



موقع منهجي
www.mnhaji.com



ملخص الرياضيات

الصف الثالث المتوسط
الفصل الدراسي الاول

ملخص
مادة الرياضيات
الصف الثالث المتوسط
الفصل الدراسي الاول

الفصل الأول

المعادلات الخطية

حل المعادلات

حل المعادلات ذات
الخطوة الواحدة

حل المعادلات ذات
المتعددة الخطوات

حل المعادلات التي تحتوي
متغيراً في طرفيها

حل المعادلات التي تتضمن
القيمة المطلقة

ماذا ستعلم!؟

- ✓ أهل معادلات ذات متغير واحد
- ✓ أهل معادلات ذات متغيرين

١-١ المعادلات



تذكر:

العبارات الجبرية وتبسيطها



الامتطابقة

معادلة طرفها متكافئان دائماً مثل $٢+٥=٢+٥$ وحلها مجموعة الأعداد الحقيقية

المعادلة

عبارتين جبرية يفصل بينهما إشارة مساواة ويمكن فيها إيجاد قيمة المتغير مثل $٥=٢+٣$

العبرة الجبرية

العبرة التي لاتحتوي على إشارة مساواة مثل $٧+٣$

استعمال مجموعة التعويض

هي مجموعة الأعداد التي نعوض بها عن قيمة المتغير لتحديد مجموعة الحل
أوجد مجموعة حل المعادلة $٤=٢+٥$ إذا كانت مجموعة التعويض هي $\{٠,١,٢\}$

صح أم خطأ	$٤=٢+٥$	٥
خطأ	$٢=٢+٥$	٠
خطأ	$٣=٢+٥$	١
صح	$٤=٢+٢$	٢

إذاً مجموعة الحل $\{٢\}$

معادلات تحتوي على متغيرين

يقود فهد سيارته بمعدل ١٠٠ كلم في الساعة ، اكتب معادلة وحلها لإيجاد الزمن الذي سيستغرقه للسفر مسافة ٥٠٠ كلم؟

المسافة (ف) = ٥٠٠ كلم ، السرعة (ع) = ١٠٠ كلم / ساعة

الزمن (٥) = ؟

$$\frac{٥٠٠}{١٠٠} = \frac{٥ \times ١٠٠}{١٠٠}$$

إذاً الزمن $٥ = ٥$ ساعات

حلول المعادلات

أولاً: المعادلات التي لها حل وحيد

$$٣+٢ = ٣-٥$$

$$٣ = ٣-٥$$

$$٣-٣ = ٣-٥-٣$$

$$٠ = ٣-٥$$

إذاً المعادلة حل وحيد هو ٥

ثانياً: المعادلات التي لا يوجد لها حل

$$٣+٢ = ٤+٣$$

$$٦-٣ = ٤+٣$$

$$٤-٦ = ٤+٣-٣$$

$$١٠ = ٤$$

المعادلة غير صحيحة إذاً لا يوجد لها حل

ثالثاً: الامتطابقات

$$٣+٣ = ٣+٣$$

المعادلة

$$٣+٣ = ٣+٣$$

الطرف الأيمن = الطرف الأيسر

إذاً المعادلة دائماً صحيحة ويكون حلها

مجموعة الأعداد الحقيقية

ماذا سأتعلم!؟

- ✓ أحل معادلات باستخدام الجمع أو الطرح
- ✓ أحل معادلات باستخدام الضرب أو القسمة



تذكر:



كيفية التعبير عن الجمل الكلامية بمعادلات

١-٢ حل المعادلات ذات الخطوة الواحدة

حل المعادلة التالية : ج - ٢ = ٣

إضافة ٢ للطرفين

$$ج - ٢ + ٢ = ٣ + ٢$$

$$ج = ٥$$

للتحقق من صحة الحل / نعوض عن قيمة ج في

$$المعادلة ٣ = ٥ - ٢ ✓$$

حل المعادلات بالجمع

حل المعادلة التالية : ج + ٥ = ٧

إضافة -٥ للطرفين

$$ج + ٥ - ٥ = ٧ - ٥$$

$$ج = ٢$$

للتحقق من صحة الحل / نعوض عن قيمة ج في المعادلة

$$٧ = ٢ + ٥ ✓$$

حل المعادلات بالطرح

حل المعادلة التالية : $\frac{١}{٣} س = ٢$ بضرب الطرفين في ٣

$$٦ = س$$

$$\frac{١}{٣} (٦) = ٢$$

للتحقق من صحة الحل / نعوض عن قيمة س في المعادلة

$$٢ = \frac{١}{٣} (٦) ✓$$

حل المعادلات بالضرب

حل المعادلة التالية : $٩ = ٣ س$

بقسمة الطرفين على ٣

$$\frac{٩}{٣} = \frac{٣ س}{٣}$$

$$٣ = س$$

للتحقق من صحة الحل / نعوض عن قيمة س في المعادلة

$$٩ = (٣) ٣ ✓$$

حل المعادلات بالقسمة

ماذا سأتعلم؟

- ✓ أحل معادلات متعددة الخطوات
- ✓ أحل المعادلات التي تتضمن أعداد صحيحة متتالية

١-٣ حل المعادلات المتعددة الخطوات

تذكر:



حل المعادلات ذات الخطوة الواحدة

حل معادلة متعددة الخطوات

$$x = \frac{0 - 5}{2}$$

$$2 \times x = \frac{0 - 5}{2} \times 2$$

$$2x = 0 - 5$$

$$2x = -5 \leftarrow 0 + 2 = 0 + 2 \quad x = -2.5$$

$$3 = 7 + 2x$$

$$7 - 3 = 7 - 3 + 2x$$

$$4 = 2x$$

$$\frac{4}{2} = \frac{2x}{2} \quad x = 2$$

حل مسائل تتضمن أعداد صحيحة متتالية

أعداد زوجية وفردية متتالية

أعداد صحيحة متتالية

أوجد ثلاثة أعداد صحيحة زوجية متتالية مجموعها ٣٦؟

$$36 = (x+2) + (x+4) + x$$

$$36 = 3x + 6$$

$$36 - 6 = 3x + 6 - 6 \quad 30 = 3x$$

$$\frac{30}{3} = \frac{3x}{3} \quad x = 10$$

إذاً الأعداد ١٠، ١٢، ١٤

أوجد ثلاثة أعداد صحيحة فردية متتالية مجموعها ٢١؟

$$21 = (x+2) + (x+4) + x$$

$$21 = 3x + 6$$

$$21 - 6 = 3x + 6 - 6 \quad 15 = 3x$$

$$\frac{15}{3} = \frac{3x}{3} \quad x = 5$$

إذاً الأعداد ٥، ٧، ٩

أوجد ثلاثة أعداد صحيحة متتالية مجموعها ٢١؟

$$21 = (x+1) + (x+2) + x$$

$$21 = 3x + 3$$

$$21 - 3 = 3x + 3 - 3 \quad 18 = 3x$$

$$\frac{18}{3} = \frac{3x}{3} \quad x = 6$$

إذاً الأعداد ٦، ٧، ٨

أوجد ثلاثة أعداد صحيحة متتالية مجموعها ٣٠؟

$$30 = (x+1) + (x+2) + x$$

$$30 = 3x + 3$$

$$30 - 3 = 3x + 3 - 3 \quad 27 = 3x$$

$$\frac{27}{3} = \frac{3x}{3} \quad x = 9$$

إذاً الأعداد ٩، ١٠، ١١

ماذا سأتعلم!؟

- ✓ أحل المعادلات التي تحتوي
- المتغير نفسه في طرفيها
- ✓ أحل المعادلات التي تحتوي
- أقواس

١-٤ حل المعادلات التي تتضمن متغيراً في طرفيها

تذكر:

حل المعادلات
المتعددة الخطوات



حل معادلة تحتوي متغير في طرفيها

حل المعادلة التالية: $4 = 2 + 3f$

$$4 = 2 + 3f$$

بطرح ٣ من الطرفين

$$f = 2$$

للتحقق من صحة الحل / نعوض عن قيمة f في المعادلة

$$4 = 2 + (2) \cdot 3$$

$$4 = 2 + 6$$

$$4 = 8$$

حل معادلة تحتوي أقواس

حل المعادلة التالية: $3(2 + 5) - 1 = 2 - 1$

للتحقق من صحة الحل /

نعوض عن قيمة ١ في المعادلة

$$3(2 + 5) - 1 = 2 - 1$$

$$3(7) - 1 = 1$$

$$21 - 1 = 1$$

$$20 = 1$$

$$20 = 1$$

$$3(2 + 5) - 1 = 2 - 1$$

$$3(7) - 1 = 2 - 1$$

$$21 - 1 = 1$$

$$20 = 1$$

$$20 = 1$$



تذكر:

حل المعادلات التي تحتوي متغير في طرفيها

١-٥ حل المعادلات التي تتضمن القيمة المطلقة

ماذا سأتعلم؟

- ✓ أحسب قيمة عبارات تتضمن قيمة مطلقة
- ✓ أحل معادلات تتضمن قيمة مطلقة



القيمة المطلقة مثل المصفاة تفرج منها جميع الأعداد دائماً بإشارة موجبة سواء كانت أعداد موجبة أو سالبة مثلاً:

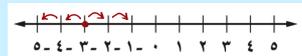
$$3+ = |3|, \quad 5- = |5-|$$

$$2 = |3-|$$



نقطة المنتصف = $3+$
المسافة المقطوعة = 2

$$2 = |3+|$$



نقطة المنتصف = $3-$
المسافة المقطوعة = 2

$$2 = |0|$$



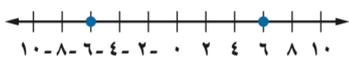
نقطة المنتصف = 0
المسافة المقطوعة = 2

كتابة معادلة القيمة المطلقة

المطلقة

اكتب معادلة تتضمن

قيمة مطلقة للتمثيل التالي



أولاً: نوجد نقطة المنتصف

$$6 + (-6) = \frac{\quad}{2} = \text{صفر}$$

ثانياً: نوجد المسافة بين نقطة المنتصف وإحدى النقطتين

$$\text{المسافة بين الصفر و } 6 = 6$$

$$\text{المسافة بين الصفر و } -6 = 6$$

ثالثاً: نكتب المعادلة

$$\text{أس - نقطة المنتصف} = \text{المسافة}$$

$$\text{أس - صفر} = 6 \leftarrow \text{أس} = 6$$

تنبيه / إذا كانت إشارة المنتصف موجبة في التمثيل البياني نكتب في المعادلة إشارة سالبة والعكس

حل معادلات القيمة المطلقة

حل المعادلتين التالية ومثلها بيانياً

$$1 = |3+|$$

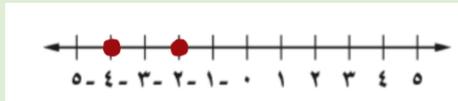
عند حل معادلة تتضمن قيمة مطلقة يكون هناك حالتان

الحالة الأولى: $3+ = 1$

$$\text{بطرح } 3 \text{ من الطرفين} \quad 3+ = 1 \quad \text{ف} = 3+ \quad \text{ف} = 2-$$

الحالة الثانية: $3+ = -1$

$$\text{بطرح } 3 \text{ من الطرفين} \quad 3+ = -1 \quad \text{ف} = 3+ \quad \text{ف} = 4-$$



$$3- = |1-|$$

أب - 1 = 3- تعني أن المسافة بين ب و أ تساوي 3- وبما أنه لا يمكن أن تكون المسافة سالبة فإن مجموعة حل هذه المعادلة هي المجموعة الخالية

العبارات الجبرية التي تتضمن القيمة المطلقة

احسب قيمة $|4+|$ - 3

إذا كانت $m = 5$

الحل:

$$3- |4+|$$

$$3- |4+5| =$$

$$3- |9| =$$

$$3- 9 =$$

$$6 =$$

الفصل الثاني العلاقات والدوال الخطية

٢-١ العلاقات

٢-٢ الدوال

٢-٣
تمثيل المعادلات الخطية بيانياً

٢-٤
حل المعادلات الخطية بيانياً

٢-٥ معدل التغير والميل

٢-٦
المتابعات الحسابية كدوال خطية

تذكر:

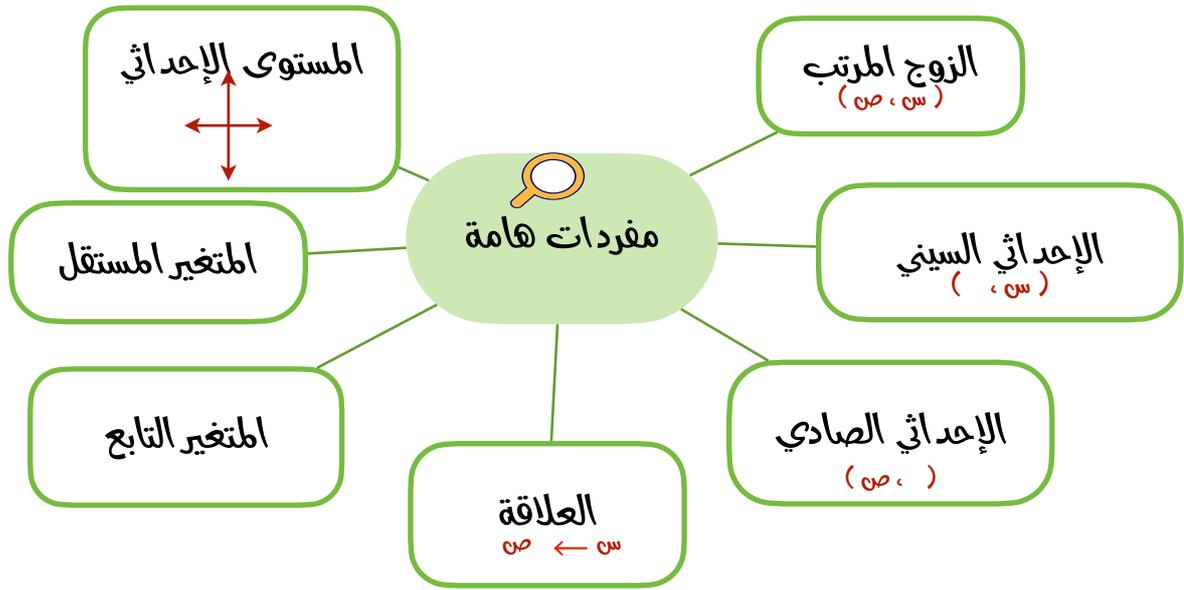


حل المعادلات
بمتغيراً أو بمتغيرين

١-٢ العلاقات

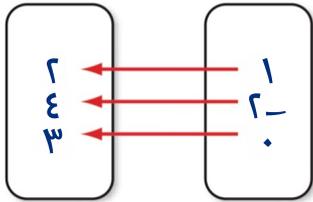
ماذا سأتعلم؟!

- ✓ أمثل العلاقات
- ✓ أفسر التمثيل البياني للعلاقات

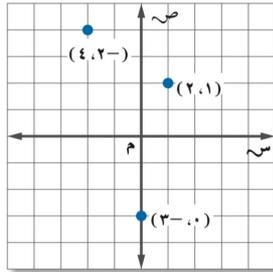


العلاقة تمثل بأحد التمثيلات الآتية

مخطط سهوي



تمثيل بياني



جدول

ص	س
٢	١
٤	٢
٣	٠

أزواج مرتبة

(٢، ١)
(٣، ٠)
(٤، ٢)

وبما أن قيم س في العلاقة هي عناصر المجال وقيم ص هي عناصر المدى فإن المجال في العلاقة

هو { ١، ٢، ٤ } والمدى هو { ٠، ٢، ٤ }



المتغير المستقل والمتغير التابع

حدد كلاً من المتغير المستقل والمتغير التابع في العلاقة التالية: يزداد ضغط الهواء داخل إطار السيارة مع ازدياد درجة الحرارة

المتغير المستقل / درجة الحرارة

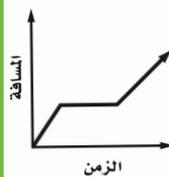
المتغير التابع / ضغط الهواء داخل الإطار ١٧



التمثيل البياني للعلاقات

يوضح التمثيل البياني المسافة التي يقطعها فهد بدراجته

ركوب الدراجة



الهوائية، صف هذا التمثيل؟
تزداد المسافة بازدياد الزمن حتى يصبح الخط أفقياً
حيث يزداد الزمن مع بقاء المسافة ثابتة مما يعني
أن فهد قد توقف في هذه المرحلة

ماذا سأتعلم؟!

- ✓ أحد ما إذا كانت العلاقة دالة أم لا
- ✓ توجد قيم الدالة

٢-٢ الدوال

تذكر:

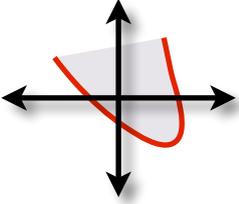


العلاقات وتمثيلها وتفسيرها

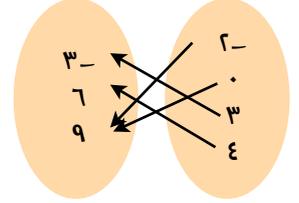
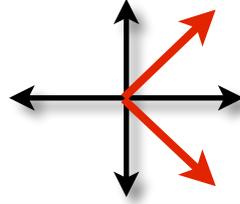
الدالة: هي علاقة تربط كل عنصر في مجالها بعنصر واحد فقط في المدى

هل تمثل كل علاقة فيما يأتي دالة أم لا؟

المجال المدى



١	٥	٣	١	٥
٤-	٥	٣	٤	٥



باستعمال اختبار الخط الرأسي نجد أنه يقطع التمثيل البياني في نقطة واحدة إذا يمثل دالة

ارتبط العنصر (١) في المجال بعنصرين ٤، ٤- في المدى لذا فإنه يوجد أكثر من قيمة ممكنة لـ ص عند س=١ إذا لا يمثل دالة

باستعمال اختبار الخط الرأسي نجد أنه يقطع التمثيل البياني في أكثر من نقطة إذا لا يمثل دالة

كل عنصر في المجال ارتبط بعنصر واحد فقط في المدى إذا يمثل دالة

الدالة المتصلة: الدالة التي تمثل بيانياً بخط أو منحنى دون انقطاع
الدالة المنفصلة: الدالة التي تمثل بيانياً بنقاط غير متصلة

تمثل الدالة بأربع طرق: جدول - مخطط سهمي - تمثيل بياني (كما في الدرس السابق)
معادلة مثل د(س) = ٤س - ٨

وتذكر: أن المعادلة تمثيل للعلاقة فإذا كانت العلاقة دالة فإن المعادلة تمثل دالة

الدالة التي يختلف أس متغيرها عن العدد ١ تسمى دالة غير خطية وتمثيلها البياني ليس خط مستقيم

الدالة الغير خطية

إذا كانت د(س) = ٣س + ٤ أوجد: د(٢)

د(٢) = ٣(٢) + ٤

= ٣(٤) + ٤

= ١٢ + ٤

= ١٦

إيجاد

قيم

الدالة

الدالة الخطية

إذا كانت د(س) = ٥س + ٢ أوجد: د(٢)

د(٢) = ٥(٢) + ٢

= ١٠ + ٢

= ١٢



تذكر:

حل المعادلات ذات الخطوة الواحدة

٢-٣ تمثيل المعادلات الخطية بيانياً

ماذا سأتعلم؟

- ✓ أحل معادلات متعددة الخطوات
- ✓ أحل المعادلات التي تتضمن أعداد صحيحة متتالية



المعادلة الخطية هي المعادلة التي تمثل بيانياً بخط مستقيم وتكتب على الصورة $أس + ب = ص$ ، تمثل $أس$ ، $ب$ من حدود جبرية بينما $ج$ يمثل الحد الثابت

حدد إذا كانت المعادلة التالية خطية أم لا وإذا كانت كذلك
اكتبها بالصورة القياسية: $ص = ٤ - ٣س$

$$ص = ٣س + ٤$$

$٤ = ٣س + ٤$ على الصورة القياسية وفيها $٣ = أ$ ، $ب = ٤$ ، $ج = ٤$

$$٤ = ٣س - ٦س$$

بما أن الحد $٣س$ من فيه متغيران فلا يمكن كتابة المعادلة على
الصورة $أس + ب = ص$ لذا فالمعادلة ليست خطية

تميز المعادلات الخطية

مثل المعادلة $٢س + ٤ص = ١٦$ بيانياً باستعمال المقطعين
السيني والصادي

أولاً: لإيجاد المقطع السيني نضع $ص = ٠$

$$١٦ = ٢س + ٤(٠) \quad ١٦ = ٢س$$

$٨ = س$ ، أي أن المستقيم يقطع محور

السينات في النقطة $(٨, ٠)$

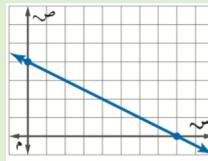
ثانياً: لإيجاد المقطع الصادي نضع $س = ٠$

$$١٦ = ٢(٠) + ٤ص \quad ١٦ = ٤ص$$

$ص = ٤$ ، أي أن المستقيم يقطع محور

الصادات في النقطة $(٠, ٤)$

نعيّن هاتين النقطتين في المستوى الإحداثي
ثم نصل بينهما بخط مستقيم



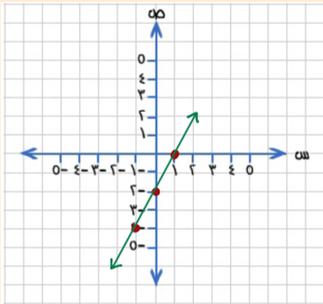
تمثيل المعادلات
بيانياً باستعمال المقطعين
السيني والصادي

مثل المعادلة $٢س - ٤ص = ٢$ بيانياً

أولاً: نكتب المعادلة بدلالة $ص$ ،

$$٢س - ٤ص = ٢$$

ثانياً: نختار قيم للمجال $س$ ونتتج لنا
قيم $ص$ ونكوّن جدول لتنتج لنا أزواج
مرتبة تمثلها بيانياً



١	٠	١-	س
٠	٢-	٤-	ص

التمثيل البياني بتكوين جدول



تذكر:

حل المعادلات ذات الخطوة الواحدة

٢-٤ حل المعادلات الخطية بيانياً

ماذا سأتعلم؟

- ✓ أحل معادلات متعددة الخطوات
- ✓ أحل المعادلات التي تتضمن أعداد صحيحة مثاليه



الدالة الخطية: هي دالة تمثل بيانياً بمستقيم

$(د س) = س$ أبسط دالة خطية وتسمى الدالة الطولدة الأم لمجموعة الدوال الخطية

حل المعادلة (الجزر): هو أي قيمة تجعل المعادلة صحيحة

وللمعادلة الخطية جذر واحد على الأكثر

حل المعادلات الخطية

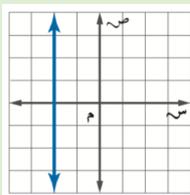


عدد لانتهائي من الحلول

حل المعادلة التاليه جبرياً وبيانياً:

$$س - ٢ =$$

هذا يعني أن قيمة $س$ ثابتة عند العدد $٢ -$ مهما تغيرت قيمة $(د س)$ وفي هذه الحالة يكون الحل عدد لانتهائي من الحلول وتمثيلها خط مستقيم يقطع المحور $س$ في $٢ -$ ويوازي المحور $ص$



تمثيلها بيانياً مستقيم موازي للمحور الصادي

مستحيلة الحل

حل المعادلة التاليه جبرياً وبيانياً:

$$٢س - ٤ = ٢س - ٦$$

نعيد كتابة الدالة

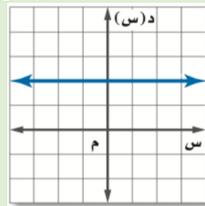
$$٢س - ٤ = ٦ + ٤ - ٢س$$

$$٢س = ٢ + ٢س$$

$$٢س - ٢س = ٢ + ٢س - ٢س$$

$$٠ = ٢$$

وهذا مستحيل وتكون الدالة المرتربطة $(د س) = ٢$ وبما أن جذر المعادلة الخطية هو $س$ عندما يكون $(د س) = ٠$ وحيث أن $(د س) = ٢$ دائماً فليس للمعادلة حل



تمثيلها بيانياً مستقيم موازي للمحور السيني

حل وحيد

حل المعادلة التاليه جبرياً وبيانياً:

$$٣س + ١ = ٢ -$$

أولاً: نعيد كتابة الدالة بحيث يكون طرفها الأيسر صفر

$$٣س + ١ = ٢ -$$

$$٣س = ١ -$$

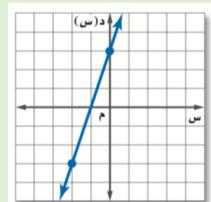
وبذلك تكون الدالة المرتربطة

$$(د س) = ٣ +$$

ثانياً: نكوّن جدول

س	د (س) = ٣ + ٣س	د (س) = ٢ -	د (س) = ٠
٢ -	٣ + ٢ - ٣ = ٢ -	٢ -	(٢ -، ٢ -)
٠	٣ + ٠ = ٣	٢ -	(٠، ٣)

ثالثاً: نمثل بيانياً



تمثيلها بيانياً مستقيم مائل

تذكر:



تمثيل الأزواج المترتبة في المستوى الإحداثي

٢-٥ معدل التغير والميل

ماذا سأتعلم!؟

- ✓ أستعمل معدل التغير لحل المسائل
- ✓ أوجد ميل المستقيم



حدد ما إذا كانت كل دالة فيما يأتي خطية أم لا ، وفسر إجابتك

$$\epsilon = \frac{10 - 19}{1 - (-2)} = \frac{10 - 19}{1 + 2} = \frac{-9}{3} = -3$$

$$\epsilon = \frac{23 - 27}{1 - 2} = \frac{-4}{-1} = 4$$

المعدل غير ثابت إذا الدالة ليست خطية

$$\frac{0}{3} = \frac{1 - 6}{9 - 6} = \frac{-6}{3} = -2$$

$$\frac{0}{3} = \frac{11 - 16}{3 - 0} = \frac{-5}{3} \approx -1.67$$

المعدل ثابت إذا الدالة خطية

معدل التغير =

ص	س
١١	٣-
١٥	٢-
١٩	١-
٢٣	١
٢٧	٢

معدل التغير =

ص	س
٤-	١٢
١	٩
٦	٦
١١	٣
١٦	٠

معدل التغير =
 $\frac{\text{التغير في ص}}{\text{التغير في س}}$

أوجد ميل المستقيم المار بكل نقطتين من النقاط التآ (٤، ٤)، (٢، ١)

الميل موجب

$$\text{الميل} = \frac{4 - 1}{4 - 2} = \frac{3}{2}$$

الميل سالب

$$\text{الميل} = \frac{3 - 2}{0 - 2} = \frac{1}{-2} = -\frac{1}{2}$$

الميل = صفر

$$\text{الميل} = \frac{3 - 3}{2 - 1} = \frac{0}{1} = 0$$

الميل غير معرف

$$\text{الميل} = \frac{3 - 2}{2 - 2} = \frac{1}{0}$$

$$\text{الميل} = \frac{3 - 3}{1 - 2} = \frac{0}{-1} = 0$$

$$\text{الميل} = \frac{3 - 2}{1 - 1} = \frac{1}{0}$$

$$\text{الميل} = \frac{2 - 3}{3 - 3} = \frac{-1}{0}$$

الميل =
 $\frac{\text{ص}٢ - \text{ص}١}{\text{س}٢ - \text{س}١}$



تذكر:
الدوال الخطية

٢-٦ المتتابعات الحسابية كدوال خطية

ماذا سأتعلم؟

- ✓ أميز المتتابعات الحسابية
- ✓ أمثل المتتابعات الحسابية بدوال خطية



المتتابعة الحسابية

هي نمط عددي يزيد أو ينقص بمقدار ثابت يسمى هذا المقدار أساس المتتابعة ونرمزله بالرمز d

$$\dots, 17, 21, 25, 29, 33, \dots$$

$\begin{array}{ccccccc} & \curvearrowright & & \curvearrowright & & \curvearrowright & \\ & 4- & & 4- & & 4- & \end{array}$

متتابعة حسابية متناقصة وفيها الأساس $d = -4$

$$\dots, 3, 7, 11, 15, 19, \dots$$

$\begin{array}{ccccccc} & \curvearrowright & & \curvearrowright & & \curvearrowright & \\ & 4+ & & 4+ & & 4+ & \end{array}$

متتابعة حسابية متزايدة وفيها الأساس $d = 4$

إيجاد الحد التالي

في المتتابعة $10, 9, 8, 7, 6, \dots$

$$d = \text{الحد الثاني} - \text{الحد الأول} = 9 - 10 = -1$$

نضيف d إلى الحد الأخير كل مرة فتكون الحدود

الثلاثة التالية هي: $5, 4, 3, \dots$

تميز المتتابعة الحسابية

تكون المتتابعة حسابية إذا كان الفرق بين كل حد

والذي يليه ثابت مثل

$$2, 5, 8, 11, 14, \dots$$

$\begin{array}{ccccccc} & \curvearrowright & & \curvearrowright & & \curvearrowright & \\ & 3+ & & 3+ & & 3+ & \end{array}$

إيجاد الحد النوني

يُعبّر عن الحد النوني لمتتابعة حسابية حدها الأول a وأساسها d بالصيغة

$$a_n = a + (n-1)d, \text{ حيث } n \text{ عدد صحيح موجب مثلاً}$$

أوجد الحد العاشر في المتتابعة؟

نعوض عن n بالعدد 10

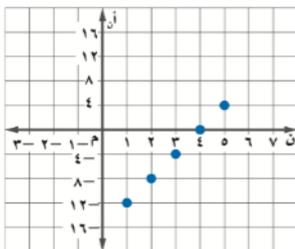
$$a_{10} = 16 + 9(-4)$$

$$a_{10} = 16 - 36 = -20$$

$$a_{10} = 16 - 36 = -20$$

مثل الحدود الخمسة

الأولى بيانياً



اكتب معادلة الحد النوني للمتتابعة الحسابية $12, 8, 4, 0, \dots$

$$12, 8, 4, 0, \dots$$

نوجد الأساس $d = \text{الحد الثاني} - \text{الحد الأول}$

$$d = 4 - 12 = -8$$

وحيث أن $a_1 = 12$ نعوض عن قيمة a_1 و d في القانون

$$a_n = 12 + (n-1)(-8)$$

$$a_n = 12 - 8n + 8$$

$$a_n = 20 - 8n$$

الفصل الثالث
الدوال الخطية

٣-١ تمثيل المعادلات المكتوبة
بصيغة الميل والمقاطع بيانياً

٣-٢ كتابة المعادلات بصيغة
الميل والمقطع

٣-٣ كتابة المعادلات بصيغة
الميل نقطة

٣-٤ المستقيمات والمتوازية
والمستقيمات المتعامدة



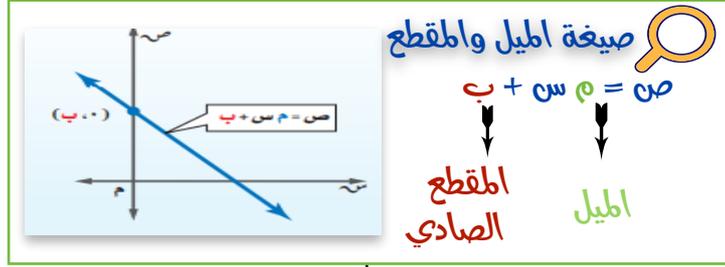
تذكر:

معدل التغير والميل

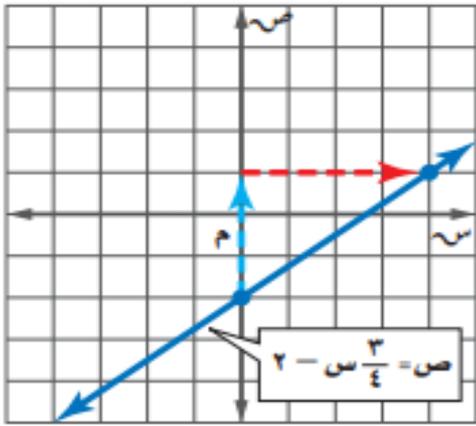
٣-١ تمثيل المعادلات المكتوبة بصيغة الميل والمقطع بيانياً

ماذا سأتعلم!؟

- ✓ أكتب معادلة المستقيم بصيغة الميل والمقطع وأمثلها بيانياً
- ✓ أمثل بيانات من واقع الحياة باستعمال معادلات مكتوبة بصيغة الميل والمقطع



أكتب معادلة المستقيم الذي ميله $\frac{3}{4}$ ومقطعه الصادي -2 ثم مثلها بيانياً



$$y = \frac{3}{4}x - 2$$

ولتمثيلها بيانياً تتبع الخطوات التالية:

أولاً: نحدد المقطع الصادي وهو $(-2, 0)$
ثانياً: نستخدم الميل رأسياً وأفقياً حسب الإشارات

التحرك للأعلى ثلاث خطوات لأنه موجب $\frac{3}{4}$

التحرك لليمين أربع خطوات لأنه موجب $\frac{4}{4}$

المستقيمات الرأسية

الميل غير معرف

المعادلة لا يمكن كتابتها بصيغة الميل والمقطع

المستقيمات الأفقية

الميل = صفر ، المعادلة $y = b$

مثل المعادلة $y = 3$

استعمل المعلومات الواردة عن عدد طالبات المرحلة الثانوية في المملكة

بلغ عدد طالبات المرحلة الثانوية لعام ١٤٠١ هجري نحو ٤٢ الف طالبة وقد ازداد هذا العدد بمعدل ١٧ الف طالبة تقريباً كل سنة حيث بلغ عدد الطالبات عام ١٤٢١ هجري ٣٨٦ ألف تقريباً

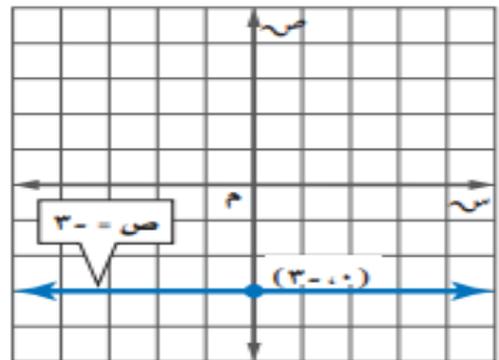
أ / اكتب معادلة خطية لإيجاد عدد طالبات المرحلة الثانوية بعد عام ١٤٠١ هجري

عدد الطالبات = معدل التغير \times عدد السنوات + العدد في البدايه

$y =$ عدد الطالبات ، $x =$ عدد السنوات منذ عام ١٤٠١ هجري

$$y = 17x + 42$$

أولاً / نحدد المقطع الصادي وهو النقطة $(0, 3)$
ثانياً / ارسم خط أفقي من النقطة $(0, 3)$



تذكر: 

كتابة المعادلات الخطية
إذا علم الميل ونقطة
أو علمت نقطتان

٣-٣ كتابة المعادلات بصيغة الميل ونقطة

ماذا سأتعلم!؟

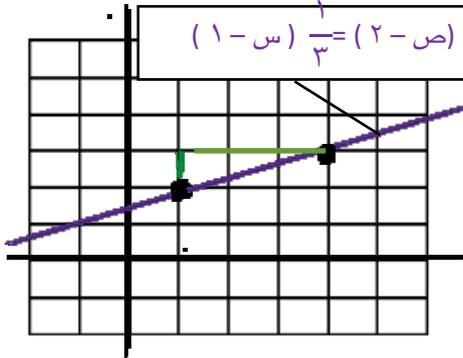
- ✓ أكتب معادلات خطية بصيغة
الميل ونقطة
- ✓ أكتب معادلات خطية بصيغ
مختلفة



كتابة المعادلات بصيغة الميل ونقطة إذا علمت الميل وإحداثيات نقطة يمر بها المستقيم 

أكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة (٢، ١) وميله $\frac{1}{3}$ ومثله بيانياً؟

$(ص - ١) = \frac{1}{3}(س - ٢)$



$(ص - ١) = \frac{1}{3}(س - ٢)$

التمثيل البياني / أعيّن النقطة (٢، ١) ثم استعمل الميل لإيجاد
نقطة أخرى وأصل بينهم بخط مستقيم

إعادة كتابة معادلات مكتوبة بصيغة الميل ونقطة إلى معادلات مكتوبة 

بصيغة الميل والمقطع

$ص = م س + ب$

مثلاً: أكتب المعادلة $ص + ٦ = ٤(س - ٢)$

بصيغة الميل والمقطع

$ص + ٦ = ٤(س - ٢)$

خاصية التوزيع

$ص + ٦ = ٤س - ٨$

أطرح ٦ من الطرفين

$ص = ٤س - ١٤$

بالصيغة القياسية

$أس + ف ص = ج$

مثلاً: أكتب المعادلة $ص - ٤ = ٥(س - ٣)$

بالصيغة القياسية

$ص - ٤ = ٥(س - ٣)$

خاصية التوزيع

$ص - ٤ = ٥س - ١٥$

أضف ٤ للطرفين

$ص = ٥س - ١١$

أطرح ٥س من الطرفين

$ص - ٥س = -١١$



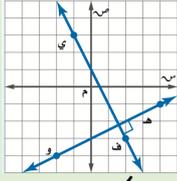
تذكر:

كتابة المعادلات الخطية بصيغة الميل ونقطة

٣-٤ المستقيمات المتوازية والمستقيمات المتعامدة

ماذا سأتعلم؟

- أكتب معادلة مستقيم امار بنقطة معطاة ويوازي مستقيم معلوم
- أكتب معادلة المستقيم امار بنقطة معطاة ويعامد مستقيم معلوم



ميل كل منهما معكوس مقلوب الآخر مثل $m=3$
 $m=-\frac{1}{3}$



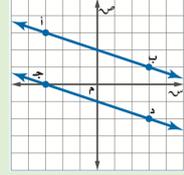
المستقيمان المتعامدان

هما المستقيمان اللذان يتقاطعان مكونين زاوية قائمة



المستقيمان المتوازيان

هما المستقيمان الواقعان في المستوى نفسه ولا يتقاطعان



متوازيان لهما اميل نفسه مثل $m=3$ ، $m=3$

لكي نحدد المستقيمات المتوازية أو المتعامدة :
 ١- نضع المعادلات على صيغة الميل والمقطع ، ٢- نقارن بين الميلين في كلا المعادلتين



المستقيم امار بنقطة معطاة ويعامد مستقيم معلوم

أكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة مستقيم مار بالنقطة $(-6, 4)$ ومعامد للمستقيم $3x + 2y = 12$

أولاً: أوجد ميل المستقيم المعطى بإيجاد قيمة m

$$3x + 2y = 12 \Rightarrow 2y = -3x + 12 \Rightarrow y = -\frac{3}{2}x + 6$$

$3x + 2y = 12$ بقسمة الطرفين على ٢

ص = $-\frac{3}{2}x + 6$ ← إذا اميل = $-\frac{3}{2}$ إذا اميل = $-\frac{3}{2}$ ثانياً: ميل المستقيم المعامد للمستقيم المعطى هو معكوس مقلوب العدد $3/2$ أي $2/3$ ومنها نوجد معادلة المستقيم العمودي $ص - 1 = m(س - 1)$

$$ص - 1 = \frac{2}{3}(س - 1) \Rightarrow 3(ص - 1) = 2(س - 1) \Rightarrow 3ص - 3 = 2س - 2 \Rightarrow 3ص = 2س - 2 + 3 \Rightarrow 3ص = 2س + 1 \Rightarrow ص = \frac{2س + 1}{3}$$

$$ص = \frac{2س + 1}{3} \Rightarrow 3ص = 2س + 1 \Rightarrow 3(6) = 2س + 1 \Rightarrow 18 = 2س + 1 \Rightarrow 17 = 2س \Rightarrow س = \frac{17}{2}$$

المستقيم امار بنقطة معطاة ويوازي مستقيم معلوم

أكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة مستقيم مار بالنقطة $(0, 3)$ وموازي للمستقيم $ص = 2س - 4$

أولاً: بما أن ميل المستقيم $ص = 2س - 4$ يساوي ٢ فإن ميل المستقيم الموازي له يساوي ٢

ثانياً: نوجد المعادلة العامة للمستقيم بصيغة الميل ونقطة

$$ص - 1 = m(س - 1)$$

$$ص - 1 = 2(س - 1)$$

فاصية التوزيع

$$ص - 1 = 2س - 2$$

$$ص = 2س - 2 + 1$$

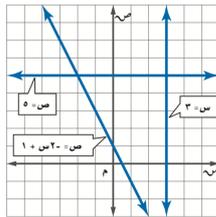
$$ص = 2س - 1$$

$$ص = 2س - 1$$

المستقيمات المتوازية والمستقيمات المتعامدة

حدد إذا كان التمثيل البياني أمامك للمستقيمات التالية متوازية أو متعامدة؟ وفسر إجابتك $ص = 5$ ، $ص = 3$ ، $ص = -1 + 2س$

نمثل كل معادله في المستوى الإحداثي ، ومن التمثيل البياني يمكنك ملاحظة ان المستقيم $ص = 5$ يوازي محور السينات وان المستقيم $ص = 3$ يوازي محور الصادات لذا فهما متعامدان ولايتوازي اي مستقيمين من الثلاثة



مبدا المستقيمين المتعامدين

في المربع الذي أمامك حدد ما إذا كان القطران ف ه و ل ي

متعامدان ام لا؟!

نوجد ميل المستقيم ف ه امار بالنقطتين

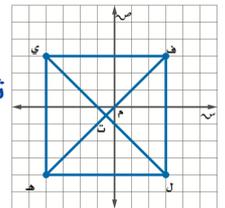
$$ف(3, 3) و ه(-4, -4) \Rightarrow m = \frac{3 - (-4)}{3 - (-4)} = \frac{7}{7} = 1$$

ثم نوجد ميل المستقيم ل ي امار بالنقطتين

$$ل(3, -3) و ي(-4, 4) \Rightarrow m = \frac{-3 - 4}{3 - (-4)} = \frac{-7}{7} = -1$$

بما أن $m = 1$ معكوس مقلوب $m = -1$

إذاً المستقيمان متعامدان



الفصل الرابع المتباينات الخطية

٤-١ حل المتباينات
بالجمع أو بالطرح

٤-٢ حل المتباينات
بالضرب أو بالقسمة

٤-٣ حل المتباينات
المتعددة الخطوات

٤-٤ حل المتباينات المركبة

٤-٥ حل المتباينات
التي تتضمن القيمة المطلقة

تذكر:

حل معادلات خطية
باستعمال الجمع والطرح

٤-١ حل المتباينات بالجمع أو الطرح

ماذا سأتعلم؟!

- ✓ أحل متباينة خطية باستخدام الجمع
- ✓ أحل متباينات خطية باستخدام الطرح



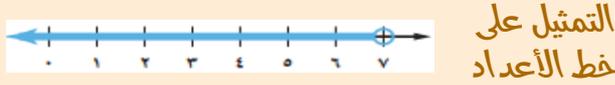
الحل بالطرح

حل المتباينة $ص + ٩ > ١٦$ وتحقق من صحة الحل

$$\begin{aligned} \text{ص} + ٩ > ١٦ \\ \text{ص} > ٧ \end{aligned}$$

مجموعة الحل (كل الأعداد الأقل من ٧)

للتحقق / نعوض عن $ص$ في المتباينة الأصلية بثلاثة أعداد مختلفة على أن يكون أحدها ٧ والعدد الثاني أكبر من ٧ والعدد الثالث أصغر من ٧

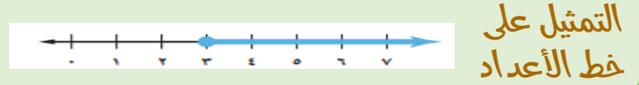


الحل بالجمع

حل المتباينة $ص - ١ \leq ٢$ وتحقق من صحة الحل

$$\begin{aligned} \text{ص} - ١ \leq ٢ \\ \text{ص} \leq ٣ \end{aligned}$$

مجموعة الحل { كل الأعداد الأكبر من أو تساوي ٣ }
للتحقق / نعوض عن $ص$ في المتباينة الأصلية بثلاثة أعداد مختلفة على أن يكون أحدها ٣ والعدد الثاني أكبر من ٣ والعدد الثالث أصغر من ٣



الصفة المميزة للمجموعة هي الطريقة المختصرة لكتابة مجموعة الحل وتكتب بالطريقة { $ص / ص \dots$ }
تفسير رموز المتباينات : $<$ أكبر من ، أكثر من ، $>$ أصغر من ، أقل من
 \leq أكبر من أو يساوي على الأقل ، لا يقل عن ، \geq أقل من أو يساوي على الأكثر ، لا يزيد على

المتباينة وحل المسائل

أضاف أحمد ٢٠ كتاباً جديداً إلى مكتبته فأصبح

لديه أكثر من ٦١ كتاباً. فكم كتاباً كان لديه؟

نفرض أن $ص =$ عدد الكتب في مكتبة أحمد أصلاً

$$\text{المتباينة : } ٦١ < ٢٠ + ص$$

$$ص < ٤١ \text{ بطرح (٢٠) من الطرفين}$$

مجموعة الحل هي { $ص / ص < ٤١$ }

أي أنه كان في المكتبة أكثر من ٤١ كتاباً

المتغير في طرفي المتباينة

حل المتباينة $٦ص < ٣ص + ٩$

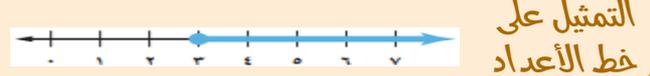
ثم مثل مجموعة حلها بيانياً على خط الأعداد

$$٦ص < ٣ص + ٩ \text{ بطرح } ٣ص \text{ من الطرفين}$$

$$٣ص < ٩$$

$$\frac{٣}{٣} < \frac{٩}{٣} \text{ ← } ٣ < ٣$$

مجموعة الحل هي كل الأعداد الأكبر من ٣





تذكر:

حل معادلات باستخدام الضرب أو القسمة

٤-٢ حل المتباينات بالضرب أو القسمة

ماذا سأتعلم؟

- ✓ أحل متباينات خطية باستخدام الضرب
- ✓ أحل متباينات خطية باستخدام القسمة



في عدد سالب

$$0 \geq 5 \frac{3}{-}$$

$$\left(\frac{6}{3}\right) \times 0 \leq 5 \frac{3}{-} \times \left(\frac{6}{3}\right)$$

لضربنا في - عكسنا إشارة التباين

$$0 \leq 5 \frac{3}{-}$$

مجموعة الحل هي $\{5 \leq 3\}$



الضرب

في عدد موجب

$$4 < 5 \frac{2}{0}$$

$$\left(\frac{0}{2}\right) \times 4 < 5 \frac{2}{0} \times \left(\frac{0}{2}\right)$$

$$0 < 5 \frac{2}{0}$$

مجموعة الحل هي $\{5 < 0\}$

على عدد سالب

$$12 < 4 -$$

$$\frac{12}{-} > \frac{4}{-}$$

$$3 > 4 -$$

مجموعة الحل هي $\{3 > 4\}$



القسمة

على عدد موجب

$$30 > 7 \text{ م}$$

$$\frac{30}{7} > \frac{\text{م}}{7}$$

$$0 > \text{م}$$

مجموعة الحل هي $\{0 > \text{م}\}$

إذا ضرب أو قسم طرفاً متباينة في أو على عدد سالب فإنه يتعين تغيير اتجاه إشارة المتباينة لجعل المتباينة الناتجة صحيحة

جمعت دار نشر أكثر من ٣٦٠٠ ريال من بيع كتاب جديد ،
 ثمن النسخة الواحدة ١٥ ريالاً
 أكتب متباينة تمثل عدد الكتب المطبوعة ثم حلها وفسر الحل
 لتكون لك عدد الكتب المطبوعة
 المتباينة $10 \leq 3600$
 لك $240 <$ بالقسمة على (١٥)
 أي ان عدد الكتب المطبوعة على الأقل ٢٤٠ كتاب



كتابة

متباينة الضرب
أو القسمة وحلها



تذكر:

حل معادلات متعددة الخطوات

٤-٣ حل المتباينات المتعددة الخطوات

ماذا سأتعلم؟

- ✓ أحل متباينة خطية تتضمن أكثر من عملية واحدة
- ✓ أحل متباينة خطية تتضمن خاصية التوزيع



متباينة تتضمن معامل سالب

متباينة تتضمن معامل موجب

حل المتباينة التالية $3 \leq 6 - 9v$

$$9 - 9v \leq 6 + 3$$

$$\frac{9}{9} \geq 9 - 9v \leftarrow \frac{9}{9} \leq 9 - 9v$$

$v \geq 1$ مجموعة الحل هي $\{v \mid v \geq 1\}$

حل المتباينة التالية $22 > 7 + 5s$

$$15 > 5s \leftarrow 7 - 22 > 7 - 7 - 5s$$

$$\frac{15}{5} > s \leftarrow 15 > 5s$$

$s > 3$ مجموعة الحل هي $\{s \mid s > 3\}$

كتابة متباينة متعددة الخطوات وحلها

متباينة تتضمن خاصية التوزيع

اكتب المتباينة ثم حلها: ثلاثة أمثال عدد مضاف إليه خمسة أصغر من ثمانية؟

$$8 > 5 + 3a$$

$$3 > 3a \leftarrow 8 - 5 > 5 - 5 + 3a$$

$a > 1$ مجموعة الحل هي $\{a \mid a > 1\}$

حل المتباينة التالية $24 > (2 - 5v)3$

$$10 > 7 - 24 > 24$$

$$10 > 5v \leftarrow 7 + 24 > 7 + 7 - 5v$$

$$\frac{10}{5} > v \leftarrow \frac{30}{5} > 5v$$

$v > 2$ مجموعة الحل هي $\{v \mid v > 2\}$

المجموعة الخالية ومجموعة جميع الأعداد الحقيقية

$$(1 + 3m)4 \geq (5 - 2m)6$$

حل المتباينات التالية وتحقق من صحة الحل

$$(3 - t)2 \leq (4t - 12)2$$

$$30 - 12m \geq 4 + 12m$$

$$24 - 8t \leq 24 - 8t$$

$$30 - 12m \geq 4 + 12m$$

$$24 - 8t \leq 24 - 8t$$

بما أن نتيجة الحل عبارة

$24 \leq 24$ ، بما أن نتيجة الحل

غير صحيحة أبداً فإن مجموعة حل هذه

صحيحة دائماً فإن مجموعة حل هذه المتباينة

المتباينة هي المجموعة الخالية \emptyset

هي مجموعة الأعداد الحقيقية



تذكر:

حل معادلات تتضمن القيمة المطلقة

٤-٤ حل المتباينات المركبة

ماذا سأتعلم!؟

- ✓ أحل متباينات مركبة تحتوي أداة الربط (و) وأمثلة مجموعة حلها بيانياً
- ✓ أحل متباينات مركبة تحتوي أداة الربط (أو) وأمثلة مجموعة حلها بيانياً



المتباينات التي تحتوي أداة الربط (و) ويسمى التقاطع

$$7 > 4 + ق \geq 2$$

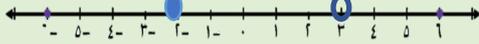
أكتب هذه المتباينة في صورة متباينتين باستعمال (و) ثم نحل كلا المتباينتين

$$7 > 4 + ق \quad \text{و} \quad 4 + ق \geq 2$$

$$4 - 7 > 4 - 4 + ق \quad \text{و} \quad 4 - 4 + ق \geq 4 - 2$$

$$3 > ق \quad \text{و} \quad ق \geq 2 -$$

مجموعة الحل هي $\{ ق \mid ق \geq 2 - \text{ أو } ق > 3 \}$



التمثيل البياني

المتباينات التي تحتوي أداة الربط (أو) ويسمى الاتحاد

$$12 \geq 13 + س \quad \text{أو} \quad 3 + س < 5$$

بما أنها مكتوبة في صورة متباينتين باستعمال (أو) نحل كلا المتباينتين

$$13 - 12 \geq 13 - 13 + س \quad \text{أو} \quad 3 - 5 < 3 - 3 + س$$

$$1 - \geq س \quad \text{أو} \quad 2 < س$$

مجموعة الحل $\{ س \mid س < 2 \text{ أو } س \geq 1 - \}$



التمثيل البياني

كتابة المتباينات المركبة و تمثيلها بيانياً

$$10 > 4 + 3 > 1 -$$

ناتج جمع ثلاثة أمثال عدد مع أربعة يقع بين 1- و 10

بطرح 4 من الطرفين

$$10 > 4 + 3$$

و

$$4 + 3 > 1 -$$

بطرح 4 من الطرفين

بقسمة الطرفين على 3

$$6 > 3$$

و

$$3 > 12 - 3$$

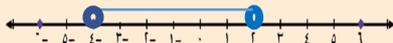
بقسمة الطرفين على 3

$$2 > 1$$

و

$$1 > 4 -$$

مجموعة الحل هي $\{ 1 > 3 > 4 - \text{ أو } 2 > 1 \}$



التمثيل البياني



تذكر:

حل معادلات تتضمن القيمة المطلقة

٤-٥ حل امثبات التي تتضمن قيمة مطلقة

ماذا سأتعلم!؟

- ✓ أحل متباينات القيمة المطلقة > وأمثلها
- ✓ أحل متباينات القيمة المطلقة < وأمثلها



$$|x| > |a| \text{ عدد سالب مثل } |x-1| > 2$$

لا يمكن أن تكون $|x-1|$ سالبة وكذلك لا يمكن أن تكون أقل من ٢ وعليه

لا يوجد حل لهذه المتباينة ومجموعة حلها هي المجموعة الخالية \emptyset

متباينات
القيمة
المطلقة >

$$|x| > |a| \text{ عدد موجب مثل } |x+2| > 4$$

الحالة (١) موجبه و الحالة (٢) سالبة

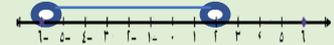
$$x+2 > 4 \quad \text{و} \quad x+2 < -4$$

$$x > 2 \quad \text{و} \quad x < -6$$

$$x > 2 \quad \text{و} \quad x < -6$$

$$x > 2 \quad \text{و} \quad x < -6$$

مجموعة الحل $\{x \mid x > 2 \text{ و } x < -6\}$



$$|x| < |a| \text{ عدد موجب مثل } |x+1| \leq 1$$

بما أن $|x+1|$ أكبر من أو تساوي ١ فإن مجموعة حلها هي مجموعة الأعداد الحقيقية ح

متباينات
القيمة
المطلقة <

$$|x| < |a| \text{ عدد موجب مثل } |x-3| \leq 1$$

الحالة (١) موجبه أو الحالة (٢) سالبة

$$x-3 \leq 1 \quad \text{و} \quad x-3 \geq -1$$

$$x \leq 4 \quad \text{و} \quad x \geq 2$$

$$x \leq 4 \quad \text{و} \quad x \geq 2$$

$$x \leq 4 \quad \text{و} \quad x \geq 2$$

مجموعة الحل $\{x \mid 2 \leq x \leq 4\}$



استعمال متباينات القيمة المطلقة

تبلغ درجة الحرارة الطبيعية لجسم الشاة السليمة ٣٩ سيليزية ، قد تزيد وتقل بمقدار ١ سيليزية

$$|39 - d| \geq 1 \quad \leftarrow \quad 39 - d \geq 1 \quad \text{و} \quad 39 - d \leq -1$$

$$d \geq 40 \quad \text{و} \quad d \leq 38$$

مجموعة الحل هي $\{d \mid 38 \leq d \leq 40\}$