياً . ♦ مجموعة الأعداد الأولية = $\{ 2, 3, 5, 7, 11, \dots \}$
٥	العمليات الحسابية الأساسية	♦ الجمع : $a + b = b + a$ ، $a + 0 = a$ ، $a + (-a) = 0$ ♦ الطرح : $a - b \neq b - a$ ، $a - 0 = a$ ♦ الضرب : $a \times b = b \times a$ ، $a \times 1 = a$ ، $a \times 0 = 0$ ♦ $a \times b = 0$: تكافئ : $a = 0$ أو $b = 0$ ♦ القسمة : $a \div b = c$ تكافئ : $a = c \times b$ حيث $b \neq 0$

<p>كيلومتر (كم) ، متر (م) ، ديسمتر (دسم) ، سنتيمتر (سم) ، مليمتر (ملم)</p> <p>◆ ١ كم = ١٠٠٠ م = ١٠٠٠٠ دسم = ١٠٠٠٠٠ سم = ١٠٠٠٠٠٠ ملم</p> <p>◆ ١ م = ١٠ دسم = ١٠٠ سم = ١٠٠٠ ملم</p> <p>◆ ١ دسم = ١٠ سم = ١٠٠ ملم</p> <p>◆ ١ سم = ١٠ ملم</p> <p>◆ الميل = ١٧٦٠ ياردة = ٥٢٨٠ قدم</p> <p>◆ الياردة = ٣ قدم = ٣٦ بوصة ، القدم = ١٢ بوصة</p> <p>◆ الميثل = $\frac{١}{٥}$ كم = ١,٦ كم ، البوصة = ٢,٥ سم</p>	الأطوال	١٥
الطن = ١٠٠٠ كيلو غرام (كجم) ، الكيلو غرام = ١٠٠٠ غرام (غم)	الأوزان	١١
السنة = ١٢ شهراً ، الأسبوع = ٧ أيام ، اليوم = ٢٤ ساعة	الزمن	١٢
الساعة = ٦٠ دقيقة = ٣٦٠٠ ثانية ، الدقيقة = ٦٠ ثانية		
الريال = ٢٠ قرشاً = ١٠٠ هللة ، القرش = ٥ هللات	النقود	١٣
التر (ل) ، الميتر (ملل)	الحجم والسعة	١٤
١ ل = ١٠٠٠ ملل = ١ دسم ^٣ ، ١ ملل = ١ سم ^٣		
<p>المسافة (ف) ، السرعة (ع) ، الزمن (ن)</p> <p>ف = ع × ن ، ع = $\frac{ف}{ن}$ ، ن = $\frac{ف}{ع}$</p>	الحركة	١٥
<p>◆ هي مقارنة بين كميتين باستخدام الأعداد النسبية (الكسرية)</p> <p>◆ نسبة العدد أ إلى العدد ب هي العدد النسبي $\frac{أ}{ب}$ ، ب ≠ ٠</p>	النسبة	١٦
<p>◆ المساواة بين نسبتين تسمى تناسباً</p> <p>◆ $\frac{أ}{ب} = \frac{ج}{د}$ حيث ب ≠ ٠ ، د ≠ ٠</p> <p>◆ في كل تناسب حاصل ضرب الطرفين يساوي حاصل ضرب الوسطين</p> <p>◆ $\frac{أ}{ب} = \frac{ج}{د}$ يكافئ أ د = ب ج</p>	التناسب	١٧



<p>♦ إذا كانت نسبة أ إلى ب تساوي العدد الثابت ث ، فعندئذ نقول : إن أ و ب متناسبان طردياً ، أو أ يتناسب طردياً مع ب . و نكتب ذلك رياضياً : $\frac{أ}{ب} = ث$ أو $أ = ب \times ث$ ، حيث $ب \neq ٠$.</p>	<p>التناسب الطردي</p>	<p>١٨</p>
<p>♦ إذا كان أ و ب عددين متغيرين بحيث يبقى حاصل ضربهما يساوي العدد الثابت ث فإننا نقول: إن أ و ب متناسبان عكسياً . و نكتب ذلك رياضياً : $أ \times ب = ث$</p>	<p>التناسب العكسي</p>	<p>١٩</p>
<p>♦ هي النسبة التي مقامها مئة و يرمز لها بالرمز % ($\frac{١١}{١٠٠} = ١١\%$ ، $٠,١٥ = ١٥\%$) .</p>	<p>النسبة المئوية</p>	<p>٢٠</p>
<p>♦ مقياس الرسم = $\frac{\text{الطول في الرسم}}{\text{الطول الحقيقي}}$</p>	<p>مقياس الرسم</p>	<p>٢١</p>

ثانياً : قوانين الجبر

التعريفات والقوانين	المفردة	الرقم
<p>♦ بالنسبة للجمع الجبري (الجمع أو الطرح) :</p> <p>* إذا تشابهت الإشارات نجمع الأعداد ثم نسبق الناتج بنفس الإشارة التي اتحدوا فيها . ($-٧ - ٢ = -٩$ ، $٤ + ١ = ٥$) .</p> <p>* عند جمع عددين مختلفين في الإشارات نطرح العدد الأصغر قيمة من العدد الأكبر قيمة ثم نسبق الناتج بإشارة العدد الأكبر قيمة . ($-٦ + ٤ = -٢$) .</p> <p>♦ بالنسبة للضرب و القسمة :</p> <p>* إذا تشابهت الإشارات فإن الناتج يكون موجباً (+) أي أن : $++ = ++$ ، $- \times - = +$ ، $++ = - \times -$ ، $+- = -$ ، $- \times + = -$.</p> <p>* إذا اختلفت الإشارات فإن الناتج يكون سالباً (-) أي أن : $+- = -$ ، $- \times - = +$ ، $- \times + = -$ ، $++ = - \times -$.</p>	<p>قاعدة الإشارات الجبرية</p>	<p>١</p>

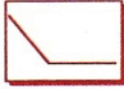
<p>إذا كانت a, b, c، ص أعداداً حقيقية فإن :</p> <ul style="list-style-type: none"> ◆ $a \times b = b \times a$ ◆ $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$ ◆ $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$ ◆ $a \div b = b \div a$ حيث أن $c \neq 0$ ◆ $(\frac{a}{b}) = (\frac{a}{b})$ ، $c \neq 0$ ◆ $a \div 1 = a$ بحيث أن $c \neq 0$ ◆ $a \div 1 = a$ بحيث أن $c \neq 0$ 	<p>الأسس " القوى "</p>	<p>٢</p>
<p>لتكن $a, b \in \mathbb{R}$ تكون موجبة عند الضرورة ولتكن $m \leq 2$ ، $n \leq 2$ ، d أعداداً صحيحة فإن :</p> <ul style="list-style-type: none"> ◆ $a = \sqrt[n]{\frac{1}{a}} = \sqrt[n]{\frac{1}{a}} = \sqrt[n]{\frac{1}{a}}$ ◆ $\frac{m}{n} a = \sqrt[n]{\frac{1}{a}} = \sqrt[n]{\frac{1}{a}} = \sqrt[n]{\frac{1}{a}}$ ◆ $\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$ ◆ $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$ بحيث أن $b \neq 0$ <p>ملاحظات هامة :</p> <ul style="list-style-type: none"> ◆ $\sqrt[n]{a} \pm \sqrt[n]{b} \neq \sqrt[n]{a \pm b}$ ◆ $\sqrt[n]{a^m} \neq \sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b}$ 	<p>الجزور</p>	<p>٣</p>
<p>المتطابقة هي مساواة بين عبارتين رياضيتين متكافئتين . بعض المتطابقات الأساسية :</p> <ul style="list-style-type: none"> ◆ $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ◆ $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ ◆ $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ ◆ $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ 	<p>المتطابقات</p>	<p>٤</p>

<p>◆ العامل المشترك :</p> $أس + ب س = س (أ + ب)$ <p>◆ الفرق بين مربعين :</p> $أ^2 - ب^2 = (أ - ب)(أ + ب)$ <p>◆ الفرق بين مكعبين :</p> $أ^3 - ب^3 = (أ - ب)(أ^2 + أب + ب^2)$ <p>◆ مجموع مكعبين :</p> $أ^3 + ب^3 = (أ + ب)(أ^2 - أب + ب^2)$ <p>◆ القانون العام :</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> $س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^2 - 4أج}}{2أ}$ </div> <p>حيث $أس^2 + ب س + ج = 0$ صفر</p>	<p>تبسيط المقادير الجبرية وتحليلها</p>	<p>5</p>
<p>◆ كي تصبح العبارة $(س^2 + ب س)$ مربعاً كاملاً فإننا نضيف إليها مربع نصف معامل س أي نضيف المقدار $(\frac{ب}{4})^2$ فنحصل على :</p> $س^2 + ب س + (\frac{ب}{4})^2 = (س + \frac{ب}{4})^2$	<p>إكمال المربع</p>	<p>6</p>
<p>إذا كانت أ ، ب ، ج أعداداً حقيقية فإن :</p> <p>◆ $أ = ب$ تكافئ $أ + ج = ب + ج$</p> <p>◆ $أ = ب$ تكافئ $أ - ج = ب - ج$</p> <p>◆ $أ = ب$ تكافئ $أ \times ج = ب \times ج$ ، $ج \neq 0$</p> <p>◆ $أ = ب$ تكافئ $أ \div ج = ب \div ج$ ، $ج \neq 0$</p> <p>الصيغة العامة لمعادلة الدرجة الأولى ذات مجهول واحد هي :</p> <p>$أس + ب = 0$ صفر $\Leftrightarrow س = -\frac{ب}{أ}$ حيث $أ \neq 0$</p> <p>الصيغة العامة لمعادلة الدرجة الثانية ذات مجهول واحد هي :</p> <p>$أس^2 + ب س + ج = 0$ صفر $\Leftrightarrow س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^2 - 4أج}}{2أ}$ ، $(أ \neq 0)$</p>	<p>المعادلات الجبرية</p>	<p>7</p>

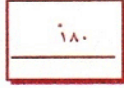
<p>المتراحة (المتباينة) هي عبارة رياضية تحتوي على الرمز < (أكبر من) أو الرمز \leq (أكبر من أو يساوي) أو الرمز > (أصغر من) أو الرمز \geq (أصغر من أو يساوي) .</p> <p>بعض خواص المتباينات : إذا كان أ ، ب ، ج أعداداً حقيقية فإنه :</p> <ul style="list-style-type: none"> ♦ إذا كان $أ < ب$ ، فإن $أ + ج < ب + ج$ ♦ إذا كان $أ < ب$ ، فإن $أ - ج < ب - ج$ ♦ إذا كان $أ < ب$ ، ج < . فإن $أ \times ج < ب \times ج$ ♦ إذا كان $أ < ب$ ، ج > . فإن $أ \times ج > ب \times ج$ ♦ إذا كان $أ < ب$ ، ج < . فإن $أ \div ج < ب \div ج$ ♦ إذا كان $أ < ب$ ، ج > . فإن $أ \div ج > ب \div ج$ ♦ إذا كان $أ < ب < .$ فإن $\frac{1}{ب} > \frac{1}{أ}$ ♦ إذا كان $أ > ب > .$ فإن $\frac{1}{ب} < \frac{1}{أ}$ <p>هذه الخواص تظل صحيحة إذا استبدلت العلاقة < بالعلاقة \leq أو العلاقة > بالعلاقة \geq .</p>	<p>المتراحات أو المتباينات</p>	<p>٨</p>
<p>♦ إذا كانت س \in ج فإن :</p> $\left. \begin{array}{l} \text{س إذا كانت س} \leq . \\ \text{س - إذا كانت س} > . \end{array} \right\} = \text{س} $	<p>القيمة المطلقة أو المقياس</p>	<p>٩</p>

ثالثاً : قوانين الهندسة

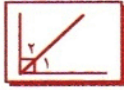
الرقم	المفردة	التعريفات و القوانين
١	المستقيمات و بعض خصائص الهندسة التحليلية	<p>◆ كل نقطتين تحددان مستقيماً واحداً فقط.</p> <p>◆ إذا كانت إحداثيات النقطة أ هي (س_١ ، ص_١) و إحداثيات النقطة ب هي (س_٢ ، ص_٢) في المستوى فإن الرمز [أ ب] يعني القطعة المستقيمة أ ب التي طرفاها النقطتين أ و ب و يرمز لطول القطعة المستقيمة [أ ب] بالرمز أ ب و يعطى بالقانون :</p> $ أ ب = \sqrt{(س_٢ - س_١)^2 + (ص_٢ - ص_١)^2}$ <p>◆ ميل المستقيم أ ب = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$ حيث $س_٢ \neq س_١$</p> <p>◆ إحداثي النقطة ج التي تقع في منتصف القطعة [أ ب] يعطى بالعلاقة :</p> $ج = \left(\frac{س_٢ + س_١}{٢} , \frac{ص_٢ + ص_١}{٢} \right)$ <p>◆ يقال عن مستقيمين إنهما متوازيان عندما لا يلتقيان أبداً مهما امتدا و يلاحظ أن المستقيمين المتوازيين يكون لهما نفس الميل بمعنى أن : $س_٣ = س_٤$</p> <p>◆ يقال عن مستقيمين إنهما متعامدان إذا كانت الزاوية بينهما قائمة (٩٠) و يلاحظ أن المستقيمين المتعامدين يكون ميل أحدهما مساوياً لمقلوب ميل الآخر مع عكس الإشارة .</p> <p>أي أن : $س_٣ = \frac{١-}{س_٤}$ أو $س_٤ = \frac{١-}{س_٣}$ أو $س_٣ \times س_٤ = -١$.</p> <p>◆ الصورة العامة لمعادلة أي مستقيم في المستوى هي :</p> $ص = م س + ج$ <p>حيث م تمثل الميل و ج هو مقدار الجزء المقطوع من محور الصادات .</p>
٢	الزوايا	<p>- أنواع الزوايا :</p> <p>◆ الزاوية الحادة قياسها أكبر من أو يساوي الصفر و أصغر من ٩٠ .</p> <p>◆ الزاوية القائمة قياسها ٩٠ .</p>



◆ الزاوية المنفرجة قياسها أكبر من ٩٠ و أصغر من ١٨٠ .



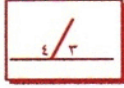
◆ الزاوية المستقيمة قياسها ١٨٠ .



- الزوايا المتتامة :

تكون الزاويتان متتامتين إذا كان مجموعهما زاوية قائمة .

١ ، ٢ زاويتان متتامتان



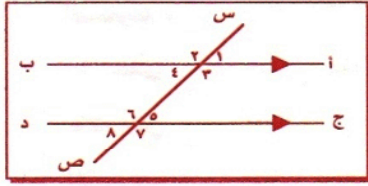
- الزوايا المتكاملة :

تكون الزاويتان متكاملتين إذا كان مجموعهما زاوية مستقيمة .

٣ ، ٤ زاويتان متكاملتان

◆ كل زاويتين متقابلتين بالرأس متساويتان .

$$(\hat{1} = \hat{3}, \hat{2} = \hat{4}, \hat{5} = \hat{7}, \hat{6} = \hat{8})$$



$$(\hat{1} = \hat{3}, \hat{2} = \hat{4})$$

◆ كل زاويتين متبادلتين متساويتان

$$(\hat{5} = \hat{3}, \hat{6} = \hat{4})$$

المستقيم ا ب يوازي المستقيم ج د
و المستقيم س ص قاطع لهما .

◆ كل زاويتين متناظرتين متساويتان .

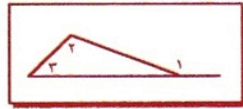
$$(\hat{1} = \hat{5}, \hat{2} = \hat{6}, \hat{3} = \hat{7}, \hat{4} = \hat{8})$$

◆ إذا تساوت زاويتان متبادلتان بالنسبة لمستقيمين و قاطعهما ، كان

المستقيمان متوازيين .

◆ إذا تساوت زاويتان متناظرتان بالنسبة لمستقيمين و قاطعهما ، كان

المستقيمان متوازيين .



◆ الزاوية الخارجية في مثلث ما تساوي مجموع

الزاويتين الداخليتين غير المجاورة لها

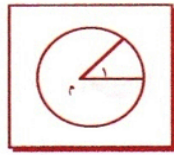
$$(\hat{1} = \hat{2} + \hat{3})$$

- الزاوية المركزية في دائرة :

◆ هي زاوية رأسها مركز الدائرة .

◆ كل زاوية مركزية تحدد قوساً على الدائرة وكل قوس

على الدائرة محدود بزاوية مركزية .



١ هي زاوية مركزية

- الزاوية المحيطية في دائرة :



∧ هي زاوية محيطية

- ◆ هي زاوية ضلعها وتران في الدائرة ورأسها يقع على محيط الدائرة .
- ◆ قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس الزاوية المركزية المشتركة معها في القوس .

- ◆ في أي مثلث يكون مجموع طولي أي ضلعين أكبر من طول الضلع الثالث
- ◆ مجموع قياسات زوايا أي مثلث يساوي ١٨٠ .



$$\hat{1} = \hat{1}$$

- ◆ في أي مثلث متطابق الضلعين (متساوي الساقين) تكون الزاويتان المواجهتان للضلعين المتطابقين (زاويتا القاعدة) متساويتين .

- ◆ إذا تطابقت (تساوت) زاويتان في مثلث ما فإن الضلعين المواجهين لهما يتطابقان (يتساويان) و بالتالي يكون هذا المثلث متطابق الضلعين (متساوي الساقين) .



$$\hat{1} = \hat{2} = \hat{3} = 60$$

- ◆ في المثلث المتطابق (المتساوي) الأضلاع تكون قياسات جميع زواياه الداخلية متطابقة (متساوية) وكل منها تساوي ٦٠ .

- ◆ إذا تطابقت (تساوت) الزوايا الداخلية في مثلث ما ، فإن هذا المثلث يكون متطابق (متساوي) الأضلاع .



$$\hat{1} = \hat{1}$$

- ◆ في المثلث المتطابق الضلعين (المتساوي الساقين) يكون الارتفاع منصفاً لزاوية الرأس و منصفاً أيضاً للقاعدة و يكون عمودياً عليها .

- ◆ في المثلث المتطابق (المتساوي) الأضلاع تكون الارتفاعات أعمدة أعمدة منصفة للأضلاع و منصفات للزوايا .

محيط المثلث = مجموع أطوال أضلاعه الثلاثة .

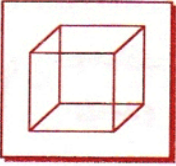
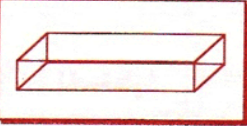
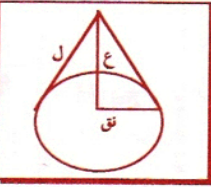
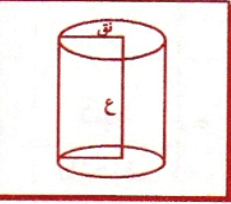
مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ (طول القاعدة × طول الإرتفاع)

المثلثات

٣

<p>◆ في المثلث القائم الزاوية و المتطابق الضلعين يكون قياس زاويتيته الحادتين ٤٥ .</p>  <p>طول الوتر = طول أحد ضلعي الزاوية القائمة $\times \sqrt{2}$ طول ضلع الزاوية القائمة = $\frac{\text{طول الوتر}}{\sqrt{2}}$</p>	<p>بعض خصائص المثلث القائم الزاوية</p>	<p>٤</p>
<p>◆ المثلث الثلاثيني الستيني هو مثلث قائم الزاوية ، قياس زاويتيته الحادتين هما ٣٠ ، ٦٠ و يكون :</p>  <p>طول الضلع المواجه للزاوية ٣٠ = $\frac{\text{طول الوتر}}{2}$ طول الضلع المواجه للزاوية ٦٠ = $\frac{\sqrt{3}}{2} \times \text{طول الوتر}$</p>	<p>نظرية فيثاغورث</p>	<p>٥</p>
<p>◆ في المثلث القائم الزاوية يكون مربع طول الوتر مساوياً لمجموع مربعي طولي الضلعين الآخرين .</p>  <p>$أ^2 + ب^2 = ج^2$</p>	<p>عكس نظرية فيثاغورث</p>	<p>٦</p>
<p>◆ إذا كان مربع طول ضلع في مثلث ما يساوي مجموع مربعي طولي الضلعي الآخرين فإن هذا المثلث يكون قائم الزاوية .</p>	<p>عكس نظرية فيثاغورث</p>	<p>٦</p>
<p>◆ إذا كان عدد أضلاع مضلع ما هو ن ، فإن : مجموع قياسات زواياه الداخلية = $(ن - ٢) \times ١٨٠$ محيط المضلع = مجموع أطوال أضلعه</p> 	<p>المضلع</p>	<p>٧</p>
<p>◆ إذا كانت ط = ٣,١٤ و نق = نصف القطر فإن : محيط الدائرة = ٢ ط نق مساحة الدائرة = ط نق^٢</p> 	<p>الدائرة</p>	<p>٨</p>
<p>◆ هو مضلع مغلق ذو أربعة أضلاع . ◆ مجموع قياسات الزوايا الداخلية للشكل الرباعي تساوي ٣٦٠ محيط الشكل الرباعي = مجموع أطوال أضلعه الأربعة</p> 	<p>الشكل الرباعي</p>	<p>٩</p>

	<p>♦ هو مضلع رباعي يقع داخل الدائرة بحيث تقع رؤوسه على محيط الدائرة ، و فيه كل زاويتين متقابلتين متكاملتان (مجموعهما = ١٨٠) .</p>	<p>الرباعي الدائري</p>	<p>١٠</p>
	<p>♦ هو شكل رباعي فيه كل ضلعين متواجهين متوازيان و متطابقان (متساويان) ، و كل زاويتين متواجهتين متطابقتان (متساويتان) و قطراه ينصف كل منهما الآخر</p>	<p>متوازي الأضلاع</p>	<p>١١</p>
	<p>♦ هو شكل رباعي زواياه الأربعة قائمة و فيه كل ضلعين متواجهين متوازيان و متطابقان (متساويان) و ينصف كل منهما الآخر .</p>	<p>المستطيل</p>	<p>١٢</p>
	<p>♦ هو شكل رباعي زواياه الأربعة قائمة ، و فيه كل ضلعين متواجهين متوازيان ، و أضلاعه متطابقة (متساوية) ، و قطراه متعامدان و متطابقان (متساويان) و ينصف كل منهما الآخر .</p>	<p>المربع</p>	<p>١٣</p>
	<p>♦ هو شكل رباعي أضلاعه الأربعة متطابقة (متساوية) فيه كل ضلعين متواجهين متوازيان و كل زاويتين متقابلتين متطابقتان (متساويتان) و قطراه متعامدان و ينصف كل منهما الآخر .</p>	<p>المعين</p>	<p>١٤</p>
	<p>♦ هو شكل رباعي له ضلعان فقط متوازيان .</p>	<p>شبه المنحرف</p>	<p>١٥</p>

<p>◆ المجسمات المضلعة :</p> <p>مثل المكعب و متوازي المستطيلات و المنشور و الهرم .</p> <p>◆ المجسمات غير المضلعة :</p> <p>مثل الأسطوانة و المخروط و الكرة .</p>	المجسمات	١٦
<p>◆ هو مجسم مضلع يتألف سطحه من ستة أوجه مربعة متطابقة (متساوية) و أطوال حروفه (أضلاعه) جميعها متساوية .</p>  <p>حجم المكعب = طول الضلع × طول الضلع × طول الضلع</p>	المكعب	١٧
<p>◆ هو مجسم مضلع يتألف سطحه من ستة أوجه مستطيلة و فيه كل وجهين متقابلين متطابقان (متساويان) .</p>  <p>حجم متوازي المستطيلات = الطول × العرض × الارتفاع</p>	متوازي المستطيلات	١٨
<p>◆ هو مجسم غير مضلع بقاعدة دائرية واحدة و رأس واحد .</p> <p>◆ المساحة الجانبية للمخروط = ط نق ل</p> <p>حيث نق طول نصف قطر القاعدة الدائرية ، ل طول مولد المخروط (الضلع المائل) .</p>  <p>◆ المساحة الكلية للمخروط = مساحته الجانبية + مساحة القاعدة</p> <p>= ط نق ل + ط نق²</p> <p>◆ حجم المخروط = $\frac{1}{3}$ (مساحة القاعدة × الارتفاع)</p> <p>= $\frac{1}{3}$ ط نق² ع .</p>	المخروط	١٩
<p>◆ هي مجسم غير مضلع له قاعدتان دائريتان متوازيتان و متطابقتان .</p> <p>◆ المساحة الجانبية للأسطوانة = محيط القاعدة × الارتفاع = ٢ ط نق × ع</p> <p>حيث نق طول نصف قطر القاعدة ، ع طول الارتفاع .</p> 	الأسطوانة	٢٠

<p>◆ المساحة الكلية للأسطوانة = المساحة الجانبية + مساحة القاعدة</p> $= 2 \text{ ط نق} + 2 \text{ ط نق}^2$ <p>◆ حجم الأسطوانة = مساحة قاعدتها × طول ارتفاعها = ط نق² ع .</p>		
<p>◆ هي مجسم غير مضلع جميع نقاط سطحها الخارجي تبعد البعد نفسه عن نقطة ثابتة داخلها تسمى مركز الكرة .</p> <p>◆ المساحة السطحية للكرة = 4 ط نق²</p> <p>(حيث نق : طول نصف القطر) .</p> <p>◆ حجم الكرة = $\frac{4}{3} \text{ ط نق}^3$</p>	<p>الكرة</p>	<p>٢١</p>
<p>◆ هو مجسم مضلع قاعدته مضلعة الشكل و أوجهه الجانبية مثلثة الشكل تلتقي رؤوسها في نقطة واحدة هي رأس الهرم .</p> <p>◆ المساحة الجانبية للهرم = نصف محيط قاعدته × طول ارتفاعه الجانبي .</p> <p>= مجموع مساحات أوجهه الجانبية .</p> <p>◆ المساحة الكلية للهرم = مساحته الجانبية + مساحة قاعدته .</p> <p>◆ حجم الهرم = $\frac{1}{3} (\text{مساحة قاعدته} \times \text{طول ارتفاعه})$.</p>	<p>الهرم</p>	<p>٢٢</p>
<p>◆ هو مجسم مضلع له قاعدتان متوازيتان و متطابقتان ، و له أوجه جانبية على شكل مستطيلات .</p> <p>◆ المساحة الجانبية للمنشور = طول محيط قاعدته × طول ارتفاعه .</p> <p>◆ المساحة الكلية للمنشور = مساحته الجانبية + مساحة قاعدتيه .</p> <p>◆ حجم المنشور = مساحة القاعدة × طول الارتفاع .</p>	<p>المنشور</p>	<p>٢٣</p>

رابعاً : منفرقات رياضية متنوعة

التعريفات والقوانين	المفردة	الرقم
<p>♦ المجموعات المتساوية :</p> <p>لتساوي مجموعتين يجب أن نتحقق من توافر الشرطين التاليين :</p> <p>١. كل عنصر من المجموعة الأولى ينتمي إلى المجموعة الثانية .</p> <p>٢. كل عنصر من المجموعة الثانية ينتمي إلى المجموعة الأولى .</p> <p>♦ المجموعة الجزئية :</p> <p>المجموعة ص هي مجموعة جزئية من المجموعة س إذا كان كل عنصر من المجموعة ص ينتمي إلى المجموعة س ويرمز لذلك بالرمز : $ص \subset س$</p> <p>♦ المجموعة الخالية :</p> <p>هي التي لا تحتوي على أي عنصر ورمزها \emptyset</p> <p>♦ تقاطع مجموعتين :</p> <p>تقاطع مجموعتين س و ص هو المجموعة التي عناصرها تنتمي إلى س و إلى ص و يرمز لذلك بالرمز $س \cap ص$ أو $ص \cap س$.</p> <p>نقول إن المجموعتين س و ص منفصلتان إذا كان $س \cap ص = \emptyset$.</p> <p>♦ اتحاد مجموعتين :</p> <p>اتحاد مجموعتين س و ص هو المجموعة التي عناصرها تنتمي إلى س و إلى ص و يرمز لذلك بالرمز $س \cup ص$ أو $ص \cup س$.</p>	المجموعات	١
<p>♦ المعدل (المتوسط الحسابي) = $\frac{\text{مجموع القراءات}}{\text{عددها}}$</p>	المعدل	٢

النوع الأول : الأسئلة المنعددة الاختيارات

مثال ١ /

إذا كانت $\frac{1}{ص} > ١$ فإن قيمة ص يمكن أن تكون :

١. أ. ب. ج. د. ٣

الحل /

باللجوء إلى استخدام طريقة التعويض المباشر للإجابات المقترحة من قائمة الاختيارات المرفقة الواحد تلو الآخر نجد أنه :

أ : عندما ص = ١ فإن $\frac{1}{ص} = \frac{1}{١} = ١$ و هذا ليس أصغر من الواحد و بالتالي فإن الإجابة أ تكون غير صحيحة .

ب : عندما ص = $\frac{1}{٤}$ فإن $\frac{1}{ص} = \frac{1}{\frac{1}{٤}} = ٤$ و هذا ليس أصغر من الواحد

و بالتالي فإن الإجابة ب تكون أيضاً غير صحيحة .

ج : عندما ص = $\frac{1}{٣}$ فإن $\frac{1}{ص} = \frac{1}{\frac{1}{٣}} = ٣$ و هذا ليس أصغر من الواحد و بالتالي

فإن الإجابة ج تكون غير صحيحة كذلك .

د : عندما ص = ٣ فإن $\frac{1}{ص} = \frac{1}{٣} < ١$ و هذه هي الإجابة الصحيحة .

الجواب : د

مثال ٢ /

إذا كانت $\frac{٥}{ل} > ٢ -$ فإن قيمة ل يمكن أن تكون :

٢. أ. ب. ج. د. ٤

الحل /

إن $\frac{٥}{ل} > ٢ -$ يقتضي أن يكون المقدار $\frac{٥}{ل}$ عدداً سالباً و حيث أن البسط ٥ هو عدد موجب فإننا نجد من قاعدة الإشارات ($\frac{+}{-} = -$) أن المقام " ل " لابد و أن يكون عدداً سالباً .

و باللجوء إلى استخدام طريقة استبعاد بعض الإجابات المقترحة (الخاطئة حتماً) من قائمة الاختيارات المرفقة نجد أن الاختيارين أ و د مرفوضان لكونهما يمثلان عددين موجبين و نحن نريد عدداً سالباً .

الآن نقوم بالترجيح بين الإجابتين ب و ج عن طريق التعويض المباشر لنجد أن :

ب : عندما ل = ٥ فإن $\frac{٥}{ل} = \frac{٥}{٥} = ١ - < ٢ -$ و بالتالي فإن الاختيار ب مرفوض .

ج : عندما $l = 1 -$ فإن $\frac{5}{l} = \frac{5}{1-} = 5 - > 2 -$ وهذه هي الإجابة الصحيحة .

الاجابة ج

مثال ٣ /

إذا كان كل من s و v عدداً فردياً موجباً ، فأبي المقادير التالية لا يمثل عدداً فردياً :

- أ. $s \cdot v$ ب. $(s + 1)(s + v)$ ج. $v(s + 1)$ د. $s(s + v)$

الحل /

بالرجوع إلى تعريف الأعداد الفردية نجد أن :

s عدداً فردياً $\Leftarrow s + 1$ عدد زوجي

s عدداً فردياً و v عدداً فردياً \Leftarrow $\left. \begin{array}{l} s \cdot v \text{ عدد فردي} \\ s + v \text{ عدد زوجي} \end{array} \right\}$

و باستعراض سريع للاختيارات المرفقة نجد أن :

أ : $s \cdot v$ تمثل عدداً فردياً فهو حل مرفوض .

ب : $(s + 1)(s + v)$ تمثل عدداً زوجياً (حاصل ضرب عددين زوجيين = عدداً زوجياً)
معنى أنها لا تمثل عدداً فردياً .

ج : حيث إنه لكل سؤال توجد إجابة صحيحة واحدة فقط ، فإننا نتوقف هنا لنبين أن الإجابة الصحيحة هي ب .

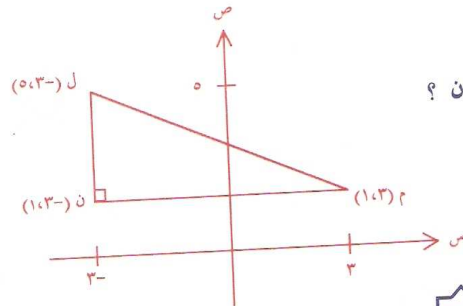
و إذا أردنا التأكد من عدم وجود إجابة صحيحة أخرى فإننا نستمر كما يلي :

ج : $s \cdot v$ لا تمثل عدداً زوجياً (لأنه على سبيل المثال إذا كانت $v = 3$ و $s = 1$ فإن $s \cdot v = 3 = 2 \cdot 1 + 1$ عدد فردياً) و بالتالي فهو اختيار مرفوض .

د : $s(s + v)$ لا تمثل عدداً زوجياً (لأنه على سبيل المثال إذا كانت $v = 3$ و $s = 1$ فإن $s(s + v) = 4 = 2 \cdot 2$ عدد فردياً) و هو بدوره اختيار مرفوض أيضاً .

الاجابة ب

مثال ٤ /



في الشكل المرافق ما مساحة المثلث ل م ن ؟

ب. ٨

د. ٢٤

الحل /

من المعروف أن مساحة المثلث = $\frac{1}{2} \times$ طول القاعدة \times طول الارتفاع .

و حيث إن المثلث ل م ن هو مثلث قائم الزاوية في ن ، فإن طول القاعدة هو | م ن | و طول الارتفاع هو | ل ن | .

و باستخدام قانون إيجاد طول القطعة المستقيمة | أ ب | $\sqrt{(ص - ١ص) + (٢س - ١س)}$ نجد أن :

$$| م ن | = \sqrt{(١ - ١) + (٣ - ٣) - ٣} = \sqrt{٠ + ٣ + ٣} = \sqrt{٦} = ٢\sqrt{٦}$$

$$| ل ن | = \sqrt{(١ - ٥) + (٣ - ٣) - ٣} = \sqrt{٤ + ٠ - ٣} = \sqrt{١} = ١$$

$$إذاً مساحة المثلث ل م ن = $\frac{1}{2} \times ١ \times ٢\sqrt{٦} = \sqrt{٦}$$$

الجواب ج

مثال ٥ /

$$= \frac{٣٤ + ٢٤}{٢٤}$$

- أ. ٦٥ ب. ٦٤ ج. ٥٠ د. ٤٠

الحل /

$$٥ = ٤ + ١ = \frac{٣٤}{٢٤} + \frac{٢٤}{٢٤} = \frac{٣٤ + ٢٤}{٢٤}$$

الجواب ج

مثال ٦ /

إذا كان ١٢ يمثل $\frac{٣}{٧}$ عدد ما ، فما مقدار $\frac{٣}{٤}$ ذلك العدد ؟

- أ. ٢١ ب. ٢٨ ج. ٣٥ د. ٤٢

الحل /

لنفرض أن س هو العدد المجهول الذي نريد إيجاد ثلاثة أرباعه ، و بالتالي نجد أن :

$$\frac{٣}{٧} \times س = ١٢ \iff ٣س = ١٢ \times ٧ = ٨٤$$

$$\iff س = \frac{٨٤}{٣} = ٢٨$$

و هذا يعني أن : $\frac{3}{4} \times س = 28 \times \frac{3}{4} = 21 = 7 \times 3$ و هو المطلوب إيجاد .

الاجواب ١

مثال ٧ /

تسير دراجة هوائية بسرعة ٢٠ كم/الساعة ، و تسير دراجة نارية بسرعة ٩٥ كم/الساعة .
إذا افرقتا باتجاهين متعاكسين ، بعد كم ساعة تصبح المسافة بينهما ٥٧٥ كم ؟
أ . ٤ ساعات ب . ٥ ساعات ج . ٦ ساعات د . ٧ ساعات

الحل /

طلما أن الدراجة الهوائية و الدراجة النارية تسيران في اتجاهين متعاكسين فإننا نجد أن :
بعد الساعة الأولى تقطع الدراجة الهوائية مسافة ٢٠ كم بينما تقطع الدراجة النارية مسافة ٩٥ كم في
الاتجاه المعاكس . بمعنى أن المسافة بينهما = ٢٠ + ٩٥ = ١١٥ كم بعد الساعة الأولى .
وبالمثل نجد أن :

بعد مضي الساعة الثانية تصبح المسافة بينهما = ١١٥ × ٢ = ٢٣٠ كم

و بعد مضي الساعة الثالثة تصبح المسافة بينهما = ١١٥ × ٣ = ٣٤٥ كم

و بعد مضي الساعة الرابعة تصبح المسافة بينهما = ١١٥ × ٤ = ٤٦٠ كم

و بعد مضي الساعة الخامسة تصبح المسافة بينهما = ١١٥ × ٥ = ٥٧٥ كم ، و هي المسافة المطلوبة .

و حيث إن : الزمن = $\frac{\text{المسافة}}{\text{السرعة}}$ = $\frac{\text{المسافة الإجمالية}}{\text{سرعة الدراجة الهوائية} + \text{سرعة الدراجة النارية}}$

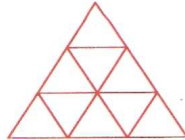
$$٥ = \frac{٥٧٥}{١١٥} = \frac{٥٧٥}{٩٥+٢٠} =$$

الاجواب ٢

مثال ٨ /

إذا كان ل يمثل أكبر عدد من المثلثات التي يمكن أن يحويها الشكل المرافق .

فإن قيمة ل تساوي :



ب . ٩ مثلثات

د . ١٣ مثلثاً

أ . ١٥ مثلثاً

ج . ١٠ مثلثات

الحل /

بتدقيق النظر نجد أن هناك ٣ أنواع من المثلثات يحويها الشكل هي على النحو التالي :

مثلثات صغيرة داخلية و عددها ٩ مثلثات .

مثلثات داخلية مكونة من ٤ مثلثات صغيرة و عددها ٣ مثلثات .
 المثلث الخارجي الكبير و الذي يحوي جميع المثلثات السابقة و عدده ١ مثلث و بالتالي فإن إجمالي
 المثلثات = ٩ + ٣ + ١ = ١٣ مثلثاً .

محلل

مثال ٩ /

تربح شركة سنوياً ٤٠٠٠٠٠٠ ريال ، فإذا كانت توزع أرباحها على النحو التالي :
 ٣٠% رواتب موظفين ، ١٥% صيانة ، ١٠% مكافآت ، و الباقي يوزع على المساهمين .
 فما مقدار ما يوزع على المساهمين ؟

- أ. ١٨٠٠٠٠٠ ريالاً
 ب. ٢٢٠٠٠٠٠ ريالاً
 ج. ٦٠٠٠٠٠ ريالاً
 د. ١٢٠٠٠٠٠ ريالاً

الحل /

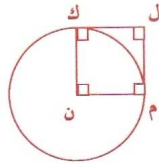
إن مقدار ما تنفقه الشركة سنوياً على رواتب الموظفين والصيانة والمكافآت

$$= ٣٠\% + ١٥\% + ١٠\% = \frac{٣٠}{١٠٠} + \frac{١٥}{١٠٠} + \frac{١٠}{١٠٠} = \frac{٥٥}{١٠٠} = ٥٥\%$$
 و بالتالي فإن نسبة الباقي التي توزع على المساهمين

$$= \frac{٤٥}{١٠٠} = \frac{٤٥}{١٠٠} = ٤٥\%$$
 إذاً مقدار ما يوزع على المساهمين = $\frac{٤٥}{١٠٠} \times ٤٠٠٠٠٠٠ = ١٨٠٠٠٠٠$ ريالاً .

محلل

مثال ١٠ /



إذا كانت مساحة المربع ل م ن ك في الشكل المرافق

تساوي ٢ فما طول محيط الدائرة التي مركزها ن ؟

- أ. $2\sqrt{2}$ ط
 ب. ٢ ط
 ج. $2\sqrt{2}$ ط
 د. $2\sqrt{2}$ ط

الحل /

طول محيط الدائرة = ٢ ط نق ، حيث ط = ٣,١٤ و نق = نصف قطر الدائرة .

مساحة المربع = طول الضلع × طول الضلع = (طول الضلع)^٢ = ٢

← طول ضلع المربع = $\sqrt{2}$

و حيث إن القطعة المستقيمة م ن تمثل ضلع المربع ل م ن ك و في نفس الوقت تمثل نصف قطر الدائرة التي مركزها ن . فإن نق = طول الضلع م ن $\sqrt{2}$ و بالتالي يكون طول محيط الدائرة التي مركزها ن = $2\sqrt{2}$ ط و هو المطلوب .

الاجواب

مثال ١١ /

في استبيان إحصائي مبسط شمل ٤٠ شخصاً وُجد أن ١٨ شخصاً يرتدون عقلاً و ٢٤ شخصاً يرتدون مشلحاً . إذا كان ٦ أشخاص لا يرتدون عقلاً أو مشلحاً . فكم عدد الأشخاص الذين يرتدون عقلاً و مشلحاً معاً ؟

- أ. ٣٤ شخصاً ب. ٣٠ شخصاً ج. ٨ أشخاص د. ٦ أشخاص

الحل /

٦ أشخاص لا يرتدون عقلاً أو مشلحاً .

← عدد الأشخاص الذين يرتدون عقلاً أو مشلحاً أو كليهما معاً = $6 - 40 = 34$ شخصاً .

18 شخصاً يرتدون عقلاً } ← يرتدون عقلاً فقط .
يرتدون عقلاً و مشلحاً معاً .

إذا عدد الأشخاص الذين يرتدون مشلحاً فقط = $18 - 34 = 16$ شخصاً .

24 شخصاً يرتدون مشلحاً } ← يرتدون مشلحاً فقط = 16 شخصاً .
يرتدون عقلاً و مشلحاً معاً = $16 - 24 = 8$ أشخاص .

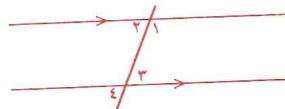
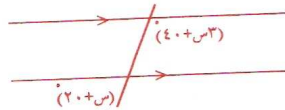
الاجواب ج

مثال ١٢ /

في الشكل المرافق ما قيمة س ؟

- أ. ٢٠ ب. ٣٠ ج. ٤٠ د. ٥٠

الحل /



بإعادة رسم الشكل نجد أن :

$$\text{قياس الزاوية } 1 = (40 + s)$$

$$\text{قياس الزاوية } 4 = (20 + s)$$

حيث إن قياس الزاوية ٣ = قياس الزاوية ٤ (بالتقابل بالرأس)

و قياس الزاوية ٣ = قياس الزاوية ٢ (بالتبادل)
 فإن قياس الزاوية ٢ = قياس الزاوية ٤ = (س + ٢٠)
 و حيث إن الزاويتين ١ و ٢ متكاملتان (أي مجموعهما = ١٨٠) فإننا نجد أن :
 $١٨٠ = (٤٠ + س) + (٢٠ + س)$
 $١٨٠ = ٦٠ + س + ٤٠ + س$
 $١٢٠ = ٦٠ + س + ٤٠ + س$
 $١٢٠ = ٦٠ + ٤٠ + ٢س$
 $١٢٠ = ١٠٠ + ٢س$
 $٢٠ = ٢س$
 $١٠ = س$
 و هو المطلوب .

الجواب ب

مثال ١٣ /

ينتهي ٥٦ عاملاً مشروعاً خلال ٣ أيام . كم عاملاً يستطيعون إنهاء المشروع في يومين ؟
 أ. ٨٤ عاملاً ب. ٤٨ عاملاً ج. ٦٥ عاملاً د. ٥٢ عاملاً

الحل /

إن عدد العمال يتناسب عكسياً مع عدد الأيام (معنى أن عدد العمال يزداد بنقصان الأيام) .
 فإذا فرضنا أن عدد العمال المطلوب لإنهاء المشروع في يومين هو س .
 فنعدّد نجد أن $٣ \times ٥٦ = ٢ \times س$ $\Rightarrow س = \frac{٣ \times ٥٦}{٢} = ٣ \times ٢٨ = ٨٤$ عاملاً .
 و عليه فإن عدد العمال الذين يستطيعون إنهاء المشروع في يومين = ٨٤ عاملاً و هو المطلوب .
 (لاحظ أن الاختيارين ب و د مرفوضان لأنه عندما يقل عدد الأيام لا بد أن يزداد عدد العمال و يكون أكثر من ٥٦ عاملاً) .

الجواب أ

مثال ١٤ /

أحمد أكبر من ماجد بـ ٦ سنوات . بعد سنتين يصبح عُمر أحمد ضعف عُمر ماجد .
 فما عُمر أحمد الآن ؟

أ. ٤ سنوات ب. ١٠ سنوات ج. ١٢ سنة د. ١٤ سنة

الحل /

لنفرض أن عُمر ماجد الآن هو س .
 إذا يكون عُمر أحمد الآن هو س + ٦
 بعد سنتين يصبح
 $\left. \begin{array}{l} \text{عُمر أحمد} = (س + ٦) + ٢ = ٨ + س \\ \text{عُمر ماجد} = س + ٢ \end{array} \right\}$

و حيث إنه بعد سنتين يصبح عُمر أحمد ضعف عُمر ماجد فهذا يعني أن :

$$س + ٨ = ٢ (س + ٢) = ٢س + ٤$$

$$٨ - ٤ = ٢س - س$$

و بالتالي ينتج أن : $س = ٤$ و هذا هو عُمر ماجد الآن .

و عليه فإن عُمر أحمد الآن = $س + ٦ = ٤ + ٦ = ١٠$ سنوات و هو المطلوب .

الجواب : د

مثال ١٥ /

اشترى تاجر بضاعة بمبلغ ٤٥٠٠ ريالاً . باعها وربح فيها . فإذا كانت النسبة بين مقدار

الربح و ثمن الشراء هي $\frac{٢}{٩}$ فما مقدار الربح ؟

أ. ٤٥٠ ريالاً ب. ٥٠٠ ريالاً ج. ٦٥٠ ريالاً د. ١٠٠٠ ريالاً

الحل /

لنفرض أن مقدار الربح هو $س$ ، و عليه نجد أن :

$$\frac{س}{٤٥٠٠} = \frac{٢}{٩}$$

إذاً $س = \frac{٤٥٠٠ \times ٢}{٩} = ٥٠٠ \times ٢ = ١٠٠٠$ ريالاً و هو مقدار الربح المطلوب لإيجاده .

الجواب : د

مثال ١٦ /

في الشكل المرفق ما طول الوتر ل م ؟

أ. $٢\sqrt{٢}$

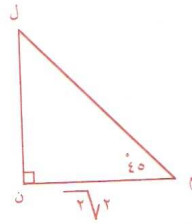
ب. ٤

ج. ٨

د. ١٦

الحل /

لحل هذا المثال نحتاج إلى تذكر المعلومتين التاليتين :



إذا تطابقت زاويتان في مثلث ما فإن الضلعين المواجهين لهاتين الزاويتين يتطابقان .

نظرية فيثاغورث : في المثلث القائم الزاوية يكون مربع طول الوتر = مجموع مربعي طولي الضلعين الآخرين .

الآن بتدقيق النظر في الشكل المعطى نجد أن : قياس الزاوية ل م ن = قياس الزاوية ل م ن = ٤٥° .

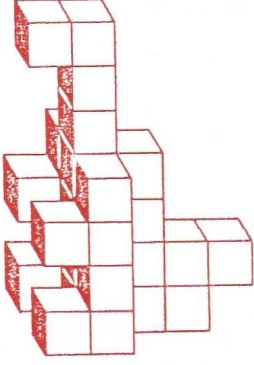
إذاً طول الضلع ل ن = طول الضلع م ن = $٢\sqrt{٢}$ و بتطبيق نظرية فيثاغورث نجد أن :

$$١٦ = ٨ + ٨ = ٢(٢\sqrt{٢})^2 + ٢(٢\sqrt{٢})^2 = ٢ | ل ن | + ٢ | م ن | = ٢ | ل م |$$

إذاً طول الوتر ل م = $١٦ = ٤$ و هو المطلوب .

الجواب : ب

مثال ١٧ /



الشكل المرافق مكون من عدد معين من المكعبات

المتساوية . ما عدد هذه المكعبات؟

- أ. ٢٣ مكعباً
ب. ٢٥ مكعباً
ج. ٢٦ مكعباً
د. ٢٧ مكعباً

الحل /

بتدقيق النظر في الشكل المعطى نجد أنه أقرب ما يكون

إلى شكل الديناصور . لاحظ البطن و ملصق بها الأرجل و من

أعلى الرقبة و الرأس و أخيراً في الخلف يأتي الذيل .

و السر يكمن في البطن حيث تتكون من ٤ مكعبات (ارتفاعاً) 3×3 مكعبات (عرضاً) = ١٢ مكعباً و الأرجل ٤ مكعبات و من ثم الرقبة و الرأس تمثل ٤ مكعبات و أخيراً الذيل يتكون من ٧ مكعبات و بالتالي يكون إجمالي عدد المكعبات = $12 + 4 + 4 + 7 = 27$ مكعباً و هو المطلوب .

الجواب د

مثال ١٨ /

إذا نقص طول نصف قطر دائرة ما بمقدار ٣٠% فإن مساحة هذه الدائرة ستتناقص بمقدار :

- أ. ٩٠%
ب. ٥١%
ج. ٤٩%
د. ٣٠%

الحل /

لنفرض أن الطول الأصلي لنصف قطر الدائرة = r .

إذا المساحة الأصلية لهذه الدائرة = πr^2 .

و حيث إن نصف القطر (r) نقص بمقدار ٣٠% من طوله الأصلي (r) .

فإن طول نصف القطر بعد التناقص = طول نصف القطر الأصلي - مقدار النقصان = $r - 0.3r = 0.7r$

$$= (70\%) r = \frac{70}{100} r = \frac{7}{10} r = (0.7) r$$

و عليه نجد أن مساحة الدائرة بعد التناقص = $\pi [(0.7) r]^2 = \pi (0.49) r^2$

و بالتالي فإن الفرق بين مساحة الدائرة الأصلية و مساحة الدائرة بعد التناقص

$$= \pi r^2 - \pi (0.49) r^2 = \pi r^2 (1 - 0.49) = \pi r^2 (0.51)$$

و هذا يعني أن مساحة الدائرة ستتناقص بمقدار $0.51 = 51\%$ و هو المطلوب .

الجواب ب

مثال ١٩ /

إذا كان العدد s أصغر من العدد v ، فأبي المقادير التالية يكون أكبر من s و أصغر من v :

أ. $\frac{s+v}{2}$ ب. $s-v$ ج. $\frac{s-v}{2}$ د. $v-s$

الحل /

المتوسط الحسابي لعددتين مختلفتين يكون دوماً واقعاً بينهما . و المتوسط الحسابي للعددتين المختلفتين s و v هو $\frac{s+v}{2}$ ، و بالتالي يكون الجواب هو (أ) .

و لمزيد من الإيضاح سنناقش المثال التالي : لافرض أن $s = 3$ و $v = 4$ إذاً :

$s-v = 3-4 = -1$ و $\frac{s+v}{2} = \frac{3+4}{2} = \frac{7}{2} = 3.5$ و $\frac{s-v}{2} = \frac{3-4}{2} = -0.5$ و $v-s = 4-3 = 1$.

و بالتالي فإن الاختيارات ب و ج و د تكون غير صحيحة في حين نجد أن الحل الصحيح هو أ لأن $\frac{s+v}{2} = \frac{3+4}{2} = 3.5$ و هذا العدد يقع بين 3 و 4 و هو المطلوب .

الجواب أ

مثال ٢٠ /

إذا كان $s + v = 6$ و $3s - v = 4$ فإن $s - v =$

أ. ٤ ب. ٢ ج. صفر د. -١

الحل /

بحل نظام المعادلتين آنياً مع بعضهما البعض نجد أن :

$$s + v = 6 \quad \text{بالجمع}$$

$$3s - v = 4$$

$$4s = 10 \Rightarrow s = \frac{10}{4} = 2.5$$

و بالتعويض عن قيمة s في المعادلة الأولى نجد أن : $2.5 + v = 6 \Rightarrow v = 6 - 2.5 = 3.5$

و هكذا فإن : $s - v = 2.5 - 3.5 = -1$ و هو المطلوب .

الجواب د

مثال ٢١ /

إذا كان هناك عدد 4 طرق مختلفة تربط مدينة الأحلام بمدينة الأمل و عدد 3 طرق تربط مدينة الأمل بمدينة العجائب فما عدد الطرق المختلفة التي يمكن سلكها للوصول من مدينة الأحلام إلى مدينة العجائب عبر مدينة الأمل ؟

أ. ١٢ طريقاً ب. ٧ طرق ج. ٩ طرق د. ٣ طرق

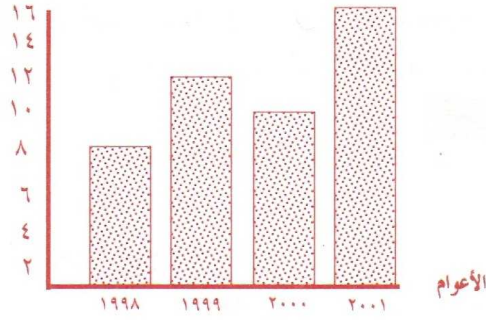
الحل /

عدد الطرق المختلفة التي يمكن سلكها للوصول من مدينة الأحلام إلى مدينة العجائب عبر مدينة الأمل = $3 \times 4 = 12$ طريقاً مختلفاً .
 مدينة العجائب ○ — ٣ طرق — △ مدينة الأمل — ٤ طرق — □ مدينة الأحلام

الجواب أ

- الأسئلة الثلاثة التالية (٢٢ ، ٢٣ ، ٢٤) متعلقة بالرسم البياني التالي :

الإيرادات بملايين الريالات



مثال ٢٢ /

ما معدل الإيرادات للأعوام الأربعة (١٩٩٨ ، ١٩٩٩ ، ٢٠٠٠ ، ٢٠٠١) ؟
 أ. ٤٠ مليون ريالاً ب. ٣٧ مليون ريالاً ج. ١١,٥ مليون ريالاً د. ٤٦ مليون ريالاً

الحل /

$$\text{المعدل} = \frac{\text{مجموع الإيرادات}}{\text{عدد الأعوام}} = \frac{١٦ + ١٠ + ١٢ + ٨}{٤} = \frac{٤٦}{٤} = ١١,٥ \text{ مليون ريالاً .}$$

الجواب ج

مثال ٢٣ /

ما نسبة إيرادات عام ١٩٩٨ إلى عام ٢٠٠١ ؟

أ. $\frac{١}{٢}$ ب. $\frac{٤}{٥}$ ج. $\frac{٢}{١}$ د. $\frac{٥}{٤}$

الحل /

$$\text{النسبة} = \frac{\text{إيرادات عام ١٩٩٨}}{\text{إيرادات عام ٢٠٠١}} = \frac{٨}{١٦} = \frac{١}{٢} \text{ وهو المطلوب .}$$

الجواب أ

مثال ٢٤ /

ما النسبة المئوية لزيادة إيرادات عام ٢٠٠٠ عن إيرادات عام ١٩٩٨ ؟

- أ. ٢٠% ب. ٥٠% ج. ٣٠% د. ٢٥%

الحل /

الزيادة في الإيرادات بين عام ٢٠٠٠ و عام ١٩٩٨ = ١٠ - ٨ = ٢ مليون ريالاً .

النسبة المئوية لزيادة إيرادات عام ٢٠٠٠ عن إيرادات عام ١٩٩٨

$$= 100 \times \frac{2}{8} = 100 \times \frac{1}{4} = 25\% \text{ وهو المطلوب .}$$

الاجواب ا

مثال ٢٥ /

انطلق منير صباحاً بدراجته الهوائية من بيته إلى عمله بسرعة ١٥ كيلو متر في الساعة ، و في
الساء عاد منير من عمله إلى بيته ماشياً على قدميه بسرعة ٣ كيلومتر في الساعة فإذا كانت المسافة
بين البيت و العمل تساوي ١٥ كيلومتر ، فما متوسط (معدل) سرعة منير ذهاباً و إياباً ؟

- أ. ٩ كيلومتراً في الساعة
ب. ١٢ كيلومتراً في الساعة
ج. ٥ كيلومتراً في الساعة
د. ٧,٥ كيلومتراً في الساعة

الحل /

$$\text{بما أن السرعة} = \frac{\text{المسافة}}{\text{الزمن}} \text{ فإن متوسط السرعة ذهاباً و إياباً} = \frac{\text{المسافة الإجمالية ذهاباً و إياباً}}{\text{الزمن الإجمالي ذهاباً و إياباً}}$$

و عليه فإن المسافة الإجمالية ذهاباً و إياباً = ١٥ + ١٥ = ٣٠ كيلومتراً

و الزمن الذي استغرقه منير في الذهاب من بيته إلى عمله = $\frac{15}{15} = 1$ ساعة

و الزمن الذي استغرقه منير في العودة من عمله إلى بيته = $\frac{15}{3} = 5$ ساعات

و بالتالي يكون الزمن الإجمالي ذهاباً و إياباً = ١ + ٥ = ٦ ساعات

إذاً متوسط السرعة ذهاباً و إياباً = $\frac{30}{6} = 5$ كيلومتراً في الساعة و هو المطلوب .

الاجواب ج

مثال ٢٦ /

إذا كانت صفر > ص > ١ فإن :

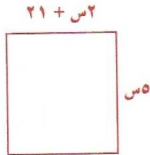
- أ. ص^٢ > صفر
ب. ص^٢ > ص
ج. ص^٢ < ص
د. ص^٢ < ١

الحل /

الاختيار أ مرفوض لأن ص^٢ تكون دوماً كمية غير سالبة لجميع قيم ص الحقيقية ، و كذلك نجد أن الاختيار د مرفوض أيضاً لأن ص^٢ لا يمكن أن تكون أكبر من الواحد طالما أن $0 < ص < ١$.
الآن : صفر $> ص > ١ \Leftarrow$ ص تكون كسر موجب أقل من الواحد الصحيح .
 \Leftarrow ص^٢ تكون كسر موجباً أقل من قيمة ص .

الجواب ب

مثال ٢٧ /



في المربع المرافق ما قيمة س ؟

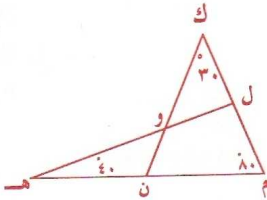
- أ. ٥ ب. ٧ ج. ٨ د. ٣

الحل /

بما أن الشكل هو مربع ، فهذا يعني أن جميع أضلاعه متساوية و بالتالي تكون لدينا المساواة التالية :
 $٥ = س = س + ٢١ \Leftarrow ٢١ = س - س \Leftarrow ٢١ = ٠$ وهو المطلوب .

الجواب ب

مثال ٢٨ /



في الشكل المرافق ما قياس الزاوية ل و ك بالدرجات ؟

- أ. ٣٠ ب. ٤٠ ج. ٥٠ د. ٦٠

الحل /

من المعلوم أن مجموع قياسات زوايا أي مثلث = ١٨٠ . إذاً في المثلث ل م هـ نجد أن :
قياس الزاوية م ل هـ = $١٨٠ - (٤٠ + ٨٠) = ٦٠$.
وحيث أن قياس الزاوية م ل هـ = قياس الزاوية ل ك و + قياس الزاوية ل و ك
(لأن قياس الزاوية الخارجية في مثلث ما = مجموع قياسي الزاويتين الداخليتين غير المجاورة لها) . فإن :
 $٦٠ = ٣٠ +$ قياس الزاوية ل و ك \Leftarrow قياس الزاوية ل و ك = $٦٠ - ٣٠ = ٣٠$. وهو المطلوب .

الجواب ب

مثال ٢٩ /

إذا كانت ك ل م ن = صفر ، ل م ن هـ = ١ فإن :

- أ. ك = صفر ب. ل = صفر ج. م = صفر د. ن = صفر

الحل /

ك ل م ن = صفر ← ك = صفر أو ل = صفر أو م = صفر أو ن = صفر
 لكن ل م ن هـ = ١ ← ل ≠ صفر و م ≠ صفر و ن ≠ صفر و هـ ≠ صفر
 يتأيد أن تكون ك = صفر وهو المطلوب .

الجواب ١

مثال ٣٠ /

أي الأعداد التالية يكون أكبر من $\frac{1}{4}$ ؟

- أ. (٠,٢٥)^٢ ب. $(-\frac{1}{4})^4$ ج. $\sqrt{\frac{1}{4}}$ د. ٠,٠٤

الحل /

باتباع أسلوب التعويض المباشر نجد أن :

أ. $\frac{1}{4} > \frac{1}{16} = \sqrt{(-\frac{1}{4})} = \sqrt{(0,25)^2}$

ب. $\frac{1}{4} > \frac{1}{256} = (-\frac{1}{4})^4$

ج. $\frac{1}{4} < \frac{1}{2} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{1}{4}}$ وهو المطلوب لوجود حل صحيح واحد فقط .

الجواب ١

مثال ٣١ /

إذا كانت س ص ع = ٢٤٠ ، فأي القيم التالية لا يمكن أن تساوي قيمة ص ؟

- أ. ٢ ب. ٥ ج. ٣ د. صفر

الحل /

باستعراض سريع للإجابات المقترحة نجد وبكل وضوح أن ص لا يمكن أن تساوي صفرًا لأنه
 إذا كانت ص = صفر لنتج عن ذلك أن س ص ع = س × صفر × ع = صفر ≠ ٢٤٠ .

الجواب ١

مثال ٣٢ /

مصباح كهربائي يُباع بمبلغ ٣٥ ريالاً محققاً ربحاً مقداره ٢٥% من قيمة التكلفة . إذا
 خُفض الربح ليصبح ١٥% من قيمة التكلفة . فما سعر البيع الجديد بعد التخفيض ؟

- أ. $\frac{3}{4}$ ريالاً ب. $\frac{1}{4}$ ريالاً ج. $\frac{1}{5}$ ريالاً د. $\frac{1}{4}$ ريالاً

الحل /

لنفرض أن قيمة التكلفة = س

إذاً قيمة التكلفة + الربح (٢٥ % من قيمة التكلفة) = ٣٥ ريالاً

$$35 = س + ٢٥\% س \Rightarrow 35 = س + \frac{٢٥}{١٠٠} س$$

$$\Leftrightarrow 35 = س \left(1 + \frac{٢٥}{١٠٠} \right) \Rightarrow 35 = س \times \frac{١٢٥}{١٠٠} \Rightarrow 35 = س \times \frac{٥}{٤} \Rightarrow س = 35 \times \frac{٤}{٥} = ٢٨$$

و حيث إن سعر البيع الجديد بعد التخفيض = قيمة التكلفة + ١٥% من قيمة التكلفة ، إذاً :

$$س + \frac{١٥}{١٠٠} س = ٢٨ \Rightarrow س \times \frac{١١٥}{١٠٠} = ٢٨ \Rightarrow س = 28 \times \frac{١٠٠}{١١٥} = 28 \times \frac{٢٠}{٢٣} = 24,٤ \text{ ريالاً}$$

الجواب : ج

مثال ٣٣ /

يقف رجل طوله ١,٨ متراً بجانب عمود كهرباء إذا كان طول ظل الرجل على الأرض يساوي

١,٢ متراً و طول ظل العمود على الأرض يساوي ٩,٦ متراً ، فكم يبلغ ارتفاع العمود ؟

- أ. ٤,٤ متراً ب. ٤,٤ متراً ج. ٦,٤ متراً د. ٢,٨ متراً

الحل /

بالرجوع إلى موضوع التناسب نجد أن :

$$\frac{\text{طول ظل العمود}}{\text{طول ظل الرجل}} = \frac{\text{ارتفاع العمود}}{\text{طول الرجل}} \Rightarrow \frac{1,2}{1,8} = \frac{9,6}{\text{ارتفاع العمود}}$$

$$\Leftrightarrow \text{ارتفاع العمود} = 1,8 \times \frac{9,6}{1,2} = 1,8 \times 8 = 14,4 \text{ متراً وهو المطلوب.}$$

الجواب : أ

مثال ٣٤ /

إذا كان مُعَدَّلُ أَعْمَارِ خَمْسَةِ عَمَالٍ يساوي ٢٥ سنة ، و إذا كان عُمرُ العامل لا يقل عن

٢٣ سنة . فما أكبر عُمرٍ محتمل يمكن أن يكون لأي عامل منهم ؟

- أ. ٢٧ سنة ب. ٣١ سنة ج. ٣٧ سنة د. ٣٣ سنة

الحل /

إن أكبر عُمرٍ محتمل لأي عامل منهم يمكن أن يظهر حينما يكون عُمرُ كل عامل من العمال الأربعة

(الآخرين) هو الحد الأدنى للأعمار ٢٣ سنة ، و بما أن معدل أعمار الخمسة العمال يساوي ٢٥ سنة

$$\text{فإننا نجد أن : } ٢٥ = \frac{\text{مجموع أعمار أربعة عمال (عُمر كل واحد منهم ٢٣ سنة) + أكبر عُمرٍ محتمل}}{٥}$$

$$\leftarrow 20 \times 5 = (23 \times 4) + \text{أكبر عُمر محتمل}$$

$$\leftarrow \text{أكبر عُمر محتمل لأي عامل منهم} = 120 - 92 = 33 \text{ سنة و هو المطلوب .}$$

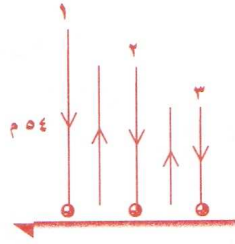
الاجابات

مثال ٣٥ /

أسقطت كرة من ارتفاع ٥٤ متراً عن سطح الأرض ، فإذا كانت الكرة ترتد إلى أعلى لمسافة تعادل $\frac{1}{3}$ الارتفاع الذي سقطت منه . فكم متراً تبلغ المسافة الإجمالية التي قطعها الكرة عندما تصطدم بالأرض للمرة الثالثة ؟

- أ. ٧٨ متراً ب. ١٠٢ متراً ج. ٩٦ متراً د. ١٠٨ متراً

الحل /



عندما أسقطت الكرة في المرة الأولى من ارتفاع ٥٤ متراً اصطدمت بالأرض و ارتدت لأعلى لمسافة تساوي $\frac{1}{3}$ الارتفاع الذي سقطت منه ($18 = 54 \times \frac{1}{3}$ متراً) . أي أن المسافة التي قطعها الكرة في المرة الأولى

$$= 54 + (54 \times \frac{1}{3}) = 54 + 18 = 72 \text{ متراً .}$$

في المرة الثانية أسقطت الكرة من ارتفاع ١٨ متراً اصطدمت بالأرض و ارتدت لأعلى لمسافة تساوي $\frac{1}{3}$ الارتفاع الذي سقطت منه ($6 = 18 \times \frac{1}{3}$ متراً) .

أي أن المسافة التي قطعها الكرة في المرة الثانية فقط = ١٨ + ($18 \times \frac{1}{3}$) = ١٨ + ٦ = ٢٤ متراً عندما تصطدم الكرة بالأرض للمرة الثالثة تكون قد أسقطت من ارتفاع ٦ أمتار و بهذا تكون المسافة الإجمالية التي قطعها الكرة عندما تصطدم بالأرض للمرة الثالثة = $72 + 24 + 6 = 102$ متراً .

الاجابات

مثال ٣٦ /

خلط تاجر نوعين من العسل ليحصل على ٣٠ كيلو غرام تكلفه الكيلو غرام الواحد منها ١٨ ريالاً فإذا كانت تكلفه الكيلو غرام الواحد من النوع الأول هي ١٤ ريالاً و تكلفه الكيلو غرام الواحد من النوع الثاني هي ٢٠ ريالاً . فكم كيلو غراماً يلزمه من النوع الثاني ليحصل على الكمية المطلوبة ؟

- أ. ٢٠ كيلو غرام ب. ١٥ كيلو غرام
ج. ٢١ كيلو غرام د. ١٠ كيلو غرام

الحل /

التكلفة الإجمالية للعسل المخلوط = $18 \times 30 = 540$ ريالاً .

لنفرض أن وزن النوع الأول = س و وزن النوع الثاني = ص

إذاً : $س + ص = 30$ كيلو غرام

و بالتالي تكون التكلفة الإجمالية للعسل المخلوط = $(س \times 14) + (ص \times 20) = 540$ ريالاً .

و بحل المعادلتين : $س + ص = 30$ و $14س + 20ص = 540$ نجد أن :

$$6س = 60 \Rightarrow س = 10 \Rightarrow ص = 10 - 30 = 20 \text{ كيلو غرام}$$

أي أن كمية النوع الثاني = ص = 20 كيلو غرام و هو المطلوب .

الغواب

مثال 37 /

عند وضع 6 لترات من البنزين في خزان الوقود لسيارة معينة نجد أن المؤشر يتحرك من

علامة $\frac{1}{4}$ إلى علامة $\frac{5}{8}$. أوجد السعة الإجمالية بالتر لخزان وقود هذه السيارة ؟

أ. 24 لتراً ب. 16 لتراً ج. 18 لتراً د. 30 لتراً

الحل /

لنفرض أن السعة الإجمالية لخزان وقود السيارة = س .

عند وضع 6 لترات في خزان الوقود يتحرك المؤشر من $\frac{1}{4}$ إلى $\frac{5}{8}$ يعني أن :

$$س - \frac{5}{8}س = 6 \Rightarrow س = \frac{6}{\frac{3}{8}} = 16$$

$$\Rightarrow س = \frac{3}{8}س = 6 \Rightarrow س = \frac{8 \times 6}{3} = 16 \text{ لتراً و هو المطلوب .}$$

الغواب

مثال 38 /

خرطوم ماء يستطيع أن يملأ حوض سباحة في زمن مقداره م ساعة . ما مقدار الجزء الممتلئ

من حوض السباحة بعد مضي زمن مقداره ن ساعة ؟ (ن أقل من م) .

أ. م ن ب. $\frac{م}{ن}$ ج. $\frac{ن}{م}$ د. م + ن

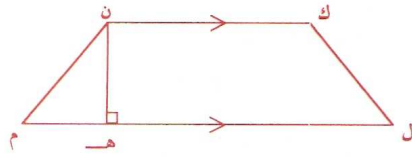
الحل /

بما أن الحوض يمتلئ بعد مدة مقدارها م ساعة .

إذاً بعد ساعة واحدة يمتلئ جزء مقداره $\frac{1}{م}$ من الحوض .

و بالتالي نجد أنه بعد مُضي زمن مقداره ن ساعة سيمتليء جزءاً مقداره $\frac{ن}{م}$ من الحوض و هو المطلوب

الاجواب ج



د. ٢٠

ج. ٦

ب. ٣

أ. ٢٣

مثال ٣٩ /

في الشكل المرافق :

$$٥ = |م| = |ن| = |ك| ، ٢٦ = |م|$$

$$|ن-هـ| = ٤ ، فما طول ك ن ؟$$

الحل /

نرسم العمود ك و على ل م فنجد أن :

$$|ك| = |ن-هـ| = ٤$$

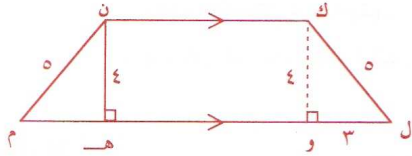
في المثلث القائم الزاوية ك ل و نجد أن :

$$|ل| = \sqrt{٥^2 - ٤^2} = \sqrt{٢٥ - ١٦} = \sqrt{٩} = ٣ \text{ (حسب نظرية فيثاغورث) .}$$

$$\text{و بالتالي نجد أن } |م-هـ| = ٣$$

$$\text{إتقاً } |هـ-و| = ٢٦ - ٣ - ٣ = ٢٠ = ٦ - ٢٦ = ٣ - ٣ - ٢٦ = ٢٠ \text{ و هذا يعني أن } |ك ن| = ٢٠ \text{ و هو المطلوب .}$$

الاجواب د



د. ٢٠

ج. ٦

ب. ٣

أ. ٢٣

مثال ٤٠ /

طول ضلع المربع ك ل م ن = ٤ .

توجد مساحة المنطقة المظلمة في الشكل المرافق . إذا علمت

أن كلاً من ك و ل و م و ن هي مراكز الدوائر التي تمثل

الأقواس الموجودة في الشكل جزءاً منها ؟

ب. ٤ ط

أ. ١٦

د. ١٦ + ٤ ط

ج. ١٦ - ٤ ط

الحل /

الأربعة الأقواس (غير المظلمة في الشكل) مجتمعة مع بعضها بعضاً تكون دائرة نصف

قطرها = ٢ = ن ق ، و بالتالي فإن مساحتها = ط ن ق = ٢ (٢) ط = ٤ ط .

و حيث إن مساحة المنطقة المظلمة = مساحة المربع - ٤ ط = ١٦ - ٤ ط و هو المطلوب .

الاجواب ج

النوع الثاني : أسئلة المقارنات

كل سؤال من الأسئلة التالية يحتوي على كميتين ، واحدة في العمود الأول والأخرى في العمود الثاني و المطلوب هو المقارنة بينهما عن طريق اختيار الإجابة الصحيحة بواسطة ما يلي :

- تظليل أ : إذا كانت كمية العمود الأول أكبر من كمية العمود الثاني .
تظليل ب : إذا كانت كمية العمود الأول أصغر من كمية العمود الثاني .
تظليل ج : إذا كانت الكميتان متساويتين .
تظليل د : إذا لم يمكن المقارنة بينهما لتقص المعلومات المعطاة .

مثال ٤١ /

قارن بين

$\sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)}$	$\sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)}$
-----------------------------------	-----------------------------------

الحل /

$$\frac{1}{9} > \frac{1}{16} \text{ من الواضح أن } \frac{1}{9} = \frac{2}{18} = \sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)} \text{ ، } \frac{1}{16} = \frac{2}{32} = \sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)}$$

أي أن كمية العمود الأول تكون أصغر من كمية العمود الثاني .

التحليل

مثال ٤٢ /

مربع ودائرة متساويان في المساحة

قارن بين

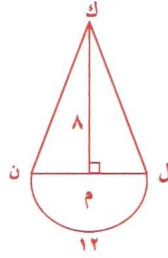
طول قطر الدائرة	طول ضلع المربع
-----------------	----------------

الحل /

لنفرض أن طول ضلع المربع = س و طول قطر الدائرة = ط

إذا : مساحة المربع = س^٢ و مساحة الدائرة = ط^٢

و حيث إن مساحة المربع = مساحة الدائرة ⇒ س^٢ = ط^٢



مثال ٤٨ /

في الشكل المرافق :

محيط نصف الدائرة = ١٢ ، و ارتفاع المثلث ك ل ن = ٨ .

قارن بين

مساحة المثلث ك ل ن	مساحة نصف الدائرة
--------------------	-------------------

الحل /

محيط الدائرة = ٢ ط نق ، حيث نق = نصف القطر ، ط = ٣,١٤
 إذا محيط نصف الدائرة = $\frac{\text{محيط الدائرة}}{2} = \frac{2 \text{ ط نق}}{2} = \text{ط نق} = 12 \Rightarrow \text{نق} = \frac{12}{\text{ط}}$
 الآن مساحة نصف الدائرة = $\frac{\text{مساحة الدائرة}}{2} = \frac{\frac{2}{2} \text{ ط نق}^2}{2} = \frac{1}{2} \left(\frac{12}{\text{ط}} \right)^2 = \frac{72}{\text{ط}}$
 كما نجد أن مساحة المثلث ك ل ن = $\frac{1}{2} \times \text{طول القاعدة} \times \text{طول الارتفاع}$.
 و حيث أن طول الارتفاع = ٨ و طول القاعدة = | ل ن | = طول قطر الدائرة = ٢ نق
 إذا مساحة المثلث ك ل ن = $\frac{1}{2} \times 2 \text{ نق} \times 8 = 8 \text{ نق} = 8 \times \frac{12}{\text{ط}} = \frac{96}{\text{ط}}$
 و حيث أن $\frac{72}{\text{ط}} < \frac{96}{\text{ط}}$
 إذا كمية العمود الأول تكون أصغر من كمية العمود الثاني .

الجواب ب

مثال ٤٩ /

إذا كان س + ص = ٥ و س + ع = ٦

قارن بين

١	س
---	---

الحل /

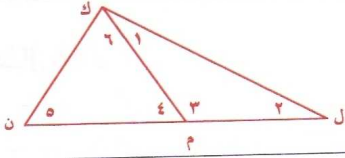
من الواضح أن المعلومات المعطاة غير كافية للمقارنة بين س و ١ لأنه لدينا معادلتين ذات ثلاثة مجاهيل و هذا لا يكفي لإيجاد قيمة س .

الجواب د

مثال ٥٠ /

في الشكل المرافق.

قارن بين قياسات



الزاوية ٣ + الزاوية ٤	الزاوية ١ + الزاوية ٢ + الزاوية ٤ + الزاوية ٥
-----------------------	-----------------------------------------------

الحل /

قياس الزاوية ٣ + قياس الزاوية ٤ = ١٨٠ لأنهما زاويتان متكاملتان .

قياس الزاوية ١ + قياس الزاوية ٢ + قياس الزاوية ٤ + قياس الزاوية ٥ = مجموع زوايا المثلث ك ل ن = ١٨٠
 إذا كمية العمود الأول تساوي كمية العمود الثاني .

الجواب ج

مثال ٥١ /

إذا كان س ≠ صفر

قارن بين

$\frac{٤}{س}$	$\frac{٦+٥+٤+٣+٢}{س٥}$
---------------	------------------------

الحل /

$$\frac{٤}{س} = \frac{٢٠}{س٥} = \frac{٦+٥+٤+٣+٢}{س٥}$$

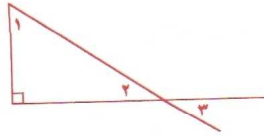
إذا كمية العمود الأول تساوي كمية العمود الثاني .

الجواب ج

مثال ٥٢ /

في الشكل المرافق.

قارن بين



٩٠	قياس الزاوية ١ + قياس الزاوية ٣
----	---------------------------------

الحل /

قياس الزاوية ١ + قياس الزاوية ٢ = ٩٠ (لأن مجموع زوايا المثلث = ١٨٠)

قياس الزاوية ٣ = قياس الزاوية ٢ (بالتقابل بالرأس)

إذا : قياس الزاوية ١ + قياس الزاوية ٣ = قياس الزاوية ١ + قياس الزاوية ٢ = ٩٠

بما أن كمية العمود الأول تساوي كمية العمود الثاني .

الجواب : ب

مثال ٥٣ /

قارن بين

١٠٠٠ % من ٥٠	٥٠٠ % من ١٠٥
--------------	--------------

الحل /

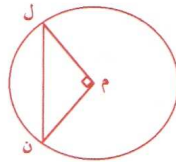
$$٥٢٥ = ٥ \times ١٠٥ = ٥٠٠ \times \frac{١٠٥}{١٠٠} = ٥٠٠ \text{ من } ١٠٥$$

$$٥٠٠ = ١٠ \times ٥٠ = ١٠٠٠ \times \frac{٥٠}{١٠٠} = ١٠٠٠ \text{ من } ٥٠$$

من الواضح أن $٥٠٠ < ٥٢٥$

وبالتالي فإن كمية العمود الأول تكون أكبر من كمية العمود الثاني .

الجواب : أ



مثال ٥٤ /

في الشكل المرافق

مساحة المثلث ل م ن = ١٢,٥

قارن بين

٢٦ ط	مساحة الدائرة التي مركزها م
------	-----------------------------

الحل /

لتفرض أن طول نصف قطر الدائرة التي مركزها م = ر

$$٢٦ ط = |م ن| = |م ل| = ر$$

بما أن المثلث ل م ن قائم الزاوية في م وأيضاً متطابق الضلعين فإننا نجد أن :

$$١٢,٥ = \text{مساحة المثلث ل م ن} = \frac{١}{٢} \times |م ل| \times |م ن| = \frac{١}{٢} \times ر \times ر = \frac{١}{٢} ر^2$$

$$\leftarrow ر^2 = ١٢,٥ \times ٢ = ٢٥$$

مساحة الدائرة التي مركزها م = ط ر^2 = ٢٥ ط > ٢٦ ط

وبالتالي فإن كمية العمود الأول تكون أصغر من كمية العمود الثاني .

الجواب : أ

مثال ٥٥ /

قارن بين

$(-3)^9$	$(-3)^8$
----------	----------

الحل /

- $(-3)^8 < 0$ لأن $(-3)^8$ كمية سالبة مرفوعة لقوة زوجية هي ٨ .
 $(-3)^9 > 0$ لأن $(-3)^9$ كمية سالبة مرفوعة لقوة فردية هي ٩ .
 إذا كمية العمود الأول تكون أكبر من كمية العمود الثاني .

التحريز

مثال ٥٦ /

إذا كان $s^2 - 5s + 6 = 0$ صفر

قارن بين

مجموع جذري المعادلة	حاصل ضرب جذري المعادلة
---------------------	------------------------

الحل /

بحل المعادلة المعطاة نجد أن :

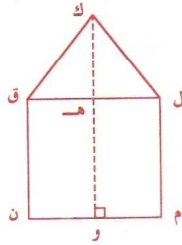
- $s^2 - 5s + 6 = 0 \Leftrightarrow (s-2)(s-3) = 0$ صفر $\Leftrightarrow (s-2)(s-3) = 0$ صفر $\Leftrightarrow s=2$ أو $s=3$
 وعليه فإن جذري المعادلة المعطاة هما : ٢ و ٣
 إذاً مجموع جذري المعادلة $= 2 + 3 = 5$ بينما حاصل ضرب جذري المعادلة $= 2 \times 3 = 6$.
 وهذا يعني أن كمية العمود الأول تكون أصغر من كمية العمود الثاني .

التحريز

مثال ٥٧ /

في الشكل المرافق :

- مساحة المثلث ك ل ق + مساحة المربع ل م ن ق = ١٢٥ ،
 ومحيط المربع ل م ن ق = ٤٠ .



قارن بين

ضعف طول الضلع ن ق	طول القطعة المستقيمة ك و
-------------------	--------------------------

الحل /

بما أن محيط المربع ل م ن ق = $40 = 4 \times$ طول الضلع \Leftarrow طول الضلع = $\frac{40}{4} = 10$.
 وحيث أن مساحة المربع ل م ن ق = طول الضلع \times طول الضلع = $10 \times 10 = 100$.
 وبما أن : مساحة المثلث ك ل ق + مساحة المربع ل م ن ق = 125
 \Leftarrow مساحة المثلث ك ل ق = $125 -$ مساحة المربع ل م ن ق = $125 - 100 = 25$.
 وبما أن : طول ضلع المربع ل م ن ق = $10 \Leftarrow$ |ل هـ| = 10
 وكذلك بما أن : مساحة المثلث ك ل ق = $\frac{1}{2} \times$ |ل ق| \times |ك هـ| = $\frac{1}{2} \times 10 \times$ |ك هـ| = 25
 \Leftarrow $5 =$ |ك هـ| = $25 =$ |ك هـ| \Leftarrow |ك هـ| = $\frac{25}{5} = 5$
 وبالتالي نجد أن طول القطعة المستقيمة ك و = |ك هـ| + |هـ و| = $10 + 5 = 15$
 بينما ضعف طول الضلع ن ق = $2 \times 10 = 20$
 وهذا يعني أن كمية العمود الأول تكون أكبر من كمية العمود الثاني .

الجواب ا

مثال ٥٨ /

إذا كان $س^2 = 100$ و $ص^2 = 25$

قارن بين

125	(س - ص) (س + ص)
-----	-----------------

الحل /

من قانون الفرق بين مربعين نجد أن :

$$(س - ص)(س + ص) = س^2 - ص^2 = 100 - 25 = 75 > 125$$

بما أن كمية العمود الأول تكون أصغر من كمية العمود الثاني .

الجواب ب

مثال ٥٩ /

قارن بين

$\frac{1}{س}$	$\frac{1}{س} \div \frac{1}{س}$
---------------	--------------------------------

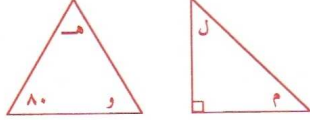
الحل /

$$\frac{1}{س} = \frac{1}{س} \times \frac{1}{س} = \frac{س}{1} \div \frac{1}{س} = \frac{1}{س} \div \frac{1}{س}$$

و هذا يعني أن كمية العمود الأول تساوي كمية العمود الثاني .

الاجابة ج

مثال ٦٠ /



في الشكلين المرفقين :

قارن بين

قياس الزاوية هـ + قياس الزاوية و	قياس الزاوية ل + قياس الزاوية م
----------------------------------	---------------------------------

الحل /

حيث إن مجموع قياسات زوايا أي مثلث = ١٨٠

إذاً : قياس الزاوية هـ + قياس الزاوية و = ١٨٠ - ٨٠ = ١٠٠

و قياس الزاوية ل + قياس الزاوية م = ١٨٠ - ٩٠ = ٩٠

و عليه تكون كمية العمود الأول أكبر من كمية العمود الثاني .

الاجابة ا

أسئلة الاختبار الذاتي التجريبي الأول في التفكير الرياضي

النوع الأول : الاسئلة المنعددة الاختيارات

١. كم يكون إجمالي عدد الأيام في س أسابيع و س يوم ؟

أ. ١٤ س ب. ٧س + ٧ ج. ٨س د. ٧س^٢

٢. صالح أصغر بستين من أمين . إذا كان عُمر أمين الآن هو ل سنة . فما عُمر صالح قبل سنتين من الآن ؟

أ. ل - ٤ ب. ٢ل - ٢ ج. ٢(ل - ٢) د. ل

٣. إذا كان خارج القسمة (٢ ÷ ١٥) يساوي عدداً صحيحاً ، فإن العدد ل يمكن أن يكون أي عدد من الأعداد التالية ما عدا ..

أ. ٦ ب. ٨ ج. ٣٢ د. ٦٤

$$٤. = \frac{1}{1.} \times \frac{1}{1.} \times ٣١,٧٢١$$

أ. ٣١٧,٢١ ب. ٣٧٢,١ ج. ٣,١٧٢١ د. ٠,٣١٧٢١

٥. أي الإجابات التالية تكون أقرب إلى قيمة المقدار $\frac{٠,٣١ \times ٨٩٧,٦١}{١,٩}$

أ. ٤٥٠ ب. ١٥٠ ج. ٣٠٠ د. ٢٥٠

٦. $\frac{س - ص}{٣ - ٩} =$

ب. $\frac{ص}{٣} + \frac{س}{٩}$

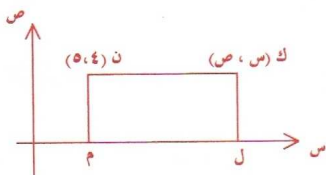
أ. $\frac{ص}{٣} - \frac{س}{٩}$

د. $\frac{س - ص}{٣} - \frac{س - ص}{٩}$

ج. $\frac{ص}{٦} - \frac{س}{٦}$

٧. في الشكل المرافق : إذا كانت مساحة المستطيل ك ل م ن

تساوي ٣٢ ، ما إحداثيات (س ، ص) للنقطة ك ؟



ب. (٤ ، ١٣)

أ. (٨ ، ٤)

د. (١٣ ، ٤)

ج. (٥ ، ٨)

٨. راتب فيصل يساوي ١٢٥% من راتب سعد ، و راتب حسام يساوي ٨٠% من راتب

سعد ، إذا كان مجموع مرتباتهم الثلاثة يساوي ٦١٠٠٠ ريالاً . فما مقدار راتب حسام ؟

أ. ٢٥٠٠٠ ريالاً ب. ٢٤٠٠٠ ريالاً ج. ٢٠٠٠٠ ريالاً د. ١٦٠٠٠ ريالاً

٩. إذا كان $س^٢ + ٢س + ص = (س + م) (س + ٤)$ ، فإن قيمة م تساوي ...

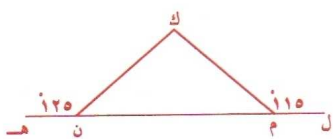
د. -٦

ج. -٢

ب. ٦

أ. ٢

١٠. في الشكل المرافق : ما قياس الزاوية م ك ن ؟



ب. ٦٥

أ. ٦٠

د. ٥٥

ج. ٧٠

١١. ما مقدار ميل الخط المستقيم الذي معادلته : $٤ص = ١٠س + ٨$ ؟

د. $\frac{٥}{٢}$

ج. $\frac{٢}{٥}$

ب. ١٠

أ. ٦

١٢. إذا كانت $س^٣ + ٧ \geq ١$ ، ما أكبر قيمة ممكنة للعدد س ؟

د. -٢

ج. -١

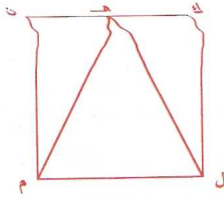
ب. ٢

أ. ٨

١٣. في الشكل المرافق: المربع ك ل م ن طول ضلعه يساوي ٦ سم.

فإذا كانت النقطة هـ تقع في منتصف الضلع ك ن.

فما محيط المثلث هـ ل م؟



ب. $\sqrt{6+6}$ سم

د. $\sqrt{9+6}$ سم

أ. $\sqrt{3}$ سم

ج. $\sqrt{12}$ سم

١٤. قطار سار لمدة ٣ ساعات بسرعة مقدارها ٤٠ ميلاً / الساعة، ثم قطع مسافة ٨٠ ميلاً خلال ٣ ساعات و ٤٠ دقيقة. ما معدل سرعة القطار خلال رحلته هذه؟

أ. ٣٠ ميلاً/الساعة ب. ٣٥ ميلاً/الساعة ج. ٢٥ ميلاً/الساعة د. ٢٠ ميلاً/الساعة

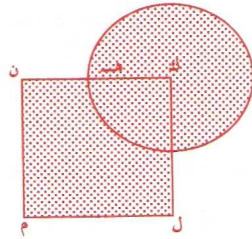
١٥. يستغرق محمود ٨ ساعات لحرق حقل والده، بينما يستغرق جميل ١٠ ساعات لحرق الحقل نفسه. إذا عمل كل من محمود و جميل معاً في حرق حقل والدهما، فكم يستغرقان من الوقت؟

أ. ١٨ ساعة ب. $3\frac{5}{7}$ ساعة ج. $4\frac{4}{9}$ ساعة د. ٩ ساعات

١٦. في الشكل المرافق: الرأس ك للمربع ك ل م ن هو مركز للدائرة.

فإذا كان $|ك هـ| = |هـ ن| = ٣$ سم.

فما مساحة الجزء المظلل في الشكل؟



أ. $(\frac{27}{4} + 9)$ سم^٢

ج. $(٣٦ + ٩ ط)$ سم^٢

ب. $(\frac{27}{4} + ٣٦ ط)$ سم^٢

د. $(٣٦ + ٢٧ ط)$ سم^٢

١٧. رجل طوله ٦ أقدام، و كان طول ظلّه على الأرض يساوي ٤ أقدام، في اللحظة نفسها

كان طول ظل علم (راية) على الأرض يساوي ٥٠ قدماً، فكم يبلغ ارتفاع العلم؟

أ. ٧٥ قدماً ب. ٣٠٠ قدماً ج. ١٥٠ قدماً د. ٦٠ قدماً

١٨. إذا كانت أطوال أضلاع مثلث ما هي : ٥ ، ١٢ ، ١٣ . أوجد مساحة هذا المثلث ؟

- أ. ٣٠ ب. ٦٠ ج. ٤٥ د. ٤٠

١٩. إذا كان متوسط سعر عدد ١٣ قطعة من الملابس المختلفة هو ١٢ ريالاً . فإذا أخذنا إحدى هذه القطع سيكون متوسط سعر عدد ١٢ قطعة (الباقية) من الملابس المختلفة هو ١١ ريالاً . ما سعر القطعة التي أخذناها ؟

- أ. ١٢ ريالاً ب. ١ ريالاً ج. ٢٤ ريالاً د. ١١ ريالاً

٢٠. إذا كان لدينا مستقيمان متعامدان و معرفة بالمعادلتين :

ص = ك س + هـ و ص = ل س + و . فأى العلاقات التالية تكون صحيحة ؟

- أ. ك + ل = ١ - ب. ك ل = ١ ج. ك - ل = ١ د. ك ل = ١ -

٢١. أي الأعداد التالية يكون الأكبر قيمة :

- أ. $\frac{8}{0.8}$ ب. $\frac{0.8}{8}$ ج. (٠,٨) د. $\sqrt{0.8}$

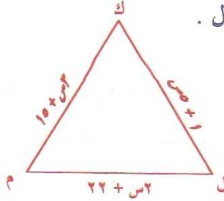
٢٢. تنتج ٤ بقرات عدد ٤ علب من الحليب في مدة ٤ أيام . فكم يوماً تحتاج ٨ بقرات لإنتاج عدد ٨ علب من الحليب ؟

- أ. ٨ أيام ب. ١٦ يوماً ج. ٤ أيام د. ٢ يوماً

٢٣. في الشكل المرافق : المثلث ك ل م فيه :

قياس الزاوية ك ل م = قياس الزاوية ل م ك = قياس الزاوية م ك ل .

أوجد قيمة س ؟



- أ. ٦ ب. ٧ ج. ٨ د. ٩

النوع الثاني : أسئلة المقارنات

كل سؤال من الأسئلة التالية يحتوي على كميتين، واحدة في العمود الأول والأخرى في العمود الثاني والمطلوب هو المقارنة بينهما عن طريق اختيار الإجابة الصحيحة بواسطة ما يلي :

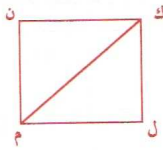
- تظليل أ : إذا كانت كمية العمود الأول أكبر من كمية العمود الثاني .
 تظليل ب : إذا كانت كمية العمود الأول أصغر من كمية العمود الثاني .
 تظليل ج : إذا كانت الكميتان متساويتين .
 تظليل د : إذا لم يمكن المقارنة بينهما لنقص المعلومات المعطاة .

٢٤. إذا كان $s < 1$

قارن بين

$\frac{1}{1-s}$	$\frac{s}{s-1}$
-----------------	-----------------

٢٥. في الشكل المرافق : ك ل م ن مربع فيه :



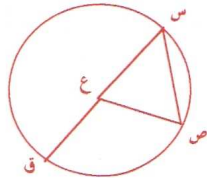
$$\sqrt{3} \sqrt{6} = m$$

قارن بين

$\sqrt{2} \sqrt{24}$	طول محيط المربع
----------------------	-----------------

٢٦. في الشكل المرافق : س ق قطر الدائرة التي مركزها ع .

$$\text{إذا علمت أن : } |س ص| = |ع ص|$$



قارن بين

١١٠	قياس الزاوية ص ع ق
-----	--------------------

٢٧. إذا كان $81 < س < 64$

قارن بين

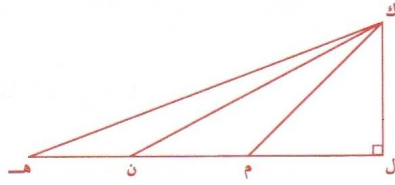
٦٥	س
----	---

٢٨. إذا كان س ص ع = صفر و كان ع = ١

قارن بين

س ص	١
-----	---

٢٩. في الشكل المرافق ، لدينا :



$$|ال م| = |ال ن| = |ال هـ|$$

قارن بين

مساحة المثلث ك م ن + مساحة المثلث ك ن هـ	مساحة المثلث ك ل م + مساحة المثلث ك م ن
------------------------------------------	-----------------------------------------

٣٠. إذا كان $81 = 3^{س+١}$

قارن بين

٤	س
---	---



**جدول الإجابات الصحيحة لأسئلة
الاختبار الذاتي التجريبي الأول
في التفكير الرياضي**



أ .٢١
ج .٢٢
ب .٢٣
ب .٢٤
ب .٢٥
أ .٢٦
د .٢٧
أ .٢٨
ج .٢٩
ب .٣٠

د .١١
د .١٢
ب .١٣
أ .١٤
ج .١٥
ب .١٦
أ .١٧
أ .١٨
ج .١٩
د .٢٠

ج .١
أ .٢
أ .٣
د .٤
ب .٥
ج .٦
ب .٧
د .٨
ج .٩
أ .١٠

الحلول النموذجية لأسئلة

الاختبار الذاتي التجريبي الأول في التفكير الرياضي

١. للتحويل من أسابيع إلى أيام نقوم بضرب عدد الأسابيع في الرقم ٧ (لأن الأسبوع يحتوي على ٧ أيام) ، و على هذا نجد أن : س أسبوع = $7 \times س$ (يوماً) .
و بالتالي فإن إجمالي عدد الأيام في س أسبوع و س يوم = $7س + س = ٨س$ (يوماً) .

الجواب

٢. لتفرض أن عُمر صالح الآن = ع ، و لدينا أن عُمر أمين الآن = ل .
إذاً : $ع = ل - ٢$ (لأن صالح أصغر بستين من أمين) .
و بهذا نجد أنه قبل ستين من الآن يكون لدينا :

$$\text{عُمر صالح} = ع = ٢ - (ل - ٢) = ٤ - ل \text{ سنة وهو المطلوب .}$$

الجواب

٣. لكي يكون خارج القسمة $(١٥٢ \div ل)$ عدداً صحيحاً ، فإنه لا بد و أن يكون العدد ل من الصورة : $٢^٥$ حيث ن أي عدد صحيح أقل من أو يساوي ١٥ . و باستعراض الاختيارات المقترحة نجد أن :

$$٦٢ = ٦٤ ، ٥٢ = ٣٢ ، ٣٢ = ٨$$

و هذا يعني أن العدد ل يمكن أن يكون أيّاً من هذه الأعداد : ٨ ، ٣٢ ، ٦٤
باستثناء العدد ٦ لأنه لا يمكن وضع ٦ في الصورة : $٢^٥$ حيث ن عدد صحيح .

الجواب

٤. بكل سهولة نجد أن :

$$٠,٣١٧٢١ = \frac{٣١,٧٢١}{١٠٠} = \frac{١}{١٠} \times \frac{١}{١٠} \times ٣١,٧٢١$$

الجواب

٥. بتقريب كل عدد من الأعداد المعطاة في السؤال نجد أن :

$$٨٩٧,٦١ \text{ هو أقرب إلى العدد } ٩٠٠$$

٠,٣١ هو أقرب إلى العدد ٠,٣٣ (الثلث)

١,٩ هو أقرب إلى العدد ٢

و بالتالي نجد أن $\frac{٠,٣١ \times ٨٩٧,٦١}{١,٩}$ يساوي تقريباً $\frac{٠,٣٣ \times ٩٠٠}{١,٩}$ $\frac{٣٠٠}{٢} = ١٥٠$

الجواب: ب

٦. $\frac{س-ص}{٣-٩} = \frac{س-ص}{٦} = \frac{س}{٦} - \frac{ص}{٦}$ و هو المطلوب .

الجواب: ج

٧. أولاً : لا بد و أن نلاحظ أن وقوع النقطتين ك و ن على مستقيم واحد يوازي محور السينات ، فهذا يعني أن الإحداثي الصادي للنقطة ك يساوي الإحداثي الصادي للنقطة ن . إذاً $ص = ٤$.

ثانياً : من المعروف أن لكل سؤال إجابة واحدة صحيحة فقط .

و باستخدام طريقة رفض (الإجابات الخاطئة حتماً) و باستعراض الاختيارات المقترحة نجد أن : الاختيار ب (٤ ، ١٣) هي الإجابة الوحيدة التي يكون فيها الإحداثي الصادي $ص = ٤$ و هو المطلوب . و الحل الرياضي لهذه المسألة كما يلي :

النقطة م تقع على محور السينات فهذا يعني أن إحداثيها الصادي يساوي صفرأ . و النقطة م و النقطة ن تقعان على نفس المستقيم الموازي لمحور الصادات ، و هذا يعني أن لهما نفس الإحداثي السيني . أي أن إحداثيات النقطة م هي (٥ ، ٠) .

و بسهولة نجد أن $|م ن| = \sqrt{(٥-٠)^2 + (٠-٤)^2} = \sqrt{٢٥+١٦} = \sqrt{٤١}$.

و حيث إن مساحة المستطيل = الطول × العرض = ٣٢

إذاً الطول ك ن = $٣٢ \div ٤ = ٨$

أي أن الإحداثي السيني للنقطة ك يبعد ٨ وحدات يمين الإحداثي السيني للنقطة ن

أي أن الإحداثي السيني للنقطة ك = $٨ + ٥ = ١٣ = س$.

فما الإحداثي الصادي للنقطة ك = الإحداثي الصادي للنقطة ن = ٤ (لماذا ؟) .

إذاً (س ، ص) = (١٣ ، ٤) .

الجواب: ب

٨. لنفرض أن راتب فيصل = ف و راتب سعد = س و راتب حسام = ح .

فما أن راتب فيصل يساوي ١٢٥% من راتب سعد ، فهذا يعني أن : $ف = ١٢٥\% س$

الباب الرابع

و بالتالي نحصل على أن :

$$ف = \frac{125}{100} س \Leftarrow ف = \frac{5}{4} س$$

و بما أن راتب حسام يساوي ٨٠% من راتب سعد ، فهذا يعني أن : ح = ٨٠% س
و على هذا نجد أن :

$$ح = \frac{80}{100} س \Leftarrow ح = \frac{4}{5} س$$

و حيث إن مجموع مرتباتهم الثلاثة يساوي ٦١٠٠٠ ريالاً ، فهذا يؤدي إلى تكوين المعادلة التالية :

$$ف + ح + س = \frac{5}{4} س + \frac{4}{5} س + س = 61000 \text{ ريالاً .}$$

و بتوحيد المقامات نجد أن :

$$61000 \text{ ريالاً .} = \frac{25س + 20س + 16س}{20} = \frac{61س}{20}$$

$$\Leftarrow س = \frac{61000 \times 20}{61} = 20000 \text{ ريالاً ، وهذا يمثل راتب سعد .}$$

$$\text{إذا راتب حسام : } ح = \frac{4}{5} س = \frac{4}{5} \times 20000 = 16000 \text{ ريالاً .}$$

الجواب ٩

$$٩. \text{ لدينا أن : } س^2 + ٢س + ص = (س + م)(٤ + س)$$

$$= س^2 + ٤س + ٢س + م + ٤م = س^2 + ٦س + م + ٤م$$

و بمساواة معامل س في المعادلة اليمنى بمعامل س في المعادلة اليسرى (الأخيرة) نجد أن :

$$٦ = م + ٤ \Leftarrow م = ٢ - ٤ = -٢ \text{ وهو المطلوب .}$$

الجواب ١٠

١٠. من الشكل نجد أن :

$$\text{قياس الزاوية ك م ن} = ١٨٠ - ١١٥ = ٦٥ \text{ (لأنها مكملة الزاوية ل م ك)}$$

$$\text{قياس الزاوية ك ن م} = ١٨٠ - ١٢٥ = ٥٥ \text{ (لأنها مكملة الزاوية ه ن ك)}$$

$$\text{و حيث إن مجموع قياسات زوايا المثلث} = ١٨٠$$

$$\text{إذا قياس الزاوية م ك ن} = ١٨٠ - (٥٥ + ٦٥) = ٦٠$$

الجواب ١١

١١. الصورة العامة لمعادلة الخط المستقيم الذي ميله (م) و يقطع جزءاً مقداره (ل) من محور

$$\text{الصادات هي : } ص = م س + ل$$

و بوضع المعادلة المعطاة في الصورة العامة نجد أن :

$$٤ ص = ١٠س + ٨ \Leftrightarrow ص = \frac{١٠س + ٨}{٤} \Leftrightarrow ص = \frac{٥س + ٢}{٢}$$

و بمقارنة المعادلة الأخيرة بالصورة العامة لمعادلة الخط المستقيم الذي ميله (م) نجد أن :
الميل م = $\frac{٥}{٢}$ و هو المطلوب .

الجواب ١٢

١٢. بجل المتراجحة (المتباينة) نجد أن :

$$٣س + ١ \geq ٧ \Leftrightarrow ٣س \geq ٦ \Leftrightarrow س \geq ٢$$

$\Leftrightarrow س \geq ٢$ (وذلك بأخذ الجذر التكعيبي للطرفين) .

و طالما أن س أصغر من أو تساوي ٢ فهذا يعني أن ٢ هي أكبر قيمة ممكنة للعدد س .

الجواب ١٣

١٣. محيط المثلث هـ ل م = مجموع أطول أضلاعه الثلاثة = $|هـ ل| + |هـ م| + |ل م|$.

و لإيجاد $|هـ ل|$ و لتطبق نظرية فيثاغورث على المثلث القائم الزاوية هـ ك ل فنجد أن :

$$|هـ ل| = \sqrt{|هـ ك|^2 + |ك ل|^2} = \sqrt{٣^2 + ٦^2} = \sqrt{٩ + ٣٦} = \sqrt{٤٥} = ٣\sqrt{٥}$$

و بالمثل نجد أن :

$$|هـ م| = |هـ ل| = ٣\sqrt{٥}$$

إذاً محيط المثلث هـ ل م = $٣\sqrt{٥} + ٣\sqrt{٥} + ٦ = ٦ + ٦\sqrt{٥}$ سم و هو المطلوب .

الجواب ١٤

$$١٤. \text{متوسط السرعة} = \frac{\text{المسافة الإجمالية}}{\text{الزمن الكلي}}$$

خلال ٣ ساعات و بسرعة ٤٠ ميلا/الساعة يكون القطار قد قطع مسافة تساوي

$$٤٠ \times ٣ = ١٢٠ \text{ ميلاً.}$$

إذاً المسافة الإجمالية للرحلة = $١٢٠ + ٨٠ = ٢٠٠$ ميلاً .

و الزمن الكلي للرحلة = ٣ ساعات + ٣ ساعات و ٤٠ دقيقة

$$= ٣ + ٣ \frac{٤٠}{٦٠} = ٣ + \frac{٤٠}{٦٠} = ٣ + \frac{٢}{٣} = ٣ \frac{٢}{٣} \text{ ساعة}$$

إذاً متوسط السرعة = $٢٠٠ \div ٣ \frac{٢}{٣} = ٢٠٠ \div \frac{١٠}{٣} = ٢٠٠ \times \frac{٣}{١٠} = ٦٠$ ميلا/الساعة .

الجواب ١٥

١٥. بما أن محمود يستغرق ٨ ساعات لحرق الحقل .

فهذا يعني أن محمود يستطيع حرق جزءٍ مقداره $\frac{1}{8}$ من الحقل خلال الساعة الواحدة .
و بالمثل نجد أن جميل يستطيع حرق جزءٍ مقداره $\frac{1}{10}$ من الحقل خلال الساعة الواحدة .
إذاً خلال ساعة واحدة يستطيع محمود و جميل أن يحرقوا جزءاً من حقل والدهما مقداره :

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{10} = \frac{4+3}{40} = \frac{7}{40} \text{ من الحقل .}$$

و إذا فرضنا أن الزمن اللازم لكي يُنهى محمود و جميل حرق حقل والدهما كاملاً يساوي ن ساعة . فهذا يعني أنه خلال ن ساعة يحرقا محمود و جميل جزءاً من حقل والدهما مقداره :

$$n \times \frac{7}{40} = 1 \text{ (الحقل كاملاً) .}$$

$$n = \frac{40}{7} = 5 \frac{5}{7} \text{ ساعة و هذا هو الوقت المطلوب لإيجاده .}$$

التحريبات ج

١٦. بما أن $|هـ ن| = |هـ ك| = |هـ ن| = ٣$ سم .

فهذا يعني أن طول ضلع المربع $= |هـ ن| = ٣$ سم .

و أيضاً فإن طول نصف قطر الدائرة $= |هـ ك| = ٣$ سم .

و حيث إن مساحة المربع $=$ طول الضلع \times طول الضلع $= ٣ \times ٣ = ٩$ سم^٢

و مساحة الدائرة $= \pi \text{ نق}^2 = \pi (٣)^2 = ٩\pi$ سم^٢ (حيث نق = نصف القطر) .

و حيث إن مساحة الجزء المظلل في الشكل $=$ مساحة المربع $+ \frac{3}{4}$ مساحة الدائرة .

$$\text{فإن المساحة المظللة} = ٩ + \frac{3}{4} (٩\pi) = ٩ + \frac{27}{4}\pi \text{ سم}^2 .$$

التحريبات ب

١٧. لنفرض أن ارتفاع العلم (الراية) = ع قدماً .

و بالرجوع إلى معلومات التناسب نجد أن :

$$\frac{\text{طول ظل العلم}}{\text{طول ظل الرجل}} = \frac{\text{طول ظل العلم}}{\text{طول ظل الرجل}} \Leftrightarrow \frac{٤}{٥٠} = \frac{٦}{ع}$$

$$\Leftrightarrow ع = ٥٠ \times \frac{٦}{٤} = ٧٥ = \frac{٣٠٠}{٤} \text{ قدماً و هو المطلوب .}$$

التحريبات أ

١٨. ملاحظة سريعة لأطوال أضلاع المثلث المعطاة نجد أن :

$$٢٥ + ١٢ = ٣٧ < ٤٤ = ١٦٩ + ٢٥$$

و بتذكر عكس نظرية فيثاغورث نجد أن المثلث المعطى هو مثلث قائم الزاوية و بالتالي فإن :

مساحة المثلث القائم الزاوية = $\frac{1}{2} \times$ حاصل ضرب الضلعين القائمين .
 وبما أن الوتر يكون دوماً أطول أضلاع المثلث القائم الزاوية فهذا يعني أن :
 طولي الضلعين القائمين هما ١٢ ، ٥
 إذاً مساحة المثلث = $\frac{1}{2} \times 12 \times 5 = 30 = 6 \times 5$ و هو المطلوب .

الحل الج

١٩. لنفرض أن الثمن الإجمالي لعدد ١٣ قطعة من الملابس المختلفة هو س ، و لنفرض أن سعر القطعة التي أخذناها هو ص .

و حيث إن متوسط السعر = $\frac{\text{الثمن الإجمالي}}{\text{عدد القطع}}$
 إذاً متوسط سعر ١٣ قطعة = $\frac{س}{13} = 12$ ريالاً \Leftarrow س = $13 \times 12 = 156$ ريالاً
 وبالمثل فإن متوسط سعر ١٢ قطعة = $\frac{س-ص}{12} = 11$ ريالاً
 \Leftarrow $156 - 11 \times 12 = ص$ \Leftarrow ص = $132 - 156 = 24$ ريالاً .
 إذاً سعر القطعة التي أخذناها = ص = ٢٤ ريالاً و هو المطلوب .

الحل الج

٢٠. الصورة العامة لمعادلة الخط المستقيم الذي ميله م و يقطع جزءاً مقداره جـ من محور الصادات هي : ص = م س + جـ .

إذاً من معادلة المستقيم الأول ص = ك س + هـ نجد أن ميله م = ك
 و من معادلة المستقيم الثاني ص = ل س + و نجد أن ميله م = ل
 و حيث إن حاصل ضرب ميلا المستقيمين المتعامدين يساوي - ١
 إذاً : م × ل = ك × ل = ل - ١ = - ١ و هو المطلوب .

الحل الج

٢١. بحل سريع و تقريبي للإجابات المعطاة نجد أن :
 $0,1 = \frac{1}{10} = \frac{8}{80} = \frac{0,8}{8} ، 10 = \frac{80}{8} = \frac{8}{0,8}$
 $0,64 = \frac{64}{100} = \left(\frac{8}{10}\right)^2 = (0,8)^2$
 $0,9 = \sqrt{0,81}$ يساوي تقريباً $\sqrt{0,81}$
 فمن الواضح أن الإجابة (أ : $\frac{8}{0,8}$) هي الأكبر قيمة ، و هو المطلوب .

الحل الج

٢٢. بما أن ٤ بقرات تنتج عدد ٤ علب من الحليب في ٤ أيام ، فهذا يعني أن ٤ بقرات تنتج علبة واحدة من الحليب في اليوم الواحد . وبالتالي فإن ٨ بقرات تنتج عدد ٢ علبة من الحليب في اليوم الواحد .

إذا المدة اللازمة لعدد ٨ بقرات لإنتاج عدد ٨ علب من الحليب = $\frac{8}{4} = ٢$ أيام .

الجواب ج

٢٣. بما أن قياسات زوايا المثلث متساوية فهذا يعني أن جميع أضلاعه تكون متساوية أيضاً .

$$\text{أي أن } ١ + ٥س = ٣س + ١٥ = ٢س + ٢٢$$

$$\Leftarrow ١ + ٥س = ٣س + ١٥ \Leftarrow ٢س = ١٤ \Leftarrow س = ٧ \text{ وهو المطلوب}$$

الجواب د

٢٤. بما أن $س < ١$ ، فهذا يعني أن المقدار $١ - س > ٠$. بينما يكون المقدار $س - ١ < ٠$.

و على هذا نستنتج أن :

كمية العمود الأول $\frac{س}{س-١}$ هي كمية سالبة بينما تكون كمية العمود الثاني $\frac{١}{١-س}$ هي كمية

موجبة .

إذاً كمية العمود الأول تكون أصغر من كمية العمود الثاني .

الجواب د

٢٥. لإيجاد محيط المربع ك ل م ن لا بد من معرفة طول ضلعه ، وإيجاد طول ضلع المربع نقوم بتطبيق

نظرية فيثاغورث على المثلث القائم الزاوية ك ل م فنجد أن :

$$ك م^2 = ك ل^2 + ل م^2 \Rightarrow ٢^2 = ك ل^2 + ٢^2 \Rightarrow ك ل^2 = ٢^2 - ٢^2 = ٠ \Rightarrow ك ل = ٠$$

$$\text{أي أن : } (٦ \sqrt{٢})^2 = ٢ \times ٣٦ = ٢ ك ل^2 \Rightarrow ك ل^2 = \frac{٢ \times ٣٦}{٢} = ٣٦$$

$$\Leftarrow ك ل^2 = ٣٦ \Rightarrow ك ل = \sqrt{٣٦} = ٦ = \text{طول ضلع المربع .}$$

$$\text{إذا طول محيط المربع} = ٤ \times \text{طول الضلع} = ٤ \times ٦ = ٢٤ .$$

وبالتالي فإن كمية العمود الأول تكون أصغر من كمية العمود الثاني وهو المطلوب .

الجواب د

٢٦. لاحظ أن $ص | ع = | ع | س$ لأن كلاً منهما يمثل نصف قطر الدائرة .

و حيث إن $ص | ع = | ع | س \Leftarrow ص | ع = | ع | س$

و على هذا فإن المثلث س ص ع متطابق الأضلاع و بالتالي فهو متطابق الزوايا .

إذا قياس الزاوية س ع ص = ٦٠ \Leftarrow قياس الزاوية ص ع ق = ٦٠ - ١٨٠ = ١٢٠ .
أي أن كمية العمود الأول تكون أكبر من كمية العمود الثاني .

الاجابات

٢٧. بما أن ٨١ < س < ٦٤ فهذا يعني أنه لمقارنة العدد س بالرقم ٦٥ يكون لدينا الاحتمالات التالية:
س = ٦٤,٥ > ٦٤ أو س = ٦٥ = ٦٥ أو س = ٦٦ < ٦٥
أي أن المعلومات المعطاة غير كافية للمقارنة .

الاجابات

٢٨. بما أن س ص ع = صفر و ع = ١ \neq صفر \Leftarrow س ص = صفر > ١ .
إذا كمية العمود الأول تكون أكبر من كمية العمود الثاني .

الاجابات

٢٩. مساحة المثلث ك ل م + مساحة المثلث ك م ن = مساحة المثلث ك ل ن

$$= \frac{1}{4} \times \text{القاعدة} \times \text{الارتفاع} = \frac{1}{4} \times |ن| \times |ل| \times |ك|$$

$$= \frac{1}{4} \times ٢ \times |م| \times |ن| \times |ك| = |م| \times |ن| \times |ك|$$
 (لأن |م| = |ن|) .
 مساحة المثلث ك م ن + مساحة المثلث ك ن هـ = مساحة المثلث ك م هـ

$$= \frac{1}{4} \times \text{القاعدة} \times \text{الارتفاع} = \frac{1}{4} \times |م| \times |هـ| \times |ك|$$

$$= \frac{1}{4} \times ٢ \times |م| \times |ن| \times |ك| = |م| \times |ن| \times |ك|$$
 (لأن |م| = |ن|) .
 أي أن كمية العمود الأول تكون مساوية لكمية العمود الثاني .

الاجابات

٣٠. لاحظ أن : ٣ + ٣ = ١ + ٣ = ٨١ = ٤

بما أن الأساسات متساوية فإن الأسس لابد و أن تكون متساوية .
أي أن س + ١ = ٤ \Leftarrow س = ٤ - ١ = ٣ > ٤ .
إذا كمية العمود الأول تكون أصغر من كمية العمود الثاني .

الاجابات

أسئلة الاختبار الذاتي التجريبي الثاني في التفكير الرياضي

النوع الأول : الأسئلة المنعددة الاختيارات

١. في إحدى المدارس الثانوية كانت شعبة الرياضيات تضم عدد ١٥ طالباً و شعبة اللغة العربية تضم عدد ١٢ طالباً . إذا علمت أن هناك عدد ١٣ طالباً ينتمي كل منهم إما إلى شعبة الرياضيات فقط أو إلى شعبة اللغة العربية فقط ، فما عدد الطلاب الذين ينتمون إلى كلتا الشعبتين معاً ؟

أ. ٢ طالباً ب. ٦ طلاب ج. ٧ طلاب د. ٢٧ طالباً

٢. المسافة من جدة إلى المدينة المنورة هي ٣٧٥ كيلو متراً ، فإذا استغرقت شاحنة مدة ٣ ساعات لقطع المسافة الأولى من الطريق و قدرها ١٧٥ كيلو متراً ، فما المدة الزمنية اللازمة للشاحنة لقطع المسافة المتبقية لكي يكون متوسط سرعتها خلال الرحلة كاملة من جدة إلى المدينة المنورة هي ٥٠ كيلو متراً في الساعة ؟

أ. ٢٧٠ دقيقة ب. ٣٣٠ دقيقة ج. ٣٧٠ دقيقة د. ٤٥٠ دقيقة

٣. في الشكل المرافق : ك ل م ن مستطيل .

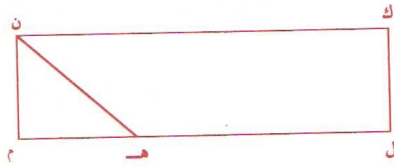
مساحة المثلث هـ م ن = ٧ سم^٢

إذا علمت أن :

|هـ م| = ٣ |م ن|

و |م ن| = |م ل|

فإن مساحة المستطيل ك ل م ن تساوي :



أ. ٢٨ سم^٢ ب. ٢٨ سم^٢ ج. ٤٢ سم^٢ د. ٥٦ سم^٢

٤. إذا كانت $s > v$ فأي الأعداد التالية يكون أكبر من s و في الوقت نفسه يكون أصغر من v ؟

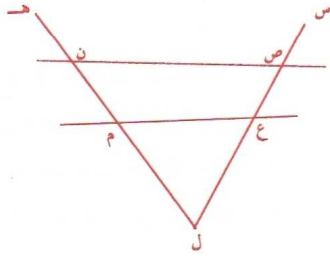
- أ. $\frac{s+v}{2}$ ب. $s-v$ ج. $v-s$ د. $v-s$

٥. إذا كان المعدل (المتوسط الحسابي) لعدد ٦ أرقام يساوي ٥,٤ . فما مجموع هذه الأرقام الستة ؟

- أ. ٢٤ ب. ٢٧ ج. ٢٩ د. ٣٠

٦. أي الكسور التالية يكون الأكبر قيمة ؟

- أ. $\frac{61}{100}$ ب. $\frac{13}{20}$ ج. $\frac{33}{50}$ د. $\frac{29}{40}$



٧. إذا كان قياس الزاوية هـ ن ص = 145° ،
و قياس الزاوية س ص ن = 125° ،
فإن قياس الزاوية ع ل م = ؟

- أ. ٣٥ ب. ٥٠ ج. ٩٠ د. ١٣٥

٨. إذا كان s عدداً فردياً صحيحاً ، فأي المقادير التالية يكون عدداً زوجياً ؟

- أ. $1+s$ ب. $2(s+1)$ ج. $s-1$ د. $(s-2)(s+2)$

٩. يحتاج عاملان إلى ١٥ يوماً من العمل لبناء سور حول حديقة منزلية ، فإذا عملاً معاً لمدة ٦ أيام ثم توقف الأول و استمر الثاني في العمل بمفرده فإنه يحتاج إلى ٣٠ يوماً آخر لإتمام بناء السور . فكم يوماً يحتاج العامل الثاني لبناء السور بمفرده ؟

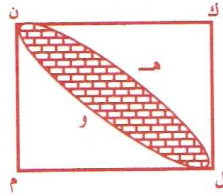
- أ. ٣٥ يوماً ب. ٤٥ يوماً ج. ٥٠ يوماً د. ٣٦ يوماً

١٠. كانت نسبة المقترعين في إحدى الدوائر الانتخابية تساوي ٨٠% من عدد المواطنين المسجلين الذين يحق لهم الاقتراع ، وكانت نسبة الأصوات التي حصل عليها المرشح الفائز تساوي ٦٠% من أصوات المقترعين ، فكم تبلغ النسبة المئوية للذين صوتوا لصالح المرشح الفائز من عدد المسجلين الذين يحق لهم الاقتراع ؟

- أ. ٧٥% ب. ٤٨% ج. ٦٠% د. ٧٠%

١١. العدد الإجمالي للعاملين في إحدى الشركات أقل من ٥٠ عاملاً . تغيب في أحد الأيام $\frac{2}{9}$ العدد الإجمالي للعاملين وكان $\frac{1}{4}$ عدد الحاضرين يعملون في قسم الشؤون الإدارية . فأي الأرقام التالية يمكن أن يمثل العدد الإجمالي للعاملين في هذه الشركة ؟

- أ. ٤٥ عاملاً ب. ٢٧ عاملاً ج. ٢٨ عاملاً د. ٣٦ عاملاً



١٢. في الشكل المرافق : ك ل م ن مربع طول ضلعه ١٠ ، ن هـ ل قوس من دائرة مركزها م و نصف قطرها ١٠ ، ن و ل قوس من دائرة مركزها ك و نصف قطرها ١٠ . فما مساحة المنطقة المظللة في الشكل ؟

- أ. ٢٥ ط - ١٠٠ ب. ٥٠ ط - ١٠٠ ج. ١٠٠ ط - ٢٥ د. ١٠٠ ط - ٥٠

١٣. إذا كان $s = c = 1$ و كان $s = c$ فإن $s =$

- أ. $s^2 - 1$ ب. s^2 ج. $\frac{1}{s}$ د. $\frac{1}{s^2}$

١٤. مساحة المستطيل الذي طوله = $s+1$ و عرضه = $s-1$ هي :

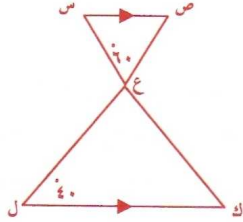
- أ. s^2 ب. $s^2 + 2$ ج. $s^2 + 1$ د. $s^2 - 1$

١٥. إذا كانت $s + ص = ١٦$ فإن $س - ع =$

- أ. $١٦ - ص - ع$ ب. $١٦ + ع$ ج. ٨ د. $١٦ - ص$

١٦. ثوب ثمنه الأصلي ١٢,٥ ريالاً، بيع بمبلغ ١٠ ريالات. فإن نسبة الخصم على السعر الأصلي تساوي

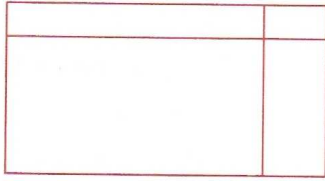
- أ. ٢% ب. ٢,٥% ج. ٢٠% د. ٢٥%



١٧. في الشكل المرافق:

قياس الزاوية س ص ع + قياس الزاوية ع ك ل =

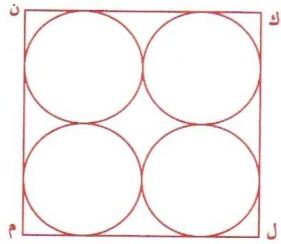
- أ. ١٠٠ ب. ١٢٠
ج. ١٨٠ د. ٨٠



١٨. ما أكبر عدد ممكن من المستطيلات

التي يمكن مشاهدتها في الشكل المرافق؟

- أ. ٩ مستطيلات ب. ٨ مستطيلات
ج. ٧ مستطيلات د. ٥ مستطيلات



١٩. في الشكل المرافق: مساحة كل دائرة = $\frac{1}{4}$ ط.

إذا طول محيط الشكل ك ل م ن =

- أ. ١٦ ب. ١٦ ط
ج. ٣٢ د. ٣٢ ط

٢٠. ساعة حائط تقدم ٦ دقائق في كل ساعة، إذا ضبطت حسب الوقت الصحيح عند الساعة التاسعة صباحاً. فما الوقت الذي تشير إليه عقارب هذه الساعة الحائطية عندما يكون الوقت الصحيح هو ٧:٣٠ مساءً؟

- أ. ٧:٣٩ مساءً ب. ٧:٣٦ مساءً ج. ٦:٢٧ مساءً د. ٨:٣٣ مساءً

النوع الثاني : أسئلة المقارنات

كل سؤال من الأسئلة التالية يحتوي على كميتين، واحدة في العمود الأول والأخرى في العمود الثاني والمطلوب هو المقارنة بينهما عن طريق اختيار الإجابة الصحيحة بواسطة ما يلي :

- تظليل أ : إذا كانت كمية العمود الأول أكبر من كمية العمود الثاني .
 تظليل ب : إذا كانت كمية العمود الأول أصغر من كمية العمود الثاني .
 تظليل ج : إذا كانت الكميتان متساويتين .
 تظليل د : إذا لم يمكن المقارنة بينهما لنقص المعلومات المعطاة .

٢١. إذا كان $s < 1$ و $v < 1$ و $s \neq v$

قارن بين

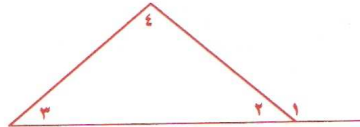
$\frac{s + v}{v}$	$1 + \frac{s}{v}$
-------------------	-------------------

٢٢. إذا كان $s^2 + v^2 = 100$

قارن بين

ص	س
---	---

٢٣. في الشكل المرافق :



قارن بين

قياس الزاوية ٤	قياس الزاوية ١
----------------	----------------

٢٤. إذا كان $s < 0$

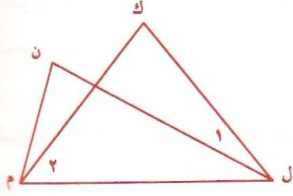
قارن بين

s^2	s^3
-------	-------

٢٥. في الشكل المرافق :

$$|ك ل| = |ك م| = |ل ن|$$

$$\text{و قياس الزاوية ١} = ٦٥$$



قارن بين

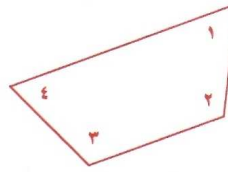
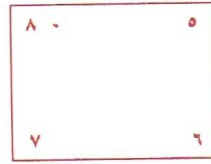
قياس الزاوية ٢	قياس الزاوية ١
----------------	----------------

٢٦.

قارن بين

$\% ٢٦$	$\left(\frac{1}{4}\right)^2$
---------	------------------------------

٢٧.



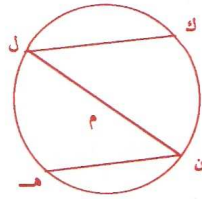
قارن بين

مجموع قياسات الزوايا (٨،٧،٦،٥)	مجموع قياسات الزوايا (٤،٣،٢،١)
--------------------------------	--------------------------------

٢٨.

قارن بين

٩٦	$\frac{٩٦ - ١٠٦}{٥}$
------	----------------------



٢٩. في الشكل المرافق :

لدينا دائرة مركزها م .

قارن بين

ك ل + ل ن هـ	ل ن
--------------	-----

$$٣٠. إذا كان \frac{١٤}{١٥} = \frac{س ع هـ + ص هـ + ص ع}{ص ع هـ}$$

(س ، ص ، ع ، هـ أعداد غير صفرية) .

قارن بين

١	$\frac{س}{ص} + \frac{ص}{ع} + \frac{ع}{هـ}$
---	--------------------------------------------



**جدول الإجابات الصحيحة لأسئلة
الاختبار الذاتي التجريبي الثاني
في التفكير الرياضي**



ج .٢١
د .٢٢
أ .٢٣
د .٢٤
ب .٢٥
ب .٢٦
ج .٢٧
ج .٢٨
د .٢٩
ب .٣٠

د .١١
ب .١٢
ج .١٣
د .١٤
أ .١٥
ج .١٦
ب .١٧
أ .١٨
ج .١٩
د .٢٠

ج .١
أ .٢
د .٣
أ .٤
ب .٥
د .٦
ج .٧
ب .٨
ج .٩
أ .١٠

الحلول النموذجية لأسئلة

الاختبار الذاتي التجريبي الثاني في التفكير الرياضي

١. بقراءة المسألة جيداً نجد أنها ترتبط بموضوع المجموعات و عليه فإن :

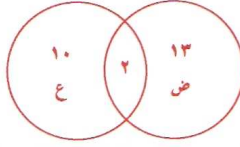
عدد عناصر مجموعة الرياضيات ض = ١٥ عنصراً ،

عدد عناصر مجموعة اللغة العربية ع = ١٢ عنصراً ،

عدد ١٣ عنصراً ينتمي كل منهم إما إلى ض أو إلى ع .

المطلوب هو إيجاد عدد العناصر التي تنتمي إلى التقاطع ض ∩ ع ؟

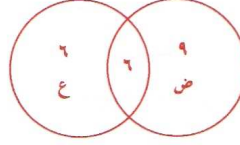
الآن باستخدام طريقة تجربة البدائل نجد أن :



الاختبار (أ) غير صحيح لأن عدد ٢ عنصراً ينتميان إلى التقاطع

يعني أن عدد العناصر التي تنتمي إما إلى ض أو إلى ع

$= 10 + 13 = 23$ وهذا يخالف لما هو معطى من أن عددهم $= 13$ فقط .

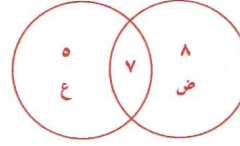


الاختبار (ب) غير صحيح أيضاً لأن عدد ٦ عناصر

ينتمون إلى التقاطع يعني أن عدد العناصر التي تنتمي إما

إلى ض أو إلى ع $= 6 + 9 = 15$ وهذا أيضاً يخالف لما هو معطى

من أن عددهم $= 13$ فقط .



الاختبار (ج) صحيح لأن عدد ٧ عناصر ينتمون إلى التقاطع

يعني أن عدد العناصر التي تنتمي إما إلى ض أو إلى ع

$= 5 + 8 = 13$ وهو المطلوب .

الجواب ج

٢. بما أن متوسط السرعة = ٥٠ كم/ساعة و المسافة الإجمالية = ٣٧٥ كم .

و حيث إن : الزمن = $\frac{\text{المسافة}}{\text{السرعة}}$.

فإن إجمالي الزمن اللازم للرحلة = $\frac{375}{50} = 7,5$ ساعة = $7,5 \times 60 = 450$ دقيقة .

و حيث إن الشاحنة استغرقت ٣ ساعات (١٨٠ دقيقة) لقطع المسافة الأولى و قدرها ١٧٥ كم

إذاً الزمن اللازم لقطع المسافة المتبقية = $450 - 180 = 270$ دقيقة و هو المطلوب .

الجواب أ

٣. في المستطيل ك ل م ن نجد أن الزاوية هـ م ن هي زاوية قائمة . وبما أن $|هـ م| = |م ن|$ إذاً المثلث هـ م ن هو مثلث قائم الزاوية و أيضاً متطابق الضلعين و مساحته $ص = \frac{1}{2} |م ن| \times |هـ م|$ و حيث إن مساحة المثلث القائم الزاوية $= \frac{1}{2} |م ن| \times |هـ م|$ (حاصل ضرب الضلعين القائمين)
 إذاً مساحة المثلث هـ م ن $= \frac{1}{2} |م ن| \times |هـ م| = \frac{1}{2} |م ن| \times |م ن|$ (لأن $|هـ م| = |م ن|$) .
 إذاً $|م ن|^2 = 2 \times 14 = 28$ $\Rightarrow |م ن| = \sqrt{28}$.
 وبما أن $|هـ ل| = |هـ م| = 3$ ، فإن : $|م ن| = |هـ ل| + |هـ م| = 6$
 $3 = |هـ م| + |هـ م| + |م ن| = 4 = |هـ م| = 4 = |م ن| = \sqrt{14}$
 و حيث إن مساحة المستطيل = الطول \times العرض = $|م ن| \times |م ن| = 4 \times \sqrt{14} = 56$ سم^٢ و هو المطلوب .

الجواب : د

٤. لنفرض أن العدد المطلوب إيجاد هـ ل بحيث أن : $س > ل > ص$.
 و من المعروف جيداً أن المتوسط (الحسابي) لأي عددين مختلفين يقع دائماً بينهما .
 و المتوسط (الحسابي) للعددين (س و ص)
 $ل = \frac{س + ص}{2}$ و هو ما تمثله الإجابة أ و هو المطلوب .
 و للتأكد من أن الإجابات ب و ج و د هي اختيارات خاطئة فإننا نورد المثال التالي :
 لنفرض أن $س = ٢$ و $ص = ٣$ (لاحظ أن $س > ص$) فإن :
 $س = ٦$ و $ص = ٢$ $\Rightarrow ٢ - ٩ = ٤ - ٥ = ٥$ و $ص - س = ١$ و جميع هذه الأرقام (٦ ، ٥ ، ٤) لا تكون أكبر من (س = ٢) و في نفس الوقت تكون أصغر من (ص = ٣) .

الجواب : أ

٥. المعدل (المتوسط الحسابي) = $\frac{\text{مجموع الأرقام}}{\text{عددها}}$

أي أن مجموع الأرقام = المعدل (المتوسط الحسابي) \times عددها
 $٢٧ = ٦ \times ٤,٥ =$ و هو المطلوب .

الجواب : ب

٦. مقارنة الكسور لابد من إيجاد المقام المشترك للكسور (توحد المقامات) .

و بملاحظة سريعة نجد أن العدد ٢٠٠ هو المقام المشترك و عليه فإن :

$$\frac{145}{200} = \frac{29}{40}, \quad \frac{132}{200} = \frac{33}{50}, \quad \frac{130}{200} = \frac{13}{20}, \quad \frac{122}{200} = \frac{61}{100}$$

و بعد توحيد المقامات نجد أن الكسر الذي بسطه أكبر يكون هو الأكبر .

و هذا يعني أن الكسر الأكبر هو $\frac{145}{200} = \frac{29}{40}$ و هذا ما تمثله الإجابة د ، و هو المطلوب .

الاجاب

٧. قياس الزاوية هـ ن ص + قياس الزاوية ص ن م = ١٨٠

$$\Leftarrow \text{ قياس الزاوية ص ن م} = ١٨٠ - ١٤٥ = ٣٥$$

قياس الزاوية س ص ن + قياس الزاوية ن ص ع = ١٨٠

$$\Leftarrow \text{ قياس الزاوية ن ص ع} = ١٨٠ - ١٢٥ = ٥٥$$

و بما أن مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمثلث ص ل ن = ١٨٠

إذاً قياس الزاوية ع ل م = $١٨٠ - (٥٥ + ٣٥) = ٩٠$ و هو المطلوب .

الاجاب

٨. عند إضافة (١) لأي عدد صحيح فردي ، ينتج عدد صحيح زوجي .

و حيث إن س عدد صحيح فردي \Leftarrow س + ١ عدد صحيح زوجي .

و بالتالي فإن المقدار ٢(س+١) يكون أيضاً عدداً صحيحاً زوجياً و هو المطلوب .

الاجاب

٩. يحتاج عاملان إلى ١٥ يوماً من العمل لبناء سور حول حديقة منزلية يعني أن هذين العاملين

ينجزان جزءاً مقداره $\frac{1}{15}$ من بناء السور خلال اليوم الواحد .

و بالتالي فهما ينجزان جزءاً مقداره $\frac{6}{15}$ من بناء السور خلال الستة الأيام التي عملا فيها معاً

$$\text{إذاً الجزء الباقي من بناء السور} = \frac{15}{15} - \frac{6}{15} = \frac{9}{15}$$

هذا الجزء الباقي $\frac{9}{15}$ من بناء السور يستطيع إنجازه العامل الثاني بمفرده خلال ٣٠ يوماً

معنى أن جزءاً مقداره $\frac{1}{15}$ من بناء السور يستطيع العامل الثاني إنجازه بمفرده خلال

$\frac{30}{9}$ يوماً ، و هذا بدوره يؤدي إلى أن الجزء من السور الذي مقداره $\frac{6}{15}$ يحتاج

لعمل العامل الثاني بمفرده لمدة = $\frac{30}{9} \times 6 = \frac{30}{3} \times 6 = 60$ يوماً .

إجمالي المدة اللازمة التي يحتاجها العامل الثاني لبناء السور بمفرده = $60 + 30 = 90$ يوماً .

الاجاب

١٠. لنفرض أن نسبة المواطنين المسجلين الذين يحق لهم الاقتراع = ١٠٠% . و لنفرض أن نسبة الأصوات التي حصل عليها المرشح الفائز من عدد المواطنين المسجلين الذين يحق لهم الاقتراع = س % .

و بما أن نسبة المقترعين = ٨٠% من المواطنين المسجلين الذين يحق لهم الاقتراع ، و نسبة الأصوات التي حصل عليها المرشح الفائز = ٦٠% من عدد المقترعين (الـ ٨٠%)

$$\text{فهذا يعني أن } \frac{\text{س} \%}{\text{١٠٠} \%} = \frac{\text{٦٠} \%}{\text{٨٠} \%} \Leftrightarrow \frac{\text{س}}{\text{١٠٠}} = \frac{\text{٦}}{\text{٨}} \Leftrightarrow \text{س} = \frac{\text{١٠٠} \times \text{٦}}{\text{٨}} = ٧٥$$

إذاً نسبة الأصوات التي حصل عليها المرشح الفائز من عدد المسجلين الذين يحق لهم الاقتراع = ٧٥%

الجواب ١٠

١١. لحل هذه المسألة فإننا نلجأ إلى طريقة تجربة الاختيارات المعطاة واحداً تلو الآخر مع مراعاة أن تكون جميع الأرقام الناتجة هي أعداد صحيحة و ذلك كما يلي :

إذا كان : ٤٥ = إجمالي عدد العاملين في الشركة \Leftarrow

عدد الغائبين = $٤٥ \times \frac{٢}{٩} = ١٠$ و بالتالي فإن عدد الحاضرين = $٤٥ - ١٠ = ٣٥$ ،
و هذا يعني أن عدد العاملين في الشؤون الإدارية = $٣٥ \times \frac{١}{٤} = \frac{٣٥}{٤}$ ليس عدداً صحيحاً (مرفوض) .

إذا كان : ٢٧ = إجمالي عدد العاملين في الشركة \Leftarrow

عدد الغائبين = $٢٧ \times \frac{٢}{٩} = ٦$ و بالتالي فإن عدد الحاضرين = $٢٧ - ٦ = ٢١$ ،
و هذا يعني أن عدد العاملين في الشؤون الإدارية = $٢١ \times \frac{١}{٤} = \frac{٢١}{٤}$ ليس عدداً صحيحاً (مرفوض) .

إذا كان : ٢٨ = إجمالي عدد العاملين في الشركة \Leftarrow

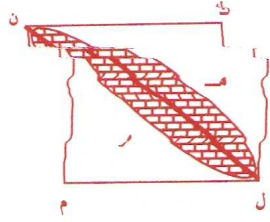
عدد الغائبين = $٢٨ \times \frac{٢}{٩} = \frac{٥٦}{٩}$ ليس عدداً صحيحاً (مرفوض) .

إذا كان : ٣٦ = إجمالي عدد العاملين في الشركة \Leftarrow

عدد الغائبين = $٣٦ \times \frac{٢}{٩} = ٨$ و بالتالي فإن عدد الحاضرين = $٣٦ - ٨ = ٢٨$ ،
و هذا يعني أن عدد العاملين في الشؤون الإدارية = $٢٨ \times \frac{١}{٤} = ٧$ و هو المطلوب .

الجواب ١١

١٢. نرسم قطر المربع ن ل م.



مساحة المثلث ن م ل = $\frac{1}{2} \times ١٠ \times ١٠ = ٥٠$ سم^٢.

المنطقة ن ه ل م = $\frac{1}{4}$ دائرة نصف قطرها ١٠

إذاً مساحة المنطقة ن ه ل م = $\frac{1}{4} \times \pi \times (١٠)^2 = ٢٥\pi$ سم^٢

و عليه فإن مساحة النصف العلوي ن ه ل م من المنطقة المظللة

$$= \text{مساحة المنطقة ن ه ل م} - \text{مساحة المثلث ن م ل} = ٢٥\pi - ٥٠$$

و بالمثل نجد أن مساحة النصف السفلي ن و ل من المنطقة المظللة

$$= \text{مساحة المنطقة ن و ل ك} - \text{مساحة المثلث ن ك ل} = ٢٥\pi - ٥٠$$

إذاً إجمالي مساحة المنطقة المظللة ن ه ل و

$$= (٢٥\pi - ٥٠) + (٢٥\pi - ٥٠) = ٥٠ - ٢٥\pi \text{ وهو المطلوب.}$$

الجواب ب

١٣. س ص ع = ١ ، س = ع

$$\text{إذاً : } ١ : س ص ع = س ص ع = س^٢ ص \Leftarrow \text{ص} = \frac{١}{س} \text{ وهو المطلوب.}$$

الجواب ج

١٤. مساحة المستطيل = الطول \times العرض

$$= (س + ١)(س - ١) = س^٢ - ١ \text{ وهو المطلوب.}$$

الجواب د

١٥. س + ص = ١٦ \Leftarrow س = ١٦ - ص وبإضافة (- ع) لطرفي المعادلة نحصل على أن :

$$س - ع - ١٦ = ص - ع \text{ وهو المطلوب.}$$

الجواب د

١٦. الثمن الأصلي للثوب = ١٢,٥ ريالاً ، و ثمن بيع الثوب = ١٠ ريالاً

إذاً مقدار الخصم = ١٢,٥ - ١٠ = ٢,٥ ريالاً .

$$\text{أي أن نسبة الخصم} = \frac{\text{مقدار الخصم}}{\text{الثمن الأصلي}} = \frac{٢,٥}{١٢,٥} = \frac{١}{٥} = ٠,٢٠ = ٢٠\%$$

الجواب ج

١٧. بتدقيق النظر في الشكل نجد أن الضلع س ص يوازي الضلع ك ل و بالتالي فإن :

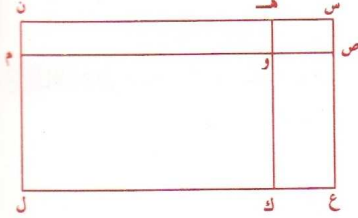
$$\text{قياس الزاوية س ص ع} = \text{قياس الزاوية ك ل ع} = ٤٠ \quad (\text{بالتبادل})$$

$$\text{قياس الزاوية ك ع ل} = \text{قياس الزاوية س ع ص} = ٦٠ \quad (\text{بالتقابل بالرأس})$$

$$\text{إذاً قياس الزاوية ع ك ل} = ١٨٠ - (٤٠ + ٦٠) = ٨٠ \quad (\text{لأن مجموع قياسات زوايا المثلث} = ١٨٠)$$

$$\text{قياس الزاوية س ص ع} + \text{قياس الزاوية ع ك ل} = ٤٠ + ٨٠ = ١٢٠ \quad \text{وهو المطلوب.}$$

اجابات



١٨. بتسمية المستطيلات في الشكل المعطى نجد أن :

هناك عدد ٩ مستطيلات مختلفة هي كما يلي :

س ص و هـ ، ص ع ك و ، هـ و م ن ،

و ك ل م ، س ع ك هـ ، هـ ك ل ن ،

س ص م ن ، ص ع ل م ، س ع ل ن .

اجابات

١٩. بما أن مساحة الدائرة التي نصف قطرها (نق) = ط نق^٢

ولدينا أن مساحة كل دائرة = ٤ ط ، فإن طول نصف قطر كل دائرة = ٢

و بالتالي فإن طول قطر كل دائرة = ٤

و حيث إن طول أي ضلع في الشكل ك ل م ن = ٢ (طول قطر الدائرة) = ٤ × ٢ = ٨

إذاً طول محيط الشكل ك ل م ن = ٤ × ٨ = ٣٢ وهو المطلوب .

اجابات

٢٠. عدد الساعات = ٧:٣٠ مساءً - ٩ صباحاً = ١٠,٥ ساعة

و حيث إن الساعة الحائطية تقدم ٦ دقائق كل ساعة فهذا يعني أن :

$$\text{عدد الدقائق الزائدة} = ١٠,٥ \times ٦ = ٦٣ \text{ دقيقة} = ١ ساعة و ٣ دقائق$$

إذاً الوقت الذي تشير إليه عقارب الساعة الحائطية عندما يكون الوقت الصحيح ٧:٣٠ مساءً

$$= ٧:٣٠ مساءً + ١:٠٣ = ٨:٣٣ مساءً \quad \text{وهو المطلوب.}$$

اجابات

$$٢١. \text{ بتوزيع البسط على المقام نجد أن : } \frac{س+ص}{ص} = \frac{س}{ص} + \frac{ص}{ص} = ١ + \frac{س}{ص}$$

إذا كمية العمود الأول تكون مساوية لكمية العمود الثاني .

الجواب ج

٢٢. لا توجد علاقة واضحة بين s و v من حيث أيهما أكبر أو أيهما أصغر ، و ذلك لوجود عدد لانهائي من الحلول الممكنة للمعادلة $s^2 + v^2 = 100$.
بمعنى أن المعلومات المعطاة غير كافية للمقارنة بين s و v .

الجواب د

٢٣. من المعلوم أن قياس الزاوية الخارجية لمثلث ما تساوي مجموع قياسي الزاويتين الداخليتين لهذا المثلث غير المجاورة لهذه الزاوية الخارجية .
و من الشكل المعطى نجد أن الزاوية ١ هي زاوية خارجية للمثلث و بالتالي فإن :
قياس الزاوية ١ = قياس الزاوية ٣ + قياس الزاوية ٤
و هذا بدوره يُبين أن قياس الزاوية ١ أكبر من قياس الزاوية ٤
أي أن كمية العمود الأول تكون أكبر من كمية العمود الثاني .

الجواب أ

٢٤. لحل هذا السؤال دعونا نجرب بأعداد رقمية :
لنفرض مثلاً أن : $s = 2$ فإن $s^3 = 8$ بينما $s^2 = 4$
و هذا يعني أن $s^3 < s^2$.
لكن إذا فرضنا أن : $s = \frac{1}{4}$ فإن $s^3 = (\frac{1}{4})^3 = \frac{1}{64}$ بينما $s^2 = (\frac{1}{4})^2 = \frac{1}{16}$
و هذا يعني أن $s^3 > s^2$.
إذاً قد تكون $s^3 < s^2$ أو تكون $s^3 > s^2$
إذاً الجواب هو د لعدم اكتمال المعلومات المعطاة لإجراء المقارنة .

الجواب د

٢٥. بما أن $|ك ل| = |ك م|$ فالمثلث $ك ل م$ هو مثلث متطابق الضلعين (الساقين) و من خصائص المثلث المتطابق الضلعين أن زاويتي القاعدة $ل م$ تكونان متساويتين .
أي أن قياس الزاوية $ك ل م =$ قياس الزاوية $ك م ل =$ قياس الزاوية ٢
بمعنى آخر نجد أن قياس الزاوية ١ + قياس الزاوية $ن ل م =$ قياس الزاوية ٢
و هذا يوضح أن قياس الزاوية ١ أصغر من قياس الزاوية ٢

أي أن كمية العمود الأول تكون أصغر من كمية العمود الثاني .

الجواب ب

$$.26 \quad \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \left(\frac{1}{4}\right) \left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{16} = 0,25 = 25\% < 26\%$$

إذاً كمية العمود الأول تكون أصغر من كمية العمود الثاني .

الجواب ب

.27 من المعلوم أن مجموع قياسات الزوايا الداخلية لأي شكل رباعي يساوي 360 .

وهذا يعني أن مجموع قياسات الزوايا (4, 3, 2, 1) = 360

= مجموع قياسات الزوايا (8, 7, 6, 5)

أي أن كمية العمود الأول تكون مساوية لكمية العمود الثاني .

الجواب ج

$$.28 \quad \frac{6}{5} = \frac{(1-6)^6}{0} = \frac{6}{0} = \frac{6}{0} = \frac{6}{0}$$

إذاً كمية العمود الأول تكون مساوية لكمية العمود الثاني .

الجواب ج

.29 بتسديق النظر في الشكل المعطى نجد أنه لا توجد أي معلومات دقيقة توضح العلاقة بين

ل ن | و | ك ل | أو | ن هـ | .

و عليه فإنه لا يمكن تحديد العلاقة بين | ل ن | و | ك ل | + | ن هـ | .

الجواب د

$$.30 \quad \frac{(ع هـ) س + (ص هـ) ض + (ص ع) ع}{ص ع هـ} = \frac{ع}{هـ} + \frac{ص}{ع} + \frac{س}{ص}$$

$$= \frac{س ع هـ + ص هـ + ص ع}{ص ع هـ} = \frac{14}{15} > \frac{15}{15} = 1$$

و عليه فإن كمية العمود الأول تكون أصغر من كمية العمود الثاني .

الجواب ب