



سلسلة التجمع التعليمي

القناة الرئيسية: [T.me/BAK111](https://t.me/BAK111)

بوت الملفات العلمي [@Ob_Am2020bot](https://t.me/Ob_Am2020bot)



للتواصل

[T.me/BAK117_BOT](https://t.me/BAK117_BOT)

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِيْمِ

تمارين في قراءة المخطوطات البيانية

ملاحظة: محتوى هذه الأوراق:

بعض الملاحظات التي تتعلق بقراءة المخطط البياني + تمارين مأخوذة من:

1 _ الدورات.

2 _ النماذج الوزارية.

3 _ الاختبارات.

مدرس المادة: عبد الرحمن عبطيني

/0934321238/

الجمع التعليمي
BAK111@tunis.tn

ملاحظات قراءة المخطط البياني

(1) لإيجاد مجموعة التعريف.

نأخذ مجال امتداد C_f على محور الفواصل.

. $f(a)$ لإيجاد صورة عدد a .

-A نرسم مستقيم $a = x$ (شاقولي).

-B نأخذ تراتيب نقطة تقاطع المستقيم مع C_f .

(3) لإيجاد حلول المعادلة $f(x) = a$.

-A نرسم مستقيم $a = y$ (أفقي).

-B نأخذ فوائل نقطة تقاطع المستقيم مع C_f .

(4) لإيجاد حلول المعادلة $y_\Delta = f(x)$.

نأخذ فوائل نقطة تقاطع المستقيم Δ مع C_f .

ملاحظة: لإيجاد عدد حلول معادلة نأخذ عدد مرات تقاطع المستقيم مع C_f .

(5) لإيجاد قيمة المشتق عند عدد a ($f'(a)$).

-A نرسم مستقيم $a = x$ ونميز حالتين:

الحالة الأولى: يوجد عند نقطة تقاطع المستقيم مع C_f قيمة حدية.

عندما يكون: $f'(a) = 0$.

الحالة الثانية: لا يوجد عند نقطة تقاطع المستقيم مع C_f قيمة حدية ويمر مستقيم مائل d .

عندما نأخذ نقطتين مختلفتين A و B من المستقيم d ونكتب:

$$\hat{f}(a) = m_d = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

(6) لإيجاد حلول متراجحة بدلالة (x) : $f(x)$:

الحالة الأولى:

نأخذ امتداد C_f الذي يقع فوق محور الفواصل ونكتب مجال x .

الحالة الثانية: $f(x) < 0$

نأخذ امتداد C_f الذي يقع تحت محور الفواصل ونكتب مجال x .

(7) لإيجاد حلول مرادحة بدلالة (x) : $\hat{f}(x)$:

الحالة الأولى: $\hat{f}(x) > 0$

نأخذ امتداد C_f الذي يكون فيه C_f متزايد ونكتب مجال x .

الحالة الثانية: $\hat{f}(x) < 0$

نأخذ امتداد C_f الذي يكون فيه C_f متناقص ونكتب مجال x .

ملاحظة: المجالات تكون مغلقة عند وجود المساواة في إشارة المتراجحة وتفتح المجالات عند عدم وجود المساواة في إشارة المتراجحة.

(8) لإيجاد صورة مجال $f([a, b])$:

-A إذا كان التابع متزايد على المجال $[a, b]$ يكون: $f([a, b]) = [f(a), f(b)]$.

-B إذا كان التابع متناقص على المجال $[a, b]$ يكون: $f([a, b]) = [f(b), f(a)]$.

(9) لإيجاد نهاية التابع $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$:

ننظر إلى C_f في جوار $x = a$.

(10) لتعيين القيم الحدية للتابع نكتب:

ترتيب القيمة الحدية = (فواصل القيمة الحدية) f

(11) لمعرفة الصفة الزوجية أو الفردية للتابع $f(x)$:

-A متناظر بالنسبة لمبدأ الإحداثيات O : عندما يكون التابع فردي.

-B متناظر بالنسبة لمحور التراتيب \overleftrightarrow{yy} : عندما يكون التابع زوجي.

(12) لكتابة معادلة مستقيم d (مقارب أو مماس) :

الحالة الأولى: المستقيم d شاقولي :

عندما تكون المعادلة : $d: x = a$.

الحالة الثانية: المستقيم d أفقي :

عندما تكون المعادلة : $d: y = f(a)$.

الحالة الثالثة: المستقيم d مائل :

-A نأخذ نقطتين مختلفتين A و B من المستقيم d .

-B نحسب ميل المستقيم d من القانون : $m_d = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$

-C نعرض في المعادلة : $d: y = f(x_A) + m_d(x - x_A)$

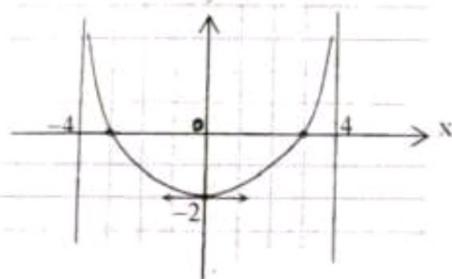
(13) هل يقبل C_f مقارب مائل :

إذا تحقق الشرط $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$ فإن C_f يقبل مقارب مائل وإذا لم يتحقق فإن C_f لا يقبل مقارب مائل.

مدرس المادة: عبد الرحمن عبطيني

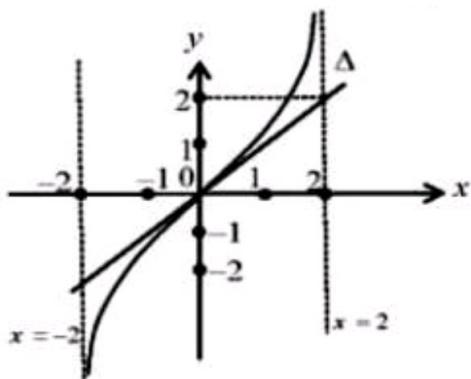
/0934321238/

التمرين الأول: (دورة 2017 الأولى).



- نتأمل في الشكل المجاور C الخط البياني للتابع f المعرف على $[-4, 4]$.
- 1- احسب $\lim_{x \rightarrow -4^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x)$ ، واستنتج معادلة كل مقارب لخط C .
 - 2- احسب $f(0)$ و $f'(0)$.
 - 3- جد حلول المعادلة $f(x) = 0$.

التمرين الثاني: (دورة 2017 الثانية).

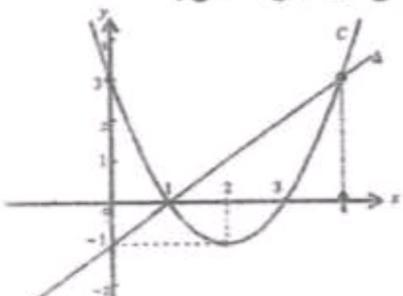


حيث C هو الخط البياني للتابع f المعرف على $[-2, 2]$. والمطلوب:

- 1- احسب $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$.
- 2- أوجد $f'(0)$ و $f(0)$.
- 3- هل التابع f فردي أم زوجي.
- 4- اكتب معادلة المستقيم Δ .

التمرين الثالث: (دورة 2018 الأولى).

تأمل الشكل المرسوم جانباً ، ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على \mathbb{R} . والمطلوب



- 1- دل على القيمة الحدية الصغرى للتابع f .
- 2- جد $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
- 3- ما حلول المعادلة $f(x) = y_\Delta$.
- 4- اكتب معادلة المستقيم Δ .

التمرين الرابع: (دورة 2018 الثانية).

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0
$f(x)$	2 ↗	4 ↘	-1 ↗	$+\infty$

تأمل جدول تغيرات التابع f المعرف على \mathbb{R} والمطلوب :

- 1- جد $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
- 2- اكتب معادلة المقارب الأفقي للتابع f .
- 3- ماعددة حلول المعادلة $f(x) = 0$.
- 4- دل على القيمة الحدية الصغرى للتابع f .

التمرين الخامس: (دورة 2019 الأولى).

x	$-\infty$	-	0	+	0	-	$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	
$f(x)$	$+\infty$	\	-2	\	4	\	3

نجد جانباً جدول تغيرات التابع f المعروف على \mathbb{R} :
خطه البياني C .

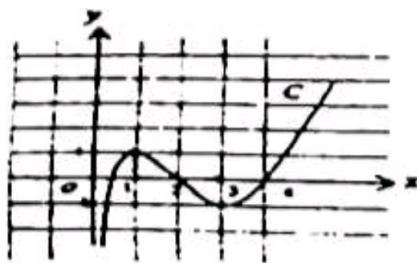
1- حد $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

2- اكتب معادلة المقارب الأفقي للخط البياني C .

3- دل على القيمة الحدية الصفرى للتابع f .

4- احسب $(f^{-1})'(-1,2)$.

التمرين السادس: (دورة 2019 الثانية).



في الشكل المرسوم جانباً ملخص C الخط البياني للتابع f المعروف على المجال $[0, +\infty)$ والمطلوب:

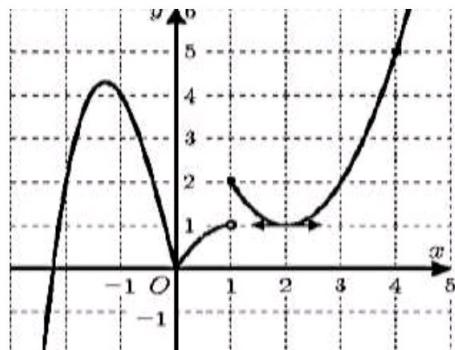
1) حد $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

2) دل على القيم الحدية مبيناً نوعها.

3) حد حلول المتراجحة: $0 \leq (f')'$.

4) حد $(f^{-1})'(1,3)$.

التمرين السابع: (نموذج وزاري الأول).



نجد جانباً الخط البياني لتابع f معروف على \mathbb{R} والمطلوب:

1) ما عدد حلول المعادلة $f(x) = 5$ ؟

2) ما مجموعة حلول المتراجحة $f(x) \geq 5$ ؟

3) هل $f'(x)$ قيمة محلية كبيرة أو صغيرة للتابع. علل ذلك؟

4) ما عدد القيم الحدية للتابع f ؟

5) ما قيمة المشتق في النقطة التي فاصلتها $x = 2$ ؟

6) أيكون التابع f اشتقاقياً عند $x = 1$ ؟

التمرين الثامن: (نموذج وزاري الثاني).

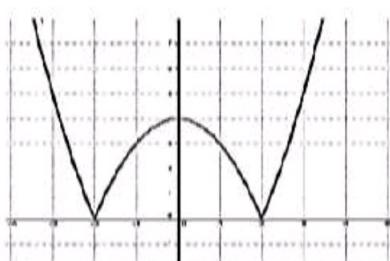
تجد جانباً الخط البياني للتابع f المعروف على \mathbb{R} والمطلوب

1) كم حل للمعادلة $f(x) = 2$.

2) احسب قيمة المشتق للتابع عند الصفر.

3) عين صورة المجال $I = [-2, 2]$ وفق f .

4) كم قيمة صغيرة أو كبيرة محلية للتابع f .



التمرين التاسع: (نموذج وزاري الرابع)

x	0	1	$+\infty$
$f(x)$	+	0	-
$f'(x)$	$-\infty$	↗ 1	↘ 0

نجد جلباً جدول تغيرات التابع f والمطلوب

1) ما عدد حلول المعادلة $0 = f(x)$ ؟

2) ما عدد القيم الحدية محلية؟

3) اكتب معادلة مماس منحنى التابع عند نقطة فصلاتها $x = 1$.

التمرين العاشر: (نموذج وزاري السادس)

نجد فيما يأتي جدول تغيرات التابع f والذي خطه البياني C والمطلوب.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	-	+	
$f(x)$	3 ↗ $+\infty$	$+\infty \searrow -\infty$	$+\infty \searrow 3$	

1) اكتب معادلة كل مقارب شاقولي أو أفقى للخط البياني C .

2) هل يوجد مقاربات مائلة للخط البياني C ؟

3) هل يوجد للخط C مماسات أفقية؟

4) أثبت أن للمعادلة $0 = f(x)$ حل وحيد في المجال $[1, 1]$.

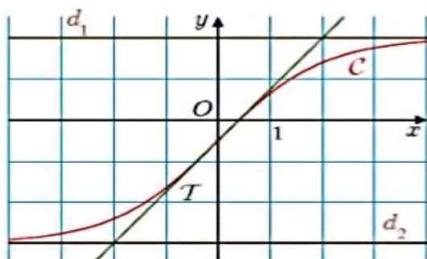
التمرين الحادي عشر: (نموذج وزاري 2020)

إذا كان C الخط البياني للتابع f والمستقيمين d_1, d_2 مقابلين للخط C والمستقيم T مماس للخط C المطلوب:

1- احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x), \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

2- اكتب معادلة كل مقارب من المقابلين d_1, d_2 .

3- إذا علمت أن المستقيم المائل المرسوم في الشكل يمس المنحنى في النقطة $(\frac{-1}{2}, 0)$ احسب $(\frac{-1}{2})'$ ثم اكتب معادلته.



﴿تَهَبُّ بِعْدَنَ اللَّهُ تَعَالَى﴾

مدرس المادة: عبد الرحمن عبطيني

/0934321238/

BAK111@tjmu.tj



سلسلة التجمع التعليمي

القناة الرئيسية: [T.me/BAK111](https://t.me/BAK111)

بوت الملفات العلمي [@Ob_Am2020bot](https://t.me/Ob_Am2020bot)



للتواصل

[T.me/BAK117_BOT](https://t.me/BAK117_BOT)