الاسم :
الرقم:
المدة : ثلاث ساعات
الدرجة : ستمئة

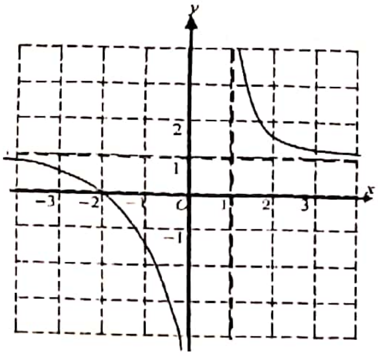
امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة دورة عام ٢٠٢١

(الفرع العلمي – دورة أولى)

الرياضيات:

الصفحة الأولى

أولاً: أجب عن خمسة فقط من الأسئلة الستة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)



السؤال الأول:

نتأمل الخط البياني C للتابع f المعرف على $]-\infty,0[\cup]1,+\infty[$.

والمطلوب:

1) جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$.

2) اكتب معادلة كل مقارب أفقي ومعادلة كل مقارب شاقولي لـ C.

3) جد حلول المتراجحة $f'(x) < 0$.

4) جد حل المعادلة $f(x) = 0$.

السؤال الثاني: جد قيمة الحد الثابت (المستقل عن x) في منشور $(x + \frac{1}{x^2})^{12}$.

السؤال الثالث: احسب العدد: $I = \int_0^3 \left(2 - |2 - x|\right)dx$.

السؤال الرابع:

نتأمل في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، النقاط الآتية: $A(2,0,1)$, $B(1,-2,1)$, $C(5,0,5)$, $D(6,2,5)$ **والمطلوب:**

1) أثبت أنّ $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{AC}$ غير مرتبطين خطياً.

2) عيّن العددين الحقيقيين α , β بحيث $\overrightarrow{AD} = \alpha\overrightarrow{AB} + \beta\overrightarrow{AC}$ واستنتج أنّ النقاط A , B , C , D تقع في مستوٍ واحد.

السؤال الخامس:

ليكن f هو التابع المعرّف على $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ وفق: $f(x) = \dfrac{ax^2 + bx + 1}{x-1}$.المطلوب:

عيّن العددين الحقيقيين a , b لتكون $f(-1) = 0$ قيمة حدّيّة للتابع f .

السؤال السادس:

نتأمل حجر نرد متوازن فيه أربعة وجوه ملوّنة بالأسود، ووجهان ملونان بالأحمر، نلقي هذا الحجر خمس مرات على التوالي.

نعرّف متحولاً عشوائياً X يدل على عدد الوجوه السوداء التي نحصل عليها. **المطلوب:**

1) اكتب قيم المتحول العشوائي X واحسب $P(X=0)$.

2) احسب التوقع الرياضي للمتحول العشوائي X وتباينه.

ثانياً: حل التمارين الثلاثة الآتية: (70 درجة لكلٍّ من التمرينين الأول والثاني – 60 درجة للتمرين الثالث)

التمرين الأول : لتكن لدينا المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالعلاقة التدريجية: $u_0 = 2$, $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 3$

ولنعرّف المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ وفق: $v_n = u_n + 6$.

المطلوب:

1) أثبت أن المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ هندسية، عيّن أساسها واحسب v_0 ، ثمّ اكتب عبارة v_n بدلالة n .

2) لنعرّف المتتالية $(w_n)_{n\geq 0}$ وفق: $w_n = \ln(v_n)$ ، أثبت أنّ المتتالية $(w_n)_{n\geq 0}$ حسابية واحسب w_0،
ثمّ احسب المجموع $S = w_0 + w_1 + w_2 + w_3 + w_4 + w_5$.

يتبع في الصفحة الثانية

الاسم :
الرقم:
المدّة : ثلاث ساعات
الدرجة : ستمئة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة دورة عام ٢٠٢١

الرياضيات: **(الفرع العلمي – دورة أولى)**

الصفحة الثانية

التمرين الثاني:

في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ نتأمل النقاط C, B, A التي تمثلها الأعداد العقدية $a=8$ ، $b=-4+4i$ ، $c=-4i$ على الترتيب. **والمطلوب:**

1) احسب العدد $\frac{b-c}{a-c}$ ، واستنتج أنّ المثلث ABC قائم ومتساوي الساقين.

2) جد العدد العقدي d الممثل للنقطة D صورة النقطة A وفق دوران مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{4}$.

3) جد العدد العقدي e الممثل للنقطة E ليكون الرباعي $ACBE$ مربعاً.

التمرين الثالث:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $I=]0,+\infty[$ وفق: $f(x)=x-4+\ln(\frac{x}{x+1})$

1) أثبت أنّ f تابع متزايد تماماً على I، واستنتج $f(I)$.

2) أثبت أنّ المستقيم d الذي معادلته $y=x-4$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$.

3) ادرس الوضع النسبي بين الخط البياني C والمستقيم d.

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى:

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نتأمل النقاط: $A(-1,2,3)$ ، $B(2,1,1)$ ، $C(-3,4,-1)$ ، $D(3,1,1)$. **المطلوب:**

1) جد $\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{AB}$ ، وبيّن أنّ المستقيمين (AC) و (AB) متعامدان.

2) أثبت أنّ الشعاع $\vec{n}(2,4,1)$ يعامد المستوي (ABC) واكتب معادلة للمستوي (ABC).

3) جد تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d المار من النقطة D والعمودي على المستوي (ABC) .

4) احسب بعد D عن المستوي (ABC) ثمّ احسب حجم الهرم $D-ABC$.

5) بفرض أنّ G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(A,1)$, $(B,-1)$, $(C,2)$ أثبت أنّ المستقيمين (AB) و (CG) متوازيان.

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x)=\frac{(x+1)^2}{e^x}$ **والمطلوب :**

1) احسب نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه واكتب معادلة المستقيم المقارب الأفقي.

2) أثبت أنّ $f'(x)=(1-x^2)\,e^{-x}$.

3) ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها ودل على القيم الحديّة مبيّناً نوعها.

4) ارسم C في معلم متجانس.

5) استنتج رسم الخط البياني C_1 للتابع g المعرف وفق: $g(x)=(x-1)^2e^x$.

6) جد مجموعة تعريف التابع: $h(x)=\ln(f(x))$.

====================

– انتهت الأسئلة –

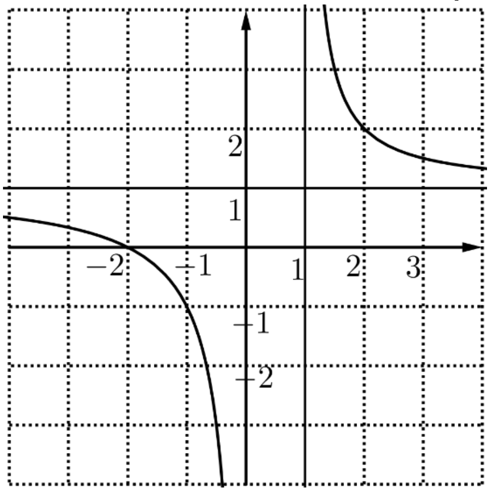
ملاحظة : يمنع استعمال الآلات الحاسبة والجداول اللوغاريتمية

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة / الفرع العلمي الدورة الأولى عام 2021

سلم درجات مادة: الرياضيات **الدرجة: ستمئة**

أولاً: أجب عن خمسة فقط من الأسئلة الستة الآتية: **(40 درجة لكل سؤال)**

السؤال الأول:



نتأمل الخط البياني C المعرف على $]-\infty,0[\cup]1,+\infty[$ **والمطلوب:**

1) جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to1} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to0} f(x)$.

2) اكتب معادلة كل مقارب أفقي ومعادلة كل مقارب شاقولي لـ C .

3) جد حلول المتراجحة $f'(x)<0$.

4) جد حل المعادلة $f(x)=0$.

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$	5	
$\lim\limits_{x\to1} f(x)=+\infty$	5	
$\lim\limits_{x\to0} f(x)=-\infty$	5	
$y=1$	5	
$x=1$	5	
$x=0$	5	
$]-\infty,0[\cup]1,+\infty[$	5	إذا كتب الطالب $(-2,0)$ في حل الطلب الأخير ينال الدرجة المخصصة
$x=-2$	5	
مجموع درجات السؤال الأول	**40**	

السؤال الثاني: جد قيمة الحد الثابت (المستقل عن x) في منشور $(x+\frac{1}{x^2})^{12}$.

$T_r=\binom{n}{r}a^{n-r}.b^r$	5	إذا كتب الطالب $T_r=\binom{n}{r}a^r.b^{n-r}$ ينال الدرجة المخصصة للقانون ويتابع له
$T_r=\binom{12}{r}(x)^{12-r}(\frac{1}{x^2})^r=\binom{12}{r}x^{12-3r}$	3 × 5	إذا حسب الطالب المنشور كاملاً وحدد القيمة المطلوبة ينال الدرجة المخصصة كاملاً
$12-3r=0$	5	
$r=4$	5	عند حساب r و T_r في الخطوتين الأخيرتين يخسر الدرجات المخصصة في حال كان r سالباً أو كسراً
$T_4=\binom{12}{4}=495$	2 + 3 + 5	
مجموع درجات السؤال الثاني	**40**	

السؤال الثالث: احسب العدد: $I=\int_0^3 (2-|2-x|)dx$.

$I=\int_0^2 (x)dx+\int_2^3 (4-x)dx$	3×5	5 لتجزئة حدود التكامل و 5+5 لعبارتي التكامل 5 لكل تابع أصلي
$I=\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^2+\left[4x-\frac{x^2}{2}\right]_2^3$	3×5	إذا كتب الطالب : $I=\int_0^3 2-(2-x)dx=\int_0^3 x\,dx$ $=\left[\frac{1}{2}x^2\right]_0^3=\frac{9}{2}$ ينال الطالب 5 درجات للتابع الأصلي و 2+2 للتعويض والنتيجة
التعويض	4×2	
الناتج	2	
مجموع درجات السؤال الثالث	**40**	

السؤال الرابع:

نتأمل في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقاط الآتية $A(2,0,1)$ و $B(1,-2,1)$ و $C(5,0,5)$ و $D(6,2,5)$ **والمطلوب:**

1) أثبت أن $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ غير مرتبطين خطياً.

2) عين العددين الحقيقيين α و β بحيث $\overrightarrow{AD}=\alpha\overrightarrow{AB}+\beta\overrightarrow{AC}$ واستنتج أن النقاط A و B و C و D تقع في مستوٍ واحد.

$\overrightarrow{AB}(-1,-2,0)$ $\overrightarrow{AC}(3,0,4)$	3 3	لكل مركبة درجة لكل مركبة درجة
$-\frac{1}{3}\neq\frac{0}{4}$ أو المركبات غير متناسبة أو أية عبارة تثبت عدم الارتباط الخطي	3 3	
$\overrightarrow{AD}(4,2,4)$	3	لكل مركبة درجة
تعويض الأشعة في العبارة $\overrightarrow{AD}=\alpha\overrightarrow{AB}+\beta\overrightarrow{AC}$	2×3	لتعويض الشعاعين في العبارة
الوصول إلى ثلاث معادلات خطية من العبارة السابقة بطريقة صحيحة	3×3	كل معادلة 3 درجات
إيجاد α و β	$2 + 2$	
التحقق	3	
$\overrightarrow{AD}=-\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$ أو النقاط تقع في مستوٍ واحد	3	إذا كتب الطالب العبارة $\overrightarrow{AD}=-\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$ مباشرة بعد تعويض الأشعة في علاقة الارتباط الخطي ينال الدرجات $5 \times 3 + 4$
مجموع درجات السؤال الرابع	**40**	

السؤال الخامس:

ليكن f هو التابع المعرف على $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ وفق: $f(x)=\dfrac{ax^2+bx+1}{x-1}$ **والمطلوب:**

عين العددين الحقيقيين a و b لتكون $f(-1)=0$ قيمة حدية للتابع f .

التعويض $f(-1)=\dfrac{a-b+1}{-2}=0$	5	إذا أخطأ الطالب بحساب المشتق وتابع الحل ينال الدرجات المخصصة للخطوات اللاحقة فقط
الوصول إلى العلاقة الأولى	5	
حساب المشتق	10	
معرفة أن المشتق ينعدم عند -1	5	
التعويض في المشتق	5	
الوصول إلى العلاقة الثانية	6	
بالحل المشترك $a=1$ و $b=2$	2 + 2	
مجموع درجات السؤال الخامس	**40**	

السؤال السادس:

نتأمل حجر نرد متوازن فيه أربعة وجوه ملونة بالأسود ووجهان ملونان بالأحمر ، نلقي هذا الحجر خمس مرات على التوالي ، نعرف متحولاً عشوائياً X يدل على عدد الوجوه السوداء التي نحصل عليها ، **والمطلوب:**

1) اكتب قيم المتحول العشوائي X واحسب $P(X=0)$.

2) احسب التوقع الرياضي للمتحول العشوائي X وتباينه.

قيم X هي $X=\{0,1,2,3,4,5\}$	3	ملاحظة: إذا أهمل أو أضاف الطالب أي قيمة من قيم المتغير العشوائي يخسر درجة واحدة لكل قيمة يهملها أو يضيفها بما لا يتجاوز 3 درجات يخسر الطالب 5 درجات إذا بدل بين p و q إذا حسب الطالب: $P(X=0)=\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}$ ينال الدرجة المخصصة لحساب $P(X=0)$ كاملة
قانون حساب الاحتمال	10	
قيم p + قيم q	5 + 5	
التعويض	5	
النتيجة	2	
قانون $E(X)$ + نتيجة	2 + 3	إذا كتب الطالب القانون الاحتمالي للمتحول العشوائي X ثم حسب التوقع الرياضي والتباين منه ينال الدرجات المخصصة
قانون $V(X)$ + نتيجة	2 + 3	
مجموع درجات السؤال السادس	**40**	

ثانياً: حل التمارين الثلاثة الآتية: (70 درجة لكل من التمرينين الأول والثاني - 60 درجة للتمرين الثالث)

التمرين الأول: لتكن لدينا المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالعلاقة التدريجية: $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 3$

ولنعرف المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ وفق $v_n = u_n + 6$

المطلوب:

1) أثبت أن المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ هندسية ، عين أساسها واحسب v_0 ، ثم اكتب عبارة v_n بدلالة n.

2) نعرف المتتالية $(w_n)_{n\geq 0}$ وفق: $w_n = \ln(v_n)$ ، أثبت أن المتتالية $(w_n)_{n\geq 0}$ حسابية واحسب w_0

ثم احسب المجموع $S = w_0 + w_1 + w_2 + w_3 + w_4 + w_5$.

حساب v_{n+1} بدلالة u_{n+1}	5	
حساب v_{n+1} بدلالة u_n	5	
إظهار v_{n+1} بدلالة v_n	5	
حساب q	5	
حساب v_0	5	
كتابة v_n بدلالة n بأي صيغة صحيحة	5	
القانون $w_{n+1} - w_n$	5	
حساب $w_{n+1} - w_n$ بدلالة v_{n+1} و v_n	5	
استخدام خواص اللوغاريتم	3	
الوصول للعدد الثابت أساس المتتالية الحسابية	2	
حساب w_0	5	
حساب w_5	5	
قانون حساب مجموع متتالية حسابية	5	إذا قام الطالب بحساب كلاً من
التعويض في القانون	5	w_0 و w_1 و w_2 و w_3 و w_4 و w_5
الحساب والنتيجة	5	ثم قام بحساب المجموع S ينال الدرجات المخصصة
مجموع درجات السؤال السابع / التمرين الأول /	**70**	

ملاحظات التمرين الأول:

عند إثبات أن المتتالية $(w_n)_{n\geq 0}$ حسابية يمكن الكتابة بأكثر من صياغة بطرائق مختلفة منها:

(1 $w_{n+1} - w_n = \ln(v_{n+1}) - \ln(v_n)$ 　 5 + 5

$= \ln\left(\frac{v_{n+1}}{v_n}\right)$ 　 3

$= \ln q =$ ثابت 　 2

2) $w_{n+1}-w_n=\ln(\frac{1}{2}v_{n+1})-\ln(v_n)$ 5 + 5

$=\ln\frac{1}{2}=$ ثابت 3 + 2

3) $w_{n+1}-w_n=\ln\left(\frac{1}{2^{n-2}}\right)-\ln\left(\frac{1}{2^{n-3}}\right)$ 10

$=\ln\left(\frac{2^{n-3}}{2^{n-2}}\right)=\ln\frac{1}{2}=$ ثابت 5

التمرين الثاني:

في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ نتأمل النقاط A و B و C التي تمثلها الأعداد العقدية $a=8$ و $b=-4+4i$ و $c=-4i$ على الترتيب ، **والمطلوب:**

1) احسب العدد $\frac{b-c}{a-c}$ ، واستنتج أن المثلث ABC قائم ومتساوي الساقين.

2) جد العدد العقدي d الممثل للنقطة D صورة النقطة A وفق دوران مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{4}$.

3) جد العدد العقدي e الممثل للنقطة E ليكون الرباعي $ACBE$ مربعاً.

التعويض في $\frac{b-c}{a-c}$	5	
الإصلاح $=\frac{-4+8i}{8+4i}$	5+5+5+5	
النتيجة	5	في حال كتب الطالب النتيجة مباشرة بعد التعويض ينال الدرجات المخصصة للإصلاح بالإضافة إلى درجة النتيجة
المثلث قائم ومتساوي الساقين	5	
قانون الدوران	5	
التعويض	5	
النتيجة بالشكل الجبري	5	
اختيار طريقة مناسبة لإيجاد E مثل $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{EB}$ أو تناصف القطرين أو تساوي طولي القطرين أو الدوران	5	إذا لم يراعي الطالب ترتيب رؤوس الرباعي يخسر 5 درجات المخصصة للطريقة ويتابع له الحل
تطبيق الطريقة	5 + 5	
الوصول إلى قيمة e	5	
مجموع درجات السؤال الثامن / التمرين الثاني /	**70**	

التمرين الثالث:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $I=]0,+\infty[$ وفق: $f(x)=x-4+\ln(\frac{x}{x+1})$ **المطلوب:**

1) أثبت أن f تابع متزايد تماماً على I ، واستنتج $f(I)$.

2) أثبت أن المستقيم d الذي معادلته $y=x-4$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$.

3) ادرس الوضع النسبي بين الخط البياني C والمستقيم d .

$x\mapsto\frac{x}{x+1}$ متزايد تماماً على I	5	أو: $f'(x)=1+\frac{1}{x(x+1)}>0$ الاشتقاق 3 × 5 $f'(x)>0$ 10
$x\mapsto\ln x$ متزايد تماماً على I	5	
مركب تابعين متزايدين هو تابع متزايد على I	5	
$x\mapsto x-4$ متزايد تماماً على I	5	
ومجموع تابعين متزايدين هو تابع متزايد	5	
$f(]0,+\infty[)=]-\infty,+\infty[$	2 × 5	ملاحظة: إذا حسب الطالب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to 0}f(x)$ ثم كتب النتيجة يعطى 5 + 5
القانون $f(x)-y_d$	5	ملاحظة: في حال حل الطالب المعادلة $\frac{x}{x+1}=1$ وذكر أن التابع $g(x)=\frac{x}{x+1}$ متزايد تماماً على I فإنه يحافظ على إشارة واحدة $g(x)<1$ أي $\ln(\frac{x}{x+1})<0$ ينال الطالب الدرجة المخصصة لتعليل الإشارة تابع الفرق على I
إيجاد النهاية $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-y_d\right)=0$	5	
الوضع النسبي: الإشارة + التعليل $\frac{x}{x+1}<1$ أي $\ln(\frac{x}{x+1})<0$	5 + 5	
الوضع النسبي المنسجم مع إشارته C تحت المستقيم d	5	
مجموع درجات السؤال التاسع / التمرين الثالث /	**60**	

ثالثاً: حل المسألتين التاليتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى:

في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نتأمل النقاط: $A(-1,2,3)$ و $B(2,1,1)$ و $C(-3,4,-1)$ و $D(3,1,1)$ **والمطلوب:**

1) جد $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ ، وبين أن المستقيمين (AC) و (AB) متعامدان.

2) أثبت أن الشعاع $\vec{n}(2,4,1)$ يعامد المستوي (ABC) واكتب معادلة المستوي (ABC).

3) جد تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d المار من D والعمودي على المستوي (ABC).

4) احسب بعد D عن المستوي (ABC) ثم احسب حجم الهرم $D-ABC$.

5) بفرض أن G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(A,1)$ و $(B,-1)$ و $(C,2)$ أثبت أن المستقيمين (AB) و (CG) متوازيان.

حساب $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$	2×3	كل مركبة درجة واحدة
حساب $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ قانون + نتيجة	$3 + 2$	
حساب $\vec{n}.\overrightarrow{AB}=0$ التعويض + النتيجة	$3 + 2$	
حساب $\vec{n}.\overrightarrow{AC}=0$ التعويض + النتيجة	$3 + 2$	
التعبير عن معرفته أن $\vec{n}$ يعامد شعاعين غير مرتبطين خطياً أو التعبير عن معرفته أن $\vec{n}$ ناظم المستوي	3	
قانون المستوي	5	
التعويض + نتيجة	$5 + 5$	
التعبير عن معرفته لشكل التمثيل الوسيطي	$5 + 3 \times 5$	للقانون 5 ولكل معادلة 5
قانون المسافة + التعويض + النتيجة	$3 + 5 + 5$	كتابة النتيجة مباشرة بشكل صحيح ينال درجة القانون ضمناً
حساب $\left\|\overrightarrow{AB}\right\|$ و $\left\|\overrightarrow{AC}\right\|$	$4 + 4$	
حساب المساحة	4	
قانون الحجم	3	
والنتيجة	3	
$\overrightarrow{GA}-\overrightarrow{GB}+2\overrightarrow{GC}=\vec{0}$	3	
$\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{BG}+2\overrightarrow{GC}=\vec{0}$	2	
$\overrightarrow{BA}=-2\overrightarrow{GC}$	3	
$\overrightarrow{BA}$ و $\overrightarrow{GC}$ مرتبطين خطياً	2	
$(BA) \parallel (CG)$		
مجموع درجات السؤال العاشر / المسألة الأولى /	**100**	

ملاحظات المسألة الأولى

طريقة ثانية للطلب الأخير: مجموع ثقلي A و B يساوي الصفر فيكون $(BA)\parallel(CG)$	$5+5$
طريقة ثالثة للطلب الأخير: احداثيات G مركبات $\overrightarrow{CG}$ و $\overrightarrow{AB}$ $\overrightarrow{AB}=-2\overrightarrow{CG}$	$2+2+2$ 2 2
طريقة رابعة للطلب الأخير: $\overrightarrow{AG}=\dfrac{\beta}{\alpha+\beta+\gamma}\overrightarrow{AB}+\dfrac{\gamma}{\alpha+\beta+\gamma}\overrightarrow{AC}$ $\overrightarrow{AG}=-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$ $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CG}=-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$ $\overrightarrow{CG}=-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ الشعاعان مرتبطان خطياً والمستقيمان متوازيان	2 2 2 2 2
طريقة خامسة للطلب الأخير: نفرض I مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين $(C,2)$ و $(B,-1)$ إذاً $\overrightarrow{BI}=2\overrightarrow{BC}$ تكون C منتصف $[BI]$ يكون مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط $(A,1)$ و $(B,-1)$ و $(C,2)$ هو مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين $(A,1)$ و $(I,1)$ حسب الخاصة التجميعية ومنه G في منتصف $[IA]$ وبالتالي $[CG]$ تصل بين منتصفي ضلعين في مثلث ومنه $(BA)\parallel(CG)$	$2+2$ 1 2 1 2

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x)=\dfrac{(x+1)^2}{e^x}$ **والمطلوب:**

1) احسب نهايات f عند أطراف مجموعة تعريفه واكتب معادلة المستقيم المقارب الأفقي.

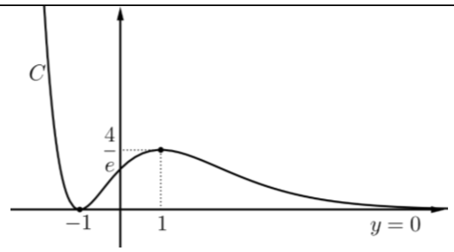
2) أثبت أن $f'(x)=(1-x^2)e^{-x}$.

3) ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها ودل على القيم الحدية مبيناً نوعها.

4) ارسم C في معلم متجانس.

5) استنتج رسم الخط البياني C_1 للتابع g المعرف وفق: $g(x)=(x-1)^2e^x$.

6) استنتج مجموعة تعريف التابع: $h(x)=\ln(f(x))$.

حساب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$	5	
حساب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$	5 + 3	النهاية + التعليل
$y=0$ مقارب أفقي	5	
$f'(x)$	5 + 5 + 5	قانون + التعويض + النتيجة
ينعدم $f'(x)$ عندما $x=1$ أو $x=-1$	3 + 3	
$f(1)=\dfrac{4}{e}$ و $f(-1)=0$	3 + 3	
$\begin{array}{c\|ccccccc} x & -\infty & & -1 & & 1 & & +\infty \\ \hline f'(x) & & - & 0 & + & 0 & - & \\ \hline f(x) & +\infty & \searrow & 0 & \nearrow & \frac{4}{e} & \searrow & 0 \end{array}$	(2+3)× 3	إشارة + أسهم إذا لم يضع الطالب الإشارة في سطر $f'(x)$ يخسر 6 درجات
قيمة صغرى محلياً $f(-1)=0$ قيمة كبرى محلياً $f(1)=\dfrac{4}{e}$	5 5	
	5 + 5	5 للانسجام مع الجدول 5 للانسجام مع المقارب والقيم الحدية
C_1 نظير C بالنسبة لمحور التراتيب أو $g(x)=f(-x)$ أو الرسم	10	
مجموعة التعريف $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$	5 + 5	التعليل + النتيجة في الخطوة الأخيرة إذا كتب الطالب $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ ينال 10 درجات
مجموع درجات السؤال الحادي عشر / المسألة الثانية /	**100**	

انتهى السلم

الاسم :
الرقم:
المدة : ثلاث ساعات
الدرجة : ستمئة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العلمية دورة عام ٢٠٢١

الرياضيات: (الفرع العلمي – دورة ثانية)

الصفحة الأولى

أولاً: أجب عن خمسة فقط من الأسئلة الستة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: عيّن قيمة n التي تحقق المعادلة $P^{3}_{n+3} = 16\binom{n+2}{2}$.

السؤال الثاني: نتأمل في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقطة $A(2,1,2)$ والمستوي $P : 2x + y - 2z - 4 = 0$. المطلوب:

1) احسب بعد A عن المستوي P .

2) اكتب معادلة للكرة التي مركزها A وتمس المستوي P .

السؤال الثالث: احسب التكامل الآتي: $I = \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} x \sin x \, dx$

السؤال الرابع: تأمل جدول تغيرات التابع f المعرف على $]0,+\infty[$ خطه البياني C . والمطلوب:

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	‖ $-\infty$	↗	$\frac{1}{e}$	↘	0

1) جد $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \to 0} f(x)$ واكتب معادلة المقارب الأفقي.

2) ما عدد حلول المعادلة $f(x) = 0$.

3) دلّ على القيمة المحلية وبيّن نوعها.

4) جد مجموعة حلول المتراجحة $f'(x) > 0$.

السؤال الخامس:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]-\infty, 0[$ وفق: $f(x) = \frac{2x^2 + \cos^2 x}{x}$. المطلوب:

أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y = 2x$ مقارب مائل لـ C في جوار $-\infty$ وادرس الوضع النسبي بين C و Δ .

السؤال السادس:

يحتوي صندوق على كرات حمراء و كرات بيضاء ، عدد الكرات الحمراء يساوي ثلاثة أضعاف عدد الكرات البيضاء.

المطلوب:

1) نسحب عشوائياً من الصندوق كرة، ما احتمال أن تكون بيضاء اللون.

2) نسحب من الصندوق ثلاث كرات على التتالي مع الإعادة، نعرف X المتحول العشوائي الذي يدل على عدد الكرات البيضاء المسحوبة أثناء عمليات السحب الثلاثة. اكتب مجموعة قيم X وجدول القانون الاحتمالي.

ثانياً: حل التمارين الثلاثة الآتية: (70 درجة لكلٍّ من التمرينين الأول والثاني- 60 درجة للتمرين الثالث)

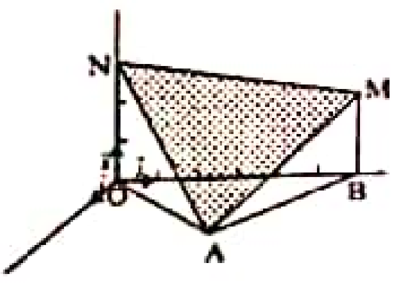
التمرين الأول :

نتأمل المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق: $u_0 = \frac{5}{2}$ وأياً كان العدد الطبيعي n: $u_{n+1} = (u_n - 2)^2 + 2$. المطلوب:

1) أثبت بالتدريج أن $2 \leq u_n \leq 3$ أيا كان العدد الطبيعي n .

2) أثبت أنّ المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متناقصة .

3) استنتج تقارب المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ وجد $\lim_{n \to +\infty} u_n$.



التمرين الثاني: في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقاط :

$A(1,3,0)$, $B(0,6,0)$, $N(0,0,3)$, $M(0,6,2)$.

المطلوب:

1) اكتب معادلة المستوي (AMN) .

2) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم Δ المار من O ويعامد المستوي (AMN) .

3) أثبت أن المستوي الذي معادلته $z - 1 = 0$ هو المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[BM]$.

يتبع في الصفحة الثانية

الصفحة الثانية

التمرين الثالث:

ليكن التابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x)=(ax+b)e^{-x}$. المطلوب:

أولاً: احسب قيمة كل من a , b إذا علمت أن $f(-1)=e$ قيمة حدية للتابع.

ثانياً: لتكن المعادلة التفاضلية $y'+y=\lambda e^{-x}$ ، عيّن قيمة λ إذا علمت أن $f(x)=(x+2)e^{-x}$ حلاً لها.

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى:

أولاً: ليكن $P(z)$ كثير حدود معرف بالصيغة $P(z)=z^3-2(\alpha+i\sqrt{3})z^2-4(\alpha-i\sqrt{3})z+8$ حيث $\alpha\in\mathbb{R}$.

المطلوب:

1) احسب العدد α لكي يكون $z=2$ حلاً للمعادلة $P(z)=0$.

2) بفرض $\alpha=1$ جد كثير الحدود من الدرجة الثانية $Q(z)$ يحقق: $P(z)=(z-2)Q(z)$ ،

ثم استنتج حلول المعادلة $P(z)=0$.

ثانياً: لتكن A و B و C نقاط المستوي التي تمثل الأعداد العقدية بالترتيب:

$a=2$, $b=1+i\sqrt{3}$, $c=-1+i\sqrt{3}$. المطلوب:

a) أثبت أن: $\frac{a-b}{c-b}=e^{\frac{2\pi}{3}i}$ ، واستنتج طبيعة المثلث ABC.

b) ليكن المثلث $A'B'C'$ صورة المثلث ABC وفق تناظر بالنسبة لمحور الفواصل، عيّن a' و b' و c' التي تمثلها نقاط المستوي A' , B' , C' على الترتيب.

المسألة الثانية:

ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرف على $I=]0,+\infty[$ وفق: $f(x)=e^{-x}(1+\ln x)$ ، والتابع g المعرف على I وفق: $g(x)=\frac{1}{x}-1-\ln x$. المطلوب:

1) ادرس تغيرات التابع g ونظّم جدولاً بها.

2) بيّن أن للمعادلة $g(x)=0$ حلاً وحيداً α ، ثم تحقق أنّ $\alpha=1$.

3) جد نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه.

4) أثبت أن: $f'(x)=\frac{g(x)}{e^x}$.

5) مستفيداً من تغيرات التابع g ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها.

6) في معلم متجانس ارسم الخط C_f.

– انتهت الأسئلة –

ملاحظة : يمنع استعمال الآلات الحاسبة.

حل امتحان الرياضيات دورة 2021 الثانية

أولاً: السؤال الأول:

شرط الحل

$$\left.\begin{array}{l} n+2 \geq 2 \\ n+3 \geq 3 \end{array}\right\} n \geq 0$$

$$P^3_{n+3} = 16 \binom{n+2}{2}$$

$$(n+3)(n+2)(n+1) = 16\,\frac{(n+2)(n+1)}{2!}$$

$$n+3 = 8$$

$$\boxed{n=5}$$

السؤال الثاني:

1) $$dist(A,P) = \frac{|4+1-4-4|}{\sqrt{4+1+4}} = \frac{3}{3} = 1$$

2) $$r = dist(A,P) = 1$$

معادلة الكرة من الشكل:

$$(x-x_A)^2+(y-y_A)^2+(z-z_A)^2 = r^2$$

$$(x-2)^2+(y-1)^2+(z-2)^2 = 1$$

السؤال الثالث:

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x \, dx$$

تجزئة

$u = x$	$u' = 1$
$v' = \sin x$	$v = -\cos x$

$$\int_a^b u v' = [uv]_a^b - \int_a^b v u'$$

$$I = [-x\cos x]_0^{\frac{\pi}{2}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \, dx$$

$$I = [-x\cos x + \sin x]_0^{\frac{\pi}{2}} = 1 - 0 = 1$$

السؤال الرابع:

1) $$\lim_{x\to 0} f(x) = -\infty \quad , \quad \lim_{x\to +\infty} f(x) = 0$$

$y=0$ مقارب أفقي للخط C في جوار $+\infty$.

2) للمعادلة $f(x)=0$ حل وحيد.

3) $f(1)=\frac{1}{e}$ قيمة حدية كبرى.

4) ك $=]0,1[$

السؤال الخامس:

$$f(x) = 2x + \frac{\cos^2 x}{x}$$

$$f(x) - y_\Delta = \frac{\cos^2 x}{x}$$

$$0 \leq \cos^2 x \leq 1$$

من أجل $x<0$:

$$0 \geq \frac{\cos^2 x}{x} \geq \frac{1}{x}$$

$$\lim_{x\to -\infty}\left(\frac{1}{x}\right) = 0 \Rightarrow \lim_{x\to -\infty} \frac{\cos^2 x}{x} = 0$$

حسب مبرهنة الإحاطة.

$$\Rightarrow \lim_{x\to -\infty}[f(x) - y_\Delta] = 0$$

فالمستقيم Δ مقارب مائل للخط C في جوار $-\infty$.

x	$-\infty$ ... 0
$\cos^2 x$	$+$
x	$-$
$f(x) - y_\Delta$	$-$
	C تحت Δ.

ويتقاطع C مع Δ في كل نقطة فاصلتها من الشكل $x=\frac{\pi}{2}+\pi K$

حيث K عدد صحيح سالب تماما $K\in\mathbb{Z}^{*}_{-}$

السؤال السادس :

1- إذا كان عدد الكرات البيضاء (n) عندها سيكون عدد الكرات الحمراء $(3n)$ وسيكون إجمالي عدد الكرات $(4n)$

$$P(w)=\frac{n}{4n}=\frac{1}{4}$$

2- $X(\Omega)=\{0,1,2,3\}$

تجربة برنولية

$p=\frac{1}{4}$ ، $q=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$ $\quad n=3$

$$0\leq K\leq 3$$

$$P(X=K)=\binom{n}{K}p^K q^{n-K}$$

$$P(X=0)=\binom{3}{0}\left(\frac{1}{4}\right)^0\cdot\left(\frac{3}{4}\right)^3=\frac{27}{64}$$

$$P(X=1)=\binom{3}{1}\left(\frac{1}{4}\right)^1\left(\frac{3}{4}\right)^2=\frac{27}{64}$$

$$P(X=2)=\binom{3}{2}\left(\frac{1}{4}\right)^2\left(\frac{3}{4}\right)^1=\frac{9}{64}$$

$$P(X=3)=\binom{3}{3}\left(\frac{1}{4}\right)^3\left(\frac{3}{4}\right)^0=\frac{1}{64}$$

K	0	1	2	3
$P(X=K)$	$\frac{27}{64}$	$\frac{27}{64}$	$\frac{9}{64}$	$\frac{1}{64}$

التمرين الأول :

1- $E(n)$: $\quad 2\leq u_n\leq 3$

$E(0)$ محققة لأن

$$2\leq u_0=\frac{5}{2}\leq 3$$

نفرض صحة $E(n)$ ونبرهن صحة $E(n+1)$:

$$2\leq u_n\leq 3$$

$$0\leq u_n-2\leq 1$$

$$0^2\leq (u_n-2)^2\leq 1^2$$

$$2\leq (u_n-2)^2+2\leq 3$$

$$2\leq u_{n+1}\leq 3$$

$E(n+1)$ محققة. فالقضية $E(n)$ صحيحة أيا كان العدد الطبيعي $n\geq 0$.

2- $E'(n)$ $\quad u_{n+1}\leq u_n$

حساب u_1 :

$$u_1=(u_0-2)^2+2=(2.5-2)^2+2$$

$$=\frac{1}{4}+2=\frac{9}{4}$$

$E'(0)$ محققة لأن $u_1=\frac{9}{4}\leq u_0=\frac{5}{2}$

نفرض صحة $E'(n)$ ونبرهن صحة $E'(n+1)$:

$$u_{n+1}\leq u_n$$

$$u_{n+1}-2\leq u_n-2$$

$$(u_{n+1}-2)^2\leq (u_n-2)^2$$

$$(u_{n+1}-2)^2+2\leq (u_n-2)^2+2$$

$$u_{n+2}\leq u_{n+1}$$

$E'(n+1)$ صحيحة . فالقضية $E'(n)$

صحيحة أياً كان العدد الطبيعي $n\geq 0$

فالمتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متناقصة .

3) المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متناقصة ومحدودة

من الأدنى بالعدد (2) فهي متقاربة.

$$u_{n+1}=u_n$$

$$\Longleftrightarrow \quad u_n=(u_n-2)^2+2$$

$$u_n=u_n^2-4u_n+4+2$$

$$u_n^2-5u_n+6=0$$

$$(u_n-3)(u_n-2)=0$$

$$(l-3)(l-2)=0$$

إما $l=3$ (مرفوض)

أو $l=2$ (مقبول)

ومنه : $\boxed{\lim_{n\to+\infty} u_n=2}$

التمرين الثاني :

1) ليكن $\vec{n}(a,b,c)$ ناظماً للمستوي AMN

عندئذ : $\vec{n}\cdot\vec{AM}=0$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1\\3\\2\end{pmatrix}=0$$

$$-a+3b+2c=0 \longrightarrow ①$$

$\vec{n}\cdot\vec{AN}=0$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1\\-3\\3\end{pmatrix}=0 \Rightarrow -a-3b+3c=0 \quad ②$$

بجمع المعادلتين ① و ② :

$$-2a+5c=0 \Rightarrow \boxed{2a=5c}$$

نفرض مثلاً $c=6$ عندئذ $a=15$.

$$-15+3b+12=0$$

$$3b=3$$

$$\boxed{b=1}$$

$$\vec{n}(15,1,6)$$

معادلة المستوي من الشكل :

$$a(x-x_N)+b(y-y_N)+c(z-z_N)=0$$

$$\boxed{15x+y+6z-18=0}$$

2) $\vec{u}_\Delta=\vec{n}_{AMN}(15,1,6)$

$$\Delta:\begin{cases}x=x_0+at\\y=y_0+bt\\z=z_0+ct\end{cases} t\in\mathbb{R} \Rightarrow \Delta:\begin{cases}x=15t\\y=t\\z=6t\end{cases} t\in\mathbb{R}$$

3) $M'(x,y,z)$ نقطة من المستوي المحوري للقطعة $[BM]$ فهي تحقق :

$$M'B=M'M \Rightarrow M'B^2=M'M^2$$

$$\Rightarrow (x-0)^2+(y-6)^2+(z-0)^2=(x-0)^2+(y-6)^2+(z-2)^2$$

$$\cancel{x^2}+\cancel{(y-6)^2}+z^2=\cancel{x^2}+\cancel{(y-6)^2}+(z-2)^2$$

$$\cancel{z^2}=\cancel{z^2}-4z+4$$

$Z=1$

$Z-1=0$

وهي معادلة المستوي المحوري للقطعة [BM]

التمرين الثالث:

1-) $f(-1)=e \quad , \quad f'(-1)=0$

$f(-1)=e \Longleftrightarrow (-a+b)e=e$

$\boxed{-a+b=1}$ —— ①

$f'(x)=ae^{-x}-e^{-x}(ax+b)$

$f'(-1)=ae-e(\underbrace{-a+b}_{=1})$

$ae-e=0$

$a-1=0$

$\boxed{a=1}$

نعوض في ①: $-1+b=1$

$\Rightarrow \boxed{b=2}$

$f(x)=(x+2)e^{-x}$

2-) $y'=f'(x)=e^{-x}-e^{-x}(x+2)$

$y'=-e^{-x}(x+1)$

$y=e^{-x}(x+2)$ +

$y'+y=e^{-x}(x+2-x-1)=e^{-x}$

$y'+y=e^{-x}$

$\Rightarrow \boxed{\lambda=1}$

المسألة الأولى:

أولاً:

1-) $f(2)=0$

$\Rightarrow 8-2(\alpha+i\sqrt{3})4-4(\alpha-i\sqrt{3})2+8=0$

$16-8(\alpha+i\sqrt{3}+\alpha-i\sqrt{3})=0$

$16-16\alpha=0$

$\boxed{\alpha=1}$

2-)

$$\begin{array}{r|l} & Z^2-2i\sqrt{3}Z-4 \\ \hline Z-2 & Z^3-2(1+i\sqrt{3})Z^2-4(1-i\sqrt{3})Z+8 \\ & -Z^3+2Z^2 \qquad + \\ \hline & -2i\sqrt{3}Z^2-4(1-i\sqrt{3})Z+8 \\ & +2i\sqrt{3}Z^2-4i\sqrt{3}Z \qquad + \\ \hline & -4Z+8 \\ & +4Z-8 \\ \hline & 0 \quad 0 \end{array}$$

$\Rightarrow Q(Z)=Z^2-2i\sqrt{3}Z-4$

$P(Z)=0 \rightarrow Z-2=0$ $\quad \boxed{Z_1=2}$

$\rightarrow Q(Z)=0$

$\Delta=-12+16=4$

$\sqrt{\Delta}=2$

$Z_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ $\quad \boxed{Z_2=1+i\sqrt{3}}$

$Z_3=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ $\quad \boxed{Z_3=-1+i\sqrt{3}}$

ثانيا :

أ-

$$\frac{a-b}{c-b} = \frac{2-1-i\sqrt{3}}{-1+i\sqrt{3}-1-i\sqrt{3}} = \frac{1-i\sqrt{3}}{-2}$$

$$= \frac{-1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$r = \sqrt{\left(\frac{-1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = 1$$

$$\left.\begin{array}{l} \cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{-1}{2} \\ \sin\theta = \frac{y}{r} = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{array}\right\} \theta = \frac{2\pi}{3} + 2\pi K$$

$$\Rightarrow \quad \frac{a-b}{c-b} = e^{i\frac{2\pi}{3}}$$

ومنه :

$$\left|\frac{a-b}{c-b}\right| = 1$$

$$\Rightarrow \quad AB = CB$$

$$\arg\left(\frac{a-b}{c-b}\right) = \frac{2\pi}{3}$$

فالمثلث ABC متساوي الساقين رأسه B

ب-

$$a' = \overline{a} = 2$$

$$b' = \overline{b} = 1 - i\sqrt{3}$$

$$c' = \overline{c} = -1 - i\sqrt{3}$$

المسألة الثانية :

1- g معرف ومستمر واشتقاقي على I.

$$\lim_{x \to 0^+} g(x) = +\infty - 1 - (-\infty) = +\infty$$

$$\lim_{x \to +\infty} g(x) = 0 - 1 - (+\infty) = -\infty$$

$$g'(x) = \frac{-1}{x^2} - \frac{1}{x} < 0$$

x	0		$+\infty$
$g'(x)$	‖	$-$	
$g(x)$	‖	$+\infty \searrow -\infty$	

2- النتاج g معرف ومستمر ومطرد تماما على I. كما أن :

$$g(I) =]-\infty, +\infty[$$

$$0 \in g(I)$$

فالمعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α.

$$g(1) = 1 - 1 - \ln(1) = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\alpha = 1}$$

3-

$$\lim_{x \to 0^+} f(x) = e^0(1-\infty) = -\infty$$

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty}\left(\frac{1}{e^x} + \frac{\ln x}{x}\cdot\frac{x}{e^x}\right)$$

$$= 0 + (0)(0) = 0$$

لأن :

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x^n} = 0, \quad \lim_{x \to +\infty} \frac{x^n}{e^x} = 0$$

4-

$$f'(x) = -e^{-x}(1+\ln x) + \frac{1}{x}e^{-x}$$

$$= \frac{-1 - \ln x + \frac{1}{x}}{e^x} = \frac{g(x)}{e^x}$$

5-

$$f'(x) = 0 \Longleftrightarrow g(x) = 0$$

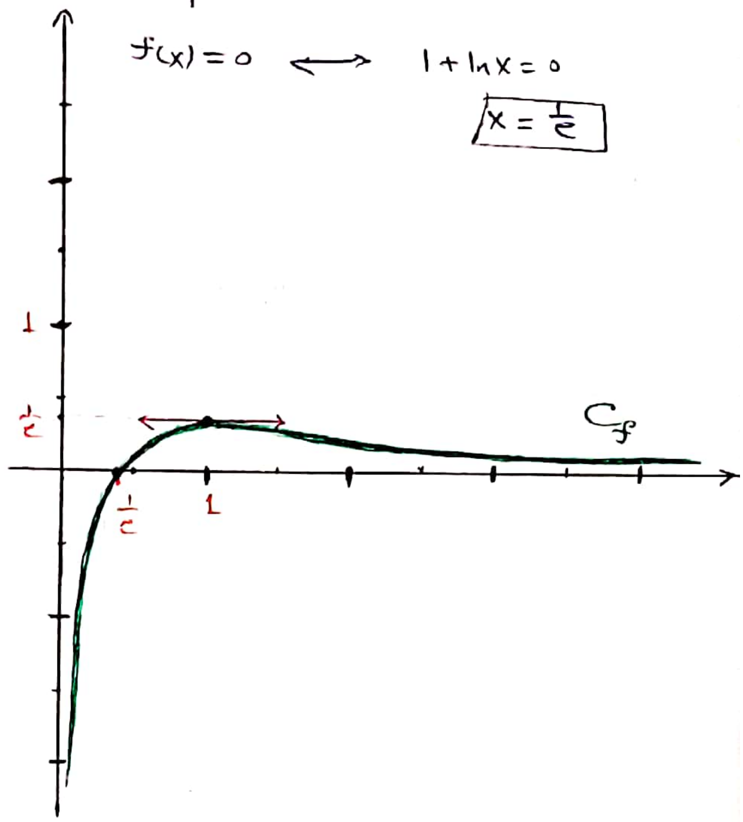
$$\alpha = 1$$

$$f(1) = e^{-1}(1+0) = \frac{1}{e}$$

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	||	$+$	0	$-$	
$f(x)$	|| $-\infty$	$\nearrow$	$\frac{1}{e}$	$\searrow$	0

$$f(x)=0 \iff 1+\ln x=0$$

$$\boxed{x=\frac{1}{e}}$$



عبد الملك خيرالله

BAC MATHS

ملاحظات عامةtm

١- في ركن تسجيل الدرجات على القسيمة تخصص الحقول على التتالي كما يأتي :

الحقل	رقم السؤال	موضوع السؤال
١	السؤال الأول	تحليل توافقي
٢	السؤال الثاني	معادلة كرة
٣	السؤال الثالث	التكامل
٤	السؤال الرابع	جدول تغيرات
٥	السؤال الخامس	المقارب المائل
٦	السؤال السادس	الاحتمالات
٧	السؤال السابع/ التمرين الأول	متتاليات
٨	السؤال الثامن/ التمرين الثاني	تمرين الأشعة
٩	السؤال التاسع/ التمرين الثالث	القيمة الحدية
١٠	السؤال العاشر / المسألة الأولى	مسألة العقدية
١١	السؤال الحادي عشر / المسألة الثانية	مسألة دراسة تابع أسي

٢- في الأسئلة الاختيارية في حال أجاب الطالب على جميع الأسئلة تصحح أول خمس إجابات منها فقط حسب ترتيب إجاباته ويُكتب جانب الإجابة الأخيرة (اختياري ملغى)

٣- تُحذف (درجة واحدة) لكلّ خطأ حسابي من الدرجات المخصصة للخطوة التي وقع فيها الخطأ.

٤- إذا دمج الطالب خطوتين أو أكثر وكان باستطاعة الطالب الجيد أن يقوم بذلك الدمج، يعطى الطالب مجموع الدرجات المخصصة لما دمج من خطوات .

٥- لا يجوز تجزئة الدرجات المخصصة للخطوة الواحدة إلّا عند وجود خطأ حسابي .

٦- إذا أخطأ الطالب في خطوة من خطوات الحلّ ثم تابع الحلّ بمنطق سليم ومفيد يعطى عن الخطوات التي تليها ما يستحق من درجات وفق السلّم بشرط ألا يؤدّي خطؤه إلى خفض سويّة السؤال أو تغيير مضمونه .

٧- إذا أجاب الطالب عن موقف بطريقة غير واردة في السلّم ومبرزاً خطوات حلّه، فعلى المصحح أن يعرض الطريقة على ممثّل الفرع الذي عليه أن يقوم والموجّهون الاختصاصيّون بدراسة هذه الطريقة والتأكد من صحّتها علمياً ومن ثمّ توزيع الدرجات لتلك الطريقة بما يكافئ التوزيع الوارد على الطريقة الواردة في السلّم ثم يعمّم هذا التوزيع بعد أخذ موافقة التوجيه الأول لمادّة الرياضيات في وزارة التربية.

٨- عند الاضطرار إلى تعديل درجة حصل عليها الطالب عن سؤال ما، يجب على كلّ من المصحّح والمدقّق تسجيل اسمه مقروناً بتوقيعه في جوار الدرجة المعدّلة مرفقاً بمهر خاتم الامتحانات.

٩- إذا حلّ الطالب سؤالاً بأكثر من طريقة تصحّح حلوله كافة وتعتمد الدرجة الأعلى.

١٠- إذا لم يجب الطالب عن سؤال ما، تُكتب(إلى جانب السؤال)العبارة الآتية:(صفر للسؤال.... لأنه؛ بلا إجابة)

١١- تُكتب الدرجات الجزئية لكلّ سؤال ضمن دائرة وبالأرقام العربية (....1,2,3,4)

١٢- تُسجّل الدرجات التي يستحقها الطالب عن طلبات السؤال ومراحله (رقماً) وبوضوح على الهامش، أمّا الدرجة المستحقة عن السؤال كاملاً فتُسجّل على الهامش الأيمن (مقابل بداية الإجابة) رقماً وكتابة.

[redacted]	الأحاد	العشرات	المئات
	٢	١	١

بعد استبدال حقل الكسور بالأحاد. حقل الأحاد بالعشرات. حقل العشرات بالمئات.

أولاً: أجب عن خمسة فقط من الأسئلة الستة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول:

عيّن قيمة n التي تحقق المعادلة $\binom{n+٢}{٢}١٦ = P^{٣}_{n+٣}$.

شرط الحل $n \in \{0,1,2,....\}$ $(n+3)(n+2)(n+1) = 16\,\dfrac{(n+3)(n+1)}{2}$ $n+٣=٨$ $n=٥$	٥ ٥ قانون توافيق+ ٥ نشر +٥ قانون تراتيب + ٥ نشر+ ٥شرط الاختصار ٥معادلة درجة أولى ٥	ملاحظة: الخطأ بتطبيق القانون يخسر ٥ درجات
مجموع درجات السؤال الأول	٤٠	

السؤال الثاني: نتأمل في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقطة $A(2,1,2)$ والمستوي $P: 2x+y-2z-4=0$. **المطلوب:**

1) احسب بعد A عن المستوي P.

2) اكتب معادلة للكرة التي مركزها A وتمس المستوي P.

$dis_{(A,P)} = \dfrac{\lvert ax_A + by_A + cz_A + d\rvert}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$ $= \dfrac{\lvert ٤+١-٤-٤\rvert}{\sqrt{٤+١+٤}} = \dfrac{٣}{٣} = ١$ معرفة $d = R$ $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=1$	٥ ٥+٥+٥ ١٠ 5+5	ملاحظة: أي خطأ بتطبيق القانون يخسر ٥ درجات قانون + تعويض + نتيجة (٣×٥) تعويض+ إصلاح+ نتيجة إذا كتب قانون خاطئ يخسر ٢٠ درجة إذا كتب معادلة للكرة بدون تربيع يخسر ٢٠ درجة قانون + تعويض
مجموع درجات السؤال الثاني	٤٠	

السؤال الثالث: احسب التكامل الآتي: $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x \, dx$

حساب التكامل: افتراض $u = x$ و $u' = ١$ $v = -\cos x$ و $v' = \sin x$ قانون التكامل بالتجزئة $I = -x\cos x + \sin x \,\big]_0^{\frac{\pi}{2}} = 1$	٢×٥ ٢×٥ 5 5+5+5	إذا بدل بالفرضيات يأخذ ١٥ درجة فقط على كامل السؤال (٥قانون + ٥اشتقاق + ٥تابع أصلي)
مجموع درجات السؤال الثالث	٤٠	

السؤال الرابع: تأمل جدول تغيرات التابع f المعرف على $]0,+\infty[$ خطه البياني C . والمطلوب:

x	٠		١		$+\infty$
$f'(x)$	‖	+	٠	−	
$f(x)$	‖ $-\infty$	↗	$\frac{1}{e}$	↘	0

1) جد $\lim_{x \to 0} f(x)$, $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ واكتب معادلة المقارب الأفقي.

2) ما عدد حلول المعادلة $f(x) = 0$ ؟

3) دلّ على القيمة المحلية وبيّن نوعها.

4) جد مجموعة حلول المتراجحة $f'(x) > 0$.

$\lim_{x \to 0} f(x) = -\infty,\quad \lim_{x \to +\infty} f(x) = 0$	٥+٥	
المقارب الأفقي $y = 0$	٥	
عدد حلول المعادلة: حل وحيد	٥	
القيمة الكبرى محلياً ، $\frac{1}{e}$	٥+٥	
مجموعة حلول المتراجحة المجال $]0,+1[$	١٠	إذا أغلق المجال يخسر ٥ درجات إذا كتب مجال $]1,0[$ يخسر ١٠ درجات
مجموع درجات السؤال الرابع	٤٠	

السؤال الخامس:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\left]-\infty, 0\right[$ وفق: $f(x) = \frac{2x^2 + \cos^2 x}{x}$. **المطلوب:**

اثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y = 2x$ مقارب مائل لـ C في جوار $-\infty$ وادرس الوضع النسبي بين C و Δ .

$f(x) - y_{\Delta} = \frac{\cos^2 x}{x}$	٥	
$\lim_{x \to -\infty} (f(x) - y_{\Delta}) = 0$	٥	
$-١ \le \cos x \le ١$	٥	
$٠ \le \cos^٢ x \le ١$	٣	عند القسمة على $x < 0$ ولم يغير جهة التراجح يخسر درجتان
$\frac{-١}{x} \le \frac{\cos^٢ x}{x} \le ٠$	٢	
$\lim_{x \to -\infty} \frac{1}{x} = 0$ حسب الإحاطة	٥	
$\lim_{x \to -\infty} \frac{\cos^2 x}{x} = 0$	٥	
الوضع النسبي دراسة إشارة $g(x) = \frac{\cos^2 x}{x}$		
البسط موجب	٣	
إشارة الكسر من إشارة المقام والمقام سالب $g(x) < 0$	٥	إذا كتب الطالب $g(x) < 0$ والخط C يقع تحت
ومنه الخط C يقع تحت المقارب	٢	المقارب بنال الدرجات المخصصة دون الحاجة لذكر النقاط المشتركة
مجموع درجات السؤال الخامس	٤٠	

السؤال السادس: يحتوي صندوق على كرات حمراء و كرات بيضاء ، عدد الكرات الحمراء يساوي ثلاثة أضعاف عدد الكرات البيضاء. المطلوب: 1) نسحب عشوائياً من الصندوق كرة، ما احتمال أن تكون بيضاء اللون.
2) نسحب من الصندوق ثلاث كرات على التتالي مع الإعادة، نعرّف X المتحول العشوائي الذي يدل على عدد الكرات البيضاء المسحوبة أثناء عمليات السحب الثلاثة. اكتب مجموعة قيم X، وجدول القانون الاحتمالي.

w : الحدث الكرة البيضاء $P(w)=\frac{1}{4}$	٨	في قيم المتحول العشوائي يخسر درجتان إذا أضاف قيمة أو انقص قيمة
$X=\{0,1,2,3\}$	٨	
$p(X=0)=\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}=\frac{27}{64}$	٣+٢	
$p(X=1)=\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}\times 3=\frac{27}{64}$	٣+٣	
$p(X=2)=\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}\times 3=\frac{9}{64}$	٣+٣	عدم الضرب بالتباديل يخسر ٣ درجات
$p(X=3)=\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{64}$	٣+٢	
$\begin{array}{c\|cccc} x_i & ٠ & ١ & ٢ & ٣ \\ \hline p(X=x_i) & \frac{١}{٦٤} & \frac{٩}{٦٤} & \frac{٢٧}{٦٤} & \frac{٢٧}{٦٤} \end{array}$	٢	تنظيم الجدول
مجموع درجات السؤال السادس	٤٠	
طريقة: حساب $P=\frac{m}{4m}=\frac{1}{4}$ ، $q=\frac{3}{4}$	٨+٢	عدم المبادلة بين p و q يخسر درجتين فقط
$X(\Omega)=\{0,1,2,3\}$ قانون برنولي حساب $P(0)$ و $P(1)$ و $P(2)$ و $P(3)$	٨ ٢ ٢ تعويض + ٣ النتيجة لكل احتمال	$(2+3)\times 4$

ثانياً: حل التمارين الثلاثة الآتية: (70 درجة لكلٍّ من التمرينين الأول والثاني- 60 درجة للتمرين الثالث)

التمرين الأول : نتأمل المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ المعرفة وفق: $u_0=\frac{5}{2}$ وأياً كان العدد الطبيعي n : $u_{n+1}=(u_n-2)^2+2$.

المطلوب: ١) أثبت بالتدريج أن $2\leq u_n\leq 3$ أياً كان العدد الطبيعي n .

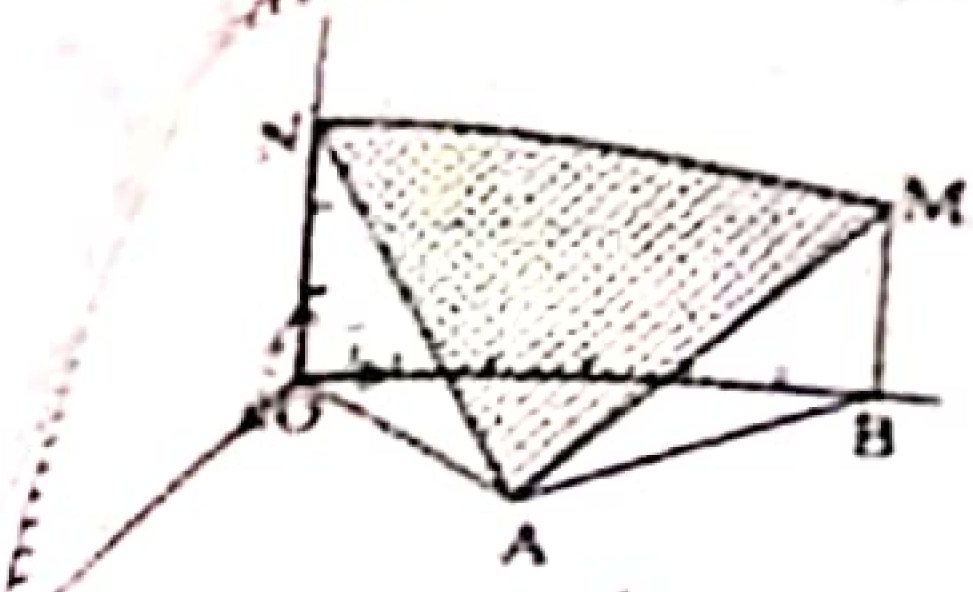
٢) أثبت أنّ المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ متناقصة . ٣) استنتج تقارب المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ وجد $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

ترميز القضية إثبات صحة $E(0)$ افتراض صحة $E(n)$ وإثبات $E(n+1)$ $E(n+1)$ محققة فإن $E(n)$ صحيحة أياً كانت $n\geq0$	٢ ٥ ٥ 5×4 ٣	
اثبات أنها متناقصة: $u_{n+1}-u_n\leq0$ $(u_n-2)^2+2-u_n=(u_n-3)(u_n-2)$ $u_n-3\leq0$, $u_n-2\geq0$ ومنه $(u_n-3)(u_n-2)\leq0$ المتتالية متناقصة ومحدودة من الأدنى فهي متقاربة، النهاية هي حل للمعادلة $f(x)=x$ ومنه $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=2$	٥+٥+٥ ٣+٣ ٤ ٥ ٥	أو تبرير أنها متناقصة ومحدودة من الأدنى $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=2$
المجموع	٧٠	

طريقة ثانية لبرهان التناقص بطريقة التدريج: $Q(n):u_{n+1}\leq u_n : n\geq0$ $Q(0):u_1\leq u_0$ محققة $\frac{9}{4}\leq\frac{5}{2}$ نفرض $Q(n)$ صحيحة من اجل n $Q(n+1):u_{n+2}\leq u_{n+1} : n\geq0$ من الفرض $u_{n+1}\leq u_n$ $u_{n+1}-2\leq u_n-2$ $(u_{n+1}-2)^2\leq(u_n-2)^2$ $(u_{n+1}-2)^2+2\leq(u_n-2)^2+2$ $u_{n+2}\leq u_{n+1}$ $Q(n+1)$ محققة ومنه $Q(n)$ صحيحة أياً كانت $n\geq0$	٥ ٥ ٥ ٢ ٢ ٢ ٢ ٢	طريقة ثانية لبرهان المحدودية إثبات صحة $E(0)$ افتراض صحة $E(n)$ وإثبات $E(n+1)$ نعرف تابع $f(u_n)=u_{n+1}$ $f(x)=(x-2)^2+2$ $f'(x)=2(x-2)$ $x\geq2$ f متزايد تماماً على $[2,+\infty[$ من الفرض $2\leq u_n\leq3$ $f(2)\leq f(u_n)\leq f(3)$ $2\leq u_{n+1}\leq3$ $E(n+1)$ محققة فإن $E(n)$ صحيحة أياً كانت $n\geq0$	 ٣ ٣ ٢ ٢ ٥ ٥ ٣

التمرين الثاني: في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقاط:

$A(1,3,0)$, $B(0,6,0)$, $N(0,0,3)$, $M(0,6,2)$



المطلوب:

1) اكتب معادلة المستوي (AMN).

2) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم Δ المار من O ويعامد المستوي (AMN).

3) أثبت أن المستوي الذي معادلته $z - 1 = 0$ هو المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[BM]$.

الوصول إلى معادلة المستوي (AMN)		ملاحظات:	
إما من العلاقة $ax+by+cz+d=0$	٦	أو يجد $\overline{AN}$, $\overline{AM}$.	٣+٣
تعويض النقاط	١+١+١	$\vec{n}.\overline{AN}=0$ ، $\vec{n}.\overline{AM}=0$	٢+٢
وحساب قيم d , c , b , a	١+١+١+١	افتراض $\vec{n}(a,b,c)$	٣
		إيجاد قيم الوسطاء c , b , a	١+١+١
كتابة معادلة المستوي	٥	كتابة معادلة للمستوي	٥
المعادلات الوسيطية – قانون	٥	أو $k(x,y,z)$ نقطة من المستوي	٥
شعاع توجيه	3×3	$\overline{Ak}=\alpha\overline{AM}+\beta\overline{AN}$	٥ قانون
نتيجة	2×3		٥ تعويض
		إيجاد α,β	٥+٥
اثبات أن $z=1$ معادلة المستوي المحوري		الوصول إلى معادلة للمستوي	٥
إيجاد إحداثيات المنتصف	3×3		
معرفة الناظم $\overline{BM}$	2×3		
كتابة معادلة المستوي المحوري	٥		
المجموع	٧٠		
طريقة: المستوي المحوري		$z-1=0$	
		$\vec{n}(0,0,1)$	٤
$D(x,y,1)$ $D\in\rho$	٥	$\overline{MB}(0,0,2)$	٣
$BD=\sqrt{x^2+(y-6)^2+1}$	٤+٣	$I(0,6,1)$	٣
$MD=\sqrt{x^2+(y-6)^2+1}$	٣	$I(0,6,1)$ تحقق معادلة المستوي ρ	٤
$BD=MD$	٣	$\overline{MB}$, $\vec{n}$ مرتبطان خطياً	٤
ρ المستوي المحوري	٢	ρ المستوي المحوري	٢
طريقة:			
أو $k(x,y,z)$ نقطة من المستوي المحوري	٥	في التمثيل الوسيطي عند استخدام نقطة غير المبدأ يخسر درجة واحدة	
$KM=MB$ ومنه $KM^2=MB^2$	٥		
تعويض – إصلاح - نتيجة	٢+٣+٤		

التمرين الثالث: ليكن التابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x)=(ax+b)e^{-x}$. **المطلوب:**

أولاً: احسب قيمة كل من a , b إذا علمت أنّ $f(-1)=e$ قيمة حدية للتابع.

ثانياً: لتكن المعادلة التفاضليّة $y'+y=\lambda e^{-x}$، عيّن قيمة λ إذا علمت أنّ $f(x)=(x+2)e^{-x}$ حلاً لها.

تعويض القيمة في معادلة التابع $f(-1)=e$	$5+5$	٥ تعوض للمعادلات الخطية بعد الإصلاح
أيجاد المشتق ، معرفة $f'(-1)=0$ ، تعويض ، نتيجة	5×4	٥ مشتق + ٥ قانون + ٥ تعويض +
حل معادلتين بمجهولين – الوصول إلى قيمة a , b	5×2	٥الوصول إلى معادلات خطية بدلالة b و a
حساب $f'(x)=y'$ – التعويض – الإصلاح – قيمة λ	5×4	
المجموع	٦٠	

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: **أولاً:** ليكن $P(z)$ كثير حدود معرف بالصيغة

$P(z) = z^3 - 2(\alpha + i\sqrt{3})z^2 - 4(\alpha - i\sqrt{3})z + 8$ حيث $\alpha \in \mathbb{R}$. **المطلوب:**

1) احسب العدد α لكي يكون ٢ = z حلاً للمعادلة $P(z) = 0$.

2) بفرض $\alpha = 1$ ، جد كثير الحدود من الدرجة الثانية $Q(z)$ يحقق: $P(z) = (z-2)Q(z)$ ،

ثم استنتج حلول المعادلة $P(z) = 0$.

ثانياً: لتكن A و B و C نقاط المستوي التي تمثل الأعداد العقدية بالترتيب: $a = 2$ ، $b = 1 + i\sqrt{3}$ ، $c = -1 + i\sqrt{3}$ ،

المطلوب: a) أثبت أن: $\dfrac{a-b}{c-b} = e^{\frac{2\pi}{3}i}$ ، واستنتج طبيعة المثلث ABC .

b) ليكن المثلث $A'B'C'$ صورة المثلث ABC وفق تناظر بالنسبة لمحور الفواصل، عيّن a' و b' و c' التي تمثلها نقاط المستوي A' ، B' ، C' على الترتيب.

أولاً: ١- التعويض $z = 2$ في المعادلة الوصول إلى معادلة خطية الوصول إلى قيمة α	٥ ٥ ٥		
٢- إجراء القسمة الإقليدية أو أي طريقة أخرى صحيحة وإيجاد $Q(z)$ حساب Δ جذر أول جذر ثاني جذر ثالث	$5+5+5$ ٥ ٦ ٥ ٥ ٥	طريقة ثانية لإيجاد $Q(z)$: $(z+2)(az^2+bz+c) = p(z)$ إيجاد a و b و c	٥ ٥+٥+٥
ثانياً: a- إثبات $\dfrac{b-a}{c-a} = e^{\frac{2\pi}{3}i}$ تعويض الشكل الجبري الشكل المثلثي الشكل الأسي استنتاج مثلث متساوي الساقين و منفرج الزاوية	$5+5$ ٥ ٥ 10 ٥	طريقة: كتابة $e^{\frac{2\pi}{3}i}$ بالشكل المثلثي كتابة $e^{\frac{2\pi}{3}i}$ بالشكل الجبري حساب $\dfrac{b-a}{c-a}$ وكتابتها بالشكل الجبري والنتيجة ملاحظة١: إذا كتب الطالب مثلث متساوي الساقين و قائم يخسر الدرجة المخصصة. ملاحظة٢: إذا قام الطالب بحساب AB ، AC ، BC واستنتج أن المثلث متساوي الساقين بدل ٥ درجات ملاحظة: إذا كتب الطالب المثلث متساوي الساقين أو منفرج الزاوية بدل ٥ درجات المخصصة للخطوة	٥ ٥+٥ ٥+٥+٥
b- إيجاد a' ، b' ، c'	$3+3+3$	متساوي الساقين ، $\dfrac{a-b}{c-b} = 1$	
المجموع	١٠٠		

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: **أولاً:** ليكن $P(z)$ كثير حدود معرّف بالصيغة

$P(z) = z^3 - 2(\alpha + i\sqrt{3})z^2 - 4(\alpha - i\sqrt{3})z + 8$ حيث $\alpha \in \mathbb{R}$، **المطلوب:**

1) احسب العدد α لكي يكون $z = 2$ حلاً للمعادلة $P(z) = 0$.

2) بفرض $\alpha = 1$، جد كثير الحدود من الدرجة الثانية $Q(z)$ يحقق: $P(z) = (z-2)Q(z)$،

ثم استنتج حلول المعادلة $P(z) = 0$.

ثانياً: لتكن A و B و C نقاط المستوي التي تمثل الأعداد العقدية بالترتيب: $a = 2$ ، $b = 1 + i\sqrt{3}$ ، $c = -1 + i\sqrt{3}$.

المطلوب: a) أثبت أن: $\frac{a-b}{c-b} = e^{\frac{2\pi}{3}i}$ ، واستنتج طبيعة المثلث ABC .

b) ليكن المثلث $A'B'C'$ صورة المثلث ABC وفق تناظر بالنسبة لمحور الفواصل، عيّن a' و b' و c' التي تمثلها نقاط المستوي A' ، B' ، C' على الترتيب.

الحل	الدرجة	طريقة ثانية	الدرجة
أولاً : ١- التعويض $z = 2$ في المعادلة الوصول إلى معادلة خطية الوصول إلى قيمة α	٥ ٥ ٥		
٢- إجراء القسمة الإقليدية أو أي طريقة أخرى صحيحة وإيجاد $Q(z)$ حساب Δ جذر أول جذر ثاني جذر ثالث	5+5+5 ٥ ٦ ٥ ٥ ٥	طريقة ثانية لإيجاد $Q(z)$: $(z+2)(az^2+bz+c) = p(z)$ إيجاد a و b و c	٥ ٥+٥+٥
ثانياً:a- إثبات $\frac{b-a}{c-a} = e^{\frac{2\pi}{3}i}$ تعويض الشكل الجبري الشكل المثلثي الشكل الأسي استنتاج مثلث متساوي الساقين و منفرج الزاوية	 5+5 ٥ ٥ 10 ٥	طريقة: كتابة $e^{\frac{2\pi}{3}i}$ بالشكل المثلثي كتابة $e^{\frac{2\pi}{3}i}$ بالشكل الجبري حساب $\frac{b-a}{c-a}$ وكتابتها بالشكل الجبري والنتيجة ملاحظة١: إذا كتب الطالب مثلث متساوي الساقين و قائم يخسر الدرجة المخصصة. ملاحظة٢: إذا قام الطالب بحساب AB ، AC ، BC واستنتج أن المثلث متساوي الساقين ينال ٥ درجات ملاحظة: إذا كتب الطالب المثلث متساوي الساقين أو منفرج الزاوية ينال ٥ درجات المخصصة للخطوة	 ٥ ٥+٥ ٥+٥+٥
b- إيجاد a' ، b' ، c'	3+3+3	متساوي الساقين؛ $\left\vert\frac{a-b}{c-b}\right\vert = 1$	
المجموع	١٠٠		

المسألة الثانية: ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرف على $I=]0,+\infty[$ وفق: $f(x)=e^{-x}(1+\ln x)$ ،

والتابع g المعرف على I وفق: $g(x)=\frac{1}{x}-1-\ln x$. **المطلوب:**

1) ادرس تغيرات التابع g ونظم جدولاً بها. 2) بين أن للمعادلة $g(x)=0$ حلاً وحيداً α، ثم تحقق أن $\alpha=1$.

3) جد نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه. 4) أثبت أن: $f'(x)=\frac{g(x)}{e^{x}}$.

5) مستفيداً من تغيرات التابع g ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها. 6) في معلم متجانس ارسم الخط C_f.

$\lim_{x\to 0} g(x)=+\infty$, $\lim_{x\to+\infty} g(x)=-\infty$	5+5	
$g'(x)=-\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x}$	5+5	

x	0		$+\infty$
$g'(x)$	‖	$-$	
$g(x)$	‖ $+\infty$	↘	$-\infty$

الدرجات: ٥ ، ٥

g مستمر على $]0,+\infty[$ ، g متناقص على $]0,+\infty[$ ، $0\in f(]0,+\infty[)=]-\infty,+\infty[$	5×4	
فللمعادلة $g(x)=0$ حل وحيد		
.... $g(1)=1-1-\ln 1=0$	5	
.... $\lim_{x\to 0} f(x)=-\infty$,	5	
$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{1+\ln x}{e^{x}}=0$	5+5	نتيجة + تعليل
$f'(x)=-\frac{1}{x}e^{-x}+(-e^{-x})(1+\ln x)=\frac{\frac{1}{x}-1-\ln x}{e^{x}}=\frac{g(x)}{e^{x}}$	5+5	

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	‖ $-\infty$	↗	$\frac{1}{e}$	↘	0

الدرجة: 5+5

لكل اشارة وسهم متوافق معها ٥ درجات
اذا لم يكتب الطالب العدد ١ ونظم جدولاً يتوافق مع حله ووضع إشارة واحدة مع سهم موافق يخسر ٥ درجات

الدرجة: ١٠

ينال الطالب درجة الرسم المتوافق مع الجدول الذي نظمه

المجموع	١٠٠

انتهى السلم

الاسم :
الرقم:
المدة : ثلاث ساعات
الدرجة : ستمئة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة دورة عام ٢٠٢١

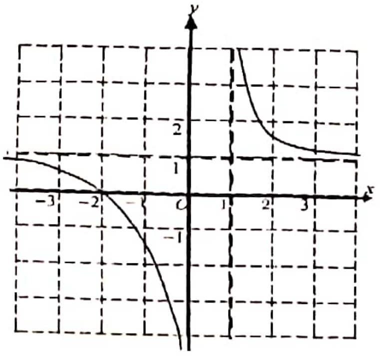
(الفرع العلمي – دورة أولى)

الرياضيات:

الصفحة الأولى

أولاً: أجب عن خمسة فقط من الأسئلة الستة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول:



نتأمل الخط البياني C للتابع f المعرف على $]-\infty,0[\cup]1,+\infty[$.

والمطلوب:

1) جد $\lim_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim_{x\to 1} f(x)$, $\lim_{x\to 0} f(x)$.

2) اكتب معادلة كل مقارب أفقي ومعادلة كل مقارب شاقولي لـ C.

3) جد حلول المتراجحة $f'(x) < 0$.

4) جد حل المعادلة $f(x) = 0$.

السؤال الثاني: جد قيمة الحد الثابت (المستقل عن x) في منشور $(x + \frac{1}{x^2})^{12}$.

السؤال الثالث: احسب العدد: $I = \int_0^3 \left(2-|2-x|\right)dx$.

السؤال الرابع:

نتأمل في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، النقاط الآتية: $A(2,0,1)$, $B(1,-2,1)$, $C(5,0,5)$, $D(6,2,5)$ **والمطلوب:**

1) أثبت أنّ $\overline{AB}$ ، $\overline{AC}$ غير مرتبطين خطياً.

2) عيّن العددين الحقيقيين α , β بحيث $\overline{AD} = \alpha\overline{AB} + \beta\overline{AC}$ واستنتج أنّ النقاط A , B , C , D تقع في مستوٍ واحد.

السؤال الخامس:

ليكن f هو التابع المعرّف على $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ وفق: $f(x) = \dfrac{ax^2+bx+1}{x-1}$.المطلوب:

عيّن العددين الحقيقيين a , b لتكون $f(-1) = 0$ قيمة حديّة للتابع f .

السؤال السادس:

نتأمل حجر نرد متوازن فيه أربعة وجوه ملوّنة بالأسود، ووجهان ملونان بالأحمر، نلقي هذا الحجر خمس مرات على التوالي.

نعرّف متحولاً عشوائياً X يدل على عدد الوجوه السوداء التي نحصل عليها. **المطلوب:**

1) اكتب قيم المتحول العشوائي X واحسب $P(X=0)$.

2) احسب التوقع الرياضي للمتحول العشوائي X وتباينه.

ثانياً: حل التمارين الثلاثة الآتية: (70 درجة لكلٍّ من التمرينين الأول والثاني– 60 درجة للتمرين الثالث)

التمرين الأول : لتكن لدينا المتتالية $(u_n)_{n\ge0}$ المعرفة بالعلاقة التدريجية: $u_0 = 2$, $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 3$

ولنعرّف المتتالية $(v_n)_{n\ge0}$ وفق: $v_n = u_n + 6$.

المطلوب:

1) أثبت أن المتتالية $(v_n)_{n\ge0}$ هندسية، عيّن أساسها واحسب v_0 ، ثمّ اكتب عبارة v_n بدلالة n .

2) لنعرّف المتتالية $(w_n)_{n\ge0}$ وفق: $w_n = \ln(v_n)$ ، أثبت أنّ المتتالية $(w_n)_{n\ge0}$ حسابية واحسب w_0،

ثمّ احسب المجموع $S = w_0 + w_1 + w_2 + w_3 + w_4 + w_5$.

يتبع في الصفحة الثانية

الاسم :
الرقم:
المدّة : ثلاث ساعات
الدرجة : ستمئة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة دورة عام ٢٠٢١

الرياضيات: **(الفرع العلمي – دورة أولى)**

الصفحة الثانية

التمرين الثاني:

في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ نتأمل النقاط C, B, A التي تمثلها الأعداد العقدية $a=8$ ، $b=-4+4i$ ، $c=-4i$ على الترتيب. **والمطلوب:**

1) احسب العدد $\dfrac{b-c}{a-c}$ ، واستنتج أنّ المثلث ABC قائم ومتساوي الساقين.

2) جد العدد العقدي d الممثل للنقطة D صورة النقطة A وفق دوران مركزه O وزاويته $\dfrac{\pi}{4}$.

3) جد العدد العقدي e الممثل للنقطة E ليكون الرباعي $ACBE$ مربعاً.

التمرين الثالث:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $I=]0,+\infty[$ وفق: $f(x)=x-4+\ln(\dfrac{x}{x+1})$

1) أثبت أنّ f تابع متزايد تماماً على I، واستنتج $f(I)$.

2) أثبت أنّ المستقيم d الذي معادلته $y=x-4$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$.

3) ادرس الوضع النسبي بين الخط البياني C والمستقيم d.

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى:

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نتأمل النقاط: $A(-1,2,3)$ ، $B(2,1,1)$ ، $C(-3,4,-1)$ ، $D(3,1,1)$. **المطلوب:**

1) جد $\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{AB}$ ، وبيّن أنّ المستقيمين (AC) و (AB) متعامدان.

2) أثبت أنّ الشعاع $\vec{n}(2,4,1)$ يعامد المستوي (ABC) واكتب معادلة للمستوي (ABC).

3) جد تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d المار من النقطة D والعمودي على المستوي (ABC) .

4) احسب بعد D عن المستوي (ABC) ثمّ احسب حجم الهرم $D-ABC$.

5) بفرض أنّ G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(A,1)$, $(B,-1)$, $(C,2)$ أثبت أنّ المستقيمين (AB) و (CG) متوازيان.

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x)=\dfrac{(x+1)^2}{e^x}$ **والمطلوب :**

1) احسب نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه واكتب معادلة المستقيم المقارب الأفقي.

2) أثبت أنّ $f'(x)=(1-x^2)e^{-x}$.

3) ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها ودل على القيم الحديّة مبيّناً نوعها.

4) ارسم C في معلم متجانس.

5) استنتج رسم الخط البياني C_1 للتابع g المعرف وفق: $g(x)=(x-1)^2e^x$.

6) جد مجموعة تعريف التابع: $h(x)=\ln(f(x))$.

====================

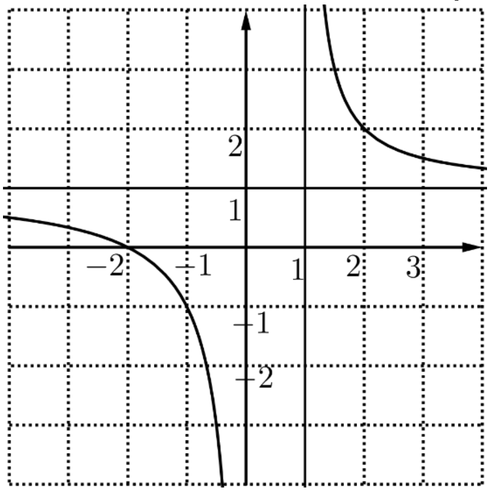
– انتهت الأسئلة –

ملاحظة : يمنع استعمال الآلات الحاسبة والجداول اللوغاريتمية

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة / الفرع العلمي الدورة الأولى عام 2021

سلم درجات مادة: الرياضيات **الدرجة: ستمئة**

أولاً: أجب عن خمسة فقط من الأسئلة الستة الآتية: **(40 درجة لكل سؤال)**



السؤال الأول:

نتأمل الخط البياني C المعرف على $]-\infty,0[\cup]1,+\infty[$ **والمطلوب:**

1) جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to1} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to0} f(x)$.

2) اكتب معادلة كل مقارب أفقي ومعادلة كل مقارب شاقولي لـ C.

3) جد حلول المتراجحة $f'(x)<0$.

4) جد حل المعادلة $f(x)=0$.

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$	5	
$\lim\limits_{x\to1} f(x)=+\infty$	5	
$\lim\limits_{x\to0} f(x)=-\infty$	5	
$y=1$	5	
$x=1$	5	
$x=0$	5	
$]-\infty,0[\cup]1,+\infty[$	5	إذا كتب الطالب $(-2,0)$ في حل الطلب الأخير
$x=-2$	5	ينال الدرجة المخصصة
مجموع درجات السؤال الأول	**40**	

السؤال الثاني: جد قيمة الحد الثابت (المستقل عن x) في منشور $(x+\frac{1}{x^2})^{12}$.

$T_r=\binom{n}{r}a^{n-r}.b^r$	5	إذا كتب الطالب $T_r=\binom{n}{r}a^r.b^{n-r}$ ينال الدرجة المخصصة للقانون ويتابع له
$T_r=\binom{12}{r}(x)^{12-r}(\frac{1}{x^2})^r=\binom{12}{r}x^{12-3r}$	3 × 5	إذا حسب الطالب المنشور كاملاً وحدد القيمة المطلوبة ينال الدرجة المخصصة كاملاً
$12-3r=0$	5	
$r=4$	5	
$T_4=\binom{12}{4}=495$	2 + 3 + 5	عند حساب r و T_r في الخطوتين الأخيرتين يخسر الدرجات المخصصة في حال كان r سالباً أو كسراً
مجموع درجات السؤال الثاني	**40**	

السؤال الثالث: احسب العدد: $I=\int_0^3 (2-|2-x|)dx$.

$I=\int_0^2 (x)dx+\int_2^3 (4-x)dx$	3×5	5 لتجزئة حدود التكامل و 5+5 لعبارتي التكامل 5 لكل تابع أصلي إذا كتب الطالب : $I=\int_0^3 2-(2-x)dx=\int_0^3 x\,dx$ $=\left[\frac{1}{2}x^2\right]_0^3=\frac{9}{2}$ ينال الطالب 5 درجات للتابع الأصلي و 2+2 للتعويض والنتيجة
$I=\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^2+\left[4x-\frac{x^2}{2}\right]_2^3$	3×5	
التعويض	4×2	
الناتج	2	
مجموع درجات السؤال الثالث	**40**	

السؤال الرابع:

نتأمل في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقاط الآتية $A(2,0,1)$ و $B(1,-2,1)$ و $C(5,0,5)$ و $D(6,2,5)$ **والمطلوب:**

1) أثبت أن $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ غير مرتبطين خطياً.

2) عين العددين الحقيقيين α و β بحيث $\overrightarrow{AD}=\alpha\overrightarrow{AB}+\beta\overrightarrow{AC}$ واستنتج أن النقاط A و B و C و D تقع في مستوٍ واحد.

$\overrightarrow{AB}(-1,-2,0)$ $\overrightarrow{AC}(3,0,4)$	3 3	لكل مركبة درجة لكل مركبة درجة
$-\frac{1}{3}\neq\frac{0}{4}$ أو المركبات غير متناسبة أو أية عبارة تثبت عدم الارتباط الخطي	3 3	
$\overrightarrow{AD}(4,2,4)$	3	لكل مركبة درجة
تعويض الأشعة في العبارة $\overrightarrow{AD}=\alpha\overrightarrow{AB}+\beta\overrightarrow{AC}$	2×3	لتعويض الشعاعين في العبارة
الوصول إلى ثلاث معادلات خطية من العبارة السابقة بطريقة صحيحة	3×3	كل معادلة 3 درجات
إيجاد α و β	$2+2$	
التحقق	3	
$\overrightarrow{AD}=-\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$ أو النقاط تقع في مستوٍ واحد	3	إذا كتب الطالب العبارة $\overrightarrow{AD}=-\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$ مباشرة بعد تعويض الأشعة في علاقة الارتباط الخطي ينال الدرجات $4+3\times 5$
مجموع درجات السؤال الرابع	**40**	

السؤال الخامس:

ليكن f هو التابع المعرف على $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ وفق: $f(x)=\dfrac{ax^2+bx+1}{x-1}$ **والمطلوب:**

عين العددين الحقيقيين a و b لتكون $f(-1)=0$ قيمة حدية للتابع f .

التعويض $f(-1)=\dfrac{a-b+1}{-2}=0$	5	إذا أخطأ الطالب بحساب المشتق وتابع الحل ينال الدرجات المخصصة للخطوات اللاحقة فقط
الوصول إلى العلاقة الأولى	5	
حساب المشتق	10	
معرفة أن المشتق ينعدم عند -1	5	
التعويض في المشتق	5	
الوصول إلى العلاقة الثانية	6	
بالحل المشترك $a=1$ و $b=2$	2 + 2	
مجموع درجات السؤال الخامس	**40**	

السؤال السادس:

نتأمل حجر نرد متوازن فيه أربعة وجوه ملونة بالأسود ووجهان ملونان بالأحمر ، نلقي هذا الحجر خمس مرات على التوالي ، نعرف متحولاً عشوائياً X يدل على عدد الوجوه السوداء التي نحصل عليها ، **والمطلوب:**

1) اكتب قيم المتحول العشوائي X واحسب $P(X=0)$.

2) احسب التوقع الرياضي للمتحول العشوائي X وتباينه.

قيم X هي $X=\{0,1,2,3,4,5\}$	3	ملاحظة: إذا أهمل أو أضاف الطالب أي قيمة من قيم المتغير العشوائي يخسر درجة واحدة لكل قيمة يهملها أو يضيفها بما لا يتجاوز 3 درجات يخسر الطالب 5 درجات إذا بدل بين p و q إذا حسب الطالب: $P(X=0)=\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}$ ينال الدرجة المخصصة لحساب $P(X=0)$ كاملة
قانون حساب الاحتمال	10	
قيم p + قيم q	5 + 5	
التعويض	5	
النتيجة	2	
قانون $E(X)$ + نتيجة	2 + 3	إذا كتب الطالب القانون الاحتمالي للمتحول العشوائي X ثم حسب التوقع الرياضي والتباين منه ينال الدرجات المخصصة
قانون $V(X)$ + نتيجة	2 + 3	
مجموع درجات السؤال السادس	**40**	

ثانياً: حل التمارين الثلاثة الآتية: (70 درجة لكل من التمرينين الأول والثاني - 60 درجة للتمرين الثالث)

التمرين الأول: لتكن لدينا المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالعلاقة التدريجية: $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 3$

ولنعرف المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ وفق $v_n = u_n + 6$

المطلوب:

1) أثبت أن المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ هندسية ، عين أساسها واحسب v_0 ، ثم اكتب عبارة v_n بدلالة n.

2) نعرف المتتالية $(w_n)_{n\geq 0}$ وفق: $w_n = \ln(v_n)$ ، أثبت أن المتتالية $(w_n)_{n\geq 0}$ حسابية واحسب w_0

ثم احسب المجموع $S = w_0 + w_1 + w_2 + w_3 + w_4 + w_5$.

حساب v_{n+1} بدلالة u_{n+1}	5	
حساب v_{n+1} بدلالة u_n	5	
إظهار v_{n+1} بدلالة v_n	5	
حساب q	5	
حساب v_0	5	
كتابة v_n بدلالة n بأي صيغة صحيحة	5	
القانون $w_{n+1} - w_n$	5	
حساب $w_{n+1} - w_n$ بدلالة v_{n+1} و v_n	5	
استخدام خواص اللوغاريتم	3	
الوصول للعدد الثابت أساس المتتالية الحسابية	2	
حساب w_0	5	
حساب w_5	5	
قانون حساب مجموع متتالية حسابية	5	إذا قام الطالب بحساب كلاً من
التعويض في القانون	5	w_0 و w_1 و w_2 و w_3 و w_4 و w_5
الحساب والنتيجة	5	ثم قام بحساب المجموع S ينال الدرجات المخصصة
مجموع درجات السؤال السابع / التمرين الأول /	**70**	

ملاحظات التمرين الأول:

عند إثبات أن المتتالية $(w_n)_{n\geq 0}$ حسابية يمكن الكتابة بأكثر من صياغة بطرائق مختلفة منها:

1) $w_{n+1} - w_n = \ln(v_{n+1}) - \ln(v_n)$ 5 + 5

$= \ln\left(\frac{v_{n+1}}{v_n}\right)$ 3

$= \ln q =$ ثابت 2

(2 $w_{n+1}-w_n=\ln(\frac{1}{2}v_{n+1})-\ln(v_n)$ 5 + 5

$=\ln\frac{1}{2}=$ ثابت 3 + 2

(3 $w_{n+1}-w_n=\ln\left(\frac{1}{2^{n-2}}\right)-\ln\left(\frac{1}{2^{n-3}}\right)$ 10

$=\ln\left(\frac{2^{n-3}}{2^{n-2}}\right)=\ln\frac{1}{2}=$ ثابت 5

التمرين الثاني:

في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ نتأمل النقاط A و B و C التي تمثلها الأعداد العقدية $a=8$ و $b=-4+4i$ و $c=-4i$ على الترتيب ، **والمطلوب:**

1) احسب العدد $\frac{b-c}{a-c}$ ، واستنتج أن المثلث ABC قائم ومتساوي الساقين.

2) جد العدد العقدي d الممثل للنقطة D صورة النقطة A وفق دوران مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{4}$.

3) جد العدد العقدي e الممثل للنقطة E ليكون الرباعي $ACBE$ مربعاً.

التعويض في $\frac{b-c}{a-c}$	5	
الإصلاح $=\frac{-4+8i}{8+4i}$	5+5+5+5	
النتيجة	5	في حال كتب الطالب النتيجة مباشرة بعد التعويض ينال الدرجات المخصصة للإصلاح بالإضافة إلى درجة النتيجة
المثلث قائم ومتساوي الساقين	5	
قانون الدوران	5	
التعويض	5	
النتيجة بالشكل الجبري	5	
اختيار طريقة مناسبة لإيجاد E مثل $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{EB}$ أو تناصف القطرين أو تساوي طولي القطرين أو الدوران	5	إذا لم يراعي الطالب ترتيب رؤوس الرباعي يخسر 5 درجات المخصصة للطريقة ويتابع له الحل
تطبيق الطريقة	5 + 5	
الوصول إلى قيمة e	5	
مجموع درجات السؤال الثامن / التمرين الثاني /	**70**	

التمرين الثالث:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $I=]0,+\infty[$ وفق: $f(x)=x-4+\ln(\frac{x}{x+1})$ **المطلوب:**

1) أثبت أن f تابع متزايد تماماً على I ، واستنتج $f(I)$.

2) أثبت أن المستقيم d الذي معادلته $y=x-4$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$.

3) ادرس الوضع النسبي بين الخط البياني C والمستقيم d .

$x\mapsto\frac{x}{x+1}$ متزايد تماماً على I	5	أو: $f'(x)=1+\frac{1}{x(x+1)}>0$ الاشتقاق 3 × 5 $f'(x)>0$ 10
$x\mapsto\ln x$ متزايد تماماً على I	5	
مركب تابعين متزايدين هو تابع متزايد على I	5	
$x\mapsto x-4$ متزايد تماماً على I	5	
ومجموع تابعين متزايدين هو تابع متزايد	5	
$f(]0,+\infty[)=]-\infty,+\infty[$	5 × 2	ملاحظة: إذا حسب الطالب $\lim_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim_{x\to0}f(x)$ ثم كتب النتيجة يعطى 5 + 5
القانون $f(x)-y_d$	5	ملاحظة: في حال حل الطالب المعادلة $\frac{x}{x+1}=1$ وذكر أن التابع $g(x)=\frac{x}{x+1}$ متزايد تماماً على I فإنه يحافظ على إشارة واحدة $g(x)<1$ أي $\ln(\frac{x}{x+1})<0$ ينال الطالب الدرجة المخصصة لتعليل الإشارة تابع الفرق على I
إيجاد النهاية $\lim_{x\to+\infty}\left(f(x)-y_d\right)=0$	5	
الوضع النسبي: الإشارة + التعليل $\frac{x}{x+1}<1$ أي $\ln(\frac{x}{x+1})<0$	5 + 5	
الوضع النسبي المنسجم مع إشارته C تحت المستقيم d	5	
مجموع درجات السؤال التاسع / التمرين الثالث /	**60**	

ثالثاً: حل المسألتين التاليتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى:

في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نتأمل النقاط: $A(-1,2,3)$ و $B(2,1,1)$ و $C(-3,4,-1)$ و $D(3,1,1)$ **والمطلوب:**

1) جد $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ ، وبين أن المستقيمين (AC) و (AB) متعامدان.

2) أثبت أن الشعاع $\vec{n}(2,4,1)$ يعامد المستوي (ABC) واكتب معادلة المستوي (ABC).

3) جد تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d المار من D والعمودي على المستوي (ABC).

4) احسب بعد D عن المستوي (ABC) ثم احسب حجم الهرم $D-ABC$.

5) بفرض أن G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(A,1)$ و $(B,-1)$ و $(C,2)$ أثبت أن المستقيمين (AB) و (CG) متوازيان.

حساب $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$	2×3	كل مركبة درجة واحدة
حساب $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ قانون + نتيجة	$3 + 2$	
حساب $\vec{n}.\overrightarrow{AB} = 0$ التعويض + النتيجة	$3 + 2$	
حساب $\vec{n}.\overrightarrow{AC} = 0$ التعويض + النتيجة	$3 + 2$	
التعبير عن معرفته أن $\vec{n}$ يعامد شعاعين غير مرتبطين خطياً أو التعبير عن معرفته أن $\vec{n}$ ناظم المستوي	3	
قانون المستوي	5	
التعويض + نتيجة	$5 + 5$	
التعبير عن معرفته لشكل التمثيل الوسيطي	$5 + 3 \times 5$	للقانون 5 ولكل معادلة 5
قانون المسافة + التعويض + النتيجة	$3 + 5 + 5$	كتابة النتيجة مباشرة بشكل صحيح ينال درجة القانون ضمناً
حساب $\left\|\overrightarrow{AB}\right\|$ و $\left\|\overrightarrow{AC}\right\|$	$4 + 4$	
حساب المساحة	4	
قانون الحجم	3	
والنتيجة	3	
$\overrightarrow{GA} - \overrightarrow{GB} + 2\overrightarrow{GC} = \vec{0}$	3	
$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{BG} + 2\overrightarrow{GC} = \vec{0}$	2	
$\overrightarrow{BA} = -2\overrightarrow{GC}$	3	
$\overrightarrow{BA}$ و $\overrightarrow{GC}$ مرتبطين خطياً	2	
$(BA) \parallel (CG)$		
مجموع درجات السؤال العاشر / المسألة الأولى /	**100**	

ملاحظات المسألة الأولى

طريقة ثانية للطلب الأخير: مجموع ثقلي A و B يساوي الصفر فيكون $(BA)\parallel(CG)$	$5+5$
طريقة ثالثة للطلب الأخير: احداثيات G مركبات $\overrightarrow{CG}$ و $\overrightarrow{AB}$ $\overrightarrow{AB}=-2\overrightarrow{CG}$	$2+2+2$ 2 2
طريقة رابعة للطلب الأخير: $\overrightarrow{AG}=\dfrac{\beta}{\alpha+\beta+\gamma}\overrightarrow{AB}+\dfrac{\gamma}{\alpha+\beta+\gamma}\overrightarrow{AC}$ $\overrightarrow{AG}=-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$ $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CG}=-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$ $\overrightarrow{CG}=-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ الشعاعان مرتبطان خطياً والمستقيمان متوازيان	2 2 2 2 2
طريقة خامسة للطلب الأخير: نفرض I مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين $(C,2)$ و $(B,-1)$ إذاً $\overrightarrow{BI}=2\overrightarrow{BC}$ تكون C منتصف $[BI]$ يكون مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط $(A,1)$ و $(B,-1)$ و $(C,2)$ هو مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين $(A,1)$ و $(I,1)$ حسب الخاصة التجميعية ومنه G في منتصف $[IA]$ وبالتالي $[CG]$ تصل بين منتصفي ضلعين في مثلث ومنه $(BA)\parallel(CG)$	$2+2$ 1 2 1 2

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x)=\dfrac{(x+1)^2}{e^x}$ **والمطلوب:**

1) احسب نهايات f عند أطراف مجموعة تعريفه واكتب معادلة المستقيم المقارب الأفقي.

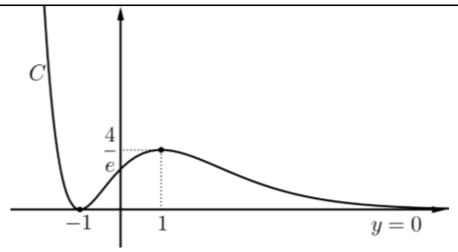
2) أثبت أن $f'(x)=(1-x^2)e^{-x}$.

3) ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها ودل على القيم الحدية مبيناً نوعها.

4) ارسم C في معلم متجانس.

5) استنتج رسم الخط البياني C_1 للتابع g المعرف وفق: $g(x)=(x-1)^2e^x$.

6) استنتج مجموعة تعريف التابع: $h(x)=\ln(f(x))$.

حساب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$	5	
حساب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$	5 + 3	النهاية + التعليل
$y=0$ مقارب أفقي	5	
$f'(x)$	5 + 5 + 5	قانون + التعويض + النتيجة
ينعدم $f'(x)$ عندما $x=1$ أو $x=-1$	3 + 3	
$f(1)=\dfrac{4}{e}$ و $f(-1)=0$	3 + 3	
$\begin{array}{c\|ccccccc} x & -\infty & & -1 & & 1 & & +\infty \\ \hline f'(x) & & - & 0 & + & 0 & - & \\ \hline f(x) & +\infty & \searrow & 0 & \nearrow & \frac{4}{e} & \searrow & 0 \end{array}$	(2+3)× 3	إشارة + أسهم إذا لم يضع الطالب الإشارة في سطر $f'(x)$ يخسر 6 درجات
قيمة صغرى محلياً $f(-1)=0$ قيمة كبرى محلياً $f(1)=\dfrac{4}{e}$	5 5	
	5 + 5	5 للانسجام مع الجدول 5 للانسجام مع المقارب والقيم الحدية
C_1 نظير C بالنسبة لمحور التراتيب أو $g(x)=f(-x)$ أو الرسم	10	
مجموعة التعريف $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$	5 + 5	التعليل + النتيجة في الخطوة الأخيرة إذا كتب الطالب $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ ينال 10 درجات
مجموع درجات السؤال الحادي عشر / المسألة الثانية /	**100**	

انتهى السلم

الاسم :
الرقم:
المدة : ثلاث ساعات
الدرجة : ستمئة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العلمية دورة عام ٢٠٢١

الرياضيات: **(الفرع العلمي – دورة ثانية)**

الصفحة الأولى

أولاً: أجب عن خمسة فقط من الأسئلة الستة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: عيّن قيمة n التي تحقق المعادلة $P^3_{n+3} = 16\binom{n+2}{2}$.

السؤال الثاني: نتأمل في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقطة $A(2,1,2)$ والمستوي $P : 2x + y - 2z - 4 = 0$. المطلوب:

1) احسب بعد A عن المستوي P .

2) اكتب معادلة للكرة التي مركزها A وتمس المستوي P .

السؤال الثالث: احسب التكامل الآتي: $I = \int_0^{\pi} x \sin x \, dx$

السؤال الرابع: تأمل جدول تغيرات التابع f المعرف على $]0,+\infty[$ خطه البياني C . والمطلوب:

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	‖ $-\infty$	↗	$\frac{1}{e}$	↘	0

1) جد $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim_{x\to 0} f(x)$ واكتب معادلة المقارب الأفقي.

2) ما عدد حلول المعادلة $f(x) = 0$.

3) دلّ على القيمة المحلية وبيّن نوعها.

4) جد مجموعة حلول المتراجحة $f'(x) > 0$.

السؤال الخامس:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]-\infty, 0[$ وفق: $f(x) = \frac{2x^2 + \cos^2 x}{x}$. المطلوب:

أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y = 2x$ مقارب مائل لـ C في جوار $-\infty$ وادرس الوضع النسبي بين C و Δ .

السؤال السادس:

يحتوي صندوق على كرات حمراء و كرات بيضاء ، عدد الكرات الحمراء يساوي ثلاثة أضعاف عدد الكرات البيضاء.

المطلوب:

1) نسحب عشوائياً من الصندوق كرة، ما احتمال أن تكون بيضاء اللون.

2) نسحب من الصندوق ثلاث كرات على التتالي مع الإعادة، نعرف X المتحول العشوائي الذي يدل على عدد الكرات البيضاء المسحوبة أثناء عمليات السحب الثلاثة. اكتب مجموعة قيم X وجدول القانون الاحتمالي.

ثانياً: حل التمارين الثلاثة الآتية: (70 درجة لكلٍّ من التمرينين الأول والثاني – 60 درجة للتمرين الثالث)

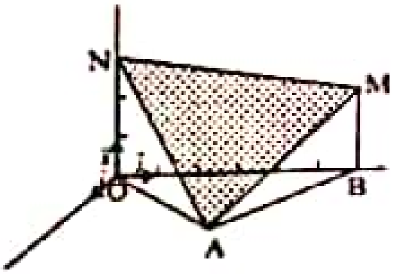
التمرين الأول :

نتأمل المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق: $u_0 = \frac{5}{2}$ وأياً كان العدد الطبيعي n : $u_{n+1} = (u_n - 2)^2 + 2$. المطلوب:

1) أثبت بالتدريج أن $2 \leq u_n \leq 3$ أياً كان العدد الطبيعي n .

2) أثبت أنّ المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متناقصة .

3) استنتج تقارب المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ وجد $\lim_{n\to+\infty} u_n$.



التمرين الثاني: في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقاط :

$A(1,3,0)$ ، $B(0,6,0)$ ، $N(0,0,3)$ ، $M(0,6,2)$.

المطلوب:

1) اكتب معادلة المستوي (AMN) .

2) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم Δ المار من O ويعامد المستوي (AMN) .

3) أثبت أن المستوي الذي معادلته $z - 1 = 0$ هو المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[BM]$.

يتبع في الصفحة الثانية

الاسم :
الرقم:
المدة : ثلاث ساعات
الدرجة : ستمئة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة دورة عام ٢٠٢١

(الفرع العلمي – دورة ثانية)

الرياضيات

الصفحة الثانية

التمرين الثالث:

ليكن التابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x)=(ax+b)e^{-x}$. المطلوب:

أولاً: احسب قيمة كل من a ، b إذا علمت أنّ $f(-1)=e$ قيمة حدية للتابع.

ثانياً: لتكن المعادلة التفاضلية $y'+y=\lambda e^{-x}$ ، عيّن قيمة λ إذا علمت أنّ $f(x)=(x+2)e^{-x}$ حلاً لها.

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى:

أولاً: ليكن $P(z)$ كثير حدود معرّف بالصيغة $P(z)=z^3-2(\alpha+i\sqrt{3})z^2-4(\alpha-i\sqrt{3})z+8$ حيث $\alpha\in\mathbb{R}$.

المطلوب:

1) احسب العدد α لكي يكون $z=2$ حلاً للمعادلة $P(z)=0$.

2) بفرض $\alpha=1$ جد كثير الحدود من الدرجة الثانية $Q(z)$ يحقق: $P(z)=(z-2)Q(z)$ ،
ثم استنتج حلول المعادلة $P(z)=0$.

ثانياً: لتكن A و B و C نقاط المستوي التي تمثل الأعداد العقدية بالترتيب:
$a=2$ ، $b=1+i\sqrt{3}$ ، $c=-1+i\sqrt{3}$. المطلوب:

a) أثبت أنّ: $\frac{a-b}{c-b}=e^{\frac{2\pi}{3}i}$ ، واستنتج طبيعة المثلث ABC.

b) ليكن المثلث $A'B'C'$ صورة المثلث ABC وفق تناظر بالنسبة لمحور الفواصل، عيّن a' و b' و c' التي تمثلها نقاط المستوي A' ، B' ، C' على الترتيب.

المسألة الثانية:

ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرف على $I=]0,+\infty[$ وفق: $f(x)=e^{-x}(1+\ln x)$ ، والتابع g المعرف على I وفق: $g(x)=\frac{1}{x}-1-\ln x$. المطلوب:

1) ادرس تغيرات التابع g ونظّم جدولاً بها.

2) بيّن أن للمعادلة $g(x)=0$ حلاً وحيداً α ، ثم تحقق أنّ $\alpha=1$.

3) جد نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه.

4) أثبت أنّ: $f'(x)=\frac{g(x)}{e^x}$.

5) مستفيداً من تغيرات التابع g ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها.

6) في معلم متجانس ارسم الخط C_f.

– انتهت الأسئلة –

ملاحظة : يمنع استعمال الآلات الحاسبة.

حل امتحان الرياضيات دورة 2021 الثانية

أولاً:

السؤال الأول:

شرط الحل

$$\left.\begin{array}{l} n+2 \geq 2 \\ n+3 \geq 3 \end{array}\right\} n \geq 0$$

$$P^3_{n+3} = 16 \binom{n+2}{2}$$

$$(n+3)(n+2)(n+1) = 16 \frac{(n+2)(n+1)}{2!}$$

$$n+3 = 8$$

$$\boxed{n=5}$$

السؤال الثاني:

1- $$dist(A,P) = \frac{|4+1-4-4|}{\sqrt{4+1+4}} = \frac{3}{3} = 1$$

2- $$r = dist(A,P) = 1$$

معادلة الكرة من الشكل:

$$(x-x_A)^2+(y-y_A)^2+(z-z_A)^2 = r^2$$

$$(x-2)^2+(y-1)^2+(z-2)^2 = 1$$

السؤال الثالث:

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x \, dx$$

تجزئة

$u = x$	$u' = 1$
$v' = \sin x$	$v = -\cos x$

$$\int_a^b u v' = [uv]_a^b - \int_a^b v u'$$

$$I = [-x\cos x]_0^{\frac{\pi}{2}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \, dx$$

$$I = [-x\cos x + \sin x]_0^{\frac{\pi}{2}} = 1 - 0 = 1$$

السؤال الرابع:

1- $$\lim_{x\to 0} f(x) = -\infty \quad , \quad \lim_{x\to +\infty} f(x) = 0$$

$y=0$ مقارب أفقي للخط C في جوار $+\infty$.

2- للمعادلة $f(x)=0$ حل وحيد.

3- $f(1)=\frac{1}{e}$ قيمة حدية كبرى.

4- $ك =]0,1[$

السؤال الخامس:

$$f(x) = 2x + \frac{\cos^2 x}{x}$$

$$f(x) - y_\Delta = \frac{\cos^2 x}{x}$$

$$0 \leq \cos^2 x \leq 1$$

من أجل $x<0$:

$$0 \geq \frac{\cos^2 x}{x} \geq \frac{1}{x}$$

$$\lim_{x\to -\infty} \left(\frac{1}{x}\right) = 0 \Rightarrow \lim_{x\to -\infty} \frac{\cos^2 x}{x} = 0$$

حسب مبرهنة الإحاطة.

$$\Rightarrow \lim_{x\to -\infty} [f(x) - y_\Delta] = 0$$

فالمستقيم Δ مقارب مائل للخط C في جوار $-\infty$.

x	$-\infty$ ... 0
$\cos^2 x$	$+$
x	$-$
$f(x) - y_\Delta$	$-$

C تحت Δ.

ويتقاطع C مع Δ في كل نقطة فاصلتها من الشكل $x = \frac{\pi}{2} + \pi K$

حيث K عدد صحيح سالب تماما $K \in \mathbb{Z}^{*}$

السؤال السادس: 1-

إذا كان عدد الكرات البيضاء (n) عندها سيكون عدد الكرات الحمراء $(3n)$ وسيكون إجمالي عدد الكرات $(4n)$

$$P(W) = \frac{n}{4n} = \frac{1}{4}$$

2- $$X(\Omega) = \{0, 1, 2, 3\}$$

تجربة برنولية

$p = \frac{1}{4}$, $q = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ $\quad n = 3$

$$0 \leq K \leq 3$$

$$P(X=K) = \binom{n}{K} p^K q^{n-K}$$

$$P(X=0) = \binom{3}{0} \left(\frac{1}{4}\right)^0 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{27}{64}$$

$$P(X=1) = \binom{3}{1} \left(\frac{1}{4}\right)^1 \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{27}{64}$$

$$P(X=2) = \binom{3}{2} \left(\frac{1}{4}\right)^2 \left(\frac{3}{4}\right)^1 = \frac{9}{64}$$

$$P(X=3) = \binom{3}{3} \left(\frac{1}{4}\right)^3 \left(\frac{3}{4}\right)^0 = \frac{1}{64}$$

K	0	1	2	3
$P(X=K)$	$\frac{27}{64}$	$\frac{27}{64}$	$\frac{9}{64}$	$\frac{1}{64}$

التمرين الأول:

1- $E(n)$: $\quad 2 \leq u_n \leq 3$

$E(0)$ محققة لأن

$$2 \leq u_0 = \frac{5}{2} \leq 3$$

نفرض صحة $E(n)$ ونبرهن صحة $E(n+1)$:

$$2 \leq u_n \leq 3$$

$$0 \leq u_n - 2 \leq 1$$

$$0^2 \leq (u_n - 2)^2 \leq 1^2$$

$$2 \leq (u_n - 2)^2 + 2 \leq 3$$

$$2 \leq u_{n+1} \leq 3$$

$E(n+1)$ محققة. فالقضية $E(n)$ صحيحة أيا كان العدد الطبيعي $n \geq 0$.

2- $E'(n)$ $\quad u_{n+1} \leq u_n$

حساب u_1:

$$u_1 = (u_0 - 2)^2 + 2 = (2.5 - 2)^2 + 2$$
$$= \frac{1}{4} + 2 = \frac{9}{4}$$

$E'(0)$ محققة لأن $u_1 = \frac{9}{4} \leq u_0 = \frac{5}{2}$

نفرض صحة $E'(n)$ ونبرهن صحة $E'(n+1)$:

$$u_{n+1} \leq u_n$$

$$u_{n+1} - 2 \leq u_n - 2$$

$$(u_{n+1} - 2)^2 \leq (u_n - 2)^2$$

$$(u_{n+1} - 2)^2 + 2 \leq (u_n - 2)^2 + 2$$

$$u_{n+2} \leq u_{n+1}$$

$E'(n+1)$ صحيحة . فالقضية $E'(n)$ صحيحة أياً كان العدد الطبيعي $n \geq 0$

فالمتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متناقصة .

3) المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متناقصة ومحدودة من الأدنى بالعدد (2) فهي متقاربة.

$$u_{n+1} = u_n$$

$$\longleftrightarrow \quad u_n = (u_n-2)^2+2$$

$$u_n = u_n^2 - 4u_n + 4 + 2$$

$$u_n^2 - 5u_n + 6 = 0$$

$$(u_n-3)(u_n-2) = 0$$

$$(l-3)(l-2) = 0$$

إما $l=3$ (مرفوض)

أو $l=2$ (مقبول)

ومنه : $\boxed{\lim_{n\to+\infty} u_n = 2}$

التمرين الثاني :

1) ليكن $\vec{n}(a,b,c)$ ناظماً للمستوي AMN

عندئذٍ : $\vec{n}\cdot\vec{AM} = 0$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} a\\ b\\ c\end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1\\ 3\\ 2\end{pmatrix} = 0$$

$$-a+3b+2c=0 \longrightarrow (1)$$

$\vec{n}\cdot\vec{AN} = 0$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} a\\ b\\ c\end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1\\ -3\\ 3\end{pmatrix} = 0 \Rightarrow -a-3b+3c=0 \quad (2)$$

بجمع المعادلتين (1) و (2) :

$$-2a+5c=0 \Rightarrow \boxed{2a=5c}$$

نفرض $c=6$ عندئذٍ $a=15$

$$-15+3b+12=0$$

$$3b=3$$

$$\boxed{b=1}$$

$$\vec{n}(15,1,6)$$

معادلة المستوي من الشكل :

$$a(x-x_N)+b(y-y_N)+c(z-z_N)=0$$

$$\boxed{15x+y+6z-18=0}$$

2) $\vec{v}_\Delta = \vec{n}_{AMN}(15,1,6)$

$$\Delta : \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases} t\in\mathbb{R} \Rightarrow \Delta : \begin{cases} x = 15t \\ y = t \\ z = 6t \end{cases} \quad t\in\mathbb{R}$$

3) $M'(x,y,z)$ نقطة من المستوي المحوري للقطعة $[BM]$ فهي تحقق :

$$M'B = M'M \Rightarrow M'B^2 = M'M^2$$

$$\Rightarrow (x-0)^2+(y-6)^2+(z-0)^2 = (x-0)^2+(y-6)^2+(z-2)^2$$

$$\cancel{x^2}+\cancel{(y-6)^2}+z^2 = \cancel{x^2}+\cancel{(y-6)^2}+(z-2)^2$$

$$\cancel{z^2} = \cancel{z^2}-4z+4$$

$$Z=1$$

$$Z-1=0$$

وهي معادلة المستوي المحوري للقطعة [BM]

التمرين الثالث :

1- $f(-1)=e \quad , \quad f'(-1)=0$

$$f(-1)=e \iff (-a+b)e=e$$

$$\boxed{-a+b=1} \text{ —— } ①$$

$$f'(x)=a e^{-x}-e^{-x}(ax+b)$$

$$f'(-1)=ae-e\underbrace{(-a+b)}_{=1}$$

$$ae-e=0$$

$$a-1=0$$

$$\boxed{a=1}$$

نعوض في ① : $-1+b=1$

$$\Rightarrow \boxed{b=2}$$

$$f(x)=(x+2)e^{-x}$$

2- $y'=f'(x)=e^{-x}-e^{-x}(x+2)$

$$y'=-e^{-x}(x+1)$$

$$y=e^{-x}(x+2)$$

$$+$$

$$y'+y=e^{-x}(x+2-x-1)=e^{-x}$$

$$y'+y=e^{-x}$$

$$\Rightarrow \boxed{\lambda=1}$$

المسألة الأولى :

أولاً :

1- $f(2)=0$

$$\Rightarrow 8-2(\alpha+i\sqrt{3})4-4(\alpha-i\sqrt{3})2+8=0$$

$$16-8(\alpha+i\sqrt{3}+\alpha-i\sqrt{3})=0$$

$$16-16\alpha=0$$

$$\boxed{\alpha=1}$$

2-

$$\begin{array}{r|l}
Z^3-2(1+i\sqrt{3})Z^2-4(1-i\sqrt{3})Z+8 & Z-2 \\
\hline
-Z^3+2Z^2 \qquad + & Z^2-2i\sqrt{3}Z-4 \\
-2i\sqrt{3}Z^2-4(1-i\sqrt{3})Z+8 & \\
+2i\sqrt{3}Z^2-4i\sqrt{3}Z \qquad + & \\
-4Z+8 & \\
+4Z-8 & \\
0 \quad 0 &
\end{array}$$

$$\Rightarrow Q(Z)=Z^2-2i\sqrt{3}Z-4$$

$P(Z)=0 \rightarrow Z-2=0 \quad \boxed{Z_1=2}$

$\rightarrow Q(Z)=0$

$$\Delta=-12+16=4$$

$$\sqrt{\Delta}=2$$

$$Z_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \qquad \boxed{Z_2=1+i\sqrt{3}}$$

$$Z_3=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \qquad \boxed{Z_3=-1+i\sqrt{3}}$$

ثانيا:

أ-

$$\frac{a-b}{c-b} = \frac{2-1-i\sqrt{3}}{-1+i\sqrt{3}-1-i\sqrt{3}} = \frac{1-i\sqrt{3}}{-2}$$

$$= \frac{-1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$r = \sqrt{\left(\frac{-1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = 1$$

$$\left.\begin{aligned} \cos\theta &= \frac{x}{r} = \frac{-1}{2} \\ \sin\theta &= \frac{y}{r} = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{aligned}\right\} \quad \theta = \frac{2\pi}{3} + 2\pi K$$

$$\Rightarrow \quad \frac{a-b}{c-b} = e^{i\frac{2\pi}{3}}$$

ومنه:

$$\left|\frac{a-b}{c-b}\right| = 1$$

$$\Rightarrow \quad AB = CB$$

$$\arg\left(\frac{a-b}{c-b}\right) = \frac{2\pi}{3}$$

فالمثلث ABC متساوي الساقين رأسه B

ب-

$$a' = \overline{a} = 2$$

$$b' = \overline{b} = 1 - i\sqrt{3}$$

$$c' = \overline{c} = -1 - i\sqrt{3}$$

المسألة الثانية:

1- g معرف ومستمر واشتقاقي على I.

$$\lim_{x \to 0^+} g(x) = +\infty - 1 - (-\infty) = +\infty$$

$$\lim_{x \to +\infty} g(x) = 0 - 1 - (+\infty) = -\infty$$

$$g'(x) = \frac{-1}{x^2} - \frac{1}{x} < 0$$

x	0	$+\infty$
$g'(x)$	‖	$-$
$g(x)$	‖ $+\infty$	$\searrow$ $-\infty$

2- الناتج g معرف ومستمر ومطرد تماما على I. كما أنّ:

$$g(I) =]-\infty, +\infty[$$

$$0 \in g(I)$$

فالمسألة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α.

$$g(1) = 1 - 1 - \ln(1) = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\alpha = 1}$$

3-

$$\lim_{x \to 0^+} f(x) = e^0(1 - \infty) = -\infty$$

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty}\left(\frac{1}{e^x} + \frac{\ln x}{x} \cdot \frac{x}{e^x}\right)$$

$$= 0 + (0)(0) = 0$$

لأنّ: $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x^n} = 0, \quad \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{x^n}{e^x} = 0$

4-

$$f'(x) = -e^{-x}(1 + \ln x) + \frac{1}{x}e^{-x}$$

$$= \frac{-1 - \ln x + \frac{1}{x}}{e^x} = \frac{g(x)}{e^x}$$

5-

$$f'(x) = 0 \longleftrightarrow g(x) = 0$$

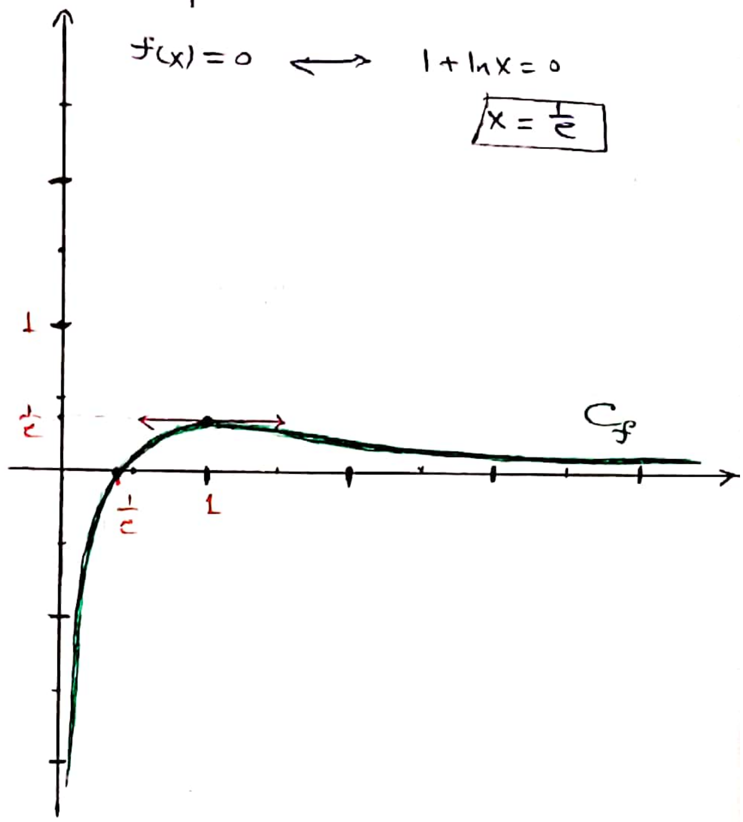
$$\alpha = 1$$

$$f(1) = e^{-1}(1 + 0) = \frac{1}{e}$$

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	||	$+$	0	$-$	
$f(x)$	|| $-\infty$	$\nearrow$	$\frac{1}{e}$	$\searrow$	0

$f(x) = 0 \Longleftrightarrow 1 + \ln x = 0$

$\boxed{x = \frac{1}{e}}$



عبد الملك خير الله

BAC MATHS

ملاحظات عامةtm

١- في ركن تسجيل الدرجات على القسيمة تخصص الحقول على التتالي كما يأتي :

الحقل	رقم السؤال	موضوع السؤال
١	السؤال الأول	تحليل توافقي
٢	السؤال الثاني	معادلة كرة
٣	السؤال الثالث	التكامل
٤	السؤال الرابع	جدول تغيرات
٥	السؤال الخامس	المقارب المائل
٦	السؤال السادس	الاحتمالات
٧	السؤال السابع/ التمرين الأول	متتاليات
٨	السؤال الثامن/ التمرين الثاني	تمرين الأشعة
٩	السؤال التاسع/ التمرين الثالث	القيمة الحدية
١٠	السؤال العاشر / المسألة الأولى	مسألة العقدية
١١	السؤال الحادي عشر / المسألة الثانية	مسألة دراسة تابع أسي

٢- في الأسئلة الاختيارية في حال أجاب الطالب على جميع الأسئلة تصحح أول خمس إجابات منها فقط حسب ترتيب إجاباته ويُكتب جانب الإجابة الأخيرة (اختياري ملغى)

٣- تُحذف (درجة واحدة) لكلّ خطأ حسابي من الدرجات المخصصة للخطوة التي وقع فيها الخطأ.

٤- إذا دمج الطالب خطوتين أو أكثر وكان باستطاعة الطالب الجيد أن يقوم بذلك الدمج، يعطى الطالب مجموع الدرجات المخصصة لما دمج من خطوات .

٥- لا يجوز تجزئة الدرجات المخصصة للخطوة الواحدة إلّا عند وجود خطأ حسابي .

٦- إذا أخطأ الطالب في خطوة من خطوات الحلّ ثم تابع الحلّ بمنطق سليم ومفيد يعطى عن الخطوات التي تليها ما يستحق من درجات وفق السلّم بشرط ألا يؤدي خطؤه إلى خفض سويّة السؤال أو تغيير مضمونه .

٧- إذا أجاب الطالب عن موقف بطريقة غير واردة في السلّم ومبرزاً خطوات حلّه، فعلى المصحح أن يعرض الطريقة على ممثل الفرع الذي عليه أن يقوم والموجّهون الاختصاصيّون بدراسة هذه الطريقة والتأكد من صحّتها علمياً ومن ثمّ توزيع الدرجات لتلك الطريقة بما يكافئ التوزيع الوارد على الطريقة الواردة في السلّم ثم يعمّم هذا التوزيع بعد أخذ موافقة التوجيه الأول لمادة الرياضيات في وزارة التربية.

٨- عند الاضطرار إلى تعديل درجة حصل عليها الطالب عن سؤال ما، يجب على كلّ من المصحّح والمدقّق تسجيل اسمه مقروناً بتوقيعه في جوار الدرجة المعدّلة مرفقاً بمهر خاتم الامتحانات.

٩- إذا حلّ الطالب سؤالاً بأكثر من طريقة تصحّح حلوله كافة وتعتمد الدرجة الأعلى.

١٠- إذا لم يجب الطالب عن سؤال ما، تُكتب(إلى جانب السؤال)العبارة الآتية:(صفر للسؤال.... لأنه؛ بلا إجابة)

١١- تُكتب الدرجات الجزئية لكلّ سؤال ضمن دائرة وبالأرقام العربية (....1,2,3,4)

١٢- تُسجّل الدرجات التي يستحقها الطالب عن طلبات السؤال ومراحله (رقماً) وبوضوح على الهامش، أمّا الدرجة المستحقة عن السؤال كاملاً فتُسجّل على الهامش الأيمن (مقابل بداية الإجابة) رقماً وكتابة.

[redacted]	الأحاد	العشرات	المئات
	٢	١	١

بعد استبدال حقل الكسور بالأحاد. حقل الأحاد بالعشرات. حقل العشرات بالمئات.

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة / الفرع العلمي / tm الدورة الثانية عام ٢٠٢١م

الدرجة: ستمئة

سلم درجات مادة: الرياضيات

أولاً: أجب عن خمسة فقط من الأسئلة الستة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول:

عيّن قيمة n التي تحقق المعادلة $P^3_{n+3} = 16\binom{n+2}{2}$.

الحل	الدرجة	ملاحظات
شرط الحل $n \in \{0,1,2,....\}$	٥	ملاحظة: الخطأ بتطبيق القانون يخسر ٥ درجات
$(n+3)(n+2)(n+1) = 16\,\frac{(n+3)(n+1)}{2}$	٥ قانون توافيق + ٥ نشر + ٥ قانون تراتيب + ٥ نشر + ٥ شرط الاختصار	
$n + ٣ = ٨$	٥ معادلة درجة أولى	
$n = ٥$	٥	
مجموع درجات السؤال الأول	٤٠	

السؤال الثاني: نتأمل في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقطة $A(2,1,2)$ والمستوي $P: 2x + y - 2z - 4 = 0$. **المطلوب:**

1) احسب بعد A عن المستوي P.

2) اكتب معادلة للكرة التي مركزها A وتمس المستوي P.

الحل	الدرجة	ملاحظات
$dis_{(A,P)} = \frac{\lvert ax_A + by_A + cz_A + d\rvert}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$	٥	ملاحظة: أي خطأ بتطبيق القانون يخسر ٥ درجات قانون + تعويض + نتيجة (٣×٥)
$= \frac{\lvert ٤+١-٤-٤\rvert}{\sqrt{٤+١+٤}} = \frac{٣}{٣} = ١$	٥+٥+٥	تعويض + إصلاح + نتيجة
معرفة $d = R$	١٠	إذا كتب قانون خاطئ يخسر ٢٠ درجة إذا كتب معادلة للكرة بدون تربيع يخسر ٢٠ درجة
$(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 1$	5+5	قانون + تعويض
مجموع درجات السؤال الثاني	٤٠	

السؤال الثالث: احسب التكامل الآتي: $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x \, dx$

الحل	الدرجة	ملاحظات
حساب التكامل:		
افتراض $u = x$ و $u' = ١$	٢×٥	إذا بدل بالفرضيات ينال ١٥ درجة فقط على كامل السؤال (٥قانون + ٥اشتقاق + ٥تابع أصلي)
$v' = \sin x$ و $v = -\cos x$	٢×٥	
قانون التكامل بالتجزئة	5	
$I = -x\cos x + \sin x \,\big]_0^{\frac{\pi}{2}} = 1$	5+5+5	
مجموع درجات السؤال الثالث	٤٠	

السؤال الرابع: تأمل جدول تغيرات التابع f المعرف على $]0,+\infty[$ خطه البياني C . والمطلوب:

1) جد $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$ واكتب معادلة المقارب الأفقي.

2) ما عدد حلول المعادلة $f(x)=0$.

3) دلّ على القيمة المحلية وبيّن نوعها.

4) جد مجموعة حلول المتراجحة $f'(x)>0$.

x	٠		١		$+\infty$
$f'(x)$	‖	+	٠	−	
$f(x)$	‖ $-\infty$	↗	$\frac{1}{e}$	↘	0

$\lim\limits_{x\to 0} f(x)=-\infty,\quad \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$	٥+٥	
المقارب الأفقي $y=0$	٥	
عدد حلول المعادلة: حل وحيد	٥	
القيمة الكبرى محلياً ، $\frac{1}{e}$	٥+٥	
مجموعة حلول المتراجحة المجال $]0,+1[$	١٠	إذا أغلق المجال يخسر ٥ درجات إذا كتب مجال $]0,1[$ يخسر ١٠ درجات
مجموع درجات السؤال الرابع	٤٠	

السؤال الخامس:

لتكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]-\infty,0[$ وفق: $f(x)=\dfrac{2x^2+\cos^2 x}{x}$. المطلوب:

أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y=2x$ مقارب مائل لـ C في جوار $-\infty$ وادرس الوضع النسبي بين C و Δ.

$f(x)-y_\Delta=\dfrac{\cos^2 x}{x}$	٥	
$\lim\limits_{x\to-\infty}(f(x)-y_\Delta)=0$	٥	
$-١\le \cos x\le ١$	٥	
$٠\le \cos^٢ x\le ١$	٣	عند القسمة على $x<0$ ولم يغير جهة التراجح يخسر درجتان
$\dfrac{-١}{x}\le \dfrac{\cos^٢ x}{x}\le ٠$	٢	
$\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{1}{x}=0$ حسب الإحاطة	٥	
$\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\cos^2 x}{x}=0$	٥	
الوضع النسبي دراسة إشارة $g(x)=\dfrac{\cos^2 x}{x}$	٣	
البسط موجب		
إشارة الكسر من إشارة المقام والمقام سالب $g(x)<0$	٥	إذا كتب الطالب $g(x)<0$ والخط C يقع تحت
ومنه الخط C يقع تحت المقارب	٢	المقارب ينال الدرجات المخصصة دون الحاجة لذكر النقاط المشتركة
مجموع درجات السؤال الخامس	٤٠	

السؤال السادس: يحتوي صندوق على كرات حمراء و كرات بيضاء ، عدد الكرات الحمراء يساوي ثلاثة أضعاف عدد الكرات البيضاء. المطلوب: 1) سحب عشوائياً من الصندوق كرة، ما احتمال أن تكون بيضاء اللون.

2) نسحب من الصندوق ثلاث كرات على التتالي مع الإعادة، نعرّف X المتحول العشوائي الذي يدل على عدد الكرات البيضاء المسحوبة أثناء عمليات السحب الثلاثة. اكتب مجموعة قيم X وجدول القانون الاحتمالي.

w : الحدث لكرة البيضاء $P(w)=\frac{1}{4}$	٨	في قيم المتحول العشوائي يخسر درجتان إذا أضاف قيمة أو أنقص قيمة
$X=\{0,1,2,3\}$	٨	
$p(X=0)=\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}=\frac{27}{64}$	٣+٢	
$p(X=1)=\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}\times3=\frac{27}{64}$	٣+٣	
$p(X=2)=\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}\times3=\frac{9}{64}$	٣+٣	عدم الضرب بالتبديل يخسر ٣ درجات
$p(X=3)=\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{64}$	٣+٢	
$\begin{array}{c\|cccc} x_i & ٠ & ١ & ٢ & ٣ \\ \hline p(X=x_i) & \frac{١}{٦٤} & \frac{٩}{٦٤} & \frac{٢٧}{٦٤} & \frac{٢٧}{٦٤} \end{array}$	٢	تنظيم الجدول
مجموع درجات السؤال السادس	٤٠	
طريقة: حساب $p=\frac{n}{4n}=\frac{1}{4}$ ، $q=\frac{3}{4}$	٨+٢	عدم المساواة بين p و q يخسر درجتين فقط
$X(\Omega)=\{0,1,2,3\}$ قانون برنولي حساب $P(0)$ و $P(1)$ و $P(2)$ و $P(3)$	٨ ٢ ٢ تعويض + ٣ نتيجة لكل احتمال	$(2+3)\times4$

ثانياً: حل التمارين الثلاثة الآتية: (70 درجة لكلٍّ من التمرينين الأول والثاني- 60 درجة للتمرين الثالث)

التمرين الأول : نتأمل المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ المعرفة وفق: $u_0=\frac{5}{2}$ وأياً كان العدد الطبيعي n : $u_{n+1}=(u_n-2)^2+2$.

المطلوب: ١) أثبت بالتدريج أن $2\leq u_n\leq3$ أياً كان العدد الطبيعي n .

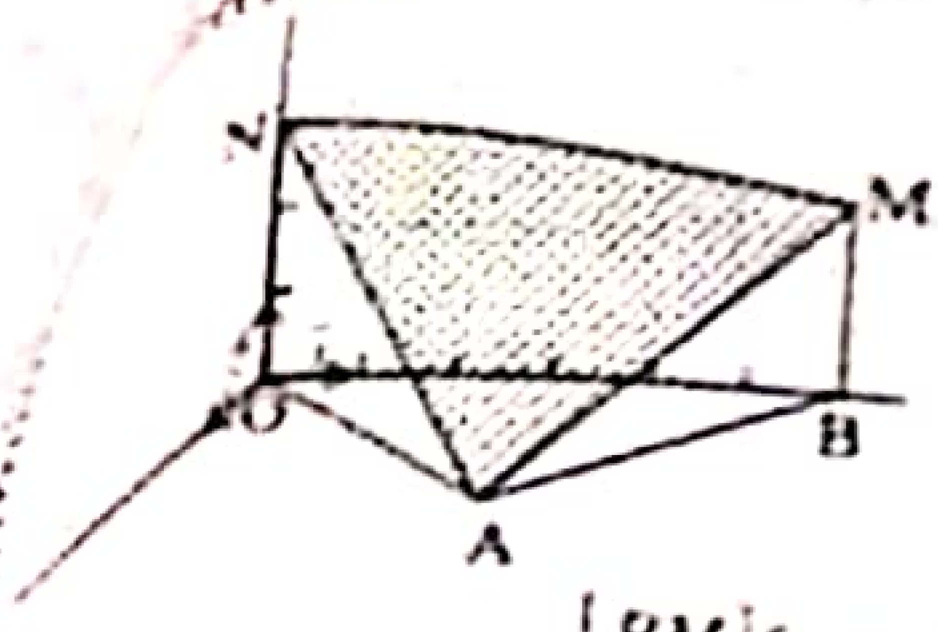
٢) أثبت أنّ المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ متناقصة . ٣) استنتج تقارب المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ وجدْ $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

ترميز القضية	٢	
إثبات صحة $E(0)$	٥	
افتراض صحة $E(n)$	٥	
وإثبات $E(n+1)$	5×4	
$E(n+1)$ محققة فإن $E(n)$ صحيحة أياً كانت $n\geq0$	٣	
اثبات أنها متناقصة: $u_{n+1}-u_n\leq0$		
$(u_n-2)^2+2-u_n=(u_n-3)(u_n-2)$	٥+٥+٥	
$u_n-3\leq0$, $u_n-2\geq0$ ومنه	٣+٣	أو تبرير أنها متناقصة ومحدودة من الأدنى $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=2$
$(u_n-3)(u_n-2)\leq0$	٤	
المتتالية متناقصة ومحدودة من الأدنى فهي متقاربة، النهاية هي حل	٥	
للمعادلة $f(x)=x$		
ومنه $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=2$	٥	
المجموع	٧٠	

طريقة ثانية لبرهان التناقص بطريقة التدريج:		طريقة ثانية لبرهان المحدودية	
$Q(n):u_{n+1}\leq u_n:n\geq0$	٥	إثبات صحة $E(0)$	
$Q(0):u_1\leq u_0$ $\frac{9}{4}\leq\frac{5}{2}$ محققة	٥	افتراض صحة $E(n)$	
نفرض $Q(n)$ صحيحة من اجل n	٥	وإثبات $E(n+1)$	
$Q(n+1):u_{n+2}\leq u_{n+1}:n\geq0$		نعرف تابع $f(u_n)=u_{n+1}$	
من الفرض $u_{n+1}\leq u_n$		$f(x)=(x-2)^2+2$	٣
$u_{n+1}-2\leq u_n-2$	٢	$f'(x)=2(x-2)$	٣
$(u_{n+1}-2)^2\leq(u_n-2)^2$	٢	$x\geq2$	٢
		f متزايد تماماً على $[2,+\infty[$	٢
$(u_{n+1}-2)^2+2\leq(u_n-2)^2+2$	٢	من الفرض $2\leq u_n\leq3$	
$u_{n+2}\leq u_{n+1}$	٢	$f(2)\leq f(u_n)\leq f(3)$	٥
$Q(n+1)$ محققة ومنه $Q(n)$ صحيحة أيا كانت $n\geq0$	٢	$2\leq u_{n+1}\leq3$	٥
		$E(n+1)$ محققة فإن $E(n)$	٣
		صحيحة أياً كانت $n\geq0$	

التمرين الثاني: في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقاط :

$A(1,3,0)\ ,\ B(0,6,0)\ ,\ N(0,0,3)\ ,\ M(0,6,2)$



المطلوب:

1) اكتب معادلة المستوي (AMN).

2) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم Δ المار من O ويعامد المستوي (AMN).

3) أثبت أن المستوي الذي معادلته $z-1=0$ هو المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[BM]$.

		ملاحظات	
الوصول إلى معادلة المستوي (AMN)			
إما من العلاقة $ax+by+cz+d=0$	٦	أو يجد $\overline{AN}\ ,\ \overline{AM}$	٣+٣
تعويض النقاط	١+١+١	$\vec{n}.\overline{AN}=0$ ، $\vec{n}.\overline{AM}=0$	٢+٢
وحساب قيم $d\ ,c\ ,b\ ,a$	٤+٤+٤+٤	افتراض $\vec{n}(a,b,c)$	٣
كتابة معادلة المستوي	٥	إيجاد قيم الوسطاء $c\ ,b\ ,a$	٤+٤+٤
		كتابة معادلة للمستوي	٥
المعادلات الوسيطية – قانون	٥	أو $k(x,y,z)$ نقطة من المستوي	٥
شعاع توجيه	3×3	$\overline{Ak}=\alpha\overline{AM}+\beta\overline{AN}$	٥ قانون
نتيجة	2×3	إيجاد α,β	٥ تعويض
اثبات أن $z=1$ معادلة المستوي المحوري			٥+٥
إيجاد إحداثيات المنتصف	3×3	الوصول إلى معادلة للمستوي	٥
معرفة الناظم $\overline{BM}$	2×3		
كتابة معادلة المستوي المحوري	٥		
المجموع	٧٠		

طريقة: المستوي المحوري		$z-1=0$	
		$\vec{n}(0,0,1)$	٤
$D(x,y,1)\quad D\in\rho$	٥	$\overline{MB}(0,0,2)$	٣
$BD=\sqrt{x^2+(y-6)^2+1}$	٣+٤	$I(0,6,1)$	٣
$MD=\sqrt{x^2+(y-6)^2+1}$		$I(0,6,1)$ تحقق معادلة المستوي ρ	٤
$BD=MD$	٣	$\overline{MB}\ ,\ \vec{n}$ مرتبطان خطياً	٤
ρ المستوي المحوري	٣	ρ المستوي المحوري	٢
	٢		

طريقة:			
أو $k(x,y,z)$ نقطة من المستوي المحوري	٥	في التمثيل الوسيطي عند استخدام نقطة غير المبدأ يخسر درجة واحدة	
$KM^2=MB^2$ ومنه $KM=MB$	٥		
تعويض – إصلاح - نتيجة	٤+٣+٢		

التمرين الثالث: ليكن التابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x)=(ax+b)e^{-x}$. **المطلوب:**

أولاً: احسب قيمة كل من a , b إذا علمت أنّ $f(-1)=e$ قيمة حدية للتابع.

ثانياً: لتكن المعادلة التفاضلية $y'+y=\lambda e^{-x}$، عيّن قيمة λ إذا علمت أنّ $f(x)=(x+2)e^{-x}$ حلاً لها.

تعويض القيمة في معادلة التابع $f(-1)=e$	$5+5$	٥ تعوض للمعادلات الخطية بعد الإصلاح
أيجاد المشتق ، معرفة $f'(-1)=0$ ، تعويض ، نتيجة حل معادلتين بمجهولين – الوصول إلى قيمة a , b	5×4 5×2	٥ مشتق + ٥ قانون + ٥ تعويض + ٥الوصول إلى معادلات خطية بدلالة b و a
حساب $f'(x)=y'$ – التعويض – الإصلاح – قيمة λ	5×4	
المجموع	٦٠	

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: أولاً: ليكن $P(z)$ كثير حدود معرف بالصيغة

$P(z)=z^3-2(\alpha+i\sqrt{3})z^2-4(\alpha-i\sqrt{3})z+8$ حيث $\alpha\in\mathbb{R}$. **المطلوب:**

1) احسب العدد α لكي يكون $z=2$ حلاً للمعادلة $P(z)=0$.

2) بفرض $\alpha=1$، جد كثير الحدود من الدرجة الثانية $Q(z)$ يحقق: $P(z)=(z-2)Q(z)$،

ثم استنتج حلول المعادلة $P(z)=0$.

ثانياً: لتكن A و B و C نقاط المستوي التي تمثل الأعداد العقدية بالترتيب: $a=2$ ، $b=1+i\sqrt{3}$ ، $c=-1+i\sqrt{3}$ ،

المطلوب: a) أثبت أن: $\dfrac{a-b}{c-b}=e^{\frac{2\pi}{3}i}$ ، واستنتج طبيعة المثلث ABC.

b) ليكن المثلث $A'B'C'$ صورة المثلث ABC وفق تناظر بالنسبة لمحور الفواصل، عيّن a' و b' و c' التي تمثلها نقاط المستوي A' ، B' ، C' على الترتيب.

أولاً: ١- التعويض $z=2$ في المعادلة الوصول إلى معادلة خطية الوصول إلى قيمة α	٥ ٥ ٥		
٢- إجراء القسمة الإقليدية أو أي طريقة أخرى صحيحة وإيجاد $Q(z)$ حساب Δ جذر أول جذر ثاني جذر ثالث	5+5+5 ٥ ٦ ٥ ٥ ٥	طريقة ثانية لإيجاد $Q(z)$: $(z+2)(az^2+bz+c)=p(z)$ إيجاد a و b و c	٥ ٥+٥+٥
ثانياً: a- إثبات $\dfrac{b-a}{c-a}=e^{\frac{2\pi}{3}i}$ تعويض الشكل الجبري الشكل المثلثي الشكل الأسي استنتاج مثلث متساوي الساقين و منفرج الزاوية	5+5 ٥ ٥ 10 ٥	طريقة: كتابة $e^{\frac{2\pi}{3}i}$ بالشكل المثلثي كتابة $e^{\frac{2\pi}{3}i}$ بالشكل الجبري حساب $\dfrac{b-a}{c-a}$ وكتابتها بالشكل الجبري والنتيجة ملاحظة١: إذا كتب الطالب مثلث متساوي الساقين و قائم يخسر الدرجة المخصصة. ملاحظة٢: إذا قام الطالب بحساب AB ، AC ، BC واستنتج أن المثلث متساوي الساقين ينال ٥ درجات ملاحظة: إذا كتب الطالب المثلث متساوي الساقين أو منفرج الزاوية ينال ٥ درجات المخصصة للخطوة	٥ ٥+٥ ٥+٥+٥
b- إيجاد a' ، b' ، c'	3+3+3	متساوي الساقين ، $\dfrac{a-b}{c-b}=1$	
المجموع	١٠٠		

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: أولاً: ليكن $P(z)$ كثير حدود معرّف بالصيغة

$P(z)=z^3-2(\alpha+i\sqrt{3})z^2-4(\alpha-i\sqrt{3})z+8$ حيث $\alpha \in \mathbb{R}$، المطلوب:

1) احسب العدد α لكي يكون $z=2$ حلاً للمعادلة $P(z)=0$.

2) بفرض $\alpha=1$، جد كثير الحدود من الدرجة الثانية $Q(z)$ يحقق: $P(z)=(z-2)Q(z)$،

ثم استنتج حلول المعادلة $P(z)=0$.

ثانياً: لتكن A و B و C نقاط المستوي التي تمثل الأعداد العقدية بالترتيب: $a=2$ ، $b=1+i\sqrt{3}$ ، $c=-1+i\sqrt{3}$.

المطلوب: a) أثبت أن: $\frac{a-b}{c-b}=e^{\frac{2\pi}{3}i}$ ، واستنتج طبيعة المثلث ABC .

b) ليكن المثلث $A'B'C'$ صورة المثلث ABC وفق تناظر بالنسبة لمحور الفواصل، عيّن a' و b' و c' التي تمثلها نقاط المستوي A' ، B' ، C' على الترتيب.

الحل	الدرجة	طريقة ثانية	الدرجة
أولاً: ١- التعويض $z=2$ في المعادلة الوصول إلى معادلة خطية الوصول إلى قيمة α	٥ ٥ ٥		
٢- إجراء القسمة الإقليدية أو أي طريقة أخرى صحيحة وإيجاد $Q(z)$ حساب Δ جذر أول جذر ثاني جذر ثالث	$5+5+5$ ٥ ٥ ٥ ٥ ٥	طريقة ثانية لإيجاد $Q(z)$: $(z+2)(az^2+bz+c)=p(z)$ إيجاد a و b و c	٥ ٥+٥+٥
ثانياً: a- إثبات $\frac{b-a}{c-a}=e^{\frac{2\pi}{3}i}$ تعويض الشكل الجبري الشكل المثلثي الشكل الأسي استنتاج مثلث متساوي الساقين و منفرج الزاوية	$5+5$ ٥ ٥ 10 ٥	طريقة: كتابة $e^{\frac{2\pi}{3}i}$ بالشكل المثلثي كتابة $e^{\frac{2\pi}{3}i}$ بالشكل الجبري حساب $\frac{b-a}{c-a}$ وكتابتها بالشكل الجبري والنتيجة ملاحظة١: إذا كتب الطالب مثلث متساوي الساقين و قائم يخسر الدرجة المخصصة. ملاحظة٢: إذا قام الطالب بحساب AB ، AC ، BC واستنتج أن المثلث متساوي الساقين ينال ٥ درجات ملاحظة: إذا كتب الطالب المثلث متساوي الساقين أو منفرج الزاوية ينال ٥ درجات المخصصة للخطوة	٥ ٥+٥ ٥+٥+٥
b- إيجاد a' ، b' ، c'	$3+3+3$	متساوي الساقين، $\frac{a-b}{c-b}=1$	
المجموع	١٠٠		

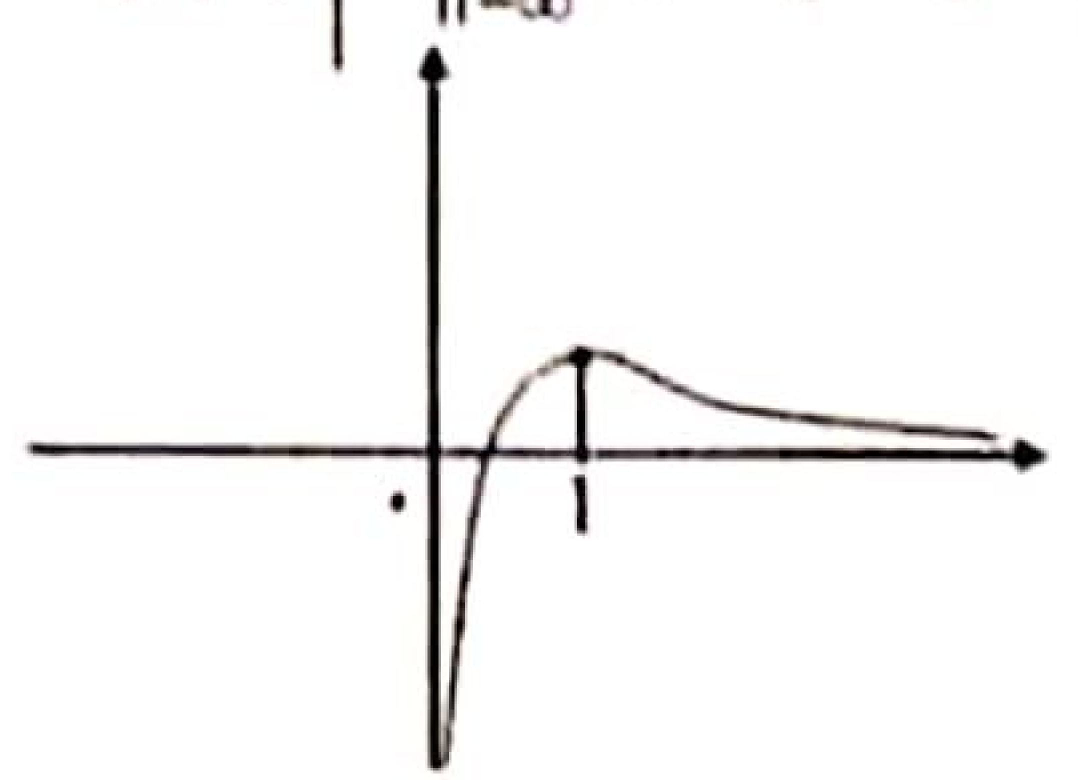
المسألة الثانية: ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرّف على $I =]0,+\infty[$ وفق: $f(x)=e^{-x}(1+\ln x)$ ،

والتابع g المعرّف على I وفق: $g(x)=\frac{1}{x}-1-\ln x$. المطلوب:

1) ادرس تغيرات التابع g ونظّم جدولاً بها. 2) بيّن أن للمعادلة $g(x)=0$ حلاً وحيداً α، ثم تحقق أن $\alpha = 1$.

3) جد نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه. 4) أثبت أن: $f'(x)=\frac{g(x)}{e^x}$.

5) مستفيداً من تغيرات التابع g ادرس تغيرات التابع f ونظّم جدولاً بها. 6) في معلم متجانس ارسم الخط C_f.

<table>
<tr><td>$\lim\limits_{x\to 0} g(x)=+\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=-\infty$</td><td>5+5</td><td></td></tr>
<tr><td>$g'(x)=-\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x}$</td><td>5+5</td><td></td></tr>
<tr><td>$$\begin{array}{c|c|c} x & 0 & \quad +\infty \\ \hline g'(x) & \| & - \\ \hline g(x) & \| & +\infty \searrow -\infty \end{array}$$</td><td>٥
٥</td><td></td></tr>
<tr><td>g مستمر على $]0,+\infty[$
g متناقص على $]0,+\infty[$
$0\in f(]0,+\infty[)=]-\infty,+\infty[$
فللمعادلة $g(x)=0$ حل وحيد</td><td>5×4</td><td></td></tr>
<tr><td>.......................... $g(1)=1-1-\ln 1=0$</td><td>5</td><td></td></tr>
<tr><td>.......................... $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=-\infty$,</td><td>5</td><td></td></tr>
<tr><td>$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1+\ln x}{e^x}=0$</td><td>5+5</td><td>نتيجة + تعليل</td></tr>
<tr><td>$f'(x)=-\frac{1}{x}e^{-x}+\left(-e^{-x}\right)(1+\ln x)=\frac{\frac{1}{x}-1-\ln x}{e^x}=\frac{g(x)}{e^x}$</td><td>5+5</td><td rowspan="2">لكل إشارة وسهم متوافق معها ٥ درجات
إذا لم يكتب الطالب العدد 1 ونظّم جدولاً يتوافق مع حله ووضع إشارة واحدة مع سهم موافق يخسر ٥ درجات</td></tr>
<tr><td>$$\begin{array}{c|c|ccccc} x & 0 & & 1 & & +\infty \\ \hline f'(x) & \| & + & 0 & - & \\ \hline f(x) & \| & -\infty \nearrow & \frac{1}{e} & \searrow & 0 \end{array}$$</td><td>5+5</td></tr>
<tr><td></td><td>١٠</td><td>ينال الطالب درجة الرسم المتوافق مع الجدول الذي نظّمه</td></tr>
<tr><td>المجموع</td><td>١٠٠</td><td></td></tr>
</table>

انتهى السلم

الرياضيات	امتحان شهادة الدراسة الثانوية دورة عام 2019	الاسم :
	(الفرع العلمي - الدورة الأولى)	الرقم :
	الصفحة الأولى	المدة :
		الدرجة ستمائة

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة التالية : (40) درجة لكل سؤال

السؤال الأول : نجد جانباً جدول تغيرات التابع f المعرف على R خطه البياني C

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	4	$\searrow$	3

1) جد $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) اكتب معادلة المقارب الأفقي للخط البياني C

3) دل على القيمة الحدية الصغرى للتابع f

4) احسب $f(\ ]-1,2[\ )$

السؤال الثاني : عين الحد المستقل عن x في منشور $\left(x+\frac{1}{x^2}\right)^6$

السؤال الثالث : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R^* وفق : $f(x)=x+3-\frac{1}{x^2}$

المطلوب : أثبت أنّ المستقيم Δ الذي معادلته $y=x+3$ مقارب للخط C في جوار $+\infty$

ثم ادرس الوضع النسبي للخط C والمستقيم Δ

السؤال الرابع : في معلم متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ نتأمل النقطتين $A(1,0,1)$ و $B(0,1,1)$

1) اكتب تمثيل وسيطي للمستقيم d المار من A ويقبل شعاع توجيه له $\vec{u}(2,2,1)$

2) أثبت أنّ المستقيمين (AB) و d متعامدان

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية : (60) درجة لكل تمرين

التمرين الأول : لتكن المتتالية $(S_n)_{n\geq0}$ المعرفة وفق : $S_n=1+\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+\cdots+\frac{1}{3^n}$ المطلوب

1) أثبت أنّ المتتالية $(S_n)_{n\geq0}$ متزايدة تماماً

2) أثبت أنّ S_n تكتب بالشكل $S_n=\frac{1}{2}\left(3-\frac{1}{3^n}\right)$

ثم استنتج عنصراً راجحاً على المتتالية $(S_n)_{n\geq0}$ وبيّن أنها متقاربة

التمرين الثاني : يحتوي صندوق على خمس كرات ، ثلاث حمراء اللون وتحمل الأرقام 0 , 1 , 2

وكرتان بيضاء اللون وتحمل الأرقام 0 , 1 نسحب عشوائياً كرتين على التتالي دون إعادة من الصندوق

1) الحدث A : الكرتان المسحوبتان لهما اللون ذاته ، احسب $P(A)$

2) نعرف متحولاً عشوائياً X يدل على مجموع رقمي الكرتين المسحوبتين

عيّن مجموعة قيم المتحول العشوائي X واكتب جدول قانونه الاحتمالي ، ثم احسب توقعه الرياضي .

يتبع في الصفحة الثانية ...

التمرين الثالث : ليكن التابع f المعرف على $]e^{-1},+\infty[$ وفق العلاقة : $f(x)=\frac{2+lnx}{1+lnx}$ المطلوب

1) جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم أعط عدداً حقيقياً A يحقق الشرط إذا كانت $x>A$ كان $f(x)$ في المجال $]0.9\ ,\ 1.1[$

2) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(\,f(x)\,)$

التمرين الرابع : لتكن النقطتان A و B اللتان تمثلهما الأعداد العقدية : $Z_A=-1+i$ و $Z_B=-3i$

وليكن $P(Z)=Z^2+(1+2i)Z+3+3i$ والمطلوب :

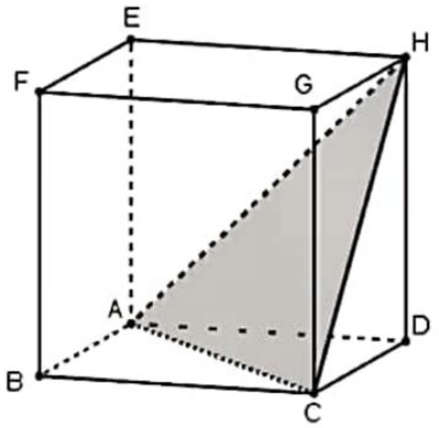
1) أثبت أنّ Z_A حلاً للمعادلة $P(Z)=0$ ثم استنتج الحل الآخر للمعادلة

2) جد العدد العقدي Z' الممثل للنقطة A' صورة النقطة A وفق دوران مركزه B وزاويته $\frac{\pi}{2}$

3) اكتب Z_A بالشكل الأسي

ثالثاً – حل المسألتين الآتيتين: (100) درجة لكل مسألة

المسألة الأولى : نتأمل في معلم متجانس $\left(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE}\right)$ المكعب $ABCDEFGH$



1) اكتب في هذا المعلم إحداثيات كل من النقاط

$A\ ,C\ ,H\ ,F\ ,D$

2) اكتب معادلة المستوي (ACH)

3) أثبت أنّ المستوي P الذي معادلته

$P:\ -2x+2y-2z+1=0$

يوازي المستوي (ACH)

4) بفرض I مركز ثقل المثلث (ACH) أثبت أنّ

D و I و F على استقامة واحدة

5) اكتب معادلة للكرة S التي مركزها $\Omega(1,-1,1)$ ونصف قطرها $R=\sqrt{3}$

وبيّن أنّ المستوي (ACH) يمس الكرة S

المسألة الثانية : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق : $f(x)=\frac{4}{1+e^x}$ والمطلوب :

1) جد نهاية التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه واكتب معادلة كل مقارب وجدته .

2) ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها .

3) جد معادلة للمماس T للخط البياني C عند النقطة $(0,2)$ وادرس الوضع النسبي لـ C و T

4) في معلم متجانس ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم المماس T والخط البياني C

5) ليكن C' الخط البياني للتابع g المعرف على R وفق $g(x)=\frac{4e^x}{1+e^x}$

استنتج الخط البياني C' للتابع g

انتهت الأسئلة

الجمهورية العربية السورية
وزارة التربية

سلّم تصحيح شهادة الثانوية العامة ـ الفرع العلمي

لمادة الرياضيات

الدورة الامتحانية الأولى لعام 2019م

ملاحظات عامة

1- في ركن تسجيل الدرجات على القسيمة تخصص الحقول على التتالي كما يأتي :

الحقل	رقم السؤال	موضوع السؤال
1	السؤال الأول	جدول تغيرات
2	السؤال الثاني	تحليل توافقي
3	السؤال الثالث	تحليل(مقارب)
4	السؤال الرابع	أشعة
5	السؤال الخامس/ التمرين الأول	متتاليات
6	السؤال السادس/ التمرين الثاني	احتمالات
7	السؤال السابع/ التمرين الثالث	تحليل
8	السؤال الثامن/ التمرين الرابع	عقدية
9	السؤال التاسع/ المسألة الأولى	مسألة أشعة
10	السؤال العاشر / المسألة الثانية	مسألة تحليل

2- يُحذف (درجتان) لكل خطأ حسابي من الدرجات المخصصة للخطوة التي وقع فيها الخطأ.

3- إذا دمج الطالب خطوتين أو أكثر وكان باستطاعة الطالب الجيد أن يقوم بذلك الدمج ، يعطى الطالب مجموع الدرجات المخصصة لما دمج من خطوات .

4- لا يجوز تجزئة الدرجات المخصصة للخطوة الواحدة إلا عند وجود خطأ حسابي .

5- إذا أخطأ الطالب في خطوة من خطوات الحل ثم تابع الحل بمنطق سليم ومفيد فيعطى عن الخطوات التي تليها ما يستحق من درجات وفق السلّم بشرط ألاّ يؤدي الخطأ إلى خفض سوية السؤال أو تغيير مضمونه .

6- إذا أجاب الطالب عن موقف بطريقة غير واردة في السلّم ، فعلى المصحح أن يعرض الطريقة على ممثل الفرع الذي عليه أن يقوم والموجهون الاختصاصيون بدراسة هذه الطريقة والتأكد من صحتها ومن ثم توزيع الدرجات لتلك الطريقة بما يكافئ التوزيع الوارد على الطريقة الواردة في السلّم ثم يعمّم هذا التوزيع بعد أخذ موافقة التوجيه الأول لمادة الرياضيات في وزارة التربية .

7- عند الاضطرار إلى تعديل درجة حصل عليها الطالب عن سؤال ما ، يجب على كل من المصحح والمدقق تسجيل اسمه مقروناً بتوقيعه في جوار الدرجة المعدّلة مرفقاً بمهر خاتم الامتحانات .

8- إذا حل الطالب سؤالاً بأكثر من طريقة تصحح كافة حلوله وتعتمد الدرجة الأعلى.

10- إذا لم يُجب الطالب عن سؤال ما، تُكتب (إلى جانب السؤال)العبارة الآتية: (صفر للسؤال...... لأنه بلا إجابة)

11- تُسجل الدرجات التي يستحقها الطالب عن طلبات السؤال ومراحله (رقماً) وبوضوح على الهامش ، أما الدرجة المستحقة عن السؤال كاملاً تُسجل على الهامش الأيمن (مقابل بداية الإجابة) رقماً وكتابةً.

مثال ذلك :	الأحاد	العشرات	المئات
	2	1	1

بعد استبدال حقل الكسور بالآحاد.

حقل الآحاد بالعشرات.

حقل العشرات بالمئات.

أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: نجد جانباً جدول تغيرات التابع f المعرف على $\mathbb{R}$ خطه البياني C.

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	4	$\searrow$	3

1- جد $\lim_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

2- اكتب معادلة المقارب الأفقي للخط البياني C.

3- دل على القيمة الحدية الصغرى للتابع f.

4- احسب $f(\,]-1,2[\,)$.

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$\lim_{x\to+\infty} f(x)=+3$ أو فقط (3)	8
2	$\lim_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$ أو فقط $(+\infty)$	8
3	المقارب الأفقي $y=3$	8
4	$f(-1)=-2$ أو فقط (-2)	8
5	$f(\,]-1,2[\,)=\,]-2,4[$ أو فقط $(\,]-2,4[\,)$	4 + 4 أطراف مجالات
	المجموع	40

السؤال الثاني : عيّن الحد المستقل عن x في منشور $\left(x+\frac{1}{x^2}\right)^6$.

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$T_r=\binom{n}{r}a^{n-r}.b^r$	10
2	$T_r=\binom{6}{r}x^{6-r}\left(\frac{1}{x^2}\right)^r$	5+5
3	$T_r=\binom{6}{r}x^{6-r}\,x^{-2r}$	5
4	$T_r=\binom{6}{r}x^{6-3r}$	5
5	الحد المستقل عن x $6-3r=0$ $r=2$	3 2
6	$T_2=\binom{6}{2}$ أو كتب الحد الثالث	5
	المجموع	40

ملاحظة: إذا حسب الطالب بشكل منفرد $x^{6-r}\left(\frac{1}{x^2}\right)^r$

- إذا كتب الطالب $x^{6-r}\left(\frac{1}{x^2}\right)^r=x^0$ ينال 20 درجة فقط
- $x^{6-3r}=x^0$ 5 درجات
- $6-3r=0$ ، $r=2$ 5 درجات

السؤال الثالث : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}^*$ وفق : $f(x)=x+3-\frac{1}{x^2}$ والمطلوب:

أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y=x+3$ مقارب للخط C في جوار $+\infty$ ، ثمّ ادرس الوضع النسبي للخط C والمستقيم Δ.

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$f(x)-y=(x+3-\frac{1}{x^2})-(x+3)$	5 + 5 قانون تعويض
2	$=-\frac{1}{x^2}$	5 نتيجة
3	$\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-y_\Delta)=0$	10
4	$f(x)-y_\Delta=-\frac{1}{x^2}<0$	10
5	C تحت Δ	5
	المجموع	40

السؤال الرابع: في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، نتأمل النقطتين $A(1,0,1)$ و $B(0,1,1)$.

1) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d المار من A ويقبل شعاع توجيه له $\vec{u}(2,2,1)$.

2) أثبت أن المستقيمين (AB) و d متعامدان.

الرقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$d:\begin{cases}x=2t+1\\y=2t & :t\in R\\z=t+1\end{cases}$	10 + 5 قانون تعويض
2	$\overrightarrow{AB}(-1,1,0)$	5
3	$\overrightarrow{AB}.\vec{u}=(-1)(2)+(1)(2)+(0)(1)$	5 + 5
4	$\overrightarrow{AB}.\vec{u}=0$	5
5	إذن المستقيم (AB) يعامد المستقيم d	5
	المجموع	40

ثانيا: حل التمارين الأربعة الآتية: (60 درجة لكل تمرين)

السؤال الخامس : (60 درجة)

التمرين الأول : لتكن المتتالية $(S_n)_{n\geq0}$ المعرفة وفق: $S_n = 1+\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+......+\frac{1}{3^n}$ والمطلوب :

1) أثبت أن المتتالية $(S_n)_{n\geq0}$ متزايدة تماماً.

2) أثبت أن S_n تكتب بالشكل $S_n = \frac{1}{2}(3-\frac{1}{3^n})$ ، ثم استنتج عنصراً راجحاً على المتتالية $(S_n)_{n\geq0}$ وبيّن أنها متقاربة.

الرقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$S_{n+1} = 1+\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+..........+\frac{1}{3^n}+\frac{1}{3^{n+1}}$	10
2	$S_{n+1} - S_n = \frac{1}{3^{n+1}} > 0$	5 + 5+ 5 قانون
3	قانون مجموع حدود متتالية هندسية	5
4	$S_n = (1).\dfrac{1-(\frac{1}{3})^{n+1}}{1-\frac{1}{3}}$	5
5	$S_n = \frac{3}{2}(1-(\frac{1}{3})^{n+1})$	5
6	$= \frac{1}{2}(3-\frac{1}{3^n})$	5
7	$S_n \leq \frac{3}{2}$	5
8	الحد الراجح أي عدد أكبر أو يساوي $\frac{3}{2}$	5
9	S_n $_{n\geq0}$ متتالية متزايدة ومحدودة من الأعلى فهي متتالية متقاربة	5
	المجموع	60

ملاحظة: إذا أوجد $\lim_{n\to+\infty} S_n = \frac{3}{2}$ وكتب كذلك المتتالية متقاربة ينال الدرجة المخصصة للخطوة رقم 9

ملاحظة: إذا حلّ الطالب الطلب الثاني بالتدريج ينال الدرجات المخصصة للخطوات 3 , 4 , 5 , 6 وفق الجدول الآتي:

1	ترميز $E(n)$	2
2	إثبات صحة $E(0)$	2+2
3	نفرض صحة $E(n)$ ونُثبت صحة $E(n+1)$	2+2
4	كتابة $S_{n+1} = S_n + \frac{1}{3^{n+1}}$	2
5	استخدام الفرض وكتابة: $S_{n+1} = \frac{1}{2}(3-\frac{1}{3^n})+\frac{1}{3^n}\times\frac{1}{3}$	2
6	$S_{n+1} = \frac{3}{2}-\frac{1}{2}\frac{1}{3^n}+\frac{1}{3^n}\times\frac{1}{3}$	2
7	الوصول إلى: $S_{n+1} = \frac{3}{2}-\frac{1}{3^n}(\frac{1}{3\times2})$	2
8	$S_{n+1} = \frac{1}{2}(3-\frac{1}{3^{n+1}})$	2

ملاحظة: إذا اثبت التزايد بالتدريج وفق ما يأتي ينال الدرجات المخصصة للخطوات 1و2 وفق الجدول الآتي:

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$S_{n+1} - S_n > 0$	5
2	ترميز $E(n)$	2
3	إثبات صحة $E(0)$	2+2
4	نفرض صحة $E(n)$ ونُثبت صحة $E(n+1)$	2+2
5	الإصلاح و النتيجة	(5)×2

السؤال السادس : (60 درجة)

التمرين الثاني :

يحتوي صندوق على خمس كرات، ثلاث حمراء اللون وتحمل الأرقام 0 ، 1 ، 2 وكرتان بيضاء اللون وتحمل الأرقام 0، 1 ، نسحب عشوائياً كرتين على التتالي دون إعادة من هذا الصندوق.

1- الحدث A : " الكرتان المسحوبتان لهما اللون ذاته" ، احسب $P(A)$.

2- نعرّف متحولاً عشوائياً X يدل على مجموع رقمي الكرتين المسحوبتين.

عيّن مجموعة قيم المتحول العشوائي X ، واكتب جدول قانونه الاحتمالي، ثمّ احسب توقعه الرياضي.

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$P(A) = \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} + \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{8}{20}$	4× 3
2	$X(\Omega) = \{0, 1, 2, 3\}$	8
3	$P(x=0) = ... = \frac{2}{20}$ $P(x=1) = ... = \frac{8}{20}$ $P(x=2) = ... = \frac{6}{20}$ $P(x=3) = ... = \frac{4}{20}$	5 5 5 5
4	$\begin{array}{c\|c\|c\|c\|c} x & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \hline P(x) & \frac{2}{20} & \frac{8}{20} & \frac{6}{20} & \frac{4}{20} \end{array}$	5
5	$E(x) = \sum_{i=1}^{i=4} x_i P_i \; 5$	5
6	$= \frac{0+8+12+12}{20}$	5
7	$= \frac{32}{20}$	5
	المجموع	60

ملاحظة: إذا انجز الحل على اعتبار ان السحب بالتتالي مع إعادة وتابع بشكل صحيح يخسر (10 درجات)

ملاحظة: في الخطوتين 3 و 4 إذا كتب الطالب:

	0	1	2
0	0	1	2
1	1	2	3

ثمّ كتب جدول القانون الاحتمالي وفق الشكل:

X	0	1	2	3
$P(X)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{1}{6}$

ينال 15 درجة فقط للخطوتين

ملاحظة: إذا أنجز الطالب إحدى الخطوات 1 أو 2 أو 3 أو 4 معتمداً على جدول ينال الدرجات المخصصة

السؤال السابع : (60 در جة)

التمرين الثالث:

ليكن التابع f المعرف على $I=\left]e^{-1},+\infty\right[$ وفق العلاقة: $f(x)=\frac{2+\ln x}{1+\ln x}$ والمطلوب:

1) جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم أعطِ عدداً حقيقياً A يحقق الشرط: إذا كان $x>A$ ، كان $f(x)$ في المجال $]0.9, 1.1[$.

2) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(f(x))$.

درجة الخطوة	الخطوة	رقم الخطوة
5 + 5	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$	1
5 + 5 + 5 + 5 نصف قطر + مركز + قانون + تعويض	$\left\lvert\frac{\ln(x)+2}{\ln(x)+1}-1\right\rvert<0.1$	2
5	$\left\lvert\frac{1}{\ln(x)+1}\right\rvert<\frac{1}{10}$	3
5 + 5	$1+\ln(x)>10$	4
3	$\ln(x)>9$	5
2	$x>e^9$ $A=e^9$ أو أي عدد أكبر منها	6
5 + 5	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(f(x))=f(1)=2$	7
60	المجموع	

ملاحظة: إذا حل الطالب بالطريقة الآتية:

درجة الخطوة	الخطوة	رقم الخطوة
5	$f(x)=1+\frac{1}{\ln x+1}$	1
5 + 5	$\frac{9}{10}<1+\frac{1}{\ln x+1}<\frac{11}{10}$	2
5	$-\frac{1}{10}<\frac{1}{\ln x+1}<\frac{1}{10}$	3
5	$0<\frac{1}{\ln x+1}<\frac{1}{10}$	4
5	$\ln(x)+1>10$	5
5	$\ln(x)>9$	6
5	$x>e^9$	7
	$A=e^9$ أو أي عدد أكبر منها	

ملاحظة: إذا أخطأ الطالب في حساب المر كز أو نصف القطر يخسر درجتان ويُتابع له التصحيح.

السؤال الثامن : (60 درجة)

التمرين الرابع : لتكن النقطتان A و B اللتان تمثلهما الأعداد العقدية $z_A=-1+i$ و $z_B=-3i$ ،

وليكن $p(z)=z^2+(1+2i)z+3+3i$ والمطلوب :

1- أثبت أنّ z_A حلاً للمعادلة $p(z)=0$ ثمّ استنتج الحل الأخر للمعادلة.

2- جد العدد العقدي z' الممثّل للنقطة A' صورة النقطة A وفق دوران مركزه B وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

3- اكتب z_A بالشكل الأسّي.

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$P(-1+i)=(-1+i)^2+(1+2i)(-1+i)+3+3i=0$	5 + 5 + 5 تعويض + نشر + نتيجة
2	$Z_1+Z_2=-\frac{b}{a}$ أو $Z_1.Z_2=\frac{c}{a}$	5
3	الوصول $Z=-3i$	5 + 5 تعويض + نتيجة
4	$Z'-Z_B=e^{i\theta}(Z_A-Z_B)$	5
5	$Z'+3i=e^{i\frac{\pi}{2}}(-1+i+3i)$	5
6	$Z'=-4-4i$	5
7	$r=\sqrt{2}$	5
8	$\theta=\frac{3\pi}{4}(2\pi)$	5
9	$Z_A=\sqrt{2}\,e^{i\frac{3\pi}{4}}$	5
	المجموع	60

ملاحظة: إذا استنتج الطالب الجذر الآخر بأي طريقة صحيحة ينال الدرجة المخصصة

ملاحظة: إذا أوجد الجذرين باستخدام المميز أو الإتمام إلى مربع كامل أو القسمة الإقليدية ينال الدرجات المخصصة كاملة

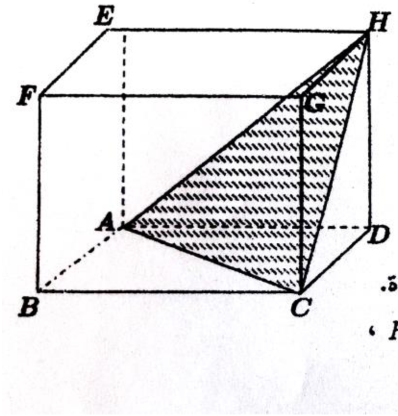
إيجاد المميز $3\times(2)$ درجات

إيجاد الجذرين الطبيعيين للمميز $2\times(8)$ درجات

إيجاد الجذرين المطلوبين $2\times(4)$ درجات

السؤال التاسع :

المسألة الأولى: نتأمل في معلم متجانس $(A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE})$، المكعب $ABCDEFGH$



والمطلوب:

1) اكتب في هذا المعلم إحداثيات كل من النقاط $A\ ,\ C\ ,\ H\ ,\ F\ ,\ D$.

2) اكتب معادلة للمستوي (ACH) .

3) أثبت أن المستوي P الذي معادلته $p: -2x+2y-2z+1=0$ يوازي المستوي (ACH).

4) بفرض I مركز ثقل المثلث ACH أثبت أن $F\ ,\ I\ ,\ D$ على استقامة واحدة.

5) اكتب معادلة للكرة S التي مركزها $\Omega(1,-1,1)$ ونصف قطرها $R=\sqrt{3}$ ، وبيّن أن المستوي (ACH) يمس الكرة S.

الرقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	ايجاد إحداثيات A,C,D,F,H	5×(3)
2	معادلة المستوي من الشكل $ax+by+cz+d=0$	5
3	تعويض النقاط الثلاث والحصول على ثلاث معادلات خطية بدلالة a,b,c,d	(4)×3
4	إيجاد a,b,c	(3)×3
5	كتابة معادلة المستوي	4
6	التحقق من التوازي	2×(5)
7	احداثيات مركز الثقل	3×3
8	إثبات النقاط H,I,F على استقامة واحدة	5 + 3 + 3 تناسب شعاع شعاع
9	معادلة الكرة (قانون +تعويض)	2×(5)
10	حساب بعد Ω عن المستوي (ACH) (قانون + نتيجة)	5+5
11	التحقق من بعد Ω عن المستوي $= r$	5
	المجموع	100

طريقة ثانية لإيجاد معادلة المستوي:

1	$\overrightarrow{AM}=\alpha\overrightarrow{AC}+\beta\overrightarrow{AH}$	5
2	$\begin{bmatrix}x\\y\\z\end{bmatrix}=\alpha\begin{bmatrix}1\\1\\0\end{bmatrix}+\beta\begin{bmatrix}0\\1\\1\end{bmatrix}$	3×3
3	الإصلاح وكتابة المعادلات	3×(4)
	إيجاد معادلة المستوي	4

طريقة ثالثة لإيجاد معادلة المستوي:

1	ناظم $\vec{n}(a,b,c)$	2
2	إيجاد مركبات أي شعاعين من (ACH)	(3)×2
3	الجداء السلمي يساوي الصفر	(3)×2+(3)×2
4	حساب الثوابت $a\ ,b\ ,c$ أو كتابة $\vec{n}(a,b,c)$	3×(2)
5	معادلة المستوي	4

● ملاحظة1: الوصول إلى معادلة المستوي بأي طريقة سليمة أخرى لم تذكر في السلم توزع الدرجات بما يتوافق مع السلم

● ملاحظة2: إذا نسب الطالب المكعب إلى معلم آخر وتابع حلّ المسألة بطريقة صحيحة يخسر 3 درجات فقط

السؤال العاشر :

المسألة الثانية: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x)=\frac{4}{1+e^x}$ والمطلوب :

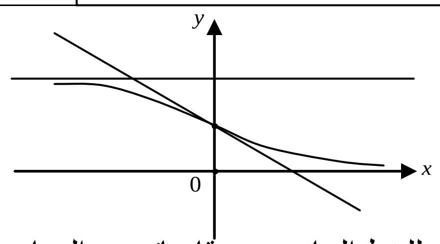
1- جد نهاية التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه واكتب معادلة كل مقارب وجدته.

2- ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها.

3- جد معادلة للمماس T للخط البياني C عند النقطة $(2 ، 0)$ ، وادرس الوضع النسبي لـ C و T.

4- في معلم متجانس ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم المماس T والخط البياني C .

5- ليكن C' الخط البياني للتابع g المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $g(x)=\frac{4e^x}{1+e^x}$ ، استنتج الخط البياني C' للتابع g .

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$	10
2	$y=0$ مقارب أفقي	5
3	$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=4$	10
4	$y=4$ مقارب أفقي	5
5	$f'(x)=\frac{-4e^x}{(1+e^x)^2}<0$	10
6	$\begin{array}{c\|ccc} x & -\infty & & +\infty \\ \hline f'(x) & & - & \\ \hline f(x) & 4 & \searrow & 0 \end{array}$	5 5
7	قانون المماس	5
8	$m=f'(0)=-1$	3
9	معادلة T: $y=-x+2$	2
10	تشكيل تابع الفرق	5
11	$\begin{array}{c\|ccc} x & -\infty & 0 & +\infty \\ \hline \text{الوضع النسبي} & C \text{ تحت } \Delta & & C \text{ فوق } \Delta \end{array}$	5×2
12	 الرسم الدقيق للخط البياني مع مقارباته مع المماس	رسم C 5 رسم المقاربين 2+3 رسم المماس 5
13	$f(-x)=\frac{4}{1+e^{-x}}=f(-x)=\frac{4}{1+e^{-x}}$ C' نظير C بالنسبة لمحور التراتيب	5+5
	المجموع	100

ملاحظة: في استنتاج C' إذا كتب الطالب ما يأتي:

1	$g(x)=\frac{4e^x+4-4}{(1+e^x)^2}=4-f(x)$	5
2	C' ينتج عن C وفق تناظر لمحور الفواصل ثمّ إنسحاب شعاعه $4\vec{j}$ على محور التراتيب	5

ملاحظة: الرسم الصحيح للخط C' ينال 10 درجات

انتهى السلم

الرياضيات — امتحان شهادة الدراسة الثانوية دورة عام 2019 — الاسم :

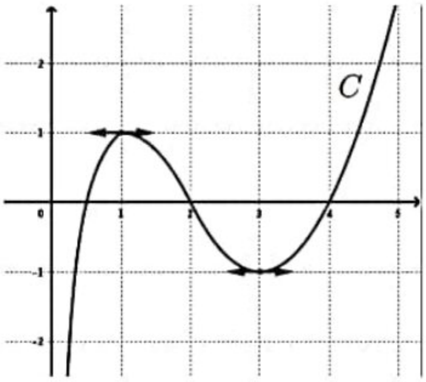
(الفرع العلمي - الدورة الثانية) — الرقم :

الصفحة الأولى — المدة :

الدرجة ستمائة

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة التالية : (40) درجة لكل سؤال

السؤال الأول : في الشكل المرسوم جانباً ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على المجال $]0,+\infty[$ المطلوب :



1) جد $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$, $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$

2) دل على القيم الحدية مبيناً نوعها

3) جد حلول المتراجحة $f'(x) \le 0$

4) جد $f([1,3])$

السؤال الثاني : عيّن قيم العدد n التي تحقق العلاقة : $\binom{15}{2n} = \binom{15}{n+3}$

السؤال الثالث : ليكن f التابع المعرف على R وفق :

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x\,\sin x}{\sqrt{x^2+1}-1} & : x \neq 0 \\ m & : x \neq 0 \end{cases}$$

1) جد نهاية التابع f عند الصفر

2) عيّن قيمة العدد m ليكون f مستمراً عند الصفر .

السؤال الرابع : نتأمل في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. النقطتين $A(2,1,-2)$ و $B(-1,2,1)$

والمستوي $P: 3x - y - 3z - 8 = 0$

1) أثبت أنّ المستقيم (AB) يعامد المستوي P

2) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (AB) ، ثم عيّن إحداثيات النقطة A' المسقط القائم للنقطة A على P

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية : (60) درجة لكل تمرين

التمرين الأول : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]0,+\infty[$ وفق :

$f(x) = ax + b - \frac{\ln x}{x}$ والمطلوب :

1) عيّن العددين الحقيقيين a و b إذا علمت أنّ المماس للخط C في النقطة $A(1,0)$ يوازي المستقيم d الذي معادلته : $y = 3x$

2) من أجل $a = 4$ و $b = -4$ أثبت أنّ المستقيم Δ الذي معادلته $y = 4x - 4$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$ ثم أدرس الوضع النسبي بين C و Δ

يتبع في الصفحة الثانية

التمرين الثاني : نتأمل في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ النقاط A و B و C التي تمثلها الأعداد العقدية : $a = 6 - i$, $b = -6 + 3i$, $c = -18 + 7i$ بالترتيب والمطلوب

1) احسب العدد $\frac{b-a}{c-a}$ واستنتج أنّ النقاط A و B و C تقع على استقامة واحدة

2) بفرض $d = 1 + 6i$ العدد العقدي الممثل للنقطة D صورة A وفق دوران مركزه O وزاويته θ احسب θ

3) جد العدد العقدي n الممثل للنقطة N ليكون الرباعي $OAND$ مربع

التمرين الثالث : لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ المعرفة وفق : $u_n = \frac{2n-1}{n+1}$ المطلوب :

1) ادرس اطراد المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$

2) أثبت أنّ العدد 2 راجح على $(u_n)_{n\geq0}$

3) احسب $\lim_{n\to+\infty} u_n$ ثم جد عدداً طبيعياً n_0 يحقق أياً كان $n > n_0$ كان u_n في المجال $]1.9\,,2.1[$

التمرين الرابع : صندوق يحتوي على خمس كرات منها كرتان حمراوان وثلاث كرات زرقاء

نكرر عملية سحب عشوائياً لكرة من الصندوق دون إعادة حتى لا يبقى في الصندوق إلا كرات من اللون ذاته

ليكن X المتحول العشوائي الذي يمثل عدد مرات السحب اللازمة

عيّن مجموعة القيم التي يأخذها X واكتب جدول القانون الاحتمالي للمتحول X واحسب توقعه الرياضي

<u>ثالثاً – حل المسألتين الآتيتين:</u> (100) درجة لكل مسألة

المسألة الأولى : نتأمل في معلم متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ النقطة $A(1,2,0)$ والمستويات :

$$P: 2x - y + 2z - 2 = 0$$
$$Q: x + y + z - 1 = 0$$
$$R: x - z - 1 = 0$$

1) أثبت أنّ المستويين P و Q متقاطعان بفصل مشترك Δ ، اكتب تمثيلاً وسيطياً له

2) تحقق أنّ المستوي R يعامد Δ ويمر بالنقطة A

3) أثبت أنّ المستويات P و Q و R تتقاطع في بنقطة I يطلب تعيين إحداثياتها

4) استنتج بعد النقطة A عن المستقيم Δ

المسألة الثانية : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق : $f(x) = \frac{2x}{e^x}$ والمطلوب :

1) جد نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه واكتب معادلة المقارب الأفقي

2) ادرس تغيرات التابع f

3) في معلم متجانس ارسم الخط C

4) احسب مساحة السطح المحصور بين الخط C ومحوري الإحداثيات والمستقيم $x = 1$

5) استنتج رسم الخط C_1 للتابع g وفق : $g(x) = 2xe^x$

6) أثبت أنّ $f(x)$ هو حل للمعادلة التفاضلية : $y' + y = 2e^{-x}$

انتهت الأسئلة

سلّم تصحيح شهادة الثانوية العامة ـ الفرع العلمي

لمادة الرياضيات

الدورة الامتحانية الثانية لعام 2019م

ملاحظات عامة

1- في ركن تسجيل الدرجات على القسيمة تخصص الحقول على التتالي كما يأتي :

الحقل	رقم السؤال	موضوع السؤال
1	السؤال الأول	قراءة خط بياني
2	السؤال الثاني	تحليل توافقي
3	السؤال الثالث	الاستمرار
4	السؤال الرابع	أشعة
5	السؤال الخامس/ التمرين الأول	تابع لوغاريتمي مقارب مائل
6	السؤال السادس/ التمرين الثاني	عقدية
7	السؤال السابع/ التمرين الثالث	متتاليات
8	السؤال الثامن/ التمرين الرابع	احتمالات
9	السؤال التاسع/ المسألة الأولى	مسألة أشعة / هندسة
10	السؤال العاشر / المسألة الثانية	مسألة تحليل

2- يُحذف (درجتان) لكل خطأ حسابي من الدرجات المخصصة للخطوة التي وقع فيها الخطأ.

3- إذا دمج الطالب خطوتين أو أكثر وكان باستطاعة الطالب الجيد أن يقوم بذلك الدمج ، يعطى الطالب مجموع الدرجات المخصصة لما دمج من خطوات .

4- لا يجوز تجزئة الدرجات المخصصة للخطوة الواحدة إلا عند وجود خطأ حسابي .

5- إذا أخطأ الطالب في خطوة من خطوات الحل ثم تابع الحل بمنطق سليم ومفيد فيعطى عن الخطوات التي تليها ما يستحق من درجات وفق السلّم بشرط ألاّ يؤدي الخطأ إلى خفض سوية السؤال أو تغيير مضمونه .

6- إذا أجاب الطالب عن موقف بطريقة غير واردة في السلّم ، فعلى المصحح أن يعرض الطريقة على ممثل الفرع الذي عليه أن يقوم والموجهون الاختصاصيون بدراسة هذه الطريقة والتأكد من صحتها ومن ثم توزيع الدرجات لتلك الطريقة بما يكافئ التوزيع الوارد على الطريقة الواردة في السلّم ثم يعمّم هذا التوزيع بعد أخذ موافقة التوجيه الأول لمادة الرياضيات في وزارة التربية .

7- عند الاضطرار إلى تعديل درجة حصل عليها الطالب عن سؤال ما ، يجب على كل من المصحح والمدقق تسجيل اسمه مقروناً بتوقيعه في جوار الدرجة المعدّلة مرفقاً بمهر خاتم الامتحانات .

8- إذا حل الطالب سؤالاً بأكثر من طريقة تصحح كافة حلوله وتعتمد الدرجة الأعلى.

10- إذا لم يُجب الطالب عن سؤال ما، تُكتب (إلى جانب السؤال)العبارة الآتية: (صفر للسؤال...... لأنه بلا إجابة)

11- تُسجل الدرجات التي يستحقها الطالب عن طلبات السؤال ومراحله (رقماً) وبوضوح على الهامش ، أما الدرجة المستحقة عن السؤال كاملاً تُسجل على الهامش الأيمن (مقابل بداية الإجابة) رقماً وكتابةً.

مثال ذلك :	الأحاد	العشرات	المئات
	2	1	1

بعد استبدال حقل الكسور بالآحاد.

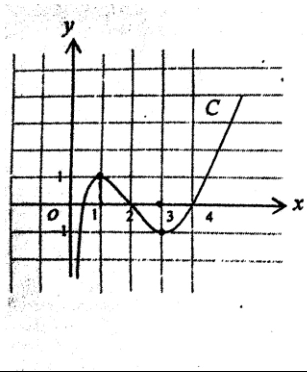
حقل الآحاد بالعشرات.

حقل العشرات بالمئات.

الدورة الامتحانية الثانية لعام 2019م

أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول:



في الشكل المرسوم جانباً عليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على المجال $]0,+\infty[$ والمطلوب:

1) جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$.

2) دل على القيم الحدّية مبيّناً نوعها.

3) جد حلول المتراجحة: $f'(x)\le 0$.

4) جد $f([1,3])$.

درجة الخطوة	الخطوة	رقم الخطوة
5	$\lim\limits_{x\to 0} f(x)=-\infty$ أو فقط $(-\infty)$	1
5	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ أو فقط $(+\infty)$	2
5+5	(كبرى محلياً) ($f(1)=1$ أو 1)	3
5+5	(صغرى محلياً) ($f(3)=-1$ أو -1)	4
5	[1,3]	5
5	[-1,+1]	
40	المجموع	

ملاحظة: إذا فتح أحد طرفي المجالات أو كلاهما يخسر درجتين.

السؤال الثاني: عيّن قيم العدد n التي تحقق العلاقة : $\binom{15}{n+3}=\binom{15}{2n}$.

درجة الخطوة	الخطوة	رقم الخطوة
10	شرط الحل	1
15+15	الوصول إلى $n=4$ أو $n=3$	2
40	المجموع	

طريقة ثانية:

درجة الخطوة	الخطوة	رقم الخطوة
10	إيجاد شرط الحل	1
4+4 4 4	$\frac{15!}{(2n)!(15-2n)!}=\frac{15!}{(n+3)!(12-n)!}$ $(2n)!(15-2n)!=(n+3)!(12-n)!$ $\frac{(2n)!}{(n+3)!}=\frac{(12-n)!}{(15-2n)!}$	2
4	$P_{2n}^{n-3}=P_{12-n}^{n-3}$	3
.... 5+5	$2n=12-n$ n=4 n=3	4
40	المجموع	

ملاحظة1: كتب n=4 , n=3 مباشرة يخسر 10 درجات (شرط الحل)

ملاحظة2: في حال جرب الأعداد من 0 إلى 7 فقط ، ينال درجة شرط الحل ثم اكمل بتحديد n=3 أو n=4 ينال الدرجات كاملة

السؤال الثالث: ليكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق :

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x\sin x}{\sqrt{x^2+1}-1} & :x\neq 0\\ m & :x=0\end{cases}$$ والمطلوب:

1- جد نهاية التابع f عند الصفر .

2- عيّن قيمة العدد m ليكون f مستمراً عند الصفر

درجة الخطوة	الخطوة	رقم الخطوة
5	ح.ع.ت	1
5 + 5	الضرب بالمرافق والإصلاح	2
3+2	إيجاد النهاية	3
10	شرط الاستمرار	4
10	استنتاج قيمة m	5
40	المجموع	

ملاحظة: إذا وجد الطالب النهاية دون ذكر حالة عدم التعيين تعطى درجة الخطوة الأولى ضمناً.

السؤال الرابع:

نتأمّل في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقطتان: $A(2,1,-2)$, $B(-1,2,1)$ والمستوي: $P:3x-y-3z-8=0$

1- أثبت أنّ المستقيم (AB) يعامد المستوي P .

2- اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (AB) ، ثمّ عيّن إحداثيات النقطة A' المسقط القائم للنقطة A على P .

درجة الخطوة	الخطوة	الرقم الخطوة
5 + 5	$\overrightarrow{AB}(-3,1,3)$, $\vec{n}(3,-1,-3)$	1
5	$\overrightarrow{AB}=-\vec{n}$ أو تناسب المركبات	2
	$\overrightarrow{AB}$ يعامد P	3
10	$(AB):\begin{cases}x=2-3t\\ y=1+t \quad t\in R\\ z=-2+3t\end{cases}$	4
5	$6+9t-1-t+6-9t-8=0$	5
5+5	إحداثيات A' و قيمة t	6
40	المجموع	

ملاحظة:

إذا كتب الطالب تمثيل وسيطي آخر مناسب للمستقيم (AB) وتابع بشكل صحيح ينال درجات الخطوات 4 و 5 و 6

ثانيا: حل التمارين الأربعة الآتية: (60 درجة لكل تمرين)

السؤال الخامس : (60 درجة)

التمرين الأول: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]0,+\infty[$ وفق: $f(x)=ax+b-\frac{\ln x}{x}$ **والمطلوب:**

1- عيّن العددين الحقيقيين a , b إذا علمت أن المماس للخط C في النقطة $A(1,0)$ يوازي المستقيم d الذي معادلته: $y=3x$

2- من أجل $a=4$, $b=-4$ أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y=4x-4$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$
ثمّ ادرس الوضع النسبي بين C و Δ.

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$f'(x)=a-\frac{1-\ln x}{x^2}$	3 + 5
2	$f(1)=0 \quad , \quad a+b=0$	3 + 5
3	$f'(1)=3 \quad , \quad a-1=3$	3 + 2
4	قيمة b ، قيمة a	2 + 2
5	$f(x)-y_{\Delta}=-\frac{\ln x}{x}$	5+5
6	$\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-y_{\Delta})=0$	5
7	$\begin{array}{c\|ccccc} x & 0 & & 1 & & +\infty \\ \hline & & + & 0 & - & \\ \hline & & \Delta \text{ فوق } C & \| & \Delta \text{ تحت } C & \end{array}$	5+5 5+5
	المجموع	60

السؤال السادس : (60 درجة)

التمرين الثاني:

نتأمل في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ النقاط A , B , C التي تمثلها الأعداد العقدية: $a=6-i$, $b=-6+3i$, $c=-18+7i$ بالترتيب. **المطلوب:**

1) احسب العدد $\frac{b-a}{c-a}$، واستنتج أنّ النقاط A , B , C تقع على استقامة واحدة.

2) بفرض $d=1+6i$ العدد العقدي الممثل للنقطة D صورة A وفق دوران مركزه O وزاويته θ أحسب θ.

3) جد العدد العقدي n الممثل للنقطة N ليكون الرباعي $OAND$ مربعاً.

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$\frac{b-a}{c-a}=\frac{-12+4i}{-24+8i}=\frac{4(-3+i)}{8(-3+i)}=\frac{1}{2}$	5+5+5
2	النسبة عدد حقيقي فالنقاط على استقامة واحدة أو أي عبارة مناسبة صحيحة	5
3	قانون الدوران $d=ae^{i\theta}$	5
4	$e^{i\theta}=\frac{d}{a}=\frac{1+6i}{6-i}=i$	3 × 5
5	$\theta=\frac{\pi}{2}$	5
6	$\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{DN}$	5
7	$a=n-d \quad , \quad n=a+d \quad , \quad n=7+5i$	5+3+2
	المجموع	60

السؤال السابع : (60 در جة)

التمرين الثالث:

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق: $u_n = \frac{2n-1}{n+1}$ والمطلوب:

1) ادرس اطراد المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$.

2) أثبت أن العدد 2 راجح على $(u_n)_{n\geq 0}$.

3) احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ ، ثم جد عدداً طبيعياً n_0 يحقق أياً كان $n > n_0$ كان u_n في المجال $]1.9 \ , \ 2.1[$.

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	كتابة الفرق $u_{n+1}-u_n$ ثم التعويض	5+5
2	إصلاح استنتاج أن u_n متزايدة تماماً	5 5
3	$u_n - 2 = \frac{-3}{n+1} < 0 \ \Rightarrow \ u_n < 2$	5+5
4	$\lim\limits_{x\to\infty} u_n = 2$	5
5	$\lvert u_n - 2 \rvert < 0.1$	5+5 قانون + تعويض
6	$\frac{3}{n+1} < \frac{1}{10}$ ، إصلاح	5+5
7	نتيجة	5
	المجموع	60

ملاحظة1:

إذا كتب الطالب $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$ + المشتق + $f'(x) > 0$ + (f متزايد ومنه u_n متزايدة) 4×5 درجة

ملاحظة2: أخذ $n \geq 1$ $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ ، إصلاح 5+5

ثم حسب u_0 وإثبات $u_1 > u_0$ 5

ومنه u_n متزايدة 5

السؤال الثامن : (60 درجة)

التمرين الرابع:

صندوق يحتوي على خمس كرات منها .**كرتان حمراوان**, وثلاث كرات زرقاء، نكرر عملية سحب عشوائي لكرة من الصندوق دون إعادة حتى لا يتبقى في الصندوق إلا كرات من اللون ذاته .

ليكن X المتحول العشوائي الذي يمثل عدد مرات السحب اللازمة.

عيّن مجموعة القيم التي يأخذها X ، واكتب جدول القانون الاحتمالي للمتحول X ، واحسب توقعه الرياضي

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$X(\Omega)=\{2,3,4\}$	3×2=6
3	حساب $P(X=2)$ حساب $P(X=3)$ حساب $P(X=4)$	4+4 4+4+4 4
4	الجدول الموافق للحل	5+5
5	التوقع قانون + تعويض + نتيجة	2+3+15
	المجموع	60

ملاحظة1:

إذا كتب الطالب قيمتان للمتحول فقط، يخسر درجتان ويخسر حساب القيمة المفقودة ويخسر درجتان من الجدول

ملاحظة2:

إذا رسم الطالب شجرة ينال درجة واحدة لكل فرع (18درجة)

ثم حسب $P(X=2)$ و $P(X=3)$ و $P(X=4)$ ينال (4+4+4 درجات)

الجدول (10 درجات)

التوقع (20 درجة)

السؤال التاسع :

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى:

نتأمل في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقطة $A(1,2,0)$ والمستويات:

$$P:\ 2x-y+2z-2=0$$
$$Q:\ x+y+z-1=0$$
$$R:\ x-z-1=0$$

والمطلوب:

1) أثبت أنّ المستويين P , Q متقاطعان بفصل مشترك Δ ، اكتب تمثيلاً وسيطياً له.

2) تحقق أن المستوي R يعامد Δ ويمر بالنقطة A .

3) أثبت أنّ المستويات P , Q , R تتقاطع بنقطة I يطلب تعيين إحداثياتها.

4) استنتج بعد النقطة A عن المستقيم Δ.

الرقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$\vec{n}_P(2\,,-1\,,2)\quad \vec{n}_Q(1\,,1\,,1)$	10+10
2	استنتاج أن الشعاعين $\vec{n}_P\,,\,\vec{n}_Q$ غير مرتبطان خطياً	5+5
3	$\begin{array}{r} 2x-y+2z-2=0 \\ +\quad x+y+z-1=0 \\ \hline 3x+3z-3=0 \end{array}$	5
4	$x=1-z$	5
5	$z=t \Rightarrow x=1-t$ حساب $y=0$	5 5
6	$\Delta:\begin{cases} x=1-t \\ y=0 \qquad t\in R \\ z=t \end{cases}$	5
7	$\vec{n}_R(1,0,-1)\,,\vec{u}_\Delta(1-,0,1)$	5+5
8	استنتاج الارتباط تعويض A في R	5 2
9	تعويض المعادلات الوسيطية لـΔ في R	8
10	إحداثيات I و قيمة t	4+6
11	معرفة أن AI هو بعد A عن d $dis(A,\Delta)=AI=2$	2 5+3
	المجموع	100

ملاحظة1:

إذا حسب الطالب بعد A عن d بأي طريقة ينال درجة الخطوة 11 الأخيرة .

ملاحظة2:

إذا وجد الطالب أي معادلات وسيطية مكافئة للمستقيم ينال الدرجة الخطوات 6 و 5 و 4 و 3

ملاحظة3:

إذا افترض الطالب نقطة I تحقق Δ وتحقق R واستنتج أنها نقطة التقاطع ينال درجتي الخطوتين 9 و 10
أو توصل إلى إحداثيات نقطة التقاطع I بحل جملة المعادلات الخطية أو اي طريقة مكافئة ينال درجات المخصصة للخطوتين 9 و 10.

ملاحظة4: إذا حسب الطالب بعد A عن المستقيم Δ وشرط التعامد ينال الدرجات المخصصة للخطوة 11
أو كتابة معادلة مستوٍ مار من A ويعامد Δ وإيجاد إحداثيات نقطة التقاطع وحساب المساحة.

السؤال العاشر :

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x)=\frac{2x}{e^x}$ والمطلوب :

1) جد نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه واكتب معادلة المقارب الأفقي.

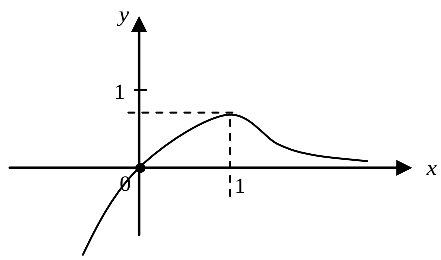
2) ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها.

3) في معلم متجانس ارسم الخط C.

4) احسب مساحة السطح المحصور بين الخط C ومحوري الإحداثيات والمستقيم $x=1$.

5) استنتج رسم الخط C_1 للتابع g المعرف وفق: $g(x)=2xe^x$.

6) أثبت أنّ $f(x)$ هو حل للمعادلة التفاضلية : $y'+y=2e^{-x}$.

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$	5
2	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$	5
3	$y=0$ مقارب أفقي	5
4	إيجاد $f'(x)$	5 + 5 قانون + تعويض
5	إيجاد القيمة التي تعدم $f'(x)$ + صورتها	5+5
6	$\begin{array}{c\|ccccc} x & -\infty & & 1 & & +\infty \\ \hline f'(x) & & + & 0 & - & \\ \hline f(x) & -\infty & \nearrow & \frac{2}{e} & \searrow & 0 \end{array}$	5+5 5+5
	 	5+(5 للمبدأ)
7	$s=\int_0^1 f(x)dx$	5
8	كتابة u و إيجاد u' كتابة v' و إيجاد v	2×4
9	قانون التكامل بالتجزئة + التعويض + الناتج	3×4
10	C_1 نظير C بالنسبة لـ O أو من الرسم	5
11	المعادلة التفاضلية التعويض + الناتج	3+2
	المجموع	100

انتهى السلم

- ✓ أسئلة دورات في مادّة : الرياضيات .
- ✓ سنة الدورة : 2019 .
- ✓ سلم الصحيح : متوفّر بدقّة عالية .

❖ تم جمع الملفات بواسطة : T.me/Science_2022bot